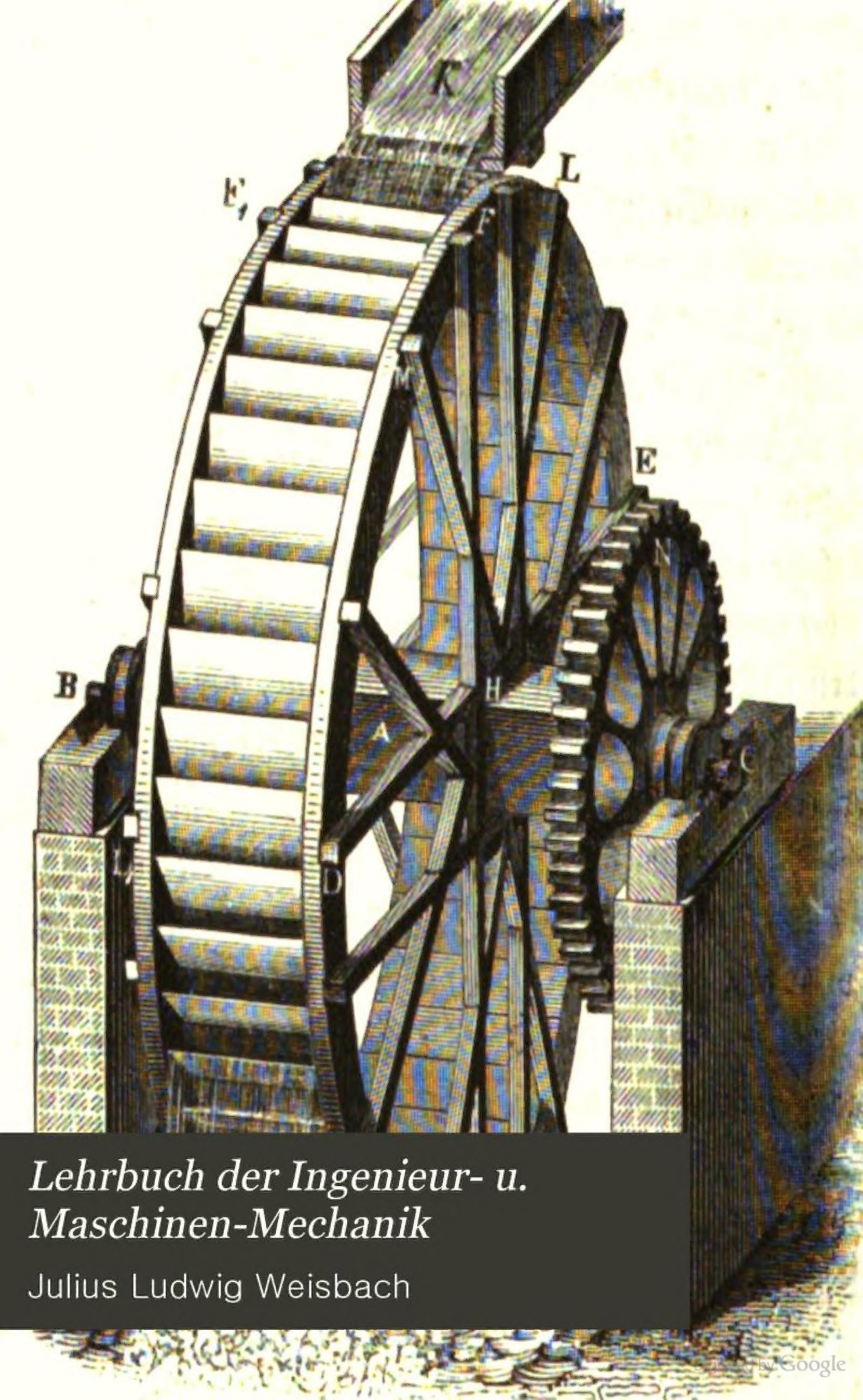


Lehrbuch der Ingenieur- u. Maschinen-Mechanik

Julius Ludwig Weisbach

Digitized by Google

Math A.
251 l
Weisbach, Jul.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Mit

den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Julius Weisbach,

Professor an der königlich Sächsischen Bergakademie zu Freiberg.

In drei Theilen.

Zweiter Theil.

Statik der Bauwerke und Mechanik der Umtriebsmaschinen.

Zweite, verbesserte und vervollständigte Auflage.

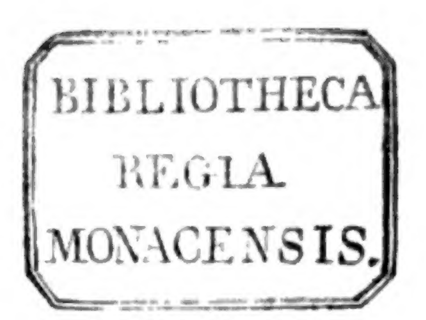
Mit gegen 500 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1851.

Digitized by Google


BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

Vorrede zur ersten Auflage.

Bei der Bearbeitung dieses zweiten Bandes meiner Ingenieur- und Maschinenmechanik bin ich den schon in der Vorrede des ersten Bandes ausgesprochenen und in diesem Bande befolgten Ansichten möglichst nachgegangen. Ich weiß zwar, daß diese Ansichten nicht von Allen getheilt werden, daß zumal von Manchen eine allgemeinere Darstellung und gelehrtere Behandlung in diesem Werke vermißt wird, allein ich habe auch die Erfahrung zur Seite, daß der in diesem Buche eingeschlagene elementare und mehr populäre Weg leicht von Jedem verfolgt werden kann, welcher nicht im Besitze ausgedehnter analytisch-mathematischer Kenntnisse ist, und deshalb auch dahin führt, der Mechanik mehr Eingang und Anwendung und dadurch wieder mehr Werth und Geltung in der Technik zu verschaffen, als es bis jetzt der Fall gewesen ist.

Man findet noch immer sehr häufig, daß Praktiker bei ihren Ausführungen die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik verschmähen und es vorziehen, den Weg der Empirie einzuschlagen; entweder haben dieselben nicht das erforderliche Zutrauen zu den Regeln der Wissenschaft, oder sie finden die betreffenden Schriften nicht genügend, um sie als Rathgeber und Führer bei Anordnung und Berechnung ihrer Constructionen gebrauchen zu können. Wenn man nun weiß, wie viel in so vielen Hinsichten darauf ankommt, daß Maschinen und Bauwerke allen Anforderungen vollkommen entsprechend ausgeführt werden, und erwägt, daß dies nur durch richtige Anwendung richtig begründeter Regeln der Wissenschaft möglich ist, so wird

Digitized by Google

man auch das Bestreben des Verfassers, den ausgesprochenen Mängeln entgegen zu wirken, zu würdigen wissen.

Richtige Begründung und Einfachheit sind gewiß die Haupterfordernisse von einem Werke, welches Praktikern als Lehrer und Führer dienen soll. Mangel an beiden sind aber die vorzüglichsten Ursachen, welche der Anwendung der Mechanik auf die Praxis bis jetzt noch so viel Eintrag gethan haben. Wenn bei Entwickelung von Regeln unsichere oder unzulässige Voraussetzungen gemacht werden, wenn hierbei nicht das Wesentliche vom Unwesentlichen, das Ueberwiegende von dem Untergeordneten gehörig getrennt wird, wenn endlich wichtige Verhältnisse oder Einflüsse außer Acht gelassen, dagegen untergeordnete in Betracht gezogen werden, so können natürlich auch die Regeln selbst, so richtig auch deren Ableitungen sein mögen, nicht die für die Anwendung hinreichende Brauchbarkeit besitzen. Leider wird gerade auf diese Weise von Schriftstellern oft gefehlt, und es ist daher kein Wunder, wenn Praktiker sehr oft theoretische Regeln unrichtig oder wenigstens unzulänglich finden. Daher kommt es auch, daß Praktiker nicht selten von einer unrichtigen Theorie sprechen, während doch nur von einer unangemessenen Begründung und Anwendung derselben die Rede sein kann. Es ist allerdings nicht immer leicht, sachgemäße und richtige Regeln und Formeln zum Gebrauche der praktischen Mechanik aufzufinden; es gehört hierzu nicht nur eine genaue Bekanntschaft mit der Natur des Gegenstandes, die zuweilen nur durch besondere Beobachtungen oder Versuche verschafft wird, sondern auch eine besondere Aufmerksamkeit und selbst eine gewisse geistige Fähigkeit. Der Verfasser hat beim Aufsetzen des vorliegenden zweiten Bandes, wo es darauf ankam, praktisch brauchbare Theorien zu entwickeln, sein Augenmerk vorzüglich auf diesen Gegenstand gerichtet; er hat sich wenigstens nach Kräften bemüht, in dem vorliegenden Buche Praktikern den zur Sprache gebrachten Rathgeber und Führer zu verschaffen, ermißt aber recht wohl, daß ihm dies nicht vollkommen gelungen ist.

Auch der Mangel an Einfachheit und die große Allgemeinheit in der Behandlung der Wissenschaft und der von ihr entwickelten Formeln ist der allgemeineren Einführung der Mechanik in die Praxis sehr hinderlich. Nicht selten findet man, daß selbst mathematisch vorgebildete Praktiker in

Digitized by Google

ihrem Berufe die Hülfe der wissenschaftlichen Mechanik vernachlässigen, weil ihnen dieselbe zu umständlich und beschwerlich ist, und daß Diejenigen, welche keine umfassende Kenntniß in der Mathematik oder wenig Fertigkeit in der Behandlung derselben besitzen, die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis aus demselben Grunde ganz verschmähen. Um einer allgemeineren Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis Vorschub zu leisten, ist es daher nöthig, den Vortrag dieser Wissenschaft zu popularisiren und die durch diese gewonnenen Regeln möglichst zu vereinfachen. Man hat aus diesem Grunde z. B. statt einer großen allgemeinen Formel oft mehrere kleine und vereinfachte Specialformeln aufzustellen oder, nach Befinden, statt derselben vereinfachte Näherungsformeln zu entwickeln, ferner durch Einführung von Coefficienten eine größere Vereinfachung der Formeln zu erstreben u. s. w.

Der vorliegende zweite Band meiner Mechanik zerfällt in zwei Abtheilungen, von denen die eine die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke, die zweite aber die auf Maschinen, und zwar insbesondere die Theorien und kurze Beschreibungen der sogenannten Kraft- oder Umtriebsmaschinen enthält. Vielleicht finden Manche die erste Abtheilung zu kurz, die zweite hingegen zu lang. In Betreff der ersten muß ich allerdings gestehen, daß es mir jetzt selbst leid thut, nicht tiefer in die Theorien der hölzernen und steinernen Brücken eingegangen zu sein, namentlich auch Ardant's Abhandlung über die Sprengwerke nicht benutzt zu haben, da dieser Gegenstand durch die vielen Eisenbahnanlagen jetzt eine besondere Wichtigkeit erlangt hat. Was aber die zweite Abtheilung anlangt, so glaube ich, daß hier nur bei wenigen Artikeln eine größere Kürze möglich ist, ohne den Werth des Buches zu beeinträchtigen. Es kann sein, daß mancher Leser das Kapitel über Wassersäulenmaschinen zu groß findet, weil die Anwendung dieser Maschinen fast nur auf den Bergbau eingeschränkt ist. Ich habe allerdings bei Bearbeitung dieses Gegenstandes im Auge gehabt, daß hier eine Lücke in der Literatur auszufüllen sei, da in allen Lehr- und Handbüchern über Mechanik wenig oder soviel wie nichts über diese Maschinen gesagt wird, und zugleich gehofft, dadurch den Bergingenieuren einen Dienst zu erweisen. Das Kapitel über Turbinen wird vielleicht auch von Einigen

Digitized by Google

zu ausgedehnt gefunden, zumal da dasselbe auch eine Monographie der älteren Stoß- und Druckturbinen enthält. Ich glaube jedoch, daß in diesem Kapitel ein Weglassen oder Abkürzen nur von Nachtheil gewesen sein würde, aus dem Grunde, daß gerade zur Beurtheilung des Werthes einer vollkommenen Maschine es nöthig ist, die Theorie und also auch die Mängel anderer ähnlichen unvollkommenen Maschinen zu kennen. Uebrigens wird der Gebrauch unvollkommener Maschinen nie aufhören, da es immer Orte und Verhältnisse geben wird, wo auf eine Oekonomie der Arbeitskraft nichts, wohl aber auf die Wohlfeilheit der Maschine selbst sehr viel ankommt. In dem Kapitel über das Messen der Arbeitskräfte u. s. w. hätte ich vielleicht etwas ausführlicher über die Dynamometer sprechen sollen; wäre zur Zeit der Bearbeitung Morin's Leçons de mécanique pratique in meinen Händen gewesen, so würde ich es vielleicht auch gethan haben. Am meisten Schwierigkeiten hat mir die Bearbeitung des zweiten Abschnittes, zumal aber die des Kapitels über Dampfmaschinen verursacht, und ich befürchte auch noch, daß dieser Abschnitt nicht allenthalben den Anforderungen des Lesers entsprechen werde. Vielleicht hätte ich das Kapitel über Wärme kürzer fassen oder dasselbe ganz weglassen können, da es in der Regel dem Vortrage über Physik überlassen wird; wenn ich indessen bedenke, daß ich hierin nur das abgehandelt habe, was für die Baukunst und für die Maschinenlehre, zumal aber für die Dampfmaschinen von Wichtigkeit ist, so scheint mir allerdings dieser Gegenstand mit Recht eine Stelle in diesem Buche einzunehmen. Bei der Bearbeitung des Kapitels über Dampfmaschinen habe ich sowohl von der Poncelet-Morin'schen Coefficiententheorie als auch von der neueren Pambour'schen Theorie Gebrauch gemacht; zugleich bin ich hierin auch meinen eigenen Ansichten gefolgt, und kann hoffen, daß meine Bearbeitung dieses Gegenstandes nicht als eine bloße Compilation wird angesehen werden können.

Wesentliche Dienste haben mir bei Bearbeitung dieses Werkes die Ergebnisse meiner hydraulischen Versuche geleistet, da ich mit Hülfe der durch diese erlangten Widerstandscoefficienten in den Stand gesetzt worden bin, die Arbeitsverluste zu berechnen, welche aus den hydraulischen Hindernissen

bei den Turbinen, Wassersäulen- und Dampfmaschinen entspringen. Ich kann behaupten, daß dadurch der Entwickelung brauchbarer Theorien dieser Maschinen ein besonderer Vorschub geleistet wird.

Es bleibt mir nun noch übrig, dem geehrten Leser darüber Rechenschaft abzulegen, daß ich das ganze Werk mit diesem zweiten Bande, wie anfänglich beabsichtigt wurde, nicht zum Schlusse bringe, und daß ich noch einen dritten Band hinzuzufügen mich genöthigt sehe. Allerdings ist mir hier ein Irrthum untergelaufen, welcher darin besteht, daß ich den Umfang des vorliegenden Materials zu klein geschätzt habe. Nachdem ich aber einmal mit der Bearbeitung des Werkes weiter fortgeschritten, und mir darüber von so vielen Seiten Beweise des Beifalls zu Theil geworden waren, so blieb mir nichts weiter übrig, als auf der betretenen Bahn fortzuschreiten, und nun entweder am Plane des Werkes abzuschneiden oder am Umfange desselben zuzusetzen. Das Erstere zu thun, konnte ich mich aber deshalb nicht entschließen, weil gerade die noch fehlenden Gegenstände, nämlich die fehlenden Zwischen- und Arbeitsmaschinen in den vorhandenen Werken über Mechanik sehr stiefmütterlich behandelt sind, und es an einem vollständigeren Werke über die letzteren Maschinen ganz fehlt. So hoffe ich denn durch die Hinzufügung eines dritten Bandes einem Bedürfnisse abzuhelfen.

Bei der Revision des Druckes haben mich die Herren Bornemann und Röting wesentlich unterstützt, und gewiß hat die Correctheit des Buches diesen Herren Vieles zu danken, was ich hier auszusprechen, nicht unterlassen darf.

Freiberg, den 1. December 1847.

Julius Weisbach.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Dieser zweiten Auflage vom zweiten Bande der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik sind mehrfache Verbesserungen und Ergänzungen zu Theil geworden. In der ersten Abtheilung, der Statik der Bauwerke, sind besonders die Brücken viel ausführlicher behandelt worden, als in der ersten Auflage, und es haben auch Röhrenbrücken aus Eisenblech, welche in der neuesten Zeit von den Engländern construirt worden sind, in dieser Auflage einen Platz gefunden. Es hat ferner der Verfasser in dem Kapitel über die vertikalen, und insbesondere über die oberschlägigen Wasserräder mehrfache Ergänzungen und Berichtigungen angebracht, und es ist auch das Kapitel über Reactionsräder und Turbinen, zumal durch die Resultate der an diesen Maschinen in der neuesten Zeit angestellten Versuche bereichert worden. Endlich hat noch die Lehre von der Wärme und von den Dämpfen einige wesentliche Ergänzungen erhalten, da bei der Revision derselben die neuesten Versuche von Regnault (S. Mémoire de l'académie royale des sciences de l'institut de France, Tome XXI.) benutzt werden konnten. Durch die Hinzufügung guter Abbildungen von der Gölzschthalbrücke und der Britanniabrücke, so wie von einem Tangentialrade, von einer Sims'schen Dampfmaschine u. s. w. hat diese neue Auflage ebenfalls an Werth gewonnen. Uebrigens stimmt sowohl im Ganzen als auch in der Behandlungsweise diese zweite Auflage mit der ersten vollkommen überein.

Freiberg, den 24sten Mai 1851.

Der Verfasser.

Inhalt des zweiten Theiles.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke und auf die Umtriebsmaschinen.

Erste Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf die Umtriebsmaschinen.

Erster Abschnitt.

Von den bewegenden Kräften und von den Kraftmaschinen.

Digitized by Google

Zweiter Abschnitt.

Von der Wärme, von dem Dampfe und von den Dampfmaschinen.

Zweiter Theil.

Die

Anwendung der Mechanik auf Bauwerke und Umtriebsmaschinen.

Digitized by Google

Erste Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Erstes Kapitel.

Von dem Zusammenhange und dem Drucke lockerer Massen.

§. 1. Lockere oder halbflüssige Massen (franz. terres, demi-fluides; engl. earth-masses) sind Anhäufungen kleiner Körper, wie Sand, Getreide, Schrot, Erde u. s. w. Sie sind insofern den Flüssigkeiten ähnlich, als sie wie diese, einer Unterstützung von außen bedürfen, um eine gewisse Form zu behalten. Doch ist der Zusammenhang der Theile einer lockeren Masse nicht so klein wie beim Wasser; während das Wasser in jedem Falle einer Einfassung bedarf, ist dieselbe bei den lockeren Massen nur in manchen Fällen nöthig, und während das Wasser nur dann im Gleichgewichte ist, wenn seine Oberfläche eine horizontale Lage hat, können lockere Massen auch bei einer geneigten Lage ihrer Oberfläche im Gleichgewichte beharren. Natürliche Böschung.

Wenn die Theile einer lockeren Masse nur durch die Reibung mit einander verbunden sind, so ist dieselbe im Gleichgewichte, so lange ihre Oberfläche eine Neigung gegen den Horizont hat, welche den Reibungswinkel ϱ (s. I. §. 159.) nicht übertrifft. Durch den Reibungswinkel wird die größte oder natürliche Böschung (franz. talus naturel; engl. natural slope) einer lockeren Masse bestimmt. Insofern man unter Böschung eines Abhanges AB, Fig. 1, das Verhältniß $\frac{b}{a}$ seiner horizontalen Länge $AC = b$ zur Höhe $BC = a$ versteht, hat man dieselbe $= cotang.\ \varrho$, oder, da $tang.\ \varrho$ dem Reibungscoefficienten φ gleich ist, $\frac{b}{a} = \frac{1}{\varphi}$.

Fig. 1.



Nach Martony de Köszegh ist z. B. für möglichst trockene Dammerde

Natürliche Böschung. die natürliche Böschung = 1,243, für angefeuchtete Dammerde aber = 1,083; hiernach ist der Böschungswinkel im ersten Falle = 39° und im zweiten 43°.

Für ganz feinen Sand hat man die Böschung = $^5/_3$, daher den Böschungswinkel = 31° gefunden. Roggenkörner haben dem Verfasser $\varrho = 30^0$ gegeben, für Schrotkörner hat man $\varrho = 25^0$ und für Vogeldunst $\varrho = 22\frac{1}{2}^0$ gefunden.

Anmerkung. Versuche über die natürliche Böschung lockerer Massen werden durch Aufschütten und Streichen dieser Massen von unten nach oben angestellt.

Erddruck. §. 2. Werden lockere Massen von einem Mauer- oder Bohlenwerke eingefaßt, so üben sie einen Druck (franz. poussée; engl. pression) gegen dieses aus, dessen Kenntniß in vorkommenden Fällen von besonderer Wichtigkeit ist, und die wir uns daher zu verschaffen suchen müssen. Denken wir uns zunächst die Erdmasse M, Fig. 2, durch eine im Innern ungeböschte Futtermauer AC gestützt, nehmen wir ferner an, daß diese Masse mit der Mauer von gleicher Höhe und daß sie übrigens nicht besonders noch belastet sei. Stellen wir uns vor, daß sich von der ganzen Masse ein Keil ADE lostrenne und sich nun auf der einen Seite gegen die Mauer und auf der andern gegen die übrige Masse stütze. Setzen wir die Höhe AD der Masse und ihrer Bekleidung $= h$, die Dichtigkeit der Masse $M = \gamma$, und den Winkel AED, welchen die Trennungsfläche AE mit der Horizontalebene einschließt, $= \alpha$, und ziehen wir ein Massenstück von der Länge = Eins in Betracht, so erhalten wir für das Gewicht des Keiles ADE:

Fig. 2.



$$G = \frac{AD \cdot DE}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \tfrac{1}{2}h \cdot h \; cotg. \; \alpha \cdot \gamma = \tfrac{1}{2}h^2 \; cotg. \; \alpha \cdot \gamma.$$

Die vertikale Innenfläche AD nimmt natürlich nur den Druck $SP = P$ auf, welcher winkelrecht gegen sie gerichtet ist; es läßt sich also annehmen, daß eine gleiche entgegengesetzt gerichtete Horizontalkraft das Prisma ADE auf der schiefen Ebene erhält. Wir wissen auch (§. 159), daß eine Kraft von einem Körper noch aufgenommen wird, wenn ihre Richtung um den Reibungswinkel von der Normale zur Berührungsebene abweicht, und können daher auch hier voraussetzen, daß die zweite Seitenkraft R aus G von der Masse unter AE aufgenommen werde, wenn ihre Richtung um den Winkel $RSN = \varrho$ von der Normale SN abweicht. Da $NSG = AED = \alpha$ ist, so hat man $RSG = \alpha - \varrho$ und daher den Horizontaldruck der Futtermauer: $P = G \; tang. \; (\alpha - \varrho)$ (vergl. I. §. 162), oder $P = \frac{1}{2} h^2 \gamma \; cotg. \; \alpha \; tang. \; (\alpha - \varrho)$.

Diese Kraft hängt von einem unbekannten Winkel α oder von der Größe des Druckprismas ab, ist also für verschiedene Werthe von α ver-

schieden, und für einen gewissen Werth ein Maximum. Ist nun ADE Erddruck.
das den Maximaldruck, also ADO ein einen kleineren Druck ausübendes Prisma, so hat man in AEO ein Prisma, welches zur Erhaltung auf seiner Basis AO keine Kraft braucht, sondern vielmehr noch einer kleinen Kraft zum Herabziehen widerstehen würde. Ebenso ist es aber bei den übrigen Keilen wie AOH u. s. w., in welche man AEF zerlegen kann, weil diese auf noch weniger geneigten Ebenen ruhen; es läßt sich daher annehmen, daß durch eine dem Maximalbruck P gleiche Gegenkraft nicht nur das Prisma ADE, sondern auch das unter AE befindliche Prisma AEF vollständig mit gestützt ist, daß also auch dieser Maximaldruck derjenige ist, den die Bekleidung AD von der ganzen Masse auszuhalten hat.

§. 3. Es ist nun nöthig, dasjenige Prisma zu ermitteln, welches den größten Horizontaldruck, also auch denjenigen, welchen die Bekleidung überhaupt auszuhalten hat, ausübt. Offenbar kommt es bei dieser Ermittelung nur darauf an, denjenigen Werth von α zu finden, welcher $cotang.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho)$ zum Maximo macht. Prisma des größten Druckes.

Es ist aber $cotang.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho) = \frac{sin.\ (2\alpha - \varrho) - sin.\ \varrho}{sin.\ (2\alpha - \varrho) + sin.\ \varrho}$,
und der letzte Bruch um so größer, je größer $sin.\ (2\alpha - \varrho)$; es fällt daher auch $cotang.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho)$ am größten aus, wenn $sin.\ (2\alpha - \varrho)$ ein Maximum, d. i. $= 1$, also $2\alpha - \varrho = 90^0$, d. i. $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ ist. Hiernach ergiebt sich der Druck der lockeren Masse gegen ihre Bekleidung: $P = \frac{1}{2} h^2 \gamma\ cotang. \left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$, oder,

da $cotang. \left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) = tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$ ist,

$$P = \frac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Der Ergänzungswinkel von $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ ist aber

$DAE = 45^0 - \frac{\varrho}{2} = \frac{90^0 - \varrho}{2} = \frac{1}{2}$mal Ergänzung DAF des Reibungswinkels ϱ zu 90^0; es halbirt daher die Grundfläche AE des den Erddruck erzeugenden Prismas den Winkel DAF, welchen der natürliche Abhang AF mit der vertikalen Bekleidung einschließt.

Der Druck der lockeren oder Erdmasse läßt sich nun sehr leicht mit dem des Wassers vergleichen. Beim letzteren wäre dieser Druck $= \frac{1}{2} h^2 \gamma_1$ (I. §. 299), weil h und 1 Höhe und Breite der Fläche und $\frac{h}{2}$ die Druckhöhe ist; hier aber

Digitized by Google

Prisma des größten Druckes.

haben wir ihn $= \frac{1}{2} h^2 \varepsilon \gamma_1 \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$, wenn γ_1 die Dichtigkeit des Wassers und ε das specifische Gewicht der lockeren Masse bezeichnet; es ist also hiernach der Erddruck stets $\varepsilon \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$ mal so groß als der Druck des Wassers, oder es läßt sich dieser Druck gleichsetzen dem Drucke einer vollkommenen Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht $\varepsilon \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$ ist. Es nimmt also auch der Druck lockerer Massen von oben nach unten gleichmäßig zu und ist überhaupt der Druckhöhe proportional.

Auch folgt, daß der Mittelpunkt des Erddruckes u. s. w. mit dem Mittelpunkte des Wasserdruckes zusammenfällt, daß er also im vorliegenden Falle, wo die gedrückte Fläche ein Rechteck ist, um ein Drittel der Höhe h von der Basis oder um zwei Drittel derselben vom Mauerkopfe absteht (I. §. 301).

Beispiel. Wenn das specifische Gewicht einer 6 Fuß hoch aufgeschütteten Getreidemasse 0,776 ist (s. I. §. 314 Anmerk. 1.), so übt dieselbe gegen eine vertikale Wand auf jeden Fuß Länge den Druck $P = \frac{1}{2} \,.\, 6^2 \,.\, 0{,}776 \,.\, 66 \,.\, [tang. (45^0 - 15^0)]^2 = 18 \,.\, 66 \,.\, 0{,}776 \,.\, (tang. 30^0)^2 = 921{,}9 \,.\, 0{,}57735^2 = 307{,}3$ Pfund aus.

Cohäsion lockerer Massen.

§. 4. Wir haben bei der obigen Entwickelung noch die Cohäsion, oder den mit der Berührungsfläche wachsenden Zusammenhang der Massentheile außer Acht gelassen; da dieselbe aber bei weniger lockeren Massen, wie z. B. bei festgestampfter Erde, nicht unbedeutend ist, so wollen wir sie auch noch in die Formeln einführen. Setzen wir den Cohäsionsmodul, oder die Kraft des Zusammenhanges für die Berührungsfläche Eins, $= \varkappa$, so haben wir für den in Fig. 2 repräsentirten Fall die Kraft zum Trennen des Prismas ADE in der Fläche AE, $= 1 \,.\, AE \,.\, \varkappa = \frac{\varkappa h}{sin.\, \alpha}$. Der vertikale Component $\frac{\varkappa h}{sin.\, \alpha} \,.\, sin.\, \alpha = \varkappa h$ wirkt dem Gewicht entgegen, und der horizontale Component $\frac{\varkappa h}{sin.\, \alpha} \,.\, cos.\, \alpha = \varkappa h \; cotg.\, \alpha$ der Horizontalkraft P; führen wir daher in der Formel $P = G \; tang. (\alpha - \varrho)$, statt P, $P + \varkappa h \; cotang.\, \alpha$ und statt G, $G - \varkappa h$ ein, so erhalten wir die Bedingungsgleichung

$$P = (G - \varkappa h) \; tang.\, (\alpha - \varrho) - \varkappa h \; cotang.\, \alpha.$$

Substituiren wir nun noch $G = \frac{1}{2} h^2 \gamma \; cotang.\, \alpha$, so erhalten wir

$$P = (\tfrac{1}{2} h^2 \gamma \; cotang.\, \alpha - \varkappa h) \; tang.\, (\alpha - \varrho) - \varkappa h \; cotang.\, \alpha.$$

Es ist aber zweckmäßig, an dieser Formel noch folgende Umformung vorzunehmen: $P = h \; [(\frac{1}{2} h \gamma + \varkappa \; cotang.\, \varrho) \; cotg.\, \alpha \; tang.\, (\alpha - \varrho) - \varkappa \; cotang.\, \alpha - \varkappa \, (1 + cotg.\, \alpha \; cotg.\, \varrho) \; tang.\, (\alpha - \varrho)]$,

Cohäsion lockerer Massen.

oder, da $tang.\,(\alpha - \varrho) = \dfrac{tang.\,\alpha - tang.\,\varrho}{1 + tang.\,\alpha\; tang.\,\varrho}$

$= \dfrac{tang.\,\alpha - tang.\,\varrho}{1 + cotang.\,\alpha\; cotang.\,\varrho}\;.\; cotang.\,\alpha\;.\; cotang.\,\varrho$ ist,

$$P = h\,[(\tfrac{1}{2}h\gamma + \varkappa\; cotang.\,\varrho)\; cotg.\,\alpha\; tang.\,(\alpha - \varrho)$$
$$- \varkappa\,(cotg.\,\alpha + cotg.\,\varrho - cotg.\,\alpha)],$$ d. i.

$$P = h\,[(\tfrac{1}{2}h\gamma + \varkappa\; cotg.\,\varrho)\; cotg\;\alpha\; tang.\,(\alpha - \varrho) - \varkappa\; cotang.\,\varrho].$$

Diese Kraft wird ein Maximum mit dem Producte $cotang.\,\alpha\; tang.\,(\alpha - \varrho)$. Das letztere aber ist nach dem Obigen ein solches für $\alpha = 45^0 + \dfrac{\varrho}{2}$; es ist daher der vollständige Horizontaldruck der Erdmasse gegen ihre verticale Bekleidung:

$$P = h\left[(\tfrac{1}{2}h\gamma + \varkappa\, cotg.\,\varrho)\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \varkappa\; cotang.\,\varrho\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$
$$- \varkappa h\; cotang.\,\varrho\left[1 - \left[tang\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2\right];$$

oder da $cotang.\,\varrho = \dfrac{2}{tang.\left(45 + \frac{\varrho}{2}\right) - tang.\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)}$, und

$$1 - \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$
$$= \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) - tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right] tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$$ ist,

$$P = \tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - 2h\varkappa\; tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$$
$$= h\; tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\left[\frac{h\gamma}{2}\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) - 2\varkappa\right].$$

Diese Kraft ist Null für $\tfrac{1}{2}h_1\gamma\; tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) = 2\varkappa$,

d. i. für $h_1 = \dfrac{4\varkappa}{\gamma\; tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)}$.

Auf diese Höhe läßt sich also eine cohärente Masse senkrecht abschneiden, ohne daß ein Nachrollen erfolgt. Umgekehrt, läßt sich aus der Höhe h_1, auf welche man eine solche Masse senkrecht abschneiden kann, der Cohäsionsmodul finden, indem man setzt: $\varkappa = \tfrac{1}{4}h_1\gamma\; tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$.

Es ist also auch die Cohäsion einer Masse um so größer oder kleiner,

Cohäsion lockerer Massen.

je größer oder kleiner die Höhe h_1 ist, auf welche sie sich senkrecht abschneiden läßt.

Führen wir die Höhe h_1 in die Formel für P ein, so erhalten wir

$$P = \frac{h\gamma}{2}(h - h_1)\left[tang.\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

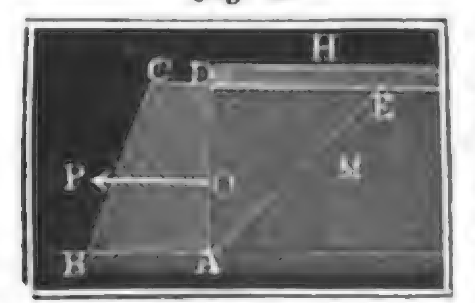
Bei Sand, Getreide, Schrot, so wie bei aufgelöster und frisch gegrabener Erde ist h_1 ziemlich Null. Bei zusammengedrückter oder feucht gewesener Erde ist dieselbe oft beträchtlich, und zwar weniger bei Gartenerde und mehr bei thoniger oder lehmiger Erde. Bei lockerer etwas feuchter Dammerde fand z. B. Martony $h_1 = 0{,}9$ Fuß, dagegen bei ganz mit Wasser durchweichter Erde $h_1 = 0$. Dichte Pflanzenerde läßt sich höchstens 3 bis 6 Fuß, thonige Erde aber höchstens 10 bis 12 Fuß hoch senkrecht abgraben.

In den meisten Fällen der Anwendung ist es rathsam, die Cohäsionskraft unbeachtet zu lassen.

Belastete Erdmasse.

§. 5. Wenn die Erdmasse M, Fig. 3, auf ihrer horizontalen Oberfläche noch belastet ist, z. B. durch ein Gebäude, durch ein Pflaster DHE u. s. w., so erleidet die Bekleidung einen größeren Druck, als wenn die Erdmasse oben ganz frei ist. Setzen wir, um denselben zu ermitteln, den Druck auf jede Einheit (auf den Quadratfuß) der horizontalen Oberfläche, $= q$, so erhalten wir denselben auf die Oberfläche des ganzen Drucktheiles ADE, $= q \,.\, DE = qh\ cotang.\ \alpha$ und daher die Horizontalkraft ohne Rücksicht auf die Cohäsion:

Fig. 3.



$$P = (G + qh\ cotang.\ \alpha)\ tang.\ (\alpha - \varrho)$$

$= (\frac{1}{2}h^2\gamma + qh)\ .\ cotg.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho)$, oder $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ substituirt, $P = (\frac{1}{2}h^2\gamma + qh)\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$.

Um den Angriffspunkt dieses Druckes zu finden, zerlegen wir denselben wieder in seine zwei Theile $\frac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$ und $qh\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$. Der erste Theil hat seinen Angriffspunkt um ein Drittel der Höhe h über dem Fußpunkte A, es ist also sein statisches Moment in Hinsicht auf diesen Punkt

$$= \frac{h}{3}\ .\ \frac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{h^3\gamma}{6}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2;$$

wegen des zweiten Theiles aber werden gleiche Theile der vertikalen Wand gleich stark gedrückt, es geht also auch die Mittelkraft derselben, d. i. dieser

Digitized by Google

Theil des Druckes, durch den Schwerpunkt der Wand, steht also um die halbe Höhe $\left(\frac{h}{2}\right)$ von A ab, und es ist sonach das statische Moment dieser zweiten Kraft Belastete Erdmasse.

$$= \frac{h}{2} \cdot qh \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{qh^2}{2} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Das Moment des vollständigen Druckes ist nun:

$(\frac{1}{6}h^3\gamma + \frac{1}{2}qh^2) \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, und daher der Hebelarm desselben oder der Abstand $AO = a$ seines Angriffspunktes O von der Basis:

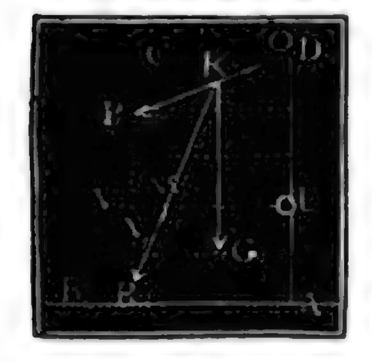
$$a = \frac{(\frac{1}{6}h^3\gamma + \frac{1}{2}h^2 q) \left[tang. \left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{(\frac{1}{2}h^2\gamma + h\,q) \left[tang. \left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2} = \frac{\frac{1}{6}h^2\gamma + \frac{1}{2}h q}{\frac{1}{2}h\gamma + q}$$

$$= \left(\frac{h\gamma + 3q}{3h\gamma + 6q}\right) \cdot h.$$

Anmerkung. Steht die Erde über der Mauerkappe und bildet in der Nähe dieser einen natürlichen Abhang, so behält die Formel des §. 3 ihre Anwendung, wenn man nur für h die Erd-, nicht aber die Mauerhöhe einsetzt.

§. 6. Dem Erddrucke u. s. w. wird durch **Futtermauern** (franz. revêtements; engl. retaining-walls) oder durch **Bohlenwerke** (franz. palplanches; engl. walling-timbers) begegnet. Am gewöhnlichsten sind Futtermauern oder steinerne Erdbekleidungen; daher möge auch von ihnen im Folgenden ausführlicher die Rede sein. Futtermauern.

Fig. 4.



Eine Mauer AC, Fig. 4, kann durch eine Kraft $KP = P$, fortgeschoben oder umgestürzt werden. Denken wir uns diese Mauer aus in horizontalen Schichten übereinander liegenden Steinen bestehend, so können wir annehmen, daß sich beim Nachgeben der Mauer eine horizontale Fuge UV bilde, über welcher der darüber liegende Theil CU fortgleitet oder umschlägt. Der Sicherheit wegen wollen wir auf das Bindemittel der Steine gar nicht Rücksicht nehmen, sondern nur die Reibung zwischen denselben in Betracht ziehen. Aus der Kraft P und dem Gewichte G des Mauertheiles CU bildet sich eine Mittelkraft $KR = R$, von deren Größe und Richtung die Möglichkeit des Umstürzens und Fortgleitens dieses Mauerstückes abhängt. Ist der Winkel RKG, um welchen diese Mittelkraft von der Normale zur Trennungsfläche UV abweicht, kleiner als der Reibungswinkel ϱ, so kann ein Fortschieben der Mauer nicht eintreten (I. §. 159), und geht die Kraftrichtung nicht außerhalb der Trennungsfläche UV vorbei, sondern durch dieselbe, so ist auch

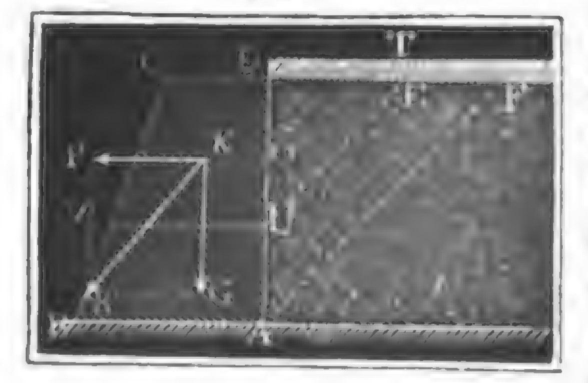
Futtermauern. ein Umstürzen um die Kante V unmöglich (I. §. 130). In den meisten Fällen der Anwendung wird man finden, daß das Umstürzen eher erfolgt als das Fortschieben, weshalb bei der Anlage von Mauern vorzüglich auf das erstere Rücksicht zu nehmen ist. Das Umstürzen oder Kippen wird besonders noch dadurch erleichtert, daß es in der Regel nicht um die äußere Kante V, sondern um einen der Mittelkraft R näher liegenden Punkt V_1 vor sich geht, und zwar aus dem Grunde, weil der in V concentrirte Druck ein Nachgeben oder Zerbröckeln der Steine in der Nähe dieses Punktes zunächst herbeiführt.

Wenn man für eine ganze Reihe Bruchflächen die Durchschnittspunkte W der Mittelkräfte R aufsucht, und diese durch eine Linie verbindet, so erhält man in dieser die sogenannte Widerstandslinie (franz. ligne de résistance; engl. line of resistance), und man sieht nun leicht ein, daß ein Umstürzen der Mauer nicht eintritt, so lange diese Linie nicht aus der Mauer herausfällt.

Wenn die Kraft P, welche die Mauer aufzunehmen hat, um einen Winkel von der Richtung der Schwere abweicht, welcher noch kleiner ist als der Reibungswinkel, so kann von einem Fortschieben gar nicht die Rede sein, weil die Mittelkraft aus P und G stets einen noch kleineren Winkel mit der Vertikalen einschließt, als P allein.

Fortschieben der Mauer. §. 7. Wenn wir für P den im Obigen gefundenen Erddruck einführen, so können wir nun die Dicke bestimmen, bei welcher eine Mauer diesem Drucke hinreichenden Widerstand leistet. Betrachten wir zunächst an einer Mauer AC, Fig. 5, den Fall des Fortschiebens, nehmen wir an, daß die Erdmasse das Stück UC auf der Fläche UV hinschiebe. Setzen wir die obere Mauerbreite $CD = b$, die relative Böschung $= n$, und die Höhe $DU = x$, so erhalten wir die Breite $UV = b + nx$ und das Volumen von UC bei 1 Fuß Länge $= bx + \frac{nx^2}{2}$, also das Gewicht, wenn γ_1 die Dichtigkeit der Mauermasse bezeichnet, $G = \left(b + \frac{nx}{2}\right) x\gamma_1$. Für den Erddruck gegen DU hat man aber allgemein $P = (\frac{1}{2}x^2\gamma + qx) \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, daher ist denn für den Winkel $RKG = \beta$, welchen die Mittelkraft R mit der Richtung der Schwere einschließt,

Fig. 5.



Digitized by Google

$$tang.\ \beta = \frac{P}{G} = \frac{\frac{1}{2}x^2\gamma + qx}{\left(b + \frac{nx}{2}\right)x\gamma_1} \cdot \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2;$$ oder

Fortschieben der Mauer.

da β kleiner als ϱ, also $tang.\ \beta < \varphi$ sein muß,

$$\frac{\frac{1}{2}x\gamma + q}{\left(b + \frac{nx}{2}\right)\gamma_1} \cdot \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 < \varphi,$$ woraus nun die gesuchte Mauerdicke $b > \frac{\frac{1}{2}x\gamma + q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{nx}{2}$ sich ergiebt.

Für $x =$ Null erhält man die Dicke am Kopfe:

$b > \frac{q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, also für $q = 0$ auch $b = 0$; für $x = h$, die ganze Mauerhöhe eingesetzt, erhält man die gesuchte Mauerdicke $b > \frac{\frac{1}{2}h\gamma + q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{nh}{2}$.

Will man diese Formel auf einen Deich oder Teichdamm anwenden, so setze man $\varrho = 0$ und $q = 0$.

Dann folgt $b > \left(\frac{\gamma}{\varphi\gamma_1} - n\right)\frac{x}{2}$. (Vergl. I. §. 303).

Die Formeln geben allerdings für $q = 0$, d. i. wenn die Oberfläche der halb- oder ganzflüssigen Masse bis an die Mauerkappe steht, die obere Breite = Null; allein die Erfahrung hat gelehrt, daß man diese Breite, um die zerstörenden Wirkungen des Wetter- und Temperaturwechsels zu verhindern, nicht unter $2\frac{1}{2}$ Fuß machen soll.

Anmerkung. Der Reibungscoefficient für Mauer- und Ziegelsteine ist (I. §. 161), wenn sie unmittelbar auf einander liegen, = 0,67 bis 0,75; und wenn frischer Mörtel zwischen beiden liegt, nur 0,60 bis 0,70. Der eingetrocknete Mörtel wirkt nun auch durch Cohäsion oder Adhärenz, und es ist nach Boistard der Zusammenhang durch Mörtel auf einen Quadratfuß Fläche 800 bis 1500 Pfund; nach den neueren Versuchen von Morin aber 2000 bis 5000 Pfund.

§. 8. Man muß den activen und passiven Erddruck von einander unterscheiden. Activ ist die Wirkung des Erddruckes in dem seither betrachteten Falle, wo sich die Erde gegen ein passives Hinderniß stützt, passiv ist aber der Erddruck, wenn er einer activen Kraft hindernd in den Weg tritt, wenn er z. B. den Druck eines Gewölbes oder einer liegenden Mauer u. s. w. aufnimmt. Poncelet nennt diese Wirkung der Erdmassen butée des terres, und im Deutschen hat man ihr den Namen Hebekraft der Erde gegeben. Der Widerstand, welchen ein Körper dem Hinaufschieben auf einer schiefen Ebene entgegensetzt, ist größer als die Kraft, welche nöthig ist, um einen Körper an dem Herabgleiten auf

Hebekraft der Erde.

Hebekraft der Erde. einer schiefen Ebene zu verhindern; gerade so ist es auch bei den lockeren Massen, der Widerstand, welchen sie einer horizontal bewegten Vertikalfläche entgegensetzen, ist ebenso auch größer als die Kraft, mit welcher sie gegen eine ruhende Vertikalebene drücken. Während wir oben nach I. §. 162 die letztere Kraft $P = G\,tang.\,(\alpha - \varrho)$ gesetzt haben, müssen wir den Widerstand der Erde nach demselben Satze $P = G\,tang.\,(\alpha + \varrho)$, oder da G das Gewicht $\frac{1}{2} h^2 \gamma\, cotang.\,\alpha$ des Druckprismas ADE, Fig. 6, ist $P = \frac{1}{2} h^2 \gamma\, cotang.\,\alpha\, tang.\,(\alpha + \varrho)$ setzen. Dieser Widerstand P ist nun noch von dem Winkel $AED = \alpha$ abhängig, unter welchem die fingirte Trennungsebene den Horizont durchschneidet, und ist auch für einen gewissen Werth von α ein Minimum. Um aber diesen Werth zu finden, setzen wir $cotang.\,\alpha\, tang.\,(\alpha + \varrho) = \frac{sin.\,(2\alpha + \varrho) + sin.\,\varrho}{sin.\,(2\alpha + \varrho) - sin.\,\varrho}$, und wir sehen hieraus sogleich, daß dieser ein Minimum ist, wenn $sin.\,(2\alpha + \varrho)$ so groß wie möglich, d. i. $2\alpha + \varrho = 90^0$, also $\alpha = 45^0 - \frac{\varrho}{2}$ wird. Führen wir nun diesen Werth in die Formel für P ein, so erhalten wir den kleinsten Widerstand des Erdreiches:

Fig. 6.

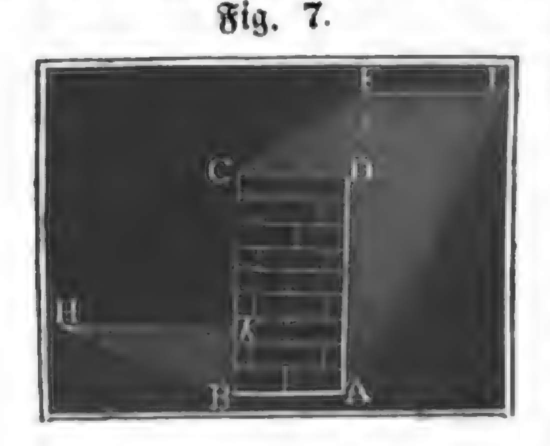
$$P = \tfrac{1}{2} h^2 \gamma\, cotang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)$$

$$= \tfrac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Dies ist aber auch der Widerstand, mit welchem die Erde oder eine andere lockere Masse einer bewegenden Kraft überhaupt widersteht; denn so wie diese Kraft jenen Widerstand nur wenig übertrifft, so tritt auch ein Nachgeben der Masse ein.

Grundtiefe. §. 9. Von der passiven Wirkung des Erddruckes läßt sich beim Gründen der Stütz- und anderer Mauern Gebrauch machen. Ist der Boden, auf dem die Stützmauern zu stehen kommen, lettig oder von Wasser durchdrungen, so geht der Reibungscoefficient zwischen der Mauer und dem Grunde wohl bis auf 0,3 herab, und dann ist es leicht möglich, daß die Mauer ausgleitet. Es ist deshalb nöthig, in diesem Falle so tief Grund auszugraben, bis der passive Druck auf der äußeren

Fig. 7.



Seite in Vereinigung mit der Reibung am Boden dem activen Drucke auf der innern Seite das Gleichgewicht hält. Grundtiefe

Ist G das Gewicht der Stützmauer AC, Fig. 7, also φG ihre Reibung auf dem Grunde AB, ist h die Höhe der Erdmasse auf der innern und h_1 die Höhe der Erdmasse auf der äußern Seite, sind ferner ϱ und γ der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für jene und ϱ_1 und γ_1 der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für diese Erdmasse, so hat man hiernach zu setzen:

$$\varphi G + \tfrac{1}{2} h_1^2 \gamma_1 \left[tang. \left(45^0 + \frac{\varrho_1}{2}\right)\right]^2 = \tfrac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

und daher die Tiefe BK des Grundes für diese Mauer:

$$h_1 = \sqrt{\frac{h^2\gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - 2\varphi G}{\gamma_1}} \,.\, tang. \left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2}\right).$$

Der Sicherheit wegen führt man noch einen Stabilitätscoefficienten 1,4 ein, und wendet daher die Tiefe

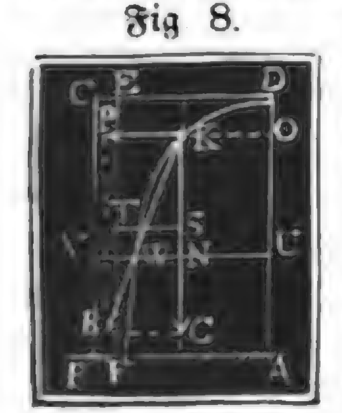
$$h_1 = 1{,}4\, tang. \left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2}\right) \sqrt{\frac{h^2\gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - 2\varphi G}{\gamma_1}} \text{ an.}$$

Beispiel Wie tief muß eine parallelepipedische Mauer von 8 Fuß Breite und 13 Fuß Höhe von außen im Grunde stehen, damit sie innen den Druck des vom Fuße bis zum Kopfe der Mauer stehenden Wassers auszuhalten vermag, ohne auszugleiten? Hier ist $\varrho = 0$, $\gamma = 66$ Pfund, $h = 13$ Fuß, ferner $\varphi = 0{,}3$, $\varrho_1 = 30^0$, $\gamma_1 = 1{,}6 \,.\, 66 = 105{,}6$ Pfund, und G, wenn man die Dichtigkeit der Mauer $= 2 \,.\, 66 = 132$ Pfund annimmt, $= 8 \,.\, 13 \,.\, 132 = 13728$ Pfund, daher die gesuchte Grundtiefe: $h_1 = 1{,}4 \,.\, tang. (45^0 - 15^0) \sqrt{\frac{13^2 \,.\, 66 - 2 \,.\, 0{,}3 \,.\, 13728}{105{,}6}}$

$$= 1{,}4\, tang\; 30 \sqrt{\frac{11154 - 8237}{105{,}6}} = 1{,}4 \,.\, 0{,}57735 \sqrt{\frac{2917}{105{,}6}} = 4{,}25 \text{ Fuß.}$$

§. 10. Um die Stabilität einer Stütz- oder Futtermauer in Hinsicht auf Drehung (s. I. §. 130) beurtheilen zu können, ist es nöthig, daß man die Widerstandslinie derselben ermittele. Der Einfachheit wegen nehmen wir zunächst eine parallelepipedische Mauer AC, Fig. 8, vor. Hätte man es nur mit einer einzigen Horizontalkraft $KP = P$ zu thun, deren Angriffspunkt um $DO = a$ von der Mauerkappe CD absteht, so wäre die Widerstandslinie eine Hyperbel, wie sich aus folgender einfachen Betrachtung ergiebt. Aus der Kraft P, deren Angriffspunkt wir nach der vertikalen Schwerlinie der Mauer verlegen, und aus dem Gewichte G eines Mauerstückes $UVCD$ folgt die Mittelkraft R, welche UV in einem Punkte W der gesuchten Widerstandslinie schneidet. Drehen der Stützmauer.

Fig 8.

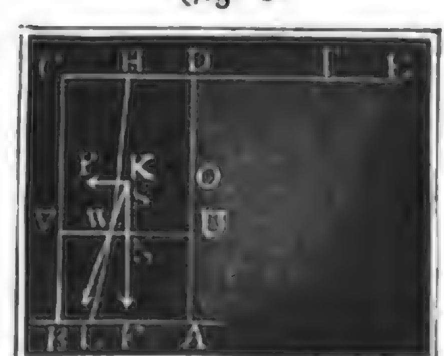


Drehen der Stützmauer.

Setzen wir nun die Breite $AB = CD$ der Mauer $= b$, die Dichtigkeit derselben $= \gamma_1$, die Abscisse $KN = x$ und die Ordinate $NW = y$, so haben wir $G = (a + x)\, b\gamma_1$, und wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke KWN und KRG: $\frac{WN}{KN} = \frac{RG}{KG}$, d. i. $\frac{y}{x} = \frac{P}{(a + x)\, b\gamma_1}$, folglich die Gleichung der Widerstandslinie: $y = \frac{Px}{(a + x)\, b\gamma_1}$.

Hiernach ist für $x = 0$, auch $y = 0$, dagegen für $x = \infty$, $y = \frac{P}{b\gamma_1}$, und für $x = -a$, $y = -\infty$; es geht also die krumme Widerstandslinie durch den Punkt K und hat nicht allein die Horizontale CD, sondern auch eine Vertikallinie EF zur Asymptote, welche um $ST = \frac{P}{b\gamma_1}$ vom Schwerpunkte S der ganzen Mauer absteht.


Fig. 9.



Anders ist es allerdings bei einer den Erd- oder Wasserdruck aufnehmenden Mauer AC, Fig. 9, denn hier ist die Größe a veränderlich, weil die Kraft P gegen die Fläche DU um ein Drittel der Höhe DU über U angreift. Führen wir den Endpunkt der Vertikallinie durch S als Coordinatenanfangspunkt ein, setzen also $HN = x$; so erhalten wir

$\frac{y}{\frac{1}{3}x} = \frac{P}{bx\gamma_1}$, oder $P = \frac{1}{2}x^2\gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$ gesetzt,

$y = \frac{\gamma}{6\, b\gamma_1} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 . \, x^2$. Diese Gleichung entspricht einer gemeinen Parabel mit der Abscisse y und Ordinate x.

Nehmen wir aber an, daß die Erdmasse noch um die Höhe h_1 über dem Mauerkopfe aufgetragen ist, so müssen wir die Proportion

$\frac{y}{\frac{1}{3}(x + h_1)} = \frac{\frac{1}{2}\gamma}{bx\gamma_1} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 (x + h_1)^2$ ansetzen, weshalb wir die Gleichung $y = \frac{\gamma}{6b\gamma_1} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \frac{(x + h_1)^3}{x}$ erhalten.

§. 11. Die Stabilität einer Stütz- oder Futtermauer fordert nun, daß die Widerstandslinie nicht nur innerhalb der Mauer bleibe, sondern auch der äußern Mauerfläche nicht sehr nahe komme (II §. 6). Der berühmte Marschall Vauban giebt die praktische Regel: es soll die Widerstandslinie die Basis der Mauer in einem Punkte schneiden, dessen Entfernung von der vertikalen Schwerlinie der Mauer höchstens $\frac{4}{9}$ der Entfernung der äußersten Mauerkante von eben dieser Schwerlinie ist. Nen-

nen wir nach Poncelet die Reciproke dieser Zahl, oder das Verhältniß $\frac{FB}{FL}$ zwischen der Entfernung der äußersten Kante von der vertikalen Schwerlinie und zwischen der Entfernung des Durchschnittspunktes L der Widerstandslinie von eben dieser Schwerlinie den Stabilitätscoefficienten und bezeichnen wir ihn allgemein durch δ, so erhalten wir für die Stabilität einer den Erddruck aufnehmenden parallelepipedischen Mauer, indem wir in der letzten Formel statt x die Mauerhöhe h und statt y, $\frac{\frac{1}{2}b}{\delta}$ einführen: $\frac{b}{2\delta} = \frac{\gamma}{6b\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \frac{(h+h_1)^3}{h}$, Drehen der Stützmauer.

und daher die erforderliche Mauerdicke:

$$b = (h + h_1)\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1} \cdot \frac{h+h_1}{h}}.$$

Führt man für $\delta = \frac{9}{4}$ und für $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ den Mittelwerth $\frac{2}{3}$ ein, so erhält man

$$b = 0{,}707\,(h + h_1)\sqrt{\frac{h+h_1}{h}} \cdot tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right).$$

Nimmt man $\varrho = 30^0$, so erhält man $b = 0{,}4\,(h + h_1)\sqrt{\frac{h+h_1}{h}}$.

Poncelet giebt für Fälle, wo h_1 zwischen 0 und $2h$ enthalten ist,

$b = 0{,}865\,(h + h_1)\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}$, und annähernd

$b = 0{,}285\,(h + h_1)$ an.

Beispiel. Welche Dicke muß eine parallelepipedische Mauer erhalten, welche bei 28 Fuß Höhe einen Haldensturz von 35 Fuß aufhalten soll, vorausgesetzt, daß die Dichtigkeit der Mauer 2,4 . 66 = 158,4 Pfund, die Dichtigkeit des Haldensturzes (grober Gesteinstücke) = 1,3 . 66 = 85,8 Pfund ist, und der Reibungswinkel 50° beträgt? Nach der Formel von Poncelet ist

$$b = 0{,}865 \,.\, 35\, tang.\,(45^0 - 25^0)\sqrt{\frac{13}{24}} = 30{,}3 \,.\, \sqrt{\frac{13}{24}} \,.\, tang.\, 20^0 = 8{,}11 \text{ Fuß}.$$

§. 12. Zur Erleichterung der Rechnung hat Poncelet eine besondere Tabelle berechnet, welche die gegebenen Werthe von $\frac{h_1}{h}$, $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ und ϱ entsprechenden Werthe von $\frac{b}{h}$ enthält. Von ihr ist folgende Tabelle nur ein Auszug. Uebrigens sind hierin zwei Fälle von einander unterschieden, nämlich der Fall, wenn die Masse so hoch steht, daß sie, wie Fig. 7 zeigt, die ganze Mauerkappe bedeckt, und der Fall, wenn, wie in Fig. 10 zu sehen ist, die Masse um 0,2 der Höhe h von der äußern Mauerfläche zurücksteht, daß also ein 0,2 . h breiter Wallweg CL oder eine sogenannte Berme frei bleibt. Die Einrichtung und der Gebrauch dieser Tabelle sind aus den Ueberschriften erklärlich. Poncelet's Tabelle.

Poncelet's Tabelle.

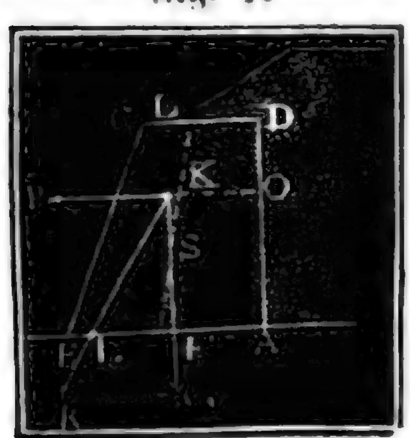
Werthe von $\frac{h_1}{h}$	Werthe von $\frac{b}{h}$ für $\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1$; $\varphi = 0,6$. Berme: = 0	= 0,2 *h*	$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1$; $\varphi = 1,4$. Berme: = 0	= 0,2 *h*	$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1,5$; $\varphi = 1$. Berme: = 0	= 0,2 *h*	= *b*	$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{5}{3}$; $\varphi = 0,6$. Berme: = 0	= 0,2 *h*	$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{5}{3}$; $\varphi = 1,4$. Berme: = 0	= 0,2 *h*
0,0	0,452	0,452	0,258	0,258	0,270	0,270	0,270	0,350	0,350	0,195	0,198
0,1	0,498	0,507	0,282	0,290	0,303	0,306	0,303	0,393	0,398	0,222	0,229
0,2	0,548	0,563	0,309	0,326	0,336	0,342	0,326	0,439	[illegible]	0,249	0,262
0,3	0,604	0,618	0,338	0,361	0,368	0,375	0,343	0,485	0,489	0,274	0,283
0,4	0,665	0,670	0,369	0,394	0,399	0,405	0,357	0,532	0,522	0,303	0,299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,423	0,436	0,431	0,368	0,579	0,549	0,332	0,314
0,6	0,778	0,754	0,436	0,450	0,477	0,457	0,377	0,617	0,572	0,360	0,328
0,7	0,824	0,790	0,472	0,476	0,512	0,481	0,385	0,645	0,593	0,387	0,343
0,8	0,847	0,820	0,510	0,501	0,544	0,504	0,391	0,668	0,610	0,413	0,357
0,9	0,903	0,848	0,541	0,524	0,575	0,523	0,398	0,690	0,624	0,437	0,371
1,0	0,930	0,873	0,571	0,546	0,605	0,540	0,405	0,707	0,636	0,457	0,384
1,4	1,023	0,945	0,684	0,624	0,696	0,602	0,416	0,762	0,672	0,537	0,428
2,0	1,107	1,004	0,812	0,714	0,795	0,655	0,425	0,811	0,705	[illegible]	0,475
3,0	1,180	1,060	0,981	0,835	0,892	0,717	0,435	0,852	0,731	0,726	0,531
5,0	1,247	1,101	1,206	0,994	1,002	0,779	0,445	0,883	0,751	0,862	0,596
10,0	1,283	1,137	1,508	1,182	1,109	0,839	0,452	0,909	0,771	1,013	0,667
20,0	1,309	1,156	1,757	1,327	1,171	0,878	0,456	0,922	0,780	1,129	0,712
30,0	1,316	1,162	1,866	1,389	1,194	0,894	0,458	0,926	0,783	1,174	0,730
∞	1,337	1,175	2,144	1,541	1,243	0,927	0,461	0,934	0,789	1,279	0,769

In dieser Tabelle sind vorzüglich die Grenzwerthe berücksichtigt; so entspricht z. B. $\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1$ ziemlich der einen und $\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{5}{3}$ der andern Grenze, ferner kommt φ oder $tang.\, \varrho = 0,6$ bei der lockersten und $\varphi = 1,4$ bei der dichtesten Erde vor. In vielen Fällen der Anwendung ist es nöthig, das gesuchte Verhältniß durch Interpoliren zu ermitteln.

Die angegebenen Werthe beziehen sich auf parallelepipedische und mit Mörtel aufgeführte Mauern. Haben die Mauern eine äußere Böschung $= 0,2$, so gilt die gefundene Breite b nicht für die Sohle, sondern für den Querschnitt $\frac{1}{9}$ der Mauerhöhe über der Sohle; und ist die Mauer trocken aufgeführt, so muß man der Dicke ein Viertel zu setzen.

Beispiel. Es soll für eine 22 Fuß hohe Erdmasse, deren Reibungswinkel 45° ist, die Stärke einer 12 Fuß hohen Stützmauer gefunden werden, deren Dichtigkeit 1,5mal so groß als die der Erdmasse ist, unter der Voraussetzung, daß die Mauerkappe ganz frei bleibt. Hier ist $h = 12$ und $h_1 = 22 - 12 = 10$, daher $\frac{h_1}{h} = 5/6 = 0,83..$; ferner $\frac{\gamma'}{\gamma} = 1,5$ und $\varphi = 1$, daher findet man in der sechsten Zeile $\frac{b}{h} = 0,391$ oder genauer $= 0,393$, und sonach die gesuchte Mauerdicke $b = 0,393 . 12 = 4,72$ Fuß. Poncelet's Tabelle.

Fig. 10



§. 13. Ist eine Mauer geböscht oder bildet deren Querprofil ein Trapez AC, Fig. 10, so läßt sich ihre Dicke in Hinsicht auf Sicherheit gegen Drehung genau nur durch einen complicirteren Ausdruck bestimmen. Denken wir uns zugleich die Basis AB als Trennungsebene, und setzen wir hier $KF = OA = x$ und $FL = y$, so erhalten wir wieder $\frac{y}{x} = \frac{P}{G}$ und Geböschte Futtermauer.

$\overline{FB} = \delta y = \frac{\delta P x}{G}$. Nun ist aber $x = 1/3 (h + h_1)$ und $P = 1/2 (h + h_1)^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, und wenn b die obere Breite und n die relative Böschung, also nh die absolute Böschung bezeichnet, $G = (bh + 1/2 nh^2) \gamma_1$, daher folgt

$$\overline{FB} = \frac{\delta \gamma}{\gamma_1} . \frac{(h + h_1)^3 . \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{6h (b + 1/2 nh)}$$

Die Entfernung $\overline{BF}$ der äußern Mauerkante von der vertikalen Schwerlinie ist aber der Lehre vom Schwerpunkte zufolge

$$= \frac{b + nh}{2} + \frac{3b + nh}{2b + nh} . \frac{nh}{6} = \frac{3b^2 + 6nhb + 2n^2h^2}{3(2b + nh)},$$ es läßt sich daher setzen: $3b^2 + 6nhb + 2n^2h^2 = \frac{\delta\gamma}{\gamma_1} . \frac{(h+h_1)^3}{h}\left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, und hieraus folgt die obere Mauerdicke

$$b = -nh + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1} . \frac{(h + h_1)^3}{h}\left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + 1/3 n^2 h^2}.$$

Anmerkung 1. Ist auch die innere Fläche der Futtermauer geböscht, so hat man es auch mit einem andern Prisma des größten Druckes zu thun, weil die von der Mauer aufgenommene Kraft nicht mehr horizontal ist. Die Verhältnisse werden hier überhaupt verwickelter, weswegen wir es dabei bewenden lassen müssen, die betreffenden Schriften zu citiren.

Anmerkung 2. Der erste gründliche Schriftsteller über den Erddruck ist von Coulomb. S. Théorie des machines simples par Coulomb. Weiter verfolgte diesen Gegenstand Prony in seinen Leçons sur la poussée des terres

Literatur. (1802); nächstdem findet man den Gegenstand gut und gedrängt bearbeitet in Navier's Leçons sur l'application de la mécanique etc. T. I. Ein besonderes Werk, in welchem auch die Beobachtungen und Theorien über den Erddruck aller seiner Vorgänger abgehandelt werden, lieferte Mayniel (1808) unter dem Titel: Traité expérimental etc. de la poussée des terres. Neue und namentlich sehr im Großen ausgeführte Versuche sind von C. Martony de Köszegh angestellt und in folgendem Werke veröffentlicht worden: Versuche über den Seitendruck der Erde, ausgeführt auf höchsten Befehl u. s. w. und verbunden mit den theoretischen Abhandlungen von Coulomb und Français, Wien, 1828. Das vollständigste Werk über den Erddruck u. s. w. hat aber Poncelet geliefert. Es ist dasselbe aus dem Mémorial de l'officier du génie (1838) vom Herrn Lahmeyer übersetzt und unter folgendem Titel herausgegeben worden: »Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, Braunschweig 1844.« Gut und zum Theil eigenthümlich behandelt den Erddruck Moseley in seinen Mechanical principles of Engineering and Architecture. Auch Hagen handelt dieses Kapitel im zweiten Theile seiner Wasserbaukunst kurz ab, und verfolgt dabei eine besondere Ansicht. Ferner ist neu erschienen: Nouvelles Expériences sur la poussée des terres, par Audé Paris 1849. Auch gehört hierher die Schrift: Recherches expérimentales sur les Glissemens spontanés des Terrains argileux, par Alex. Collin, Paris 1846, wovon ein deutscher Auszug in Bornemann's rc. Ingenieur, Band I., zu finden ist. Endlich findet man einen Artikel über diesen Gegenstand in den Proceedings of the Royal Irish Academy, Vol. IV., Part. II. von John Neville, unter dem Titel: »An Investigation of some Formulae for Finding the Maximum Amount of Resistance acting in any direction required to sustain banks of earth or other materials etc.

Zweites Kapitel.

Die Theorie der Gewölbe.

Gewölbe. §. 14. Ein **Gewölbe** (franz. voûte; engl. arch) ist ein System von Körpern, welche mit ihren Seitenflächen so an einander stoßen und sich zwischen zwei feste Hindernisse so stützen, daß sie nicht allein unter sich, sondern auch mit gewissen Kräften von außen im Gleichgewichte bleiben. Diese Körper sind in der Regel Steine, und heißen deshalb auch **Gewölbsteine** (franz. voussoirs; engl. voussoirs, archstones). Die Flächen, in welchen die Gewölbsteine an einander stoßen, heißen **Gewölbfugen** (franz. joints; engl. beds, joints). Die Stützen, worauf ein Gewölbe ruht, heißen **Widerlager** (franz. pied-droits; engl. abutments), bei Brücken aber **Pfeiler** (franz. culées, piliers; engl. buttresses, piers). Von den Gewölbsteinen heißt der mittelste oder höchste **Schlußstein** (franz. clef; engl. key-stone) und diejenigen, welche an die Widerlager anstoßen, **Kämpfer** (franz. coussinets; engl. imposts). Ein Gewölbe wird zum größten Theil von zwei mehr oder weniger gekrümmten Flächen, den sogenannten **Wölbflächen** oder **Wölbungen** begrenzt, und von ihnen

ist die äußere (franz. und engl. extrados) und die innere Wölbung (franz. und engl. intrados) zu unterscheiden. Gewölbe.

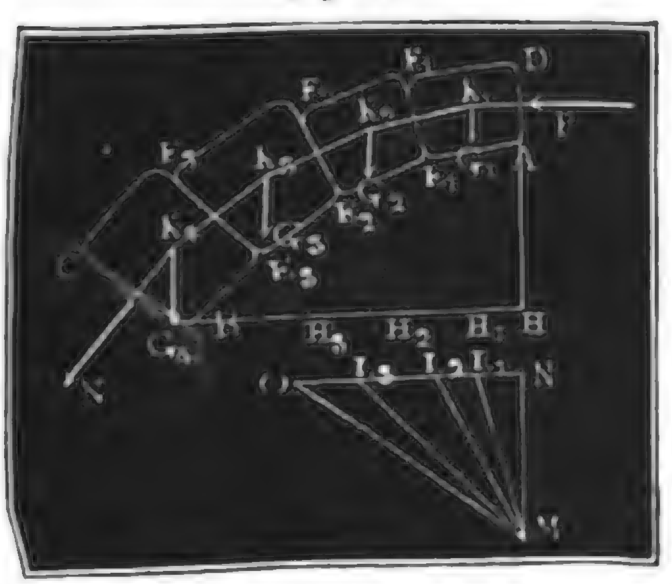
Es giebt in Hinsicht auf die Wölbflächen sehr verschiedene Gewölbe. Am häufigsten kommen die cylindrischen oder Tonnen-Gewölbe vor, bei denen die Wölbungen cylindrische Flächen bilden. Seltener sind die Kegelgewölbe, so wie die Kloster- und Kuppelgewölbe. Wir handeln hier nur von den Cylindergewölben, und zwar nur von den horizontalen, d. h. von denjenigen, welche eine horizontale Axe haben. Solche Gewölbe sind außer den Wölb- und Widerlagsflächen auch noch von zwei parallelen Vertikalflächen, den sogenannten Stirnflächen (franz. paremenents; engl. faces) begrenzt. Je nachdem nun die Stirnflächen eines Gewölbes recht- oder schiefwinkelig gegen die geometrische Axe dieser Gewölbe stehen, heißen diese gerade oder schiefe Gewölbe (franz droites oder biaises; engl. direct oder oblique auch skew arches). Die geraden Tonnengewölbe (franz. voûtes en berceau) kommen am häufigsten vor; in neueren Zeiten, namentlich bei den Brücken für Eisenbahnen, sind aber auch nicht selten die schiefen Brücken in Anwendung

Kreuz- oder Klostergewölbe (franz. voûtes d'arête; engl cross-arched vaults) sind sich durchkreuzende Tonnengewölbe. Kuppel- oder Kesselgewölbe (franz. voûtes en domes; engl. domes oder cupolas) sind Gewölbe, deren Innenfläche durch Umdrehung einer Curve um eine vertikale Axe entsteht.

In Beziehung auf die Wölbung giebt es sehr verschiedene Tonnengewölbe. Der Querschnitt der Wölbflächen kann die Kreisform haben, er kann elliptisch sein, er kann eine Kettenlinie bilden, er kann aus Kreisbogen zusammengesetzt sein, und er kann sogar eine gerade Linie bilden. Man hat hiernach Kreisgewölbe, elliptische, Ketten-, Korb- und scheidrechte Gewölbe.

Anmerkung. Es ist in der Folge vorzüglich nur von dem Kreisgewölbe die Rede.


Fig. 11.



§. 15. Untersuchen wir zunächst das Gleichgewicht einer Reihe an einander gestellter Körper wie AF_1, E_1F_2, E_2F_3 u. s. w., Fig. 11, und lassen wir noch die Reibung und Adhäsion zwischen den Fugen oder Berührungsflächen E_1F_1, E_2F_2 u. s. w. außer Acht. Bezeichnen wir die Gewichte der Gewölbsteine AF_1, E_1F_2, E_2F_3 u. s. w. durch G_1, G_2, G_3 u. s. w. und die Neigungswinkel der Ge- Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung.

Digitized by Google

Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung.

wölbfugen, d. i. $E_1 H_1 B$, $E_2 H_2 B$ u. s. w. durch α_1, α_2 u. s. w. Soll nun eine Horizontalkraft P den Gewölbstein auf der durch die Fuge $E_1 F_1$ gebildeten schiefen Ebene $F_1 H_1$ erhalten, so ist nach I. §. 135, $P = G_1 \, tang. \alpha_1$, soll sie ebenso die Steinverbindung AF_2 auf der durch die zweite Fuge $E_2 F_2$ gebildeten Ebene $F_2 H_2$ erhalten, so muß sie $P = (G_1 + G_2) \, tang. \alpha_2$ sein. Da sie ebenso die Steinverbindung AF_3 deren Gewicht $G_1 + G_2 + G_3$ ist, auf der schiefen Ebene zu erhalten hat, so ist auch

$P = (G_1 + G_2 + G_3) \, tang. \alpha_3$; auch hat man

$P = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) \, tang. \alpha_4$ u. s. w.

Hieraus finden wir nun $G_1 = P \, cotang. \alpha_1$,
$G_2 = P \, cotang. \alpha_2 - G_1 = P \, (cotang. \alpha_2 - cotang. \alpha_1)$
$G_3 = P \, cotang. \alpha_3 - (G_1 + G_2) = P \, (cotang. \alpha_3 - cotang. \alpha_2)$
$G_4 = P \, (cotang. \alpha_4 - cotang. \alpha_3)$ u. s. w., und erhalten durch Vergleichung: $G_1 : G_2 : G_3 : G_4 \ldots = (cotang. \alpha_1 - cotang. 90^0) : (cotg. \alpha_2 - cotg. \alpha_1) : (cotang. \alpha_3 - cotg \, \alpha_2) : (cotg. \alpha_4 - cotg. \alpha_3)$ u. s. w., es verhalten sich also die Gewichte der Gewölbsteine zu einander wie die Differenzen der Cotangenten von den Neigungswinkeln der Gewölbfugen. Ziehen wir ML_1, ML_2 u. s. w. den Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. s. w. parallel, und durchschneiden wir alle diese Linien durch eine Horizontale ON, so bekommen wir eine Reihe von Dreiecken, zwischen deren Seiten sich ähnliche Abhängigkeiten nachweisen lassen, wie zwischen den Gewölbsteingewichten. Es ist nämlich $NL_1 = MN \, cotg \, \alpha_1$, $NL_2 = MN \, cotg. \alpha_2$, $NL_3 = MN \, cotg. \alpha_3$ u. s. w., daher auch $L_1 L_2 = MN \, (cotg. \alpha_2 - cotg. \alpha_1)$,
$L_2 L_3 = MN (cotg \, \alpha_3 - cotg. \alpha_2)$ u. s. w. Es giebt folglich die Division: $NL_1 : L_1 L_2 : L_2 L_3$ u. s. w. $= (cotg. \alpha_1 - cotg. 90^0) : (cotg. \alpha_2 - cotg \, \alpha_1) : (cotg. \alpha_3 - cotg. \alpha_2)$ u. s. w., und daher die Vergleichung mit dem Obigen $G_1 : G_2 : G_3$ u. s. w. $= NL_1 : L_1 L_2 : L_2 L_3$ u. s. w. Wenn daher MN den Horizontaldruck P repräsentirt, so werden die Abschnitte NL_1, $L_1 L_2$, $L_2 L_3$ u. s. w. die Gewichte G_1, G_2, G_3 u. s. w. der Gewölbsteine vorstellen können.

Noch giebt die Statik die Normaldrücke in den Gewölbfugen:

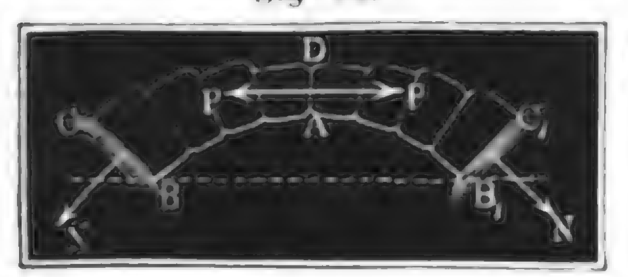
$N_1 = \frac{G_1}{cos. \alpha_1}$, $N_2 = \frac{G_1 + G_2}{cos. \alpha_2}$, $N_3 = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{cos \, \alpha_3}$ u. s. w. und

da nun $ML_1 = \frac{NL_1}{cos. \alpha_1} = \frac{G_1}{cos. \alpha_1}$, $ML_2 = \frac{G_2}{cos. \alpha_2}$, $ML_3 = \frac{G_3}{cos. \alpha_3}$ u. s. w. ist, so folgt noch $N_1 : N_2 : N_3$ u. s. w. $= ML_1 : ML_2 : ML_3$ u. s. w., es werden also die Normaldrücke zwischen den Steinen durch die Hypotenusen ML_1, ML_2, ML_3 u. s. w. repräsentirt.

Bei einem vollständigen Gewölbe $BCC_1 B_1$, Fig. 12, finden dieselben Verhältnisse statt, nur ist hier P der Horizontaldruck im Scheitel AD.

Bezeichnet hier G das Gewicht des halben Gewölbes, und α den Neigungswinkel der Widerlagsfugen, so hat man $P = G\ tang.\ \alpha$ und den Normaldruck in den Widerlagern: Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung.

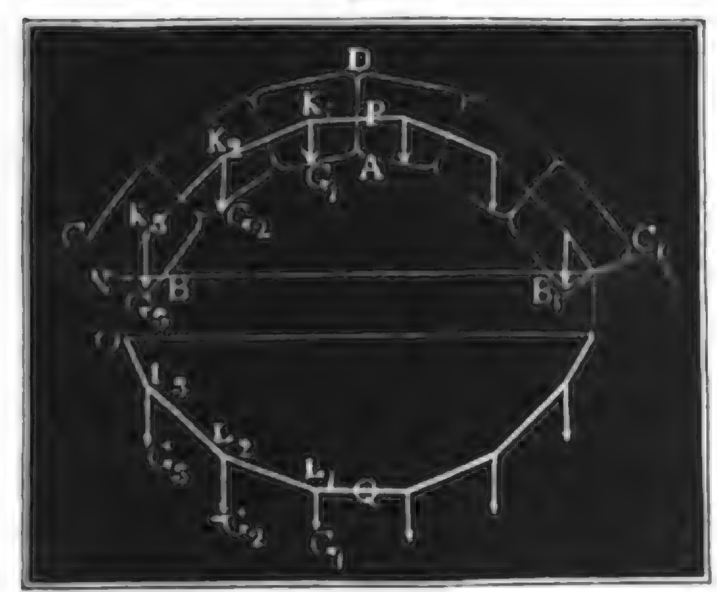
Fig 12.



$$N = \frac{G}{cos.\ \alpha} = \frac{P}{sin.\ \alpha}.$$ Es ist also der **Druck** (franz. poussée; engl. thrust) zwischen den Gewölbsteinen im Scheitel oder in der Nähe des Schlußsteines am kleinsten, es nimmt derselbe nach den Widerlagern hin immer mehr und mehr zu, und er ist in den Widerlagern am größten.

§. 16. Der Druck $N = \frac{P}{sin.\ \alpha}$ zwischen zwei Gewölbsteinen läßt sich in die Horizontalkraft $H = N\ sin.\ \alpha = P$ und in eine Vertikalkraft $V = N\ cos.\ \alpha = \frac{P\,cos.\ \alpha}{sin.\ \alpha} = P\ cotg.\ \alpha = G$ zerlegen. Es ist also der Horizontaldruck an allen Stellen eines Gewölbes einer und derselbe, und es ist der Vertikaldruck dem Gewichte des jedesmaligen Gewölbstückes zwischen der entsprechenden Gewölbfuge und dem Gewölbscheitel gleich. Genau dieselben Verhältnisse haben wir I. §. 143, für ein durch Gewichte G_1, G_2 u. s. w. gespanntes Seilpolygon gefunden, und wir können daher behaupten, daß ein Gewölbe BDB_1, F. 13, im Gleichgewichte ist, wenn seine gegen die Gewölbfugen rechtwinkelig stehenden Drucklinien ein Polygon $PK_1K_2 \ldots N$ bilden, welches einem umgekehrten Seilpolygon $QL_1L_2 \ldots O$ congruent ist, das von Gewichten G_1, $G_2 \ldots$ gespannt wird, die den Gewichten der Gewölbsteine gleich sind. Gewölblinien.


Fig. 13.



Bei einer unendlich großen Anzahl unendlich kleiner Gewichte geht das Seilpolygon in eine **Kettenlinie** über, ist daher die Zahl der Gewölbsteine unendlich groß, so bilden die Drucklinien derselben auch eine Kettenlinie. Die **gemeine Kettenlinie** bildet aber ein Seil, wenn gleich lange Stücke gleich belastet sind; dieselbe Curve bildet also auch die Drucklinie eines Gewölbes, wenn die gleich dicken Steine gleich schwer, also auch gleich hoch sind.

Digitized by Google

Gewölblinien. Besteht die innere Wölblinie in einem Kreisbogen AB, Fig. 14, und theilen die radiallaufenden Gewölbfugen dieselbe in lauter gleiche Theile $AE_1 = E_1E_2$ u. s. w., so findet man die dem Gleichgewicht des Gewölbes entsprechenden Höhen der Gewölbsteine, wenn man die erste Gewölbfuge E_1F_1 so weit verlängert, bis sie ein Perpendikel L_1N zur Scheitellinie AN abschneidet, welches der Höhe AD des ersten Gewölbsteines gleich ist; verlängert man nun dieses Perpendikel oder die Horizontale, so schneiden die übrigen ebenfalls verlängerten Fugenlinien hiervon die Höhen der übrigen Gewölbsteine ab, also $E_1F_1 = L_1L_2$, $E_2F_2 = L_2L_3$ u. s. w. Die Richtigkeit dieser Construction gründet sich darauf, daß man annähernd annehmen kann, die wie die Abschnitte NL_1, L_1L_2, L_2L_3 u. s. w. wachsenden Gewichte der Gewölbsteine verhalten sich wie die Höhen AD, E_1F_1, E_2F_2 ... der Gewölbsteine zu einander. Es ist hiernach auch leicht einzusehen, daß bei dem scheibrechten Gewölbe (franz. und engl. plate bande) ACC_1, Fig. 15, die Gewölbfugen nach einem und demselben Punkte M gerichtet sein müssen.

Fig 14.

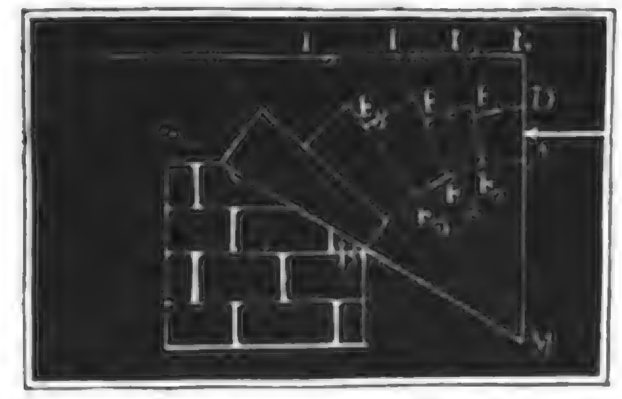
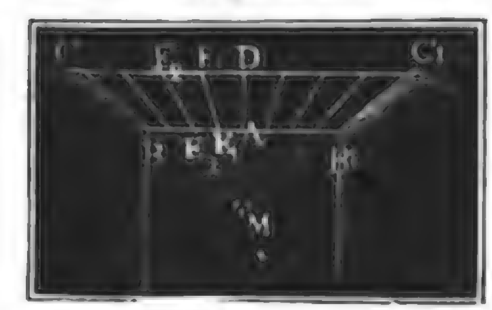


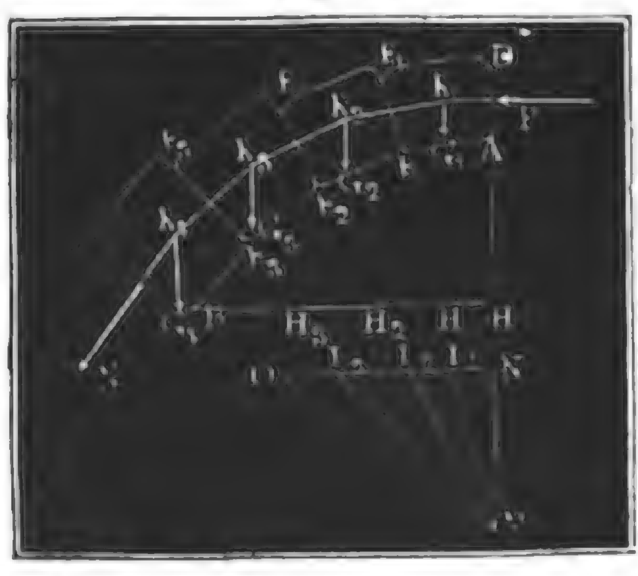
Fig. 15.



Anmerkung. Ist, wie gewöhnlich, das Gewölbe von oben belastet, so muß man natürlich zum Gewichte eines jeden Gewölbsteines noch den über ihm stehenden Theil der Belastung addiren, um die in den obigen Formeln eintretenden Gewichte G_1, G_2, G_3 u. s. w. zu erhalten.

Reibung zwischen den Gewölbsteinen. §. 17. Um für die Praxis brauchbare Formeln zu erhalten, ist es nöthig, noch die Reibung zwischen den Gewölbsteinen zu berücksichtigen. Eigentlich müßten wir auch noch auf die Cohäsion des Mörtels Rücksicht nehmen; da indessen auf diese nicht sehr zu rechnen ist und dieselbe sich sehr oft nach Wegnahme der Gerüste vernullt, so können wir diesen Zusammenhang außer Acht lassen. Bezeichnen wir wie-

Fig 16.



Digitized by Google

der die Gewichte der Gewölbsteine AF_1. E_1F_2 u. s. w., Fig. 16, durch G_1, G_2 u. s. w., so wie die Neigungswinkel der Gewölbfugen $E_1F_1, E_2F_2 \ldots$ gegen den Horizont mit, α_1, α_2, u. s. w. und setzen wir noch den Reibungswinkel $= \varrho$, so haben wir für die Horizontal- oder Normalkraft im Scheitel, welche das Herabgleiten in den Fugen verhindert (I. §. 162) die Werthe: $P_1 = G_1\ tang.\ (\alpha_1 - \varrho)$, $P_2 = (G_1 + G_2)\ tang.\ (\alpha_2 - \varrho)$, $P_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\ tang.\ (\alpha_3 - \varrho)$, u. s. w. Da die Winkel $\alpha - \varrho$, und also auch deren Tangenten, vom Scheitel des Gewölbes nach den Widerlagern zu abnehmen, die Gewichte $G_1, G_1 + G_2, G_1 + G_2 + G_3$ u. s. w. aber zunehmen, so bilden die Kräfte P_1, P_2, P_3 nicht immer eine wachsende Reihe, sondern es tritt oft später wieder eine Abnahme ein, es ist also eine von ihnen eines Maximum fähig. Damit nun die Gewölbsteinschicht in jedem Falle vor dem Herabgleiten gesichert werde, ist nöthig, daß die **Normalkraft im Scheitel diesem Maximalwerthe** gleich sei. Bei einem vollständigen Gewölbe ist also hiernach auch der Druck in dem Schlußsteine oder in der Schlußfuge diesem Maximalwerthe $(G_1 + G_2 + \ldots G_m)\ tang.\ (\alpha_m - \varrho)$ gleich. Reibung zwischen den Gewölbsteinen.

Käme es darauf an, die Gewölbstücke G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. s. w. auf den Gewölbfugen hinaufzuschieben, so hätte man (nach I., §. 162) im Scheitel die Normalkräfte $R_1 = G_1\ tang.\ (\alpha_1 + \varrho)$, $R_2 = (G_1 + G_2)\ tang. (\alpha_2 + \varrho)$, $R_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\ tang. (\alpha_3 + \varrho)$ u. s. w. nöthig. Wenn nun der Maximalwerth $P_m = (G_1 + G_2 + .. + G_m)\ tang.\ (\alpha_m - \varrho)$ den **Minimalwerth** $R_n = (G_1 + G_2 + .. + G_n)\ tang. (\alpha_n + \varrho)$ erreicht oder gar übertrifft, so folgt, daß das Gewölbstück $G_1 + G_2 + .. + G_n$ über dem darunterstehenden auf der zwischen befindlichen Fuge durch die Kraft im Schlußsteine hinaufgeschoben wird; und es läßt sich also behaupten, daß ein Gewölbe überhaupt nur dann Stabilität besitze, wenn der Minimalwerth $R_n = (G_1 + G_2 + .. + G_n)\ tang.\ (\alpha_n + \varrho)$ größer ist als der Druck im Scheitel oder der Maximalwerth von

$$P_m = (G_1 + G_2 + .. + G_m)\ tang.\ (\alpha_m - \varrho).$$

Was die Reihe der Werthe R_1, R_2, R_3 u. s. w. betrifft, so sieht man leicht ein, daß für $\alpha + \varrho = 90^0$, oder $\alpha = 90^0 - \varrho$, wo $tang. (\alpha + \varrho) = \infty$ ist, der entsprechende Werth $R = (G_1 + G_2 + \ldots)\ tang.\ (\alpha + \varrho)$ ebenfalls unendlich wird, daß also in den Gewölbfugen, deren Neigung gleich oder größer als $90^0 - \varrho$ ist, ein Hinaufschieben nie eintreten kann. Für Neigungswinkel unter $90^0 - \varrho$ fallen dagegen die Tangenten wieder endlich, und zwar um so kleiner aus, je kleiner diese Winkel, je näher also die entsprechenden Widerlagern den Widerlagern sind; da aber die Gewichte der Gewölbstücke nach den Fugen zu immer größer und größer werden, so folgt allerdings, daß es für Fugenwinkel zwischen 0 und $90^0 - \varrho$ einen Werth

Digitized by Google

Reibung zwischen den Gewölbsteinen. von R_n geben kann, welcher kleiner als jeder andere ist, und daher auch größer sein muß als der Maximalwerth P_m von P, wenn das Gewölbe im Gleichgewichte bleiben soll.

Da der Reibungswinkel selbst für glatt bearbeitete Gewölbsteine noch beträchtlich, nämlich nach Rondelet $= 30^0$, also $tang\ \varrho = 0{,}57735$ beträgt, so ist, zumal bei den gewöhnlichen Kreisgewölben, der Minimalwerth von R fast immer größer als der Maximalwerth P_m oder der Druck im Scheitel, und daher ein Auswärtsschieben der Steine nur selten möglich.

Anmerkung. Das Einstürzen der Gewölbe durch Gleiten kann auf zweierlei Weise erfolgen, je nachdem die Fuge des Maximalwerthes über oder unter der Fuge des Minimaldruckes liegt. Im ersten Falle gleiten die Seitentheile aus, und das Kopfstück abwärts (Fig. 17), im zweiten Falle erfolgt ein umgekehrtes

Fig. 17.

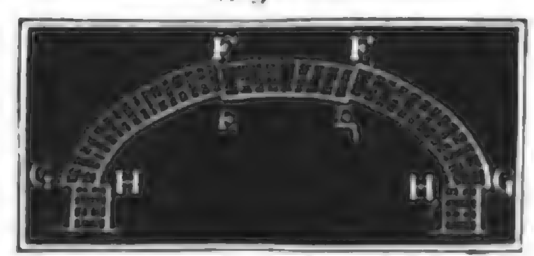
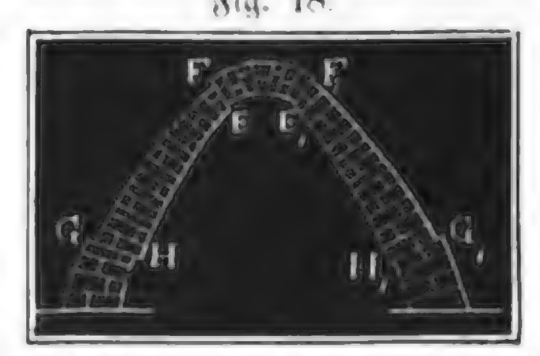


Fig. 18.

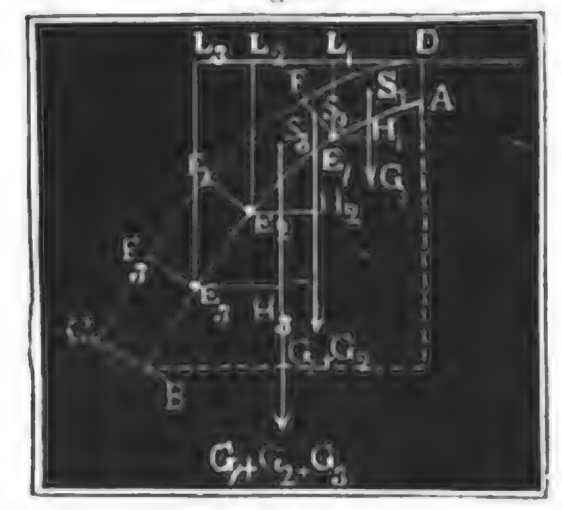


Gleiten (Fig. 18). Dieser zweite Fall kommt höchst selten und bei den gewöhnlichen Kreisgewölben nie vor, weswegen wir ihn in der Folge nicht weiter in Betracht ziehen werden.

Kippen der Gewölbsteine. § 18. Ein Gewölbe kann nicht allein durch Gleiten, sondern auch durch Drehen oder Kippen um die äußere oder innere Kante einer Gewölbfuge einstürzen; ja es ist sogar dieser Fall der gewöhnlichere und das Einstürzen durch Gleiten der seltenere Fall.

Die Stabilitätsverhältnisse in Beziehung auf Drehung kennen zu lernen, müssen wir zunächst die im Scheitelpunkte D, Fig. 19, nöthigen Kräfte P_1, P_2, P_3 u. s. w. ermitteln, welche eine Drehung der Gewölbsteine um die inneren Kanten E_1, E_2, E_3 u. s. w. der Gewölbfugen verhindern, und nun untersuchen, welche die größten von diesen Kräften ist. Bezeichnet man die Hebelarme $E_1 L_1$, $E_2 L_2$, $E_3 L_3$... der Kraft P in Hinsicht auf die als Umdrehungsaxen anzusehenden Punkte E_1, E_2, E_3 u. s. w. durch a_1, a_2, a_3 u. s. w. und

Fig. 19.



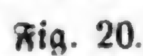
die Hebelarme $E_1 H_1$, $E_2 H_2$, $E_3 H_3$... der Gewichte G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. s. w. in Hinsicht auf eben diese Axen durch b_1, b_2, b_3

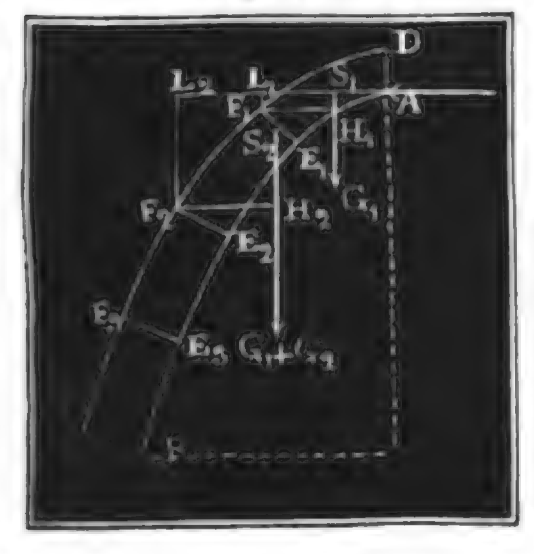
u. s. w., so hat man für die Kraft P im Scheitelpunkte die Werthe Kippen der Gewölbsteine.

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} G_1,\ P_2 = \frac{b_2}{a_2}(G_1 + G_2),\ P_3 = \frac{b_3}{a_3}(G_1 + G_2 + G_3) \text{ u. s. w.}$$

Nun nehmen aber vom Scheitel nach den Widerlagern hin nicht allein die Factoren b_n und $G_1 + G_2 + .. + G_n$ des Zählers zu, sondern es wächst auch der Nenner a_n; es ist daher auch einer von den Werthen P_1, P_2, P_3 u. s. w ein Maximum, und zur Herstellung des Gleichgewichts nöthig, daß die effective Kraft P_m im Scheitel ihm gleich sei. Man nennt diejenige Fuge, welcher die größte oder die Kraft in dem Scheitel überhaupt entspricht, die **Bruchfuge** (franz. joint de rupture; engl. joint of rupture), weil in ihr eine Trennung durch Drehung um die untere Kante zuerst erfolgt, wenn die Kraft P_m im Scheitel nachläßt. Sie ist durch den **Bruchwinkel** (franz. angle de rupture; engl. angle of rupture) bestimmt, den die Ebene derselben mit dem Horizonte (oder mit der Verticalen) einschließt. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß der Bruchwinkel diejenige Stelle im Gewölbe angiebt, wo die im Scheitelpunkte D anfangende Widerstandslinie die innere Gewölblinie berührt.

Vergleicht man nun die das Drehen des Gewölbes nach innen verhindernde Maximalkraft mit der nach §. 17 zu bestimmenden, das Gleiten des Gewölbes nach innen verhindernden Maximalkraft, so wird man allerdings in den meisten Fällen finden, daß jene Kraft größer ist als diese, weshalb daher in der Regel **der Druck im Scheitel eines Gewölbes gleich der größten von allen den Kräften P_1, P_2, P_3 u. s. w. ist, welche dem Umdrehen der Gewölbstücke G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. s. w. um die inneren Kanten begegnen.** Hat man nun einmal diesen Druck im Scheitel des Gewölbes ermittelt, so ist es leicht, die Drücke an jeder andern Stelle des Gewölbes zu finden.


Fig. 20.



Zu den Ausnahmen gehört es, wenn Gewölbe dadurch umstürzen, daß sich die Gewölbstücke nach außen drehen. Um die Möglichkeit dieser Art des Einstürzens durch den Calcul nachzuweisen, nimmt man den Angriffspunkt der Kraft P im untern Punkt A, Fig. 20, der Schlußfuge an, weil hier die Hebelarme in Hinsicht auf Drehung um F_1, F_2, F_3 u. s. w. am kleinsten, also die entsprechenden Kräfte am größten sind. Bezeichnet man nun die Hebelarme F_1L_1, F_2L_2, F_3L_3 u. s. w. wieder durch a_1, a_2, a_3 u. s. w. und die Hebelarme F_1H_1, F_2H_2, F_3H_3 u. s. w. der Gewichte G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$

Digitized by Google

Kippen der Gewölbsteine. u. s. w. durch b_1, b_2, b_3 u. s. w., so hat man auch die Werthe für P: $P_1 = \frac{b_1}{a_1} G$, $P_2 = \frac{b_2}{a_2} (G_1 + G_2)$, $P_3 = \frac{b_3}{a_3} (G_1 + G_2 + G_3)$, und ist nun der kleinste dieser Werthe größer als der Druck im Schlußstein oder die größte der Kräfte, welche das Einstürzen nach innen verhindern, so besitzt das Gewölbe Stabilität; außerdem aber tritt ein Zusammenstürzen ein.

Anmerkung. Das Zusammenstürzen des Gewölbes durch Drehen oder Kippen kann ebenfalls auf zweierlei Weise vor sich gehen, je nachdem die Bruchfuge des

Fig. 21.

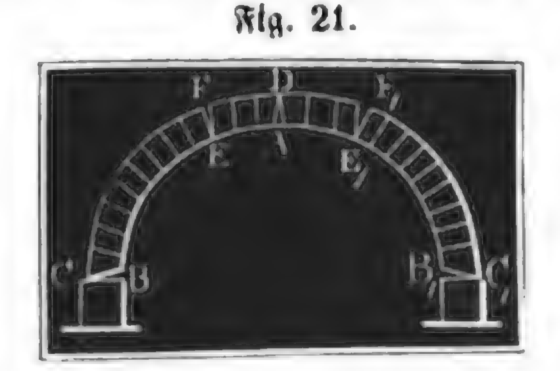


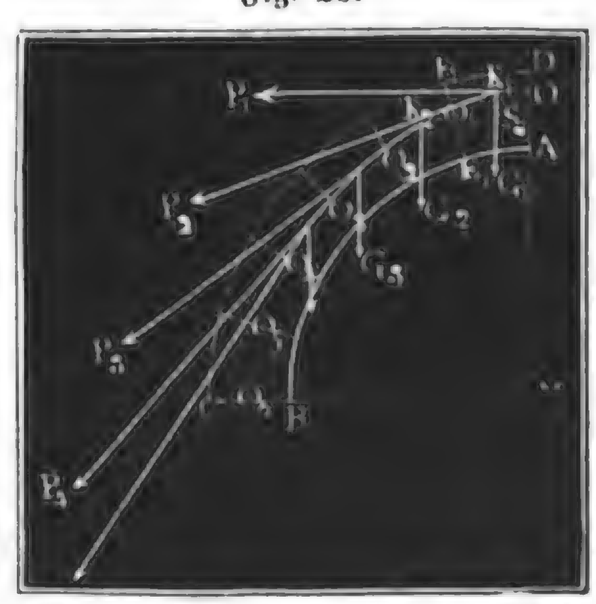
Fig. 22.



Maximalwerthes über oder unter der Bruchfuge des Minimalwerthes liegt. Den ersten Fall repräsentirt Fig. 21, und den zweiten Fig. 22.

Widerstandslinie. §. 19. Wenn der Angriffspunkt O und die Größe P der Kraft gegeben ist, durch welche ein Gewölbstück $ABCD$, Fig. 23, im Gleichgewichte erhalten wird, so kann man die Stabilitätsverhältnisse mittelst der **Widerstandslinie**, wie die einer Futtermauer beurtheilen. Aus der Kraft P_1 und aus dem im Schwerpunkte S_1 des ersten Gewölbsteines AF_1 angreifenden Gewichte G_1 dieses Steines ergiebt sich zunächst die Kraft P_2 in der ersten Gewölbfuge E_1F_1, so wie der Punkt O_1, in welchem die Richtung dieser Kraft diese Gewölbfuge schneidet; ferner aus dem Drucke P_2 und dem im Schwerpunkte S_2 des zweiten Gewölbsteines angreifenden Gewichte G_2 dieses Steines folgt der Druck P_3 in der zweiten Gewölbfuge, so wie der Durchschnitt O_2 der Richtung dieser Kraft mit der Ebene dieser Fuge; und wenn man auf diese Weise fortfährt, so erhält man nach und nach die übrigen Drücke P_4, P_5 . . . ., so wie die Durchschnitte O_3, O_4 . . . . ihrer Richtungen mit den folgenden Gewölbfugen. Die Linie $OO_1O_2O_3$. . ., welche die Durchschnitte O_1, O_2, O_3. . .

Fig. 23.



oder Angriffspunkte der Kräfte $P_1, P_2, P_3 \ldots$ in den Gewölbfugen mit einander verbindet, ist die Widerstands- oder Drucklinie des Gewölbes (franz. ligne de pression, engl. line of pression, [vergl. II. §. 6]). Das Gewölbe ist nun im Gleichgewichte: 1) wenn diese Linie von den Normalen der Gewölbfugen nirgends um mehr als den Reibungswinkel ϱ abweicht, und 2) wenn sie weder die innere, noch die äußere Wölblinie erreicht oder durchschneidet. Wäre an einer Stelle des Gewölbes die Abweichung der Drucklinie von der Normale der Gewölbfuge größer als der Reibungswinkel, so würde ein Verschieben wie in Fig. 17 oder 18 eintreten, und träte diese Linie aus einer der Wölblinien AB oder CD, Fig. 24 und Fig. 25, heraus, so würde sich ein Gewölbstück $AEFD$ um eins der bei- Widerstandslinie.

Fig. 24.

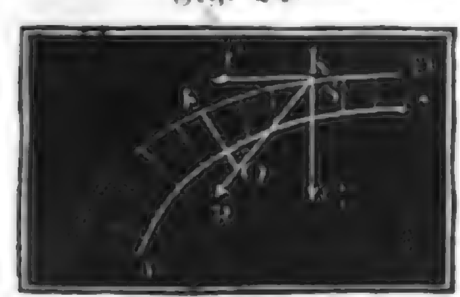
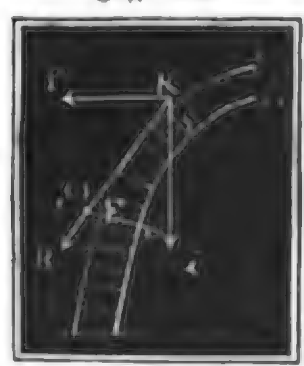


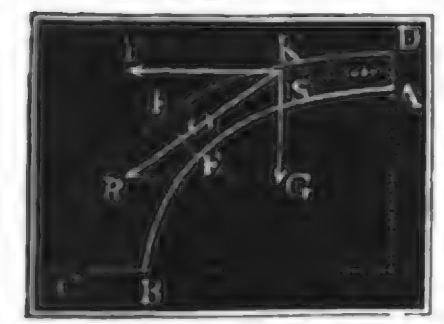
Fig. 25.



den Enden E oder F der Gewölbfuge kippen, weil die Undurchdringlichkeit der Gewölbsteine den an den Hebelarmen EO und FO wirkenden Mittelkräften R, R kein Hinderniß in den Weg legt. Es ist nur die Cohäsionskraft des Mörtels, welche dieser Umdrehung entgegenwirkt, da aber diese Kraft sehr unzuverlässig ist, und namentlich durch Erschütterungen leicht aufgehoben werden kann, so ist auf deren Wirkung nicht zu rechnen.

Das stabilste Gewölbe AC, Fig. 26, ist jedenfalls dasjenige, bei welchem sich die Druck- oder Widerstandslinie mitten zwischen den beiden Wölblinien AB und DC hindurchzieht, weil hier ein Kippen nach der einen oder der anderen Seite hin gleich schwer ist, und die Gewölbsteine dem Zerdrücken am meisten Widerstand entgegensetzen. Kommt dagegen die Drucklinie an einer Stelle der einen oder anderen Wölblinie sehr nahe, so kann nicht allein durch Hinzutritt einer neuen Kraft, sondern auch durch Abbrechen der Gewölbsteinecken an dieser Stelle leicht ein Einstürzen des Gewölbes herbeigeführt werden.

Fig. 26.



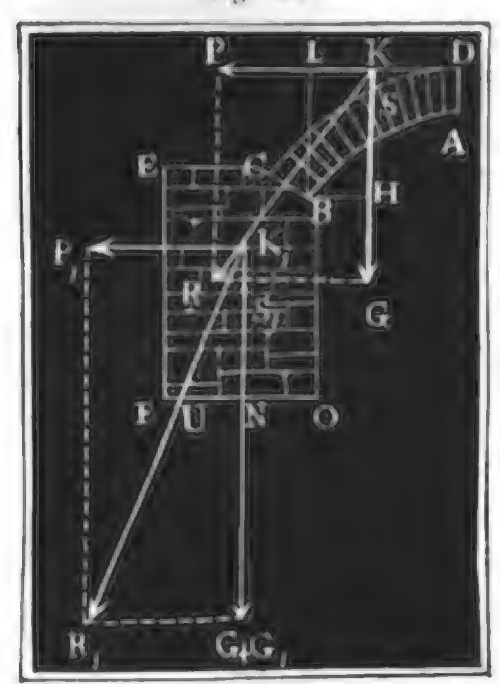
Anmerkung. Diese Untersuchung der Stabilitätsverhältnisse eines Gewölbes mit Hülfe der Druck- oder Widerstandslinie ist bei Gewölben, welche an beiden Enden auf Widerlagern aufruhen, also durch keine äußere Kraft im Gleichgewichte erhalten werden, nicht anwendbar, weil hier weder die Größe, noch

der Angriffspunkt der Kraft P bekannt ist. Da aber gerade dieser Fall der gewöhnliche ist, so läßt sich bei Gewölben die Theorie der Widerstandslinien nur selten in Anwendung bringen, und es bleibt nur der in §. 17 und §. 18 gezeigte Weg einzuschlagen übrig.

Stabilität der Widerlager.

§. 20. Hat man sich durch die in den vorstehenden Paragraphen angegebenen Rechnungen von der Stabilität eines Gewölbes überzeugt, und dabei den Druck im Schlußstein oder in der Schlußfuge bestimmt, so kommt es noch darauf an, die Stabilität der Widerlagsmauern zu untersuchen, und vorzüglich die Stärke der einem Ausweichen oder Umstürzen hinreichenden Widerstand leistenden Widerlagsmauern zu berechnen. Diese Untersuchung ist um so wichtiger, da gerade wegen Mangel an hinreichendem Widerstande dieser Stützen das Einfallen oder Zerspringen der an und für sich vollkommen stabilen Gewölbe, zumal wenn sie sehr flach sind, und deshalb einen großen Horizontaldruck ausüben, sehr oft herbeigeführt wird. Man sieht leicht ein, daß eine Widerlagsmauer FB, Fig. 27, Stabilität besitzt, wenn die Richtung der Mittelkraft $K_1 R_1 = R_1$ aus dem im Schwerpunkte S angreifenden Gewichte G der einen Gewölbhälfte, aus dem im Gewölbscheitel angreifenden Horizontaldrucke P und aus dem in seinem Schwerpunkte S_1 angreifenden Gewichte G_1 der Widerlagsmauer selbst durch die Basis FO der Widerlagsmauer oder des Gewölbpfeilers hindurchgeht, und um einen Winkel von der Vertikalen $K_1 N$ abweicht, der den Reibungswinkel ϱ nicht übertrifft.

Fig. 27.



Für den Winkel β, welchen die Mittelkraft R_1 aus $P = \overline{K_1 P_1}$ und $G + G_1 = \overline{K_1 G_1}$ mit der Vertikalen einschließt, hat man

$tang.\ \beta = \frac{P}{G + G_1}$; aber $tang.\ \varrho$ gleich dem Reibungscoefficienten φ ist; es fordert daher die Stabilität in Hinsicht auf das Ausgleiten, daß $\frac{P}{G + G_1} < \varphi$ sei.

Damit ferner die Mittelkraft durch die äußerste Kante F des Widerlagpfeilers gehe, setzen wir das Moment von P in Hinsicht auf diese Kante der Summe der Momente von den Gewichten G und G_1 gleich. Ist a die Gewölbhöhe BL und h die Höhe BO des Widerlagpfeilers, so hat man das Moment der Kraft P in Hinsicht auf die als Axe anzusehende Kante F, $= P(a + h)$; ist ferner b der Horizontalabstand BH der

Digitized by Google

vertikalen Schwerlinie der Gewölbhälfte AC von der innern Kante B, wo das Gewölbe an das Widerlager anstößt, c die Stärke FO der Widerlagsmauer und e der Abstand FN der vertikalen Schwerlinie der Widerlagsmauer von der Kante F, so hat man das Moment der Gewichte G und G_1, $= G(b + c) + G_1 e$, und es giebt nun das Gleichsetzen beider Momente die Gleichung $P(a + h) = G(b + c) + G_1 e$. Stabilität der Widerlager.

Damit aber hinreichende Sicherheit auf die Dauer erzielt werde, hat man erfahrungsmäßig nach Audoy statt P, $1,9\,P$ einzusetzen, so daß man als Bestimmungsgleichung für die Stärke der Widerlagsmauer erhält:

$$1,9\,P(a + h) = G(b + c) + G_1 e.$$

Ist h_1 die mittlere Pfeilerhöhe, und γ die Dichtigkeit der Pfeilermasse, so hat man für jeden Fuß Länge des Pfeilers das Gewicht $G_1 = h_1 c \gamma$, und setzt man noch $e = \frac{1}{2}c$, das Moment $G_1 e = \frac{1}{2}h_1 c^2 \gamma$.

Hiernach folgt $\frac{1}{2}h_1 c^2 \gamma + Gc = 1,9\,P(a + h) - Gb$, oder

$$c^2 + \frac{2\,Gc}{h_1\gamma} = \frac{1,9\,P(a + h) - Gb}{\frac{1}{2}h_1\gamma},$$

daher die in Frage stehende Dicke der Widerlager:

$$c = -\frac{G}{h_1\gamma} + \sqrt{\frac{1,9\,P(a + h) - Gb}{\frac{1}{2}h_1\gamma} + \left(\frac{G}{h_1\gamma}\right)^2}.$$

Um diese Mauer gegen das Gleiten zu sichern, müßte

$$G_1 > \frac{P}{\varphi} - G, \text{ d. i. } c > \frac{P - \varphi G}{\varphi h_1 \gamma} \text{ sein.}$$

In der Regel wird man finden, daß der erste Werth von c größer ist, als der letzte, daß also die Widerlagsstärke dem ersten gleich zu machen ist.

Für sehr hohe Pfeiler giebt die erste Bedingung, da dann Gc, $1,9\,Pa$ und Gb, gegen $1,9\,Ph$ und $\frac{1}{2}h_1 c^2\gamma$, welches $\frac{1}{2}h c^2 \gamma$ gesetzt werden kann, verschwinden, $\frac{1}{2}hc^2\gamma = 1,9\,Ph$, d. i. $\frac{1}{2}c^2\gamma = 1,9\,P$, daher die Maximal- oder Grenzstärke

$$c = \sqrt{\frac{3,8\,P}{\gamma}}.$$

§. 21. Wir haben seither noch nicht auf die Belastung der Gewölbe Rücksicht genommen; da es aber gerade zu den Ausnahmen gehört, wenn ein Gewölbe unbelastet ist, so haben wir den Einfluß der Belastung auf die Stabilität der Gewölbe noch besonders zu untersuchen. Die Belastung ist entweder veränderlich, oder unveränderlich. Veränderliche oder zufällige Belastungen kommen vorzüglich bei Brücken vor. Damit die Stabilität durch zufällige Belastungen nicht zu sehr alterirt, oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, die Gewölbe schon an und für sich so schwer herzustellen, oder ihnen eine derartige constante Belastung aufzulegen, daß die zufällige Belastung, z. B. die von Lastwagen, welche über die Brücke weg- Belastete Gewölbe.

Belastete Gewölbe.

fahren, nur eine kleine Veränderung in der ganzen Last oder Spannung herbeiführt.

Was die constante Belastung anlangt, so besteht diese meist in einer Uebermauerung, und zwar entweder mit horizontaler, oder mit geneigter Oberfläche EF, wie Fig. 28 und Fig. 29 vor Augen führen. In vielen Fällen besteht die Uebermauerung mit dem Gewölbe aus einerlei Material, und ist nun dieselbe dicht zusammengefügt, so kann man für das Ganze eine gemeinschaftliche Dichtigkeit annehmen, und dadurch die Rechnung bedeutend erleichtern. Nimmt man nach I. §. 58 das specifische Gewicht des Mauerwerkes = 1,6 bis 2,4 an, so bekommt man für die Dichtigkeit die Grenzwerthe: 106 bis 158 Pfund, und zwar erstere für Ziegelmauern und letztere für Bruchsteinmauern.

Fig. 28.



Fig. 29.



Durch die Belastung eines Gewölbes wird die Spannung und in der Regel auch die Stabilität desselben erhöht. Damit die Gewölbsteine dem Zerdrücken hinreichenden Widerstand entgegensetzen, müssen die Gewölbsteine eine gewisse, der Spannung entsprechende Höhe oder Länge haben, und da dieselbe im Scheitel am kleinsten ist und nach dem Widerlager hin zunimmt, so sollte eigentlich auch die Gewölbstärke vom Scheitel nach den Widerlagern hin zunehmen. Perronet giebt für die Stärke eines Gewölbes im Scheitel die empirische Formel $d = 0,0694\,r + 0,325$ Meter, in welcher r den größten Erzeugungshalbmesser der innern Gewölblinie bezeichnet. Für das Fußmaaß ist $d = 0,0694\,r + 1$ Fuß.

Für Gewölbe mit Halbmessern über 15 Meter oder 48 Fuß giebt diese Formel erfahrungsmäßig zu große Dicken. Eigentlich ist die Gewölbstärke nach der rückwirkenden Festigkeit der Gewölbsteine oder des Mörtels zu bestimmen. Nehmen wir für den Festigkeitsmodul des Kalkmörtels nach I. §. 212, den kleinsten Werth $K = 450$ Pfund, und geben wir noch doppelte Sicherheit, so erhalten wir für den zulässigen Druck auf jeden Quadratzoll der Fugenfläche = 225 Pfund. Für die Steine sind die Festigkeitsmodul viel, und bei den schlechtesten Ziegeln sind sie nicht unbedeutend größer, weshalb also bei einem Drucke von 225 Pfund auf jeden Quadratzoll eine hinreichende Stärke des Gewölbes zu erwarten ist.

Digitized by Google

Belastete Gewölbe.

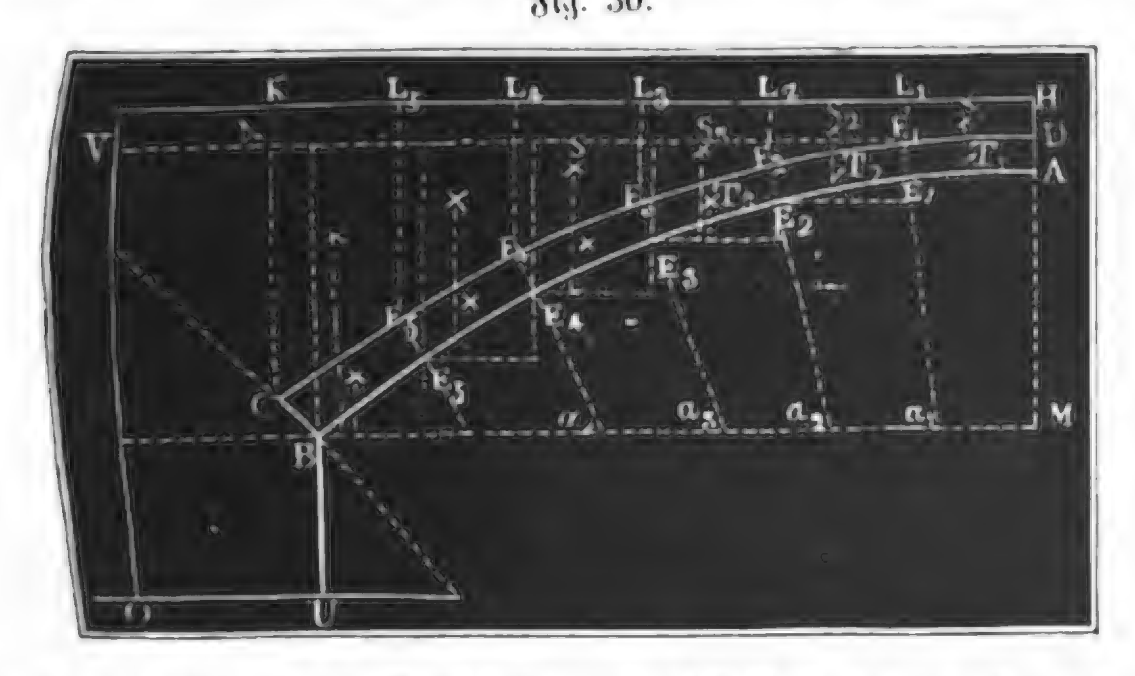
Anmerkung 1. Der Druck von 225 Pfund auf jeden Quadratzoll Fugenfläche entspricht bei einer 20fachen Sicherheit einem Festigkeitsmodul von 4500 Pfund, wie er etwa bei Kalkstein, Gneis u. s. w. vorzufinden ist. Bei der berühmten Brücke zu Neuilly ohnweit Paris, welche in den Jahren 1768 bis 1774 von Perronet geschlagen wurde, berechnet sich dieser Druck auf 280 Pfund.

Anmerkung 2. Wenn wir, wie im Folgenden allemal geschieht, den Gewölbschub oder die Spannung für den höchsten Punkt im Scheitel angeben und ebenso nur eine Drehung um den untersten Punkt der Bruchfuge berücksichtigen, so ist es um so mehr nöthig, diese hohe Sicherheit anzunehmen und dem Gewölbe eine entsprechende Stärke zu geben, da wir in diesem Falle nur den kleinsten Werth des Druckes erhalten. Ohne dies sind es aber vorzüglich die oberen Ecken der Steine am Scheitel und die unteren Ecken der Steine in der Nähe der Bruchfuge, welche den größten Druck auszuhalten haben, daher am ehesten abbrechen; es würde daher ein Einstürzen des ganzen Gewölbes herbeigeführt werden, wenn die Gewölbstärke nicht hinreichend groß wäre.

Prüfung der Gewölbe.

§. 22. Die Untersuchung über die Stabilität eines Gewölbes ist nun auf folgende Weise zu führen. Es sei $ABCD$, Fig. 30, die eine Hälfte

Fig. 30.

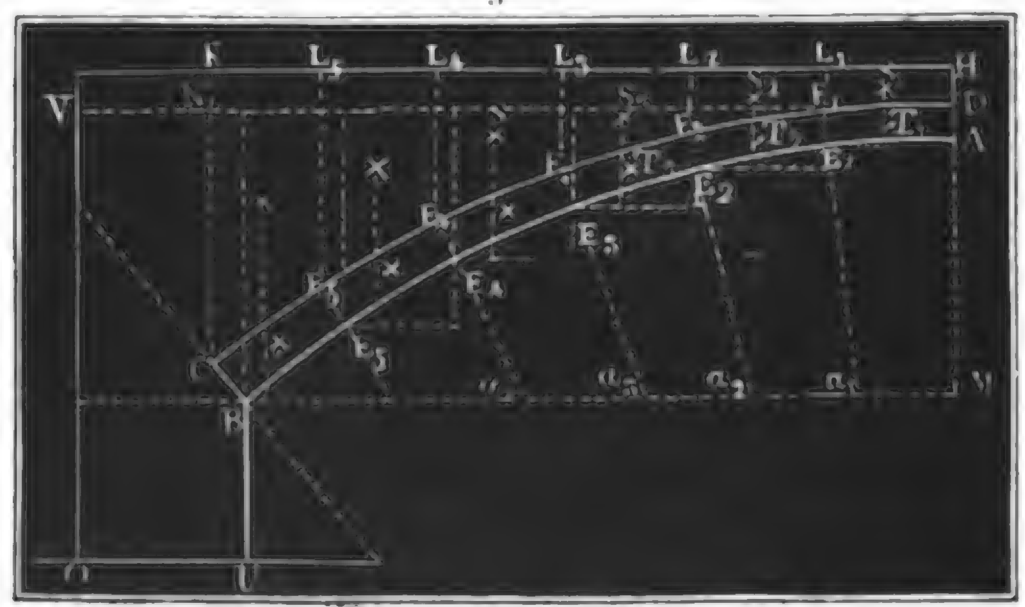


des zu untersuchenden Gewölbes, und $CDHK$ die von ihr getragene Mauer, welche wir der Einfachheit wegen mit dem Gewölbe von gleicher Dichtigkeit annehmen wollen. Zunächst theilen wir das Gewölbe durch Linien E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 u. s. w. in den Richtungen der Gewölbfugen, oder was in der Regel einerlei ist, rechtwinkelig gegen die innere Gewölblinie in mehrere (hier in 6) gleiche oder ungleiche Theile, und bestimmen nun nicht nur die Inhalte und die Schwerpunkte T_1, T_2, T_3... dieser Theile, sondern auch die Inhalte und Schwerpunkte S_1, S_2, S_3... der darüber liegenden Theile F_1H, F_2L_1, F_3L_2... Nun nimmt man die statischen Momente der ersten Theile AF_1 und F_1H hinsichtlich des ersten Theilpunktes E_1, und dividirt deren Summe durch den Vertikalabstand dieses Theilpunktes von der Horizontalen DN durch den Gewölbscheitel; ebenso nimmt man die Momente von AF_1, E_1F_2, F_1H und F_2L_1 in Hinsicht

Prüfung der Gewölbe.

auf den zweiten Theilpunkt E_2 und dividirt die Summe dieser Momente durch den Vertikalabstand dieses zweiten Punktes von der Horizontalen DN; ferner bestimmt man die Momente der Gewölbtheile AF_1, E_1F_2, E_2F_3 und die Mauertheile F_1H, F_2L_1, F_3L_2 in Hinsicht auf die Kante E_3 und dividirt deren Summe durch den Abstand des Punktes E_3 von der Horizontalen DN, u. s. f. Indem man so die Rechnung für alle Theile zwischen A und B fortführt, gelangt man zu den Kräften, welche in D nöthig sind, um Drehungen um die Punkte E_1, E_2, E_3 u. s. w. zu verhindern, und es ist nun die größte unter diesen Kräften als die im Gewölbscheitel wirklich vorhandene Spannung anzunehmen.


Fig. 31.



Außerdem multiplicire man noch die Flächensumme $AF_1 + F_1H$ mit $tang. (\alpha_1 - \varrho)$, ferner $AF_1 + E_1F_2 + F_1H + F_2L_1$ mit $tang\ (\alpha_2 - \varrho)$ u. s. w., wofern $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$ die Neigungswinkel der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2 u. s. w. gegen den Horizont bezeichnen, und suche auch unter diesen Resultaten den größten Werth aus. Ist nun der größte dieser Werthe kleiner als der zur Verhinderung der Drehungen um $E_1, E_2, E_3 \ldots$ nöthige Maximalwerth, so hat man auf diese Kräfte nicht weiter Rücksicht zu nehmen, ist er aber größer, so muß man ihn als Spannung im Gewölbscheitel und nicht den erstgefundenen als solche einführen.

Endlich hat man wohl noch zu untersuchen, ob die so gefundene Horizontalkraft nicht im Stande ist, ein Gewölbstück nach außen zu schieben oder nach außen zu drehen.

Mit Hülfe des so gefundenen Horizontalschubes sind nun noch nach §. 20 die Stabilitätsverhältnisse der Widerlager zu untersuchen.

Beispiel. Die Stabilitätsverhältnisse des Gewölbes in Fig. 31 ergeben sich durch folgende Untersuchung.

Inhalt des Gewölbstückes $AF_1 = 6{,}89$ Quadratfuß, Inhalt des darüberliegenden Stückes $F_1H = 8{,}48$ Quadratfuß, Hebelarm des ersten in Hinsicht auf E_1, $= 2{,}50$, des zweiten $= 2{,}45$; folglich Moment beider $= 6{,}89 \cdot 2{,}5 + 8{,}48 \cdot 2{,}45$

= 38,001; Abstand des Punktes E_1 von DN oder Hebelarm der Horizontalkraft in D. = 1,50; daher der erste Werth dieser Kraft = $\frac{38{,}00 \,.\, \gamma}{1{,}50}$ = 25,33 . γ Pfund. Inhalt des zweiten Gewölbstückes $E_1 F_2$ = 7,15 und des darüber befindlichen Mauerstückes $F_2 L_1$ = 11,02 Quadratfuß; Momente beider in Hinsicht auf E_2 = 17,52 + 23,69 = 41,21, hierzu das Moment von AL_1 = 38,00 + 15,37 . 5,10 = 38,00 + 78,39 = 116,39, folglich das Moment des ganzen Stückes AL_2 = 157,60; der Abstand des Punktes E_2 von DN, = 2,35, daher der zweite Werth der Horizontalkraft in D, = $\frac{157{,}60 \,.\, \gamma}{2{,}35}$ = 67,05 . γ Pfund. Ferner der Inhalt des dritten Gewölbstückes $E_2 F_3$ = 7,68 und des darüberliegenden Mauerstücks $F_3 L_3$ = 16,51 Quadratfuß; Moment beider = 46,61; hierzu das Moment des Stückes $E_2 H$, = 157,60 + 166,02 = 323,62, folgt das Moment des Ganzen = 370,23, und da der Abstand des Punktes E_3 von HN = 3,90 ist, ergiebt sich der dritte Werth der Kraft in D: = $\frac{370{,}23 \,.\, \gamma}{3{,}90}$ = 94,93 . γ Pfund. Auf diese Weise fortfahrend, findet man einen Werth dieser Kraft, welcher die Drehung um E_4 zu verhindern hat, = $\frac{701{,}92 \,.\, \gamma}{5{,}9}$ = 118,97 . γ Pfund; ferner einen fünften in Hinsicht auf Drehung um E_5, = $\frac{1163{,}43 \,.\, \gamma}{8{,}45}$ = 137,68 . γ Pfund; und endlich einen letzten Werth in Hinsicht auf eine Drehung um B. = $\frac{1760{,}21 \,.\, \gamma}{11{,}6}$ = 151,74 . γ Pfund. Da dieser Werth unter allen gefundenen der größte ist, so läßt sich der Druck im Gewölbscheitel ihm gleich, also P = 151,74 . γ, oder die Dichtigkeit der Mauer = 150 Pfd. angenommen, P = 151,74 . 150 = 22761 Pfd. setzen. Die Dicke des Gewölbes ist im Scheitel = 1,3 Fuß, also der Querschnitt für jeden Fuß Gewölblänge = 144 . 1,3 = 187,2 Quadratzoll, und sonach der Druck auf jeden Quadratzoll nur $\frac{22761}{187{,}2}$ = 122 Pfund.

Prüfung der Gewölbe

Nimmt man mit Petit den Reibungswinkel zu 30° an, so erhält man noch für die Kraft zur Verhinderung des Herabgleitens der Gewölbsteine, da die Gewölbfugen $E_1 F_1, E_2 F_2, E_3 F_3 \ldots$ unter den Winkeln 83°,40′; 77°,20′; 71°; 64°,40′; 58°,20′; 52° gegen den Horizont geneigt sind, die Werthe
$P_1 = (6{,}89 + 8{,}48)\, tang.(83°{,}40' - 30°).\gamma = 15{,}37 \,.\, tang. 53°{,}40'.\gamma = 20{,}9 .\gamma$ Pfd.;
$P_2 = (15{,}37 + 18{,}17)\, tang.(77°{,}20' - 30°).\gamma = 33{,}54\, tang\, 47°{,}20'.\gamma = 36{,}4\, \gamma$ Pfd.;
$P_3 = 57{,}73 \,.\, tang. 41°.\gamma = 50{,}1 .\gamma$ Pfd.; $P_4 = 90{,}56 \,.\, tang. 34°{,}40'.\gamma = 62{,}6 .\gamma$ Pfd.;
$P_5 = 134{,}13\, tang. 28°{,}20'.\gamma = 72{,}3 .\gamma$ Pfd.; $P_6 = 188{,}53 \,.\, tang\, 22°.\gamma = 76{,}2 .\gamma$ Pfd.;
es ist also der größte Horizontaldruck zur Verhinderung des Gleitens = 76,2 γ Pfd. Da der Scheiteldruck (151,7 γ), welcher aus dem Bestreben zum Umdrehen entspringt, größer ist, so wird durch denselben auch das Herabgleiten der Gewölbsteine verhindert. Ebenso kann man sich auch leicht überzeugen, daß weder ein Gleiten noch eine Drehung nach oben möglich ist.

Was auch noch die Stabilität des Widerlagers OUK anlangt, so ist das Moment der Kraft P zum Umstürzen um O = 151,74 . $\gamma . \overline{OV}$ = 151,74 . 18 . γ = 2731 . γ Pfd.; das Moment des belasteten Gewölbes $ABKH$ berechnet sich aber = 1760,2 . γ + 188,53 . OU . γ = (1760,2 + 188,53 . 6,8) γ = 3042 . γ und das des Pfeilers = 343 . γ Pfund; es ist demnach das Moment, welches dem Umstürzen um O entgegensteht, = (3042 + 343) . γ = 3385 . γ Pfund, und daher ein Umstürzen nicht möglich. Will man indessen hinreichende Sicherheit haben,

Gewölb. tabellen.

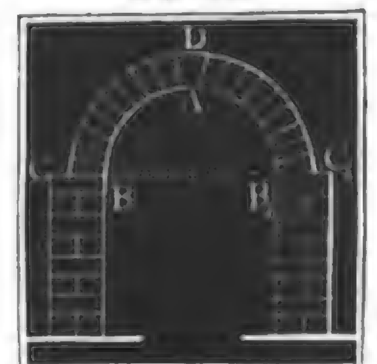
so muß man nach Obigem statt P, $1.9\,P$, also das Moment zum Umstürzen $= 5169\,.\,\gamma$ setzen, und dann wäre allerdings das Widerlager zu schwach: es müßte ihm vielmehr statt 6,8 Fuß eine Dicke von 11 bis 12 Fuß gegeben werden. Für 11 Fuß Dicke erhält man das Stabilitätsmoment

$$S = 1760{,}2\,.\,\gamma + 188{,}53\,.\,11\,\gamma + 1281\,.\,\gamma = 5115\,.\,\gamma,$$

also entspricht diese Dicke den Forderungen der Stabilität hinreichend.

§. 23. Um bei den am häufigsten vorkommenden Kreisgewölben die Untersuchung zu erleichtern, sind von **Petit** besondere Tabellen über die Stabilität dieser berechnet worden, von denen wir hier nur kurze Auszüge mittheilen können. Die erste dieser Tabellen bezieht sich auf halbkreisförmige Gewölbe mit parallelen Wölbflächen, Fig. 32, die zweite auf ein halbkreisförmiges Gewölbe mit Hintermauerungen von 45° Neigung, wie die punktirte Linie GH in Fig. 29 andeutet; die dritte Tabelle entspricht einem Halbkreisgewölbe mit horizontaler Aufmauerung, wie die punktirte Linie DG in Fig. 28 angiebt, und die vierte Tabelle entspricht bloßen Kreisbogengewölben mit parallelen Wölbungen. Bei den ersten drei Tabellen findet man in den ersten beiden Vertikalcolumnen die Dimensionsverhältnisse der Gewölbe angegeben, in der dritten die Bruchwinkel, in der vierten und fünften aber die Coefficienten des Horizontalschubes und in der sechsten die Coefficienten für die größten Widerlagsstärken.

Fig. 32.



Um mit Hülfe dieser Tabellen den einem gegebenen Gewölbe entsprechenden Schub zu finden, suchen wir das Verhältniß $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$ in der ersten Columne auf, gehen von da horizontal herüber bis in die vierte und fünfte Columne, und nehmen die größte von den beiden an diesen Orten stehenden Zahlen: diese wird endlich mit dem Quadrate des Gewölbhalbmessers und mit der Dichtigkeit (γ) der Gewölbmasse multiplicirt, um den in Frage stehenden Schub oder Horizontaldruck zu erhalten. Was endlich noch die sechste Columne anlangt, so giebt diese die Stärke der unendlich hoch zu denkenden Widerlager an, wenn man die Werthe derselben durch den Halbmesser der innern Wölbung multiplicirt. Bei niedrigen Widerlagern ist diese Stärke kleiner und nach der Formel §. 20 zu berechnen. Die vierte Tabelle enthält in der ersten Vertikalcolumne die Verhältnißzahlen $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$, in den übrigen Columnen aber die Coefficienten des Gewölbschubes bei sehr verschiedenen Verhältnissen zwischen der Sehne oder Weite s und der Höhe h der Gewölbe. Uebrigens kommt diese Tabelle nur dann in Anwendung, wenn der Bruchwinkel, welchen die erste Tabelle angiebt, den halben Centriwinkel α des Gewölbbogens übertrifft.

Digitized by Google

Gewölb-tabellen.

1) Halbkreisgewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes.		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,732	1,154	0°,00'	0,00000	0,98923	
2,70	1,176	13°,42'	0,00211	0,96262	
2,50	1,333	35°,52'	0,02283	0,80346	
2,20	1,666	51°, 4'	0,08648	0,58767	
2,00	2,000	57°,17'	0,13017	0,45912	1,3223
1,80	2,500	61°,24'	0,16373	0,34281	1,1414
1,60	3,333	63°,4[illegible]'	0,17517	0,23874	0,9525
1,55	3,636	64°, 3'	0,17478	0,21464	0,9031
1,50	4,000	64°, 9'	0,17254	0,19130	0,8527
1,45	4,444	64°, 5'	0,16798	0,16872	0,8007
1,40	5,000	63°,48'	0,16167	0,14691	0,7838
1,35	5,714	63°,19'	0,15287	0,12587	0,7622
1,30	6,666	62°,14'	0,14330	0,10559	0,7379
1,25	8,000	61°,15'	0,12847	0,08608	0,6987
1,20	10,000	59°,41'	0,11140	0,06733	0,6504
1,15	13,333	57°, 1'	0,09176	0,04935	0,5905
1,10	20,000	53°,15'	0,06754	0,03213	0,5066
1,05	40,000	46°,22'	0,03813	0,01568	
1,02	100,000	38°,12'	0,01691	0,00618	
1,00	∞	0°,00'	0,00000	0,00000	

2) Halbkreisgewölbe mit Hintermauerung von 45° Neigung.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,00	2,000	60°	0,26424	0,74361	1,7264
1,80	2,500	60°	0,29907	0,57383	1,5147
1,60	3,333	60°	0,31245	0,42191	1,2990
1,55	3,636	61°	0,31222	0,38673	1,2437
1,50	4,000	61°	0,30996	0,35266	1,1877
1,45	4,444	60°	0,30587	0,31971	1,1308
1,40	5,000	59°	0,30001	0,28787	1,0954
1,35	5,714	58°	0,29285		1,0823
1,30	6,666	57°	0,28231	0,22756	1,0626
1,25	8,000	54°	0,27102		1,0412
1,20	10,000	50°	0,25806	0,17171	1,0160
1,15	13,333	47°	0,24477		0,9894
1,10	20,000	42°	0,23292	0,12032	0,9652
1,05	40,000	36°	0,22902		0,9571

Digitized by Google

Gewölb-tabellen.

3) Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes für Drehung.	Coefficient p des Gewölbschubes für Gleitung.	Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
2,00	2,000	36°	0,05486	0,50358	1,3834
1,80	2,500	44°	0,08508	0,37901	1,2001
1,60	3,333	52°	0,12300	0,26755	1,0082
1,55	3,636	54°	0,13027	0,24173	0,9584
1,50	4,000	56°	0,13648	0,21673	0,9075
1,45	4,444	57°	0,14122	0,19256	0,8554
1,40	5,000	59°	0,14421	0,16920	0,8018
1,35	5,714	60°	0,14504	0,14666	0,7465
1,30	6,666	61°	0,14332	0,12495	0,7379
1,25	8,000	62°	0,13872	0,10405	0,7260
1,20	10,000	63°	0,13073	0,08397	0,7048
1,15	13,333	64°	0,11895	0,06471	0,6723
1,10	20,000	65°	0,10279	0,04627	0,6249
1,05	40,000	69°	0,081755	0,02865	0,5573
1,00	∞	75°	0,055472	0,01185	

4) Bogengewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Coefficienten p des Gewölbschubes.						
	$s = 4h$	$s = 5h$	$s = 6h$	$s = 7h$	$s = 8h$	$s = 10h$	$s = 16h$
1,40	0,15445	0,14691	0,14691	0,14691	0,14691	0,14478	
1,35	0,14771	0,13030	0,12587	0,12587	0,12587	0,12405	
1,30	0,13764	0,12331	0,10682	0,10559	0,10559	0,10406	
1,25	0,12547	0,11402	0,10009	0,08668	0,08608	0,08483	0,07180
1,20	0,11023	0,10196	0,09102	0,07999	0,06981	0,06636	0,05616
1,15	0,09123	0,08634	0,07866	0,07050	0,06259	0,04904	0,04116
1,10	0,06737	0,06563	0,06158	0,05666	0,05160	0,02414	0,02681
1,05	0,03776	0,03804	0,03709	0,03550	0,03357	0,02944	0,01882
1,01	0,00834	0,00871	0,00886	0,00889	0,00885	0,00862	0,00747

5) Folgende Tabelle enthält noch eine kurze Uebersicht der Dimensionsverhältnisse von Bogengewölben.

Gewölbtabellen.

Verhältniß der Weite zur Höhe: $\frac{s}{h}$.	Halber Centriwinkel α.	$sin.\ \alpha$.	Verhältniß des innern Halbmessers r_1 zur Höhe: $\frac{r_1}{h}$.
4	53°, 7′,30″	0,8000	2,500
5	43°,36′,10″	0,6897	3,625
6	36°,52′,10″	0,6000	5,000
7	31°,53′,26″	0,5283	6,625
8	28°, 4′,20″	0,4706	8,500
10	22°,37′,10″	0,3846	13,000
16	14°,15′, 0″	0,2462	32,500

Beispiele. 1. Bei einem Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung ist der innere Halbmesser $r_1 = 10$ Fuß; man sucht die Gewölbstärke, den Gewölbschub u. s. w. Es ist nach Perronet die Gewölbstärke $d = 0{,}0694 . 10 + 1 = 1{,}694$ Fuß, wofür ich 1,7 Fuß annehmen will. Nun ist $r_2 = 11{,}7$ und $x = \frac{r_2}{r_1} = 1{,}17$, daher giebt die Tabelle 3. den Bruchwinkel $63\frac{3}{5}°$, den Coefficienten der Horizontalspannung $= 0{,}1190 + \frac{2}{5} . 0{,}0118 = 0{,}1237$. Nimmt man nun den Cubikfuß Mauer zu 150 Pfund Gewicht an, so erhält man die Gewölbspannung im Scheitel $= 0{,}1237 . 150 . 10^2 = 1855$ Pfund. Für die Grenze der Widerlagsstärke giebt dieselbe Tabelle den Coefficienten $0{,}6723 + \frac{2}{5} . 0{,}0325 = 0{,}6855$, daher diese Stärke selbst $= 0{,}6855 . 10 = 6{,}85$ Fuß. Bei niedrigen Widerlagern fällt die nach der Formel des §. 20 zu berechnende Stärke kleiner aus. 2. Welche Dimensionen und Kräfte entsprechen einem Bogengewölbe von 10 Fuß Weite und 2 Fuß Bogenhöhe ohne Belastung? Hier ist $\frac{h}{s} = \frac{1}{5}$, daher der halbe Centriwinkel $\alpha = 43°, 36', 10''$, $sin.\ \alpha = 0{,}6897$ und der Halbmesser $r = 3{,}625 . 2 = 7{,}25$ Fuß; ferner giebt die Tabelle 4. den Coefficienten des Horizontalschubes, da $s = 5h$ und nach der Formel von Perronet $d = 0{,}0694 . 7{,}25 + 1 = 1{,}5$ also $k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{8{,}75}{7{,}25} = 1{,}2$ ist, $p = 0{,}10196$, folglich beträgt der Gewölbschub $P = 0{,}102 . 150 . 7{,}25^2 = 804$ Pfund.

Anmerkung. Damit der Theil des Widerlagers, an welchem der Gewölbbogen unmittelbar aufsitzt, nicht fortgeschoben werde, ist nöthig, daß der Horizontalschub $P = pr^2\gamma$ von der Reibung $\frac{1}{2} \varphi\alpha(r_2{}^2 - r_1{}^2)\gamma$ übertroffen werde. Ist dieses nicht der Fall, wie z. B. bei sehr gedrückten Bögen, so muß man dieses Ausgleiten des Obertheiles vom Widerlager durch eiserne Anker verhindern. Uebrigens ist hier der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}76$, also $\frac{1}{2}\varphi = 0{,}38$ zu setzen, weshalb die Kraft, welche die Verankerung auszuhalten hat, $P = [p - 0{,}38\ \alpha\ (x^2 - 1)]\ r_1{}^2\ \gamma$ anzunehmen ist. Dieser Fall tritt ein, wenn $s = 4h$ und x unter 1,06; wenn $s = 5h$ bis $10h$ und x unter 1,15 ist. Wenn endlich $s = 16h$, so findet dieses Gleiten jedenfalls statt.

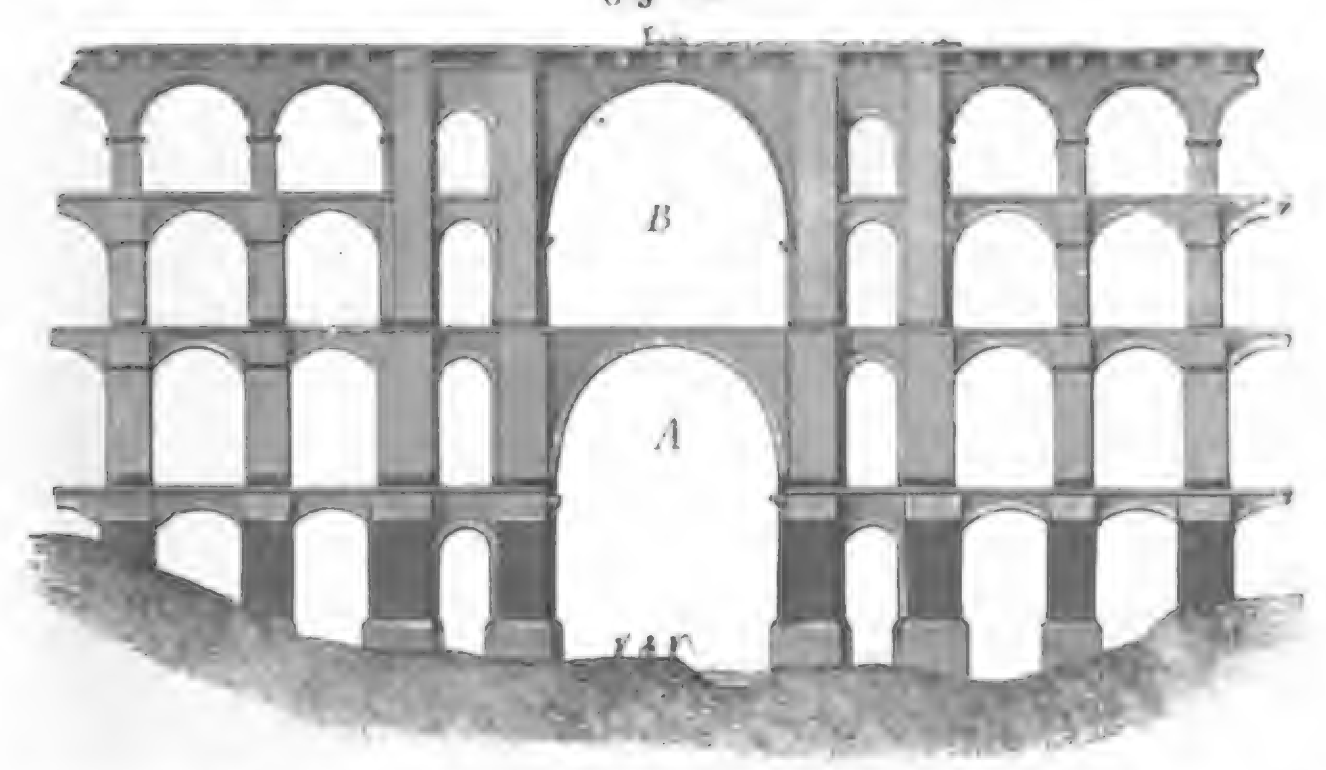
§. 24. Die Theorie der Gewölbe findet in dem Ingenieurwesen vorzüglich bei den steinernen Brücken (franz. ponts en pierres, engl. stone-bridges) ihre Anwendung. Die steinernen Brücken, so wie auch

Steinerne Brücken.

Steinerne Brücken. die Viaducte und Aquaducte, werden in der Regel aus Bögen (franz. und engl. arches) zusammengesetzt, welche die Formen von Tonnengewölben (franz. voûtes cylindriques, engl cylindrical arches) haben. Die Weite (franz. ouverture, engl. span) der Brückenbögen richtet sich vorzüglich nach dem fließenden Wasser, über welches die Brücke gespannt ist. Hat dasselbe eine große Geschwindigkeit und ist es starken Anschwellungen unterworfen, so wendet man Bögen mit großer Spannweite an, um das Wasserbette möglichst wenig zu verengen und dadurch das Austreten des Hochwassers aus dem Bette einzuschränken, so wie die zerstörenden Wirkungen des Hochwassers und der von demselben zugeführten Körper, z. B. Eisschollen, auf die Brückenpfeiler zu schwächen; fließt hingegen der Fluß langsam und hat derselbe keine bedeutenden Hochwasser, so kann man aus den entgegengesetzten Gründen die Brücke über demselben aus einer größeren Anzahl engerer Bögen zusammensetzen. Die Spannweite der gewöhnlichen Brückenbögen beträgt 50 bis 150 Fuß; am größten ist sie bei der Grosvenor-Brücke über dem Dee in England, wo sie sogar 195 Fuß mißt. Die Brückenhöhe richtet sich ebenfalls nach dem Hochwasser; jedenfalls müssen selbst bei dem höchsten Wasserstande die Scheitel der Brückenbögen noch um eine ansehnliche Höhe über, und die Seiten derselben nicht oder nur wenige Fuß unter der Oberfläche des Wassers stehen, damit fremde Körper, welche auf dem Wasser schwimmen, wie z. B. Eisschollen, ungehindert durch die Brücke hindurch schwimmen können, und auch die Stauung des Wassers nicht zu groß ausfällt. In vielen Fällen, namentlich bei Eisenbahnen und Kanälen, liegen die Punkte, welche durch eine Brücke (Viaduct, Aquaduct) zu verbinden sind, so hoch über der Thalsohle, daß die Brückenbögen schon ohne dies viel über das Hochwasser zu stehen kommen. Die gewöhnlichen Fahrbrücken über Flüsse haben eine Höhe von 30 bis 100 Fuß; die Eisenbahnbrücken und Aquaducte erreichen aber Höhen von 150 Fuß und mehr. Z. B. die Gölzschthalbrücke bei der Sächsisch-Baierischen Eisenbahn erhält in vier übereinanderstehenden Bogenreihen eine Höhe von 250 Fuß, und der Römische Aquaduct zu Nismes in Frankreich (Pont du Gard) hat bei drei übereinanderstehenden Bogenreihen eine Höhe von 150 Fuß. Die Bogenhöhe (franz. montée, engl. hight) der Brücke richtet sich natürlich nach der Spannweite und Höhe der Brücke überhaupt; bei den gewöhnlichen Fahrbrücken beträgt diese Höhe $1/9$ bis $1/3$ der Spannweite; bei hohen Eisenbahnbrücken und Wasserleitungen nimmt man diese Höhe $1/2$ oder gar $5/8$ der Spannweite. Was die Breite der Brücken anlangt, so beträgt dieselbe bei gewöhnlichen Fahrbrücken 20 bis 40 Fuß; die neue Brücke über die Elbe bei Dresden, welche für Fuhrwerke, Fußgänger und eine Eisenbahn zugleich dienen soll, erhält sogar eine Breite von 55 Fuß.

Anmerkung. In Fig. 33 ist das Mittelstück der Gölzthalbrücke abgebildet. Die Länge dieser Brücke beträgt 1840 Fuß, die obere Breite 32 und die Steinerne Brücken.

Fig. 33.



untere 72 Fuß. Von den mittleren großen Bögen hat *A* eine Spannweite von 90 Fuß und eine Höhe von 58 Fuß, *B* aber eine Spannweite von 98 Fuß und eine Höhe von 64 Fuß. Nimmt man die Höhe eines Ziegelpfeilers $h = 200$ Fuß, und die Dichtigkeit der Ziegelmauer $= 100$ Pfund, so erhält man den größten Druck dieses Pfeilers auf den Quadratzoll, abgesehen von der zufälligen Belastung und von der Belastung durch die Gewölbbögen: $P = hy = \frac{200 \cdot 100}{144} = 139$ Pfd. Wäre der Festigkeitsmodul der Ziegel $K = 1000$ Pfund, so hätte man hiernach nur siebenfache Sicherheit bei dieser Brücke.

§. 25. Die Pfeiler (franz. piles, engl. piers) und die Widerlager (franz. culées, engl. abutments) der Brücken müssen nicht nur auf einem ganz festen Grunde stehen, sondern auch eine hinreichende Dicke haben, um dem Drucke der darauf ruhenden Bögen sammt ihrer Belastung widerstehen zu können. Der Grund besteht entweder aus festem Felsen, oder aus unzusammendrückbarem Sand, oder aus zusammendrückbarer Erde. Um auf Felsen zu gründen, ist nicht allein die Herstellung ebener Flächen zur Aufnahme des Druckes, sondern auch die Entfernung alles verwitterten und losen Gesteines nöthig. Die Gründung auf Sand, Thon und Erde erfordert hingegen die Herstellung eines Rostes oder eines Bettes aus Beton. Der aus einer Reihe Längenschwellen und einer Reihe aufgekämmter Querschwellen zusammengesetzte Rost ruht entweder unmittelbar auf dem Stein- oder Sandbette, oder er wird von eingerammten Pfählen (franz. piles, engl. pieux) getragen (s. I. §. 287), und heißt im ersten Falle ein Schwellen-, im letztern aber ein Pfahlrost. Bei der Gründung im Wasser ist es nöthig, die Bau-

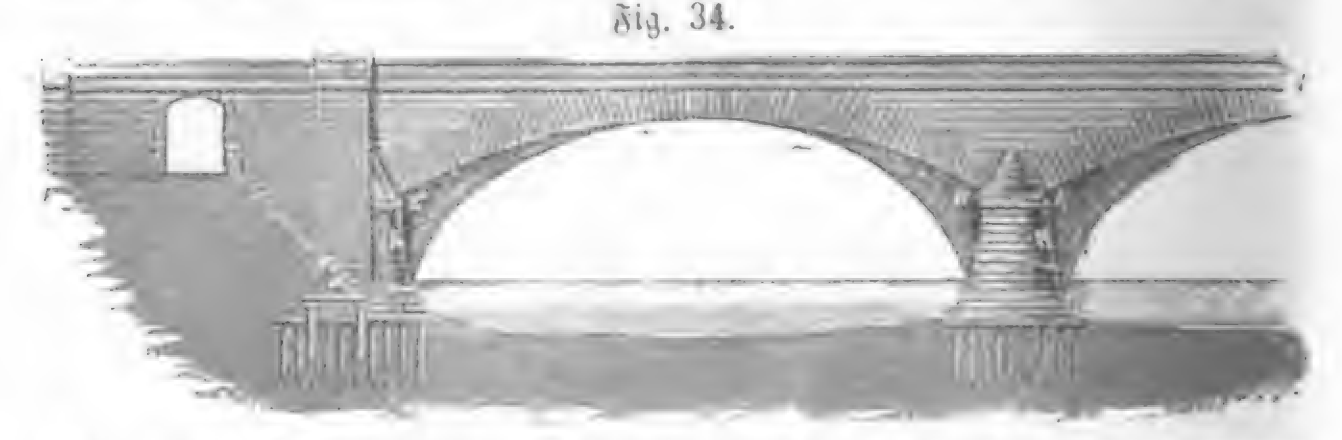
Digitized by Google

Steinerne Brücken. stelle der Pfeiler durch einen Fangdamm vor dem Eindringen des Wassers zu sichern. Ist die Tiefe des Wassers über 4 Fuß, so sind sogenannte Kastendämme (franz. batardeaux, engl. cofferdams) nöthig, welche aus zwei Reihen Bohlen oder Spundwänden und zwischengestampftem Letten zusammengesetzt werden.

Die Fundamente der Pfeiler werden aus gehauenen Steinen treppenförmig aufgemauert, so daß die untere Breite derselben dem sechsten bis neunten Theile der Spannweite gleichkommt. Um die Brückenpfeiler gegen den Stoß des Eises und anderer schwimmenden Körper zu schützen, und um die auf das Flußbette nachtheilig wirkende wirbelnde Bewegung des Wassers möglichst zu verhindern, werden die Pfeiler stromauf- und stromabwärts mit prismatischen Ansätzen, den sogenannten Pfeilerköpfen (franz. becs, engl. starlings) versehen, welchen eine halbkreisförmige oder halbelliptische Basis und eine kegelförmige oder sphäroidische Haube (franz. bonnet, engl. hood) zu geben ist. Die Landfesten oder Widerlagspfeiler sind in der Regel noch mit Flügelmauern (franz. murs en aile, engl. wingwalls) versehen, welche zur Unterstützung der Auffahrt dienen. Die Stärke der Pfeiler und Widerlager ist nach der vorausgeschickten Theorie unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß diese Stützmauern nicht allein den constanten Gewölbschub, sondern auch die zufällige und bewegliche Belastung aufzunehmen haben.

Anmerkung. Fig. 34 führt einen Theil der Brücke von Neuilly über die Seine vor Augen. Sie besteht aus fünf Bögen von 120 Pariser Fuß Weite und 40 Fuß Höhe. Die Curve, wonach die Bögen construirt sind, ist eine Korb-

Fig. 34.



linie mit 11 Mittelpunkten. Die Höhe der Schlußsteine dieser Brücke beträgt 5 Fuß. Die Pfeilerköpfe (*A* und *B*) sind halbkreisförmig abgerundet und die Kanten zwischen den Stirn- und den innern Wölbflächen der Bögen sind durch krumme Flächen *C*, *D*, *E* oder sogenannte Kuhhörner abgestumpft.

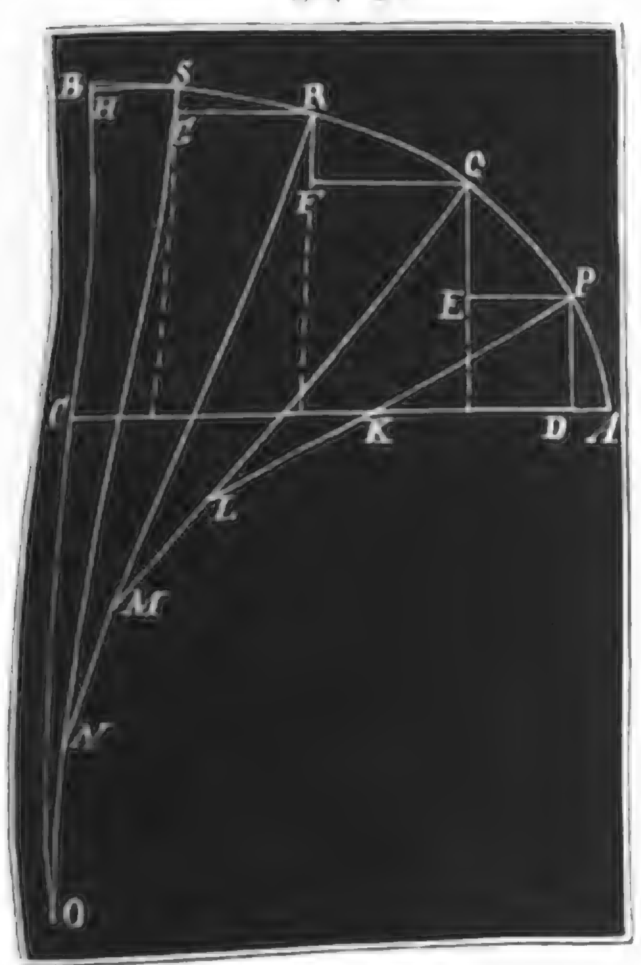
Korbbögen. §. 26. Die Brückenbögen werden entweder nach einem Halbkreise oder nach einem Kreisbogen (Stichbogen), oder nach einer Ellipse, oder nach einem sogenannten Korbbogen construirt. Die Halbkreisgewölbe geben gar keinen Horizontalschub, und besitzen daher bei hinreichen-

Digitized by Google

der Belastung eine große Stabilität; sie lassen sich aber bei niedrigen Flußbrücken nicht anwenden, weil sie eine große Anzahl von Pfeilern erfordern, wodurch das Flußbette sehr eingeengt wird. Sie finden daher vorzüglich nur bei Via- und Aquaducten ihre Anwendung. Die Stichbögen geben, namentlich wenn sie sehr flach sind, einen bedeutenden Horizontalschub, und erfordern daher zu ihrer Stabilität sehr starke und solide Pfeiler und Widerlager. Da sie sich sehr weit spannen lassen, so setzen sie dem Wasser am wenigsten Widerstand entgegen, weshalb man sie auch vorzüglich bei größern Flüssen anwendet. Die elliptischen Bögen stehen zwischen dem Halbkreise und den Stichbögen inne; man ersetzt sie aber gewöhnlich durch Korbbögen, weil diese leichter und auch so zu construiren sind, daß die Krümmung am Fußpunkte kleiner ausfällt als bei der Ellipse. Korbbögen.

Um aus der halben Spannweite $CA = \frac{s}{2}$ und der Bogenhöhe $CB = h$, Fig. 35, die Mittelpunkte K, L, M, N, O, der Kreisbögen AP, PQ, QR, RS, SB zu finden, aus welchen ein Korbbogen AQB zusammenzusetzen ist, hat man vielerlei Regeln angegeben; folgende Bestimmungsweise möchte jedoch die vorzüglichere sein. Die halbe Spannweite $CA = \frac{s}{2}$ läßt sich als die Summe der Stücke AD, PE, QF, RG, SH und die Bogenhöhe CB als die Summe der Stücke DP, EQ, FR, GS und HB ansehen.

Fig. 35



Bezeichnen wir den

Halbmesser $KA = KP$ durch r_1,
" $LP = LQ$ " r_2,
" $MQ = MR$ " r_3,
" $NP = NS$ " r_4,
und " $OS = OB$ " r_5,

so wie die Winkel, unter welchen die Horizontale AC von den Halbmessern KP, LQ, MR, NS geschnitten wird, durch $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, so haben wir

$AD = r_1 (1 - \cos.\alpha_1)$, $DP = r_1 \sin.\alpha_1$,
$PE = r_2 (\cos.\alpha_1 - \cos.\alpha_2)$, $EQ = r_2 (\sin.\alpha_2 - \sin.\alpha_1)$,
$QF = r_3 (\cos.\alpha_2 - \cos.\alpha_3)$, $FR = r_3 (\sin.\alpha_3 - \sin.\alpha_2)$,
$RG = r_4 (\cos.\alpha_3 - \cos.\alpha_4)$, $GS = r_4 (\sin.\alpha_4 - \sin.\alpha_3)$,
$SH = r_5 \cos.\alpha_4$, $HB = r_5 (1 - \sin.\alpha_4)$,

Digitized by Google

Korbbögen.

und daher

$$\tfrac{1}{2}s = r_1(1-\cos\alpha_1) + r_2(\cos.\alpha_1 - \cos\alpha_2) + r_3(\cos.\alpha_2 - \cos\alpha_3) + \ldots$$
$$= r_1 + (r_2 - r_1)\cos.\alpha_1 + (r_3 - r_2)\cos.\alpha_2 + (r_4 - r_3)\cos.\alpha_3 + (r_5 - r_4)\cos.\alpha_4,$$ dagegen
$$h = r_1\sin.\alpha_1 + r_2(\sin.\alpha_2 - \sin.\alpha_1) + r_2(\sin.\alpha_3 - \sin.\alpha_2) + \ldots$$
$$= r_5 - [(r_2 - r_1)\sin.\alpha_1 + (r_3 - r_2)\sin.\alpha_2 + (r_4 - r_3)\sin.\alpha_3 + (r_5 - r_4)\sin.\alpha_4].$$

Lassen wir nun die Halbmesser eine arithmetische Reihe bilden, setzen wir also

$$r_2 - r_1 = r_3 - r_2 = r_4 - r_3 = r_5 - r_4 = d,$$

so erhalten wir

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 + d(\cos.\alpha_1 + \cos.\alpha_2 + \cos.\alpha_3 + \cos.\alpha_4)$$ und
$$h = r_1 + d[4 - (\sin.\alpha_1 + \sin.\alpha_2 + \sin.\alpha_3 + \sin.\alpha_4)],$$

oder allgemeiner, wenn wir n Krümmungshalbmesser annehmen,

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 + d.\Sigma(\cos.\alpha)$$ und
$$h = r_1 + d[n - 1 - \Sigma(\sin.\alpha)],$$

woraus nun

1) $d = \dfrac{\tfrac{1}{2}s - h}{1 + \Sigma(\cos.\alpha) + \Sigma(\sin.\alpha) - n}$, so wie

2) $r_1 = \tfrac{1}{2}s - d\,\Sigma(\cos.\alpha)$ folgt.

Was die den einzelnen Bogenstücken entsprechenden Centriwinkel BOS, SNR, RMQ, QLP anlangt, so kann man diese ebenfalls eine arithmetische Reihe bilden lassen, und

$$\angle BOS = \varphi,\ \angle SNR = 2\varphi,\ \angle RMQ = 3\varphi$$ u. s. w.,

also $\varphi + 2\varphi + 3\varphi + \ldots. n\varphi = 90^0$, oder $\dfrac{(n+1)\,n}{2}\varphi = 90^0$, d. i.

$\varphi = \dfrac{180^0}{n(n+1)}$, so wie $\alpha_1 = n\varphi = \dfrac{180^0}{n+1}$ setzen.

Um nicht zu kleine Krümmungshalbmesser zu erhalten, muß man die Anzahl n der Bogenstücke um so größer nehmen, je größer das Verhältniß $\dfrac{s}{h}$ ist.

Beispiel. Für die in Fig. 35 abgebildeten Bogenhälften mit 5 Mittelpunkten ist

$$\varphi = \frac{180^\circ}{5.6} = 6^\circ.$$

daher $\alpha_1 = n\varphi = 30^\circ$,
$\alpha_2 = 30^\circ + 30^\circ - 6^\circ = 30^\circ + 24^\circ = 54^\circ$,
$\alpha_3 = 54^\circ + 24^\circ - 6^\circ = 54^\circ + 18^\circ = 72^\circ$,
$\alpha_4 = 72^\circ + 18^\circ - 6^\circ = 72^\circ + 12^\circ = 84^\circ$,
und $\alpha_5 = 84^\circ + 12^\circ - 6^\circ = 84^\circ + 6^\circ = 90^\circ$.

Nun ist $cos.\ 30° = 0{,}8660$, $sin\ 30° = 0{,}5000$, Korbbögen.
$cos.\ 54° = 0{,}5878$, $sin\ 54° = 0{,}8090$,
$cos.\ 72° = 0{,}3090$, $sin.\ 72° = 0{,}9510$,
$cos.\ 84° = 0{,}1045$, $sin.\ 84° = 0{,}9945$,
also $\Sigma\,(cos.\,\alpha) = 1{,}8673$ und $\Sigma\,(sin.\,\alpha) = 3{,}2555$,
daher folgt hier

$$d = \frac{\tfrac{1}{2}s - h}{1{,}1228} = 0{,}8906\,(\tfrac{1}{2}s - h) \text{ und}$$
$$r_1 = \tfrac{1}{2}s - 1{,}8673 \,.\, 0{,}8906\,(\tfrac{1}{2}s - h)$$
$$= 1{,}6631\,h - 0{,}3315\,s.$$

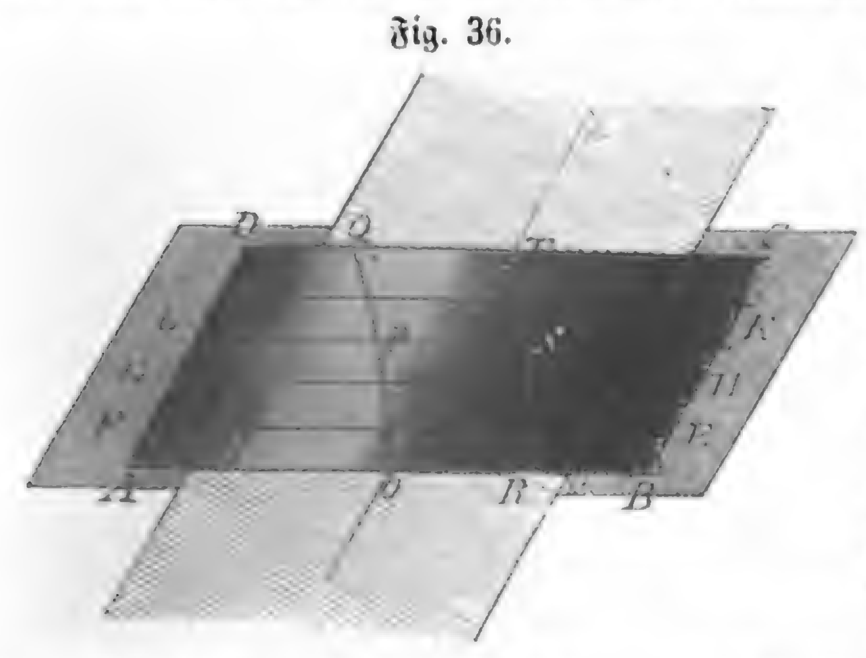
Hätte man $h = \tfrac{1}{3}s$, wie in der Figur, so würden

$$d = 0{,}8906 \,.\, \frac{s}{6} = 0{,}1484 \,.\, s \text{ und}$$
$$r_1 = 0{,}5544\,s - 0{,}3315\,s = 0{,}2229\,s,$$
$$r_2 = 0{,}3713\,s,$$
$$r_3 = 0{,}5197\,s,$$
$$r_4 = 0{,}6681\,s \text{ und}$$
$$r_5 = 0{,}8765\,s \text{ sich ergeben.}$$

§. 27. Die eben entwickelte Theorie der Stabilität gerader Tonnengewölbe kann man auch auf die **schiefen Tonnengewölbe**, so wie auf die **Kloster-**, **Kreuz-** und **Kuppelgewölbe** anwenden, weil sich annehmen läßt, daß alle diese Gewölbe aus Theilen von geraden Tonnengewölben bestehen. Schiefe Gewölbe u. s. w.

Ein schiefes Gewölbe $ABCD$, Fig. 36, dessen Stirnfläche AB mit der Axe OX einen schiefen Winkel einschließt, kann als ein Inbegriff von lauter dünnen geraden Gewölben $ABEF$, $EFGH$, $GHKL$ u. s. w. angesehen, und daher auch als solcher berechnet werden. Die Steine eines solchen Gewölbes sind so aneinander zu legen, daß die Wölbfugen alle Ebenen EF, GH, KL .. parallel zur Stirnfläche rechtwinkelig schneiden; deshalb bilden auch die Durchschnitte zwischen den Wölbfugen und den Wölbflächen besondere schraubenförmige Curven wie OPQ, RST u. s. w.

Fig. 36.



Ein über einen parallelepipedischen Raum $ABCD$, Fig. 37 (a. f. S.), zu spannendes **Gurt-** oder **Kappengewölbe**, besteht aus lauter dünnen Tonnengewölben EF, GH, KL und MN, OP, QR von verschiedenen Spannweiten, welche sich gegenseitig das Gleichgewicht halten, und

Kappengewölbe u. s. w.

zwar entweder unmittelbar, wie KL und MN, oder mittelbar, wie GH und OP, EF und QR, durch das zwischenliegende Gewölbstück.

Fig. 37.

A E G K B

D Q O M C

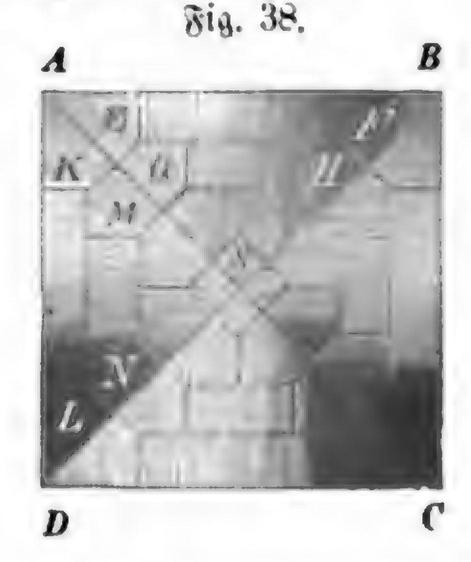


Fig. 38.

Ein Kreuzgewölbe $ABCD$, Fig. 38, besteht zunächst aus vier Hauptbögen AS, BS, CS und DS, welche sich an einen gemeinschaftlichen Schlußstein S anlehnen, und dann noch aus vier sich zwischen je zwei Kreuzbögen stemmenden Bogensystemen, wie $EFGH$, $KLMN$ u. s. w.

Ein Kuppelgewölbe, wie Fig. 39 im Grundrisse zeigt, läßt sich durch die Meridiane AB, DE, FG, HK u. s. w. in lauter Segmente wie AFM zerschneiden, welche von einem gewöhnlichen Tonnengewölbe nur dadurch verschieden sind, daß sie eine von unten nach oben abnehmende Länge haben. Da aber von der Länge eines Tonnengewölbes nur das Gewicht desselben abhängt, so läßt sich die Stabilität eines solchen Kuppelsegmentes AFM genau wie die eines gewöhnlichen Tonnengewölbes untersuchen. Diese Gewölbsegmente können sich übrigens entweder an einen Schlußstein im Scheitel der Kuppel anstemmen, oder es kann auch die Kuppel oben ganz offen sein, und das Gleichgewicht nur durch den Seitendruck zwischen den Segmenten erhalten werden. Ist n die Anzahl aller Segmente der Kuppel, so hat man den Centriwinkel BCD, Fig. 40,

Fig. 39.

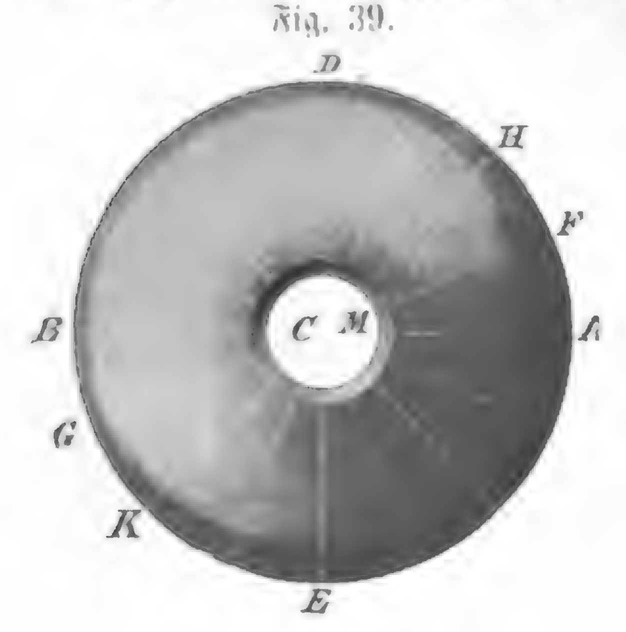


Fig. 40.



desselben; $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ daher der Winkel SAS, welchen die aus dem Horizontalschub P des Kuppelsegmentes entspringenden Seitendrücke S und S zwischen sich einschließen, $= 180 - \alpha = 180^0 - \frac{360^0}{n}$, und folglich die Größe einer solchen Seitenkraft: Kuppelgewölbe.

$$S = \frac{\frac{1}{2} P}{cos. SAC} = \frac{\frac{1}{2} P}{sin. \frac{\alpha}{2}},$$

oder, wenn n sehr groß, also α sehr klein angenommen wird:

$$S = \frac{P}{\alpha} = \frac{nP}{2\pi}.$$

Damit die Gewölbsteine diesen Druck auszuhalten vermögen, muß ihnen eine hinreichende Dicke gegeben werden.

In der Regel wird der Druck noch durch das Gewicht einer aufsitzenden Laterne vergrößert. Sind die Gewölbsteine hinreichend dick, um die Spannung S aushalten zu können, so kann natürlich auch kein Einstürzen nach innen, sondern nur ein Ausweichen nach außen stattfinden. Um dies zu verhindern, umgiebt man wohl die Kuppel mit eisernen Reifen.

Anmerkung. Ueber die Gewölbe ist die Literatur sehr ausgedehnt, jedoch sind die in verschiedenen Schriften abgehandelten Theorien nicht immer richtig, oder wenigstens nicht immer praktisch genug, weil ihnen nicht die der Praxis entsprechenden Voraussetzungen zu Grunde gelegt sind. Es mögen daher hier nur die vorzüglichsten Schriften angeführt werden. Coulomb legte zuerst den Grund zur Theorie, wie sie im Wesentlichen hier vorgetragen wurde. Man sehe: Théorie de machines simples, par Coulomb Die Theorie weiter ausgebildet findet man in Navier, Résumé des Leçons sur l'application de la mécanique, T. I. Eine deutsche Bearbeitung ist hiervon kürzlich erschienen, unter dem Titel: die Mechanik der Baukunst, von Westphal. Abhandlungen von Audoy, Garidel, Poncelet und Petit finden sich im Mémorial des l'officier du génie. Die Petit'sche Abhandlung ist deutsch bearbeitet und unter dem Titel »Theorie der Kreisgewölbe« besonders im Buchhandel so wie in Crelle's Journal der Baukunst erschienen, von W. Lahmeyer. Tabellen zur Berechnung des Gewölbschubes giebt die Schrift: Tables des poussées des voûtes en plein ceintre, par Garidel, Paris 1837 u. 1842. Uebrigens findet man die Gewölbe abgehandelt in den Werken über Mechanik von Bossut, Prony, Robison (Mechanical Philosophy), Whewell, Moseley, Eytelwein, Gerstner u. s. w. Besondere Abhandlungen über Gewölbe sind von Maillard (Mechanik der Gewölbe, Pesth, 1817), von Knochenhauer (Statik der Gewölbe, Berlin, 1842), Hagen (über Form und Stärke gewölbter Bogen, Berlin, 1844), u. s. w. erschienen. Ferner über schiefe Gewölbe: Heider, Theorie der schiefen Gewölbe, Wien 1846. Hart, Construction schiefer Gewölbe, in Romberg's Zeitschrift, 1847. Ueber steinerne Brücken ist noch zu lesen: Gauthey, Traité de la construction des ponts, und Perronet's Werke, die Beschreibung der Entwürfe und der Bauarten der Brücken bei Neuilli, Nantes u. s. w., aus dem Französischen von Dietlein, Halle 1820.

Drittes Kapitel.

Die Theorie der Holz- und Eisenconstructionen.

Holzconstructionen

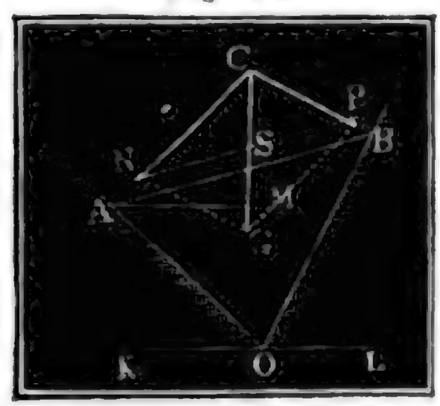
§. 28. Die Holz- und Eisenconstructionen unterscheiden sich besonders dadurch von den Steinconstructionen (Mauern und Gewölben), daß sie aus längeren Stücken bestehen als diese, und daß diese Stücke (franz. pièces; engl. pieces) nicht bloß über- oder nebeneinandergelegt, sondern durch Verzapfen, Aufplatten, Aufkämmen u. s. w. fest mit einander verbunden werden. Die Hauptaxen der Hauptstücke einer Construction können eine horizontale, eine geneigte oder eine vertikale Lage haben; im ersten Falle heißen sie Balken, Schwellen u. s. w. (franz. poutres, solives; engl. beams, joists), im zweiten heißen sie Sparren (franz. chevrons; engl. rafters), im dritten aber Säulen (franz. poteaux, piliers; engl. posts). Die kleineren Stücke einer Construction sind entweder Bänder (franz liens; engl. ties), oder Streben, Spreizen (franz. contre-fisches; engl. struts), oder Arme (franz. bras; engl. braces), je nachdem sie einer Ausdehnungs- oder einer Zusammendrückungskraft oder beiden zugleich widerstehen sollen.

Um die Stabilität einer Construction zu untersuchen, kommt es zunächst darauf an, daß man die Kräfte und Gewichte kenne, welche die Construction aufzunehmen hat. Aus ihnen bestimmen sich nun nicht nur die Kräfte, welche einzelne Stücke auszuhalten haben, sondern auch die Kräfte in den Verbindungsstellen und die Wirkungen gegen die Unterstützung. Man hat nun allen Theilen diejenigen Formen, Lagen und Dimensionen zu geben, bei welchen sie den auf sie wirkenden Kräften vollkommenen Widerstand entgegensetzen. Bei diesen Untersuchungen kommen allerdings auch wieder, wie bei den Gewölben, gewisse allgemeine Regeln über Stabilität, Festigkeit u. s. w. zur Anwendung, doch werden wir bei den folgenden Untersuchungen die Reibung außer Acht lassen, nicht allein, weil sie in der Regel viel kleiner ist, als bei den Steinen, sondern auch besonders deshalb, weil sie durch Erschütterungen und Schwankungen, welche bei den Holzconstructionen nicht zu vermeiden sind, momentan aufgehoben wird, und daher auf ihre Wirkung nicht sehr zu rechnen ist.

Was die Befestigung der Stücke unter einander betrifft, so haben wir vorzüglich zu unterscheiden, ob diese in einem Bolzen, Pflock (franz. boulon; engl. pin) oder in einem Zapfen oder Zapfenloch (franz.

tenon et mortaise; engl. tenon and mortise) oder in einem bloßen Vorsprunge (franz. saillie; engl. shoulder) besteht. Ein Bolzen nimmt alle Kräfte auf, deren Richtungen durch seine Axe gehen, ein Zapfen nimmt nur nach gewissen Richtungen wirkende Kräfte auf und ein Vorsprung nimmt nur Kräfte nach einer bestimmten Richtung, nämlich rechtwinkelig gegen die Vorderfläche des Vorsprungs, auf. Holzconstructionen.

Fig. 41.



§. 29. Ein mit seinen Enden auf schiefen Ebenen aufliegender Balken AB, Fig. 41, befindet sich ohne Reibung oder ohne eine besondere Bolzen- oder Zapfenbefestigung in der Regel nicht im Gleichgewichte. Damit dies eintrete, ist vielmehr noch nöthig, daß die vertikale Schwerlinie SG des Balkens durch den Punkt C gehe, in welchem sich die durch die Enden A und B gehenden Normallinien AC und BC beider Ebenen schneiden, denn nur in diesem Falle werden die beiden Componenten N und P, in welche sich das Gewicht G des Balkens zerlegen läßt, von den schiefen Ebenen aufgenommen. Sind α und β die Neigungswinkel AOK und BOL dieser Ebenen gegen den Horizont, so hat man für diese Kräfte Angelehnte Balken.

$$N = \frac{G \sin. \beta}{\sin. (\alpha + \beta)} \text{ und } P = \frac{G \sin. \alpha}{\sin. (\alpha + \beta)}.$$

Ist ferner l die Länge AB des Balkens, s die Entfernung AS seines Schwerpunktes S vom Ende A und δ der Neigungswinkel BAM des Balkens gegen den Horizont, so läßt sich die Horizontalprojection $AM = s \cos. \delta$ von $AS = s$ auch noch $= AC \sin \alpha$, oder da

$$AC = \frac{AB \sin. ABC}{\sin. ACB} = \frac{l \sin. (90^0 - \beta + \delta)}{\sin. (\alpha + \beta)} = \frac{l \cos. (\beta - \delta)}{\sin. (\alpha + \beta)}$$

Fig. 42.



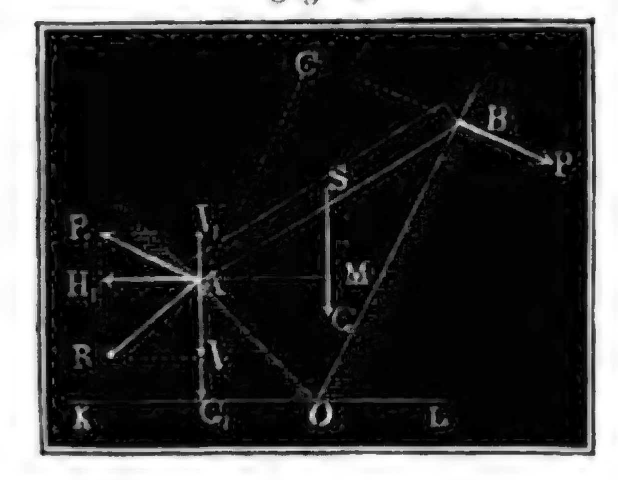
ist, $s_1 = \dfrac{l \sin. \alpha \cos. (\beta - \delta)}{\sin. (\alpha + \beta)}$ setzen, weshalb man die Bedingungsgleichung

$s \sin. (\alpha + \beta) \cos. \delta = l \sin. \alpha \cos. (\beta - \delta)$ erhält.

Ist eine der Ebenen, z. B. OA, Fig. 42, horizontal, also $\alpha = 0$, so erhält man

$s \sin. \beta \cos. \delta = 0$, weshalb dann $\beta = 0$, d. i. die andere Ebene ebenfalls horizontal sein muß.

Fig. 43



Um in jedem andern Falle das Ausgleiten des Balkens zu verhindern, hat man, wie Fig. 43 vor Augen führt, das eine Balkenende z. B. A, zu verzapfen, oder zu verbolzen u. s. w. Der Druck P, wel-

Angelehnte Balken. chen dann das Balkenende B gegen die schiefe Fläche OB ausübt, ergiebt sich mit Hülfe der Theorie eines Winkelhebels MAC, dessen Arme $AM = AS\cos.SAM = s\cos.\delta$ und $AC = AB\cos.BAC = l\cos.(\beta-\delta)$ sind, $P = \frac{G\,s\,\cos.\,\delta}{l\cos.(\beta-\delta)}$.

Da nun der Druck im Stützpunkte A gleich ist der Mittelkraft aller auf den Körper AB wirkenden Kräfte, so können wir auch annehmen, daß in diesem Punkte die Vertikalkraft $G_1 = G$ und die Gegenkraft $P_1 = P$ wirksam sei; zerlegen wir daher die letztere in die Horizontalkraft $H_1 = P_1 \sin.\beta$ und in die Vertikalkraft $V_1 = P_1\cos.\beta$, so erhalten wir für den Gesammtdruck in A den horizontalen Componenten oder Horizontalschub: $H_1 = \frac{G\,s\,\sin.\beta\,\cos.\delta}{l\,\cos.\,(\beta-\delta)}$, und den vertikalen Componenten oder Vertikalschub:

$$V = G - V_1 = G\left(1 - \frac{s\cos.\beta\,\cos.\,\delta}{l\,\cos.\,(\beta-\delta)}\right),$$

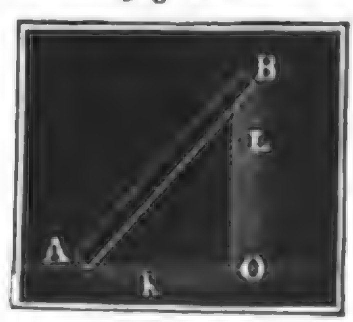
woraus sich nun auch leicht Größe und Richtung des Totalschubes berechnen läßt.

Für das Anlehnen an eine vertikale Wand, Fig. 44, ist $\beta = 90^0$, daher $H = \frac{G\,s\cos.\delta}{l\sin.\delta} = G\frac{s}{l}\,cotg.\,\delta = P$, und $V = G =$ dem Gewichte des Balkens selbst.

Fig. 44.



Fig. 45.



Für das Anlehnen an eine Wand, welche mit dem Balken gleiche Neigung hat, Fig. 45, ist $\beta = \delta$, daher

$$P = G\,\frac{s}{l}\,\cos\,\delta,$$

$$H = G\,\frac{s}{l}\,\sin.\,\delta\,\cos.\,\delta, \text{ und } V = G\left(1 - \frac{s}{l}\cos.\,\delta^2\right).$$

Sparrenschub. §. 30. Die im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln finden nun ihre Anwendung bei der Theorie der Dach- oder Sparrenconstructionen (franz. fermes; engl. roofs). Es ist hiernach bei den Dächern ohne Säule, Fig. 46 und Fig. 47, der horizontale Sparrenschub sowohl im untern als im obern Ende: $H = \frac{G\,s}{l}\,cotg.\,\delta$, oder, da hier $s = \frac{1}{2}l$ gesetzt werden kann, $H = \frac{1}{2}G\,cotg.\delta$, ferner der Vertikaldruck im obern Ende $=$ Null, und im untern gleich dem Gewichte G des belasteten

Digitized by Google

Sparrens. Setzt man die Dachhöhe $BC = h$ und die Breite AC Sparrenschub.
$= DC = b$, so hat man $cotg.\, \delta = \frac{b}{h}$, daher den Sparrenschub
$H = \frac{1}{2}\, G\, \frac{b}{h}$. Es wächst also der (horizontale) Sparrenschub direkt wie die Breite oder Tiefe des Hauses und umgekehrt wie die Dachhöhe. Gewöhnlich liegt h zwischen den Grenzen $2b$ und

Fig. 46.

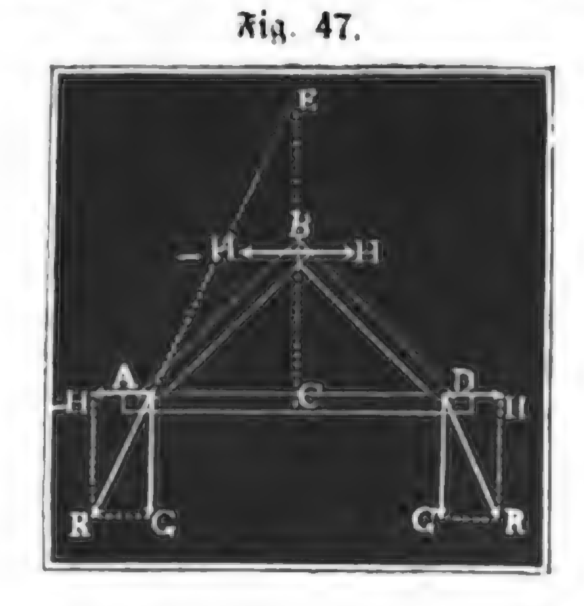


Fig. 47.

$\frac{1}{2}b$. Ersteres Verhältniß findet bei den hohen Kirchdächern, letzteres bei den flachen italienischen Hausdächern statt; dort ist $\delta = 26^{0}, 34'$, hier aber $63^{0}, 26'$. Der Sparrenschub ist bei flachen Dächern sehr groß, er ist z. B. für die letzte Sparrenlage gleich der ganzen, dagegen bei der ersten Sparrenneigung nur ein Viertel der Belastung des Sparrens. Um den, zumal bei flachen Dächern Gefahr drohenden Sparrenschub aufzuheben, werden die Sparrenfüße in die Balkenenden eingezapft, oder wohl auch noch durch andere Mittel vor dem Ausgleiten geschützt.

Der vollständige Druck des Sparrens in seinem Fußpunkte A ist

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}\,(cotg.\,\delta)^2}\,.\,G = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2h}\right)^2}\,.\,G,$$

und für den Winkel $RAH = \varphi$, welchen die Drucklinie mit dem Horizonte einschließt, hat man

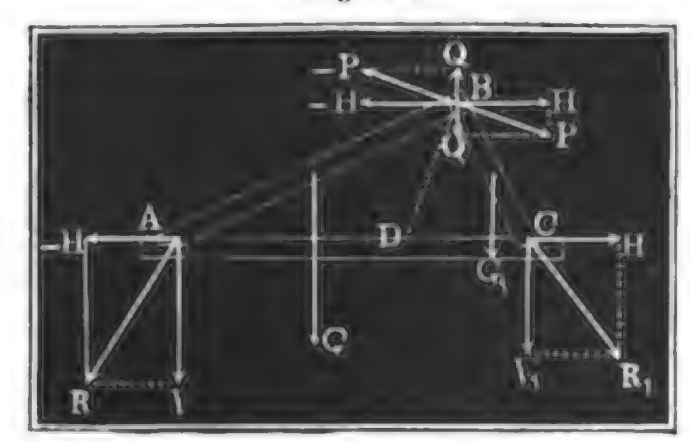
$$tang.\,\varphi = \frac{G}{H} = \frac{G}{\frac{1}{2} G \frac{b}{h}} = \frac{2h}{b} = 2\, tang.\,\delta.$$

Man findet also hiernach die Richtung des ganzen Sparrenschubes im Fußpunkte, wenn man die Sparrenhöhe CB verdoppelt (Fig. 47), also $CE = 2\,.\,CB$ macht, und eine Linie ER durch den Fußpunkt A und durch den Endpunkt E der Verlängerung zieht.

Digitized by Google

Sparrenschub. Bei dem Dachgespärre in Fig. 47 mit gleichlangen Sparren wirken die Sparren im Scheitel B nur durch den Horizontalschub auf einander, sind aber die Sparren von ungleicher Länge, wie in Fig. 48, so weicht die Kraft P, womit ein Sparren gegen den andern drückt, von der Horizontallinie um einen gewissen Winkel ab. Ist G das Gewicht des einen Sparrens AB und G_1 das des andern Sparrens CB, sind ferner δ und δ_1 die Neigungswinkel dieser Sparren gegen den Horizont, und ist β der Neigungswinkel BDC der Ebene, in welcher man sich die Sparren an einander stoßend denken kann, gegen welche also die Kraft P rechtwinkelig gerichtet ist; so hat man

Fig. 48.



$$P = \tfrac{1}{2}\,\frac{G\ cos.\ \delta}{cos.\ (\beta - \delta)} \text{ und } = \tfrac{1}{2}\,\frac{G_1\ cos.\ \delta_1}{cos\ (180^0 - \beta - \delta_1)}, \text{ daher}$$

$$- G\ cos.\ \delta\ cos.\ (\beta + \delta_1) = G_1\ cos.\ \delta_1\ cos.\ (\beta - \delta), \text{ oder}$$

$$\frac{G\ (sin.\beta\ sin\ \delta_1 - cos\ \beta\ cos.\delta_1)}{sin.\ \beta\ cos.\ \delta_1} = \frac{G_1 (sin.\beta\ sin.\delta + cos.\beta\ cos.\delta)}{sin.\ \beta\ \ cos.\ \delta},$$

wenn man die Division ausführt,

$$G\ (tang.\ \delta_1 - cotg.\ \beta) = G_1\ (tang.\ \delta + cotg.\ \beta), \text{ also}$$

$$cotang.\ \beta = \frac{G\ tang.\ \delta_1 - G_1\ tang.\ \delta}{G + G_1}.$$

Hiernach folgt nun der Horizontalschub beider Balken

$$H = P\ sin.\ \beta = \tfrac{1}{2}\,\frac{G\ sin.\ \beta\ cos.\ \delta}{cos.\ (\beta - \delta)} = \frac{\tfrac{1}{2}\ G}{cotg.\ \beta + tang.\ \delta}$$

$$= \frac{\tfrac{1}{2}\ (G + G_1)}{tang.\ \delta + tang.\ \delta_1}.$$

Anlangend die Vertikaldrücke V und V_1 in den Sparrenfüßen, so ist der eine gleich dem Gewichte G minus dem vertikalen Componenten $Q = P\ cos.\ \beta$ und der andere gleich dem Gewichte G_1 plus diesem Componenten, also $V = G - H\,cotg\ \beta = G - \tfrac{1}{2}\,\frac{(G\ tang.\ \delta_1 - G_1\ tang.\ \delta)}{tang.\ \delta + tang.\ \delta_1}$

und $V_1 = G_1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{G\ tang.\ \delta_1 - G_1\ tang.\ \delta}{tang.\ \delta + tang.\ \delta_1}\right)$.

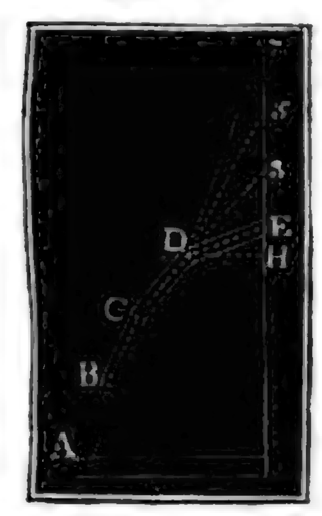
Beispiel. Das Dach ABD, Fig. 47 ist 40 Fuß tief und 30 Fuß hoch und besteht aus je 4 Fuß von einander abstehenden Sparren von 6 Zoll Breite und 8 Zoll Höhe, man sucht den Sparrenschub. Nimmt man an, daß jeder Quadratfuß Bedachung 15 Pfd. wiegt, so erhält man für die Belastung eines Spar-

Digitized by Google

rens $= 15 \,.\, 4 \sqrt{20^2 + 30^2} = 600 \,.\, \sqrt{13} = 2163$ Pfund; nun wiegt aber der Sparrenschub.
Sparren selbst, wenn man das Gewicht eines Cubikfußes Holz $\doteq \frac{2}{3} . 66 = 44$ Pfd. annimmt, $= \frac{1}{2} . \frac{2}{3} . 44 \sqrt{20^2 + 30^2} = \frac{440}{3} \sqrt{13} = 529$ Pfund, es folgt daher der Vertikaldruck eines Sparrens $V = G = 2163 + 529 = 2692$ Pfund, und der Horizontalschub $H = \frac{1}{2}\, G \frac{b}{h} = \frac{1}{2} \,.\, 2692 \,.\, \frac{20}{30} = 897$ Pfund.

§. 31. Bei manchen Constructionen, zumal bei den sogenannten Man- Gebrochenes Dach.
sarddächern ruht der Sparren DE, Fig. 49, nicht auf einem Balken oder Bundtrame, sondern auf einem zweiten Sparren CD, dieser nach Befinden wieder auf einem dritten BC u. s. w. Damit nun in diesem Falle die Kraft von einem Sparren auf den andern vollkommen übergetragen werde, ist es nöthig, daß dieselben gewisse Stellungen gegen einander einnehmen. Diese Stellungen aber sind dadurch bestimmt, daß je zwei an einander stoßende Sparren mit gleichen Horizontalkräften auf einander wirken. Nun ist die Horizontalkraft des oberen Sparrens DE, $H = \frac{1}{2}\, G\, cotg.\, \delta$, wenn G das Gewicht und δ die Neigung desselben bezeichnet; es folgt dagegen für den zweiten Sparren DC,

Fig. 49.



$$H = \frac{\frac{1}{2}(G + G_1)}{tang.\, \delta_1 - tang.\, \delta},$$ wenn G_1 das Gewicht und δ_1 die Neigung dieses zweiten Balkens bezeichnet; daher ergiebt sich durch Gleichsetzen beider Werthe:

$$G\, cotg.\, \delta = \frac{G + G_1}{tang.\, \delta_1 - tang.\, \delta}, \text{ d. i.}$$

$$tang.\, \delta_1 = tang.\, \delta + \frac{(G + G_1)}{G}\, tang.\, \delta$$

$$= \left(2 + \frac{G_1}{G}\right) tang.\, \delta;$$ ebenso für den Neigungswinkel δ_2 eines dritten Sparrens, da der Horizontalschub überall derselbe ist: $G\, cotg.\, \delta = \frac{G_1 + G_2}{tang.\, \delta_2 - tang.\, \delta_1}$, daher

$$tang.\, \delta_2 = tang.\, \delta_1 + \frac{G_1 + G_2}{G}\, tang.\, \delta$$

$$= \left(2 + \frac{G_1}{G} + \frac{G_1}{G} + \frac{G_2}{G}\right) tang.\, \delta = \left[2\left(1 + \frac{G_1}{G}\right) + \frac{G_2}{G}\right] tang.\, \delta$$

ebenso für einen vierten Sparren:

$$tang.\, \delta_3 = tang.\, \delta_2 + \frac{G_2 + G_3}{G}\, tang.\, \delta$$

$$= \left[2\left(1 + \frac{G_1}{G} + \frac{G_2}{G}\right) + \frac{G_3}{G}\right] tang.\, \delta \text{ u. s. w.}$$

Haben die sämmtlichen Sparren einerlei Gewicht G, so ist

Gebrochenes Dach

$tang.\ \delta_1 = 3\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_2 = 5\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_3 = 7\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_4 = 9\ tang.\ \delta$, u. s. w.

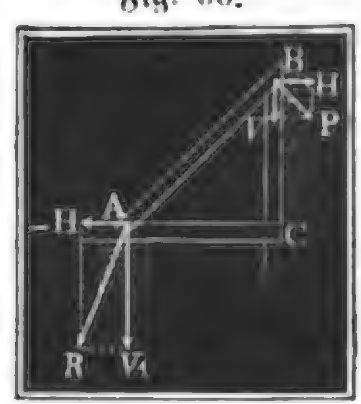
Wenn man daher in diesem Falle die Dachhöhe EH, Fig. 49, welche dem ersten Sparren DE entspricht, wiederholt nach obenzu aufträgt, und durch die Theilpunkte 1, 3, 5, 7 u. s. w. Linien $D1$, $D3$, $D5$, $D7$ u. s. w. zieht, so geben diese die Neigungen der Sparren DE, CD, BC, AB u. s. w. an. Man sieht übrigens sogleich ein, daß die Gestalt dieser Sparrenverbindung mit einem den Gewichten G_1, G_2, G_3 u. s. w. entsprechenden Seilpolygone vollkommen übereinstimmt (vergl. I. § 144, und II. §. 16), und es ist diese Uebereinstimmung auch vollkommen erklärlich, wenn man sich die beiden Hälften von dem Gewichte G eines jeden Sparrens in den End- oder Eckpunkten D, C, B, A u. s. w. niederziehend denkt, also annimmt, daß in jedem dieser Punkte das Gewicht G wirkt.

Denkt man sich die Sparren sehr kurz und in sehr großer Anzahl vorhanden, so erhält man in der Axe dieser Construction eine Kettenlinie. Diese Curve wird daher besonders bei Eisenconstructionen anzuwenden sein.

Gestützte Sparren.

§. 32. Ruht der Sparrenkopf B, Fig. 50, auf einer Säule BC, so fällt der Sparrenschub kleiner aus, als wenn er sich an eine vertikale Wand oder Säule anlehnt.

Fig. 50.

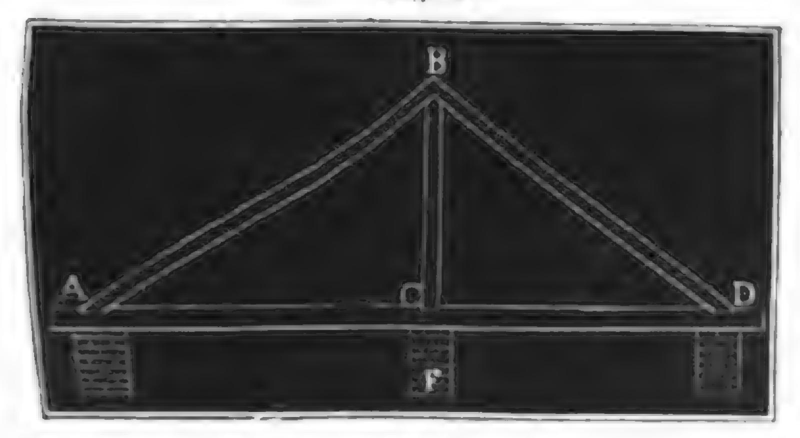


Es ist hier nach §. 29 der Druck gegen den Kopf dieser Säule $P = G \frac{s}{l} cos.\ \delta = \frac{1}{2} G\ cos.\ \delta$ und der Horizontalschub $H = P sin.\ \delta = \frac{1}{2} G\ cos.\ \delta\ sin.\ \delta = \frac{1}{4} G\ sin.\ 2\delta$. Da die Säule von dem Gewichte G den Theil $V = P\ cos.\ \delta = \frac{1}{2} G\ (cos.\ \delta)^2$ trägt, so drückt allerdings der Balken nicht mit seinem ganzen Gewichte G, sondern nur mit der Kraft $V_1 = G - \frac{1}{2} G\ (cos.\ \delta)^2 = G\ [1 - \frac{1}{2}(cos.\ \delta)^2] = \frac{1}{2} G\ [1 + (sin.\ \delta)^2]$ im Fuß A vertikal abwärts. Aus dieser Vertikalkraft und aus dem Horizontalschube H folgt nun für den Winkel φ, welchen die Mittelkraft R mit dem Horizonte einschließt, $tang.\ \varphi = \frac{H}{V_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{sin.\ 2\ \delta}{1 + (sin.\ \delta)^2}$.

Führen wir die Tiefe $AC = b$ und Höhe $BC = h$ ein, so erhalten wir $H = \frac{b\,h}{b^2 + h^2} \cdot \frac{G}{2}$, während wir beim Anlehnen des Sparrens $H = \frac{b}{h} \cdot \frac{G}{2}$ gefunden haben. Trägt jede Längeneinheit des Sparrens das Gewicht γ, so hat man $G = \sqrt{b^2 + h^2} \cdot \gamma$ zu setzen, weshalb für den einen Fall $H = \frac{b\,h\,\gamma}{2\sqrt{b^2 + h^2}}$ und für den andern $= \frac{b\sqrt{b^2 + h^2}}{2\,h} \cdot \gamma$

folgt, und nun zu ersehen ist, daß bei dem Sparren mit Säule der Horizontalschub um so kleiner und dagegen bei Sparren ohne Säule, derselbe um so größer wird, je niedriger das Dach oder Gespärre ist. Gestützte Sparren.

Fig. 51.



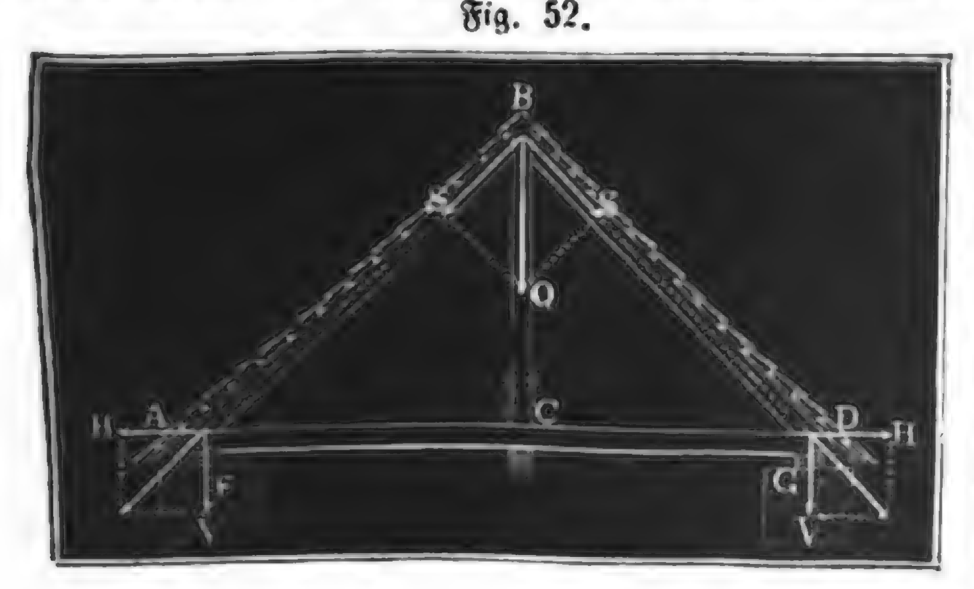
Damit die Säule BC von der Horizontalkraft H nicht umgestürzt werde, ist es nöthig, sie von hinten, z. B. durch eine Mauer, noch besonders zu unterstützen.

Dieselben Kraftverhältnisse kommen übrigens auch bei dem Lehrgespärre ABC, Fig. 51, vor, wo zwei gegen einander gestellte Sparren durch eine Säule gemeinschaftlich unterstützt sind. Es nimmt auch hier die Säule die Gewichtstheile $\frac{1}{2} G (cos. \delta)^2$, $\frac{1}{2} G (cos. \delta)^2$, auf, trägt also die Vertikalkraft $G (cos. \delta)^2$ auf ihre Unterstützung über, und es ist der Horizontalschub $H = \frac{1}{4} G \sin 2\delta$. Uebrigens braucht hier die Säule keine Seitenunterstützung, weil sich die Horizontalkräfte im Scheitel aufheben.

Beispiel. Bei dem Dache im Beispiele zu §. 30 war die Belastung eines Sparrens: $G = 2692$ Pfund, $b = 20$ und $h = 30$ Fuß, also $tang.\ \delta = \frac{3}{2}$, $\delta = 56^\circ. 18', 36''$, es ist daher bei Anwendung einer Säule der Horizontalschub $H = \frac{2692}{4} \sin. 112^\circ, 37', 12'' = 673 \sin. 67^\circ, 22', 48'' = 621$ Pfund. Der Vertikaldruck, welchen die Säule aufnimmt, ist $V = \frac{2692}{2} (cos. 56^\circ, 18', 36'')^2 = 746.3$ Pfund; daher trägt der Balken nur $2692 - 746,3 = 1945,7$ Pfund.

§. 33. Während in dem seither betrachteten Falle die Säule (Stütze) einen Theil des Sparrendruckes vom Balken wegnimmt und auf ihre eigene Unterstützung überträgt, wirkt die Hängesäule BC, Fig. 52, auf umgekehrte Weise, nimmt nämlich einen Theil der Belastung eines Balkens AD auf und trägt denselben vermittels der Sparren oder Streben AB und DB auf die Hängesäulen.

Fig. 52.



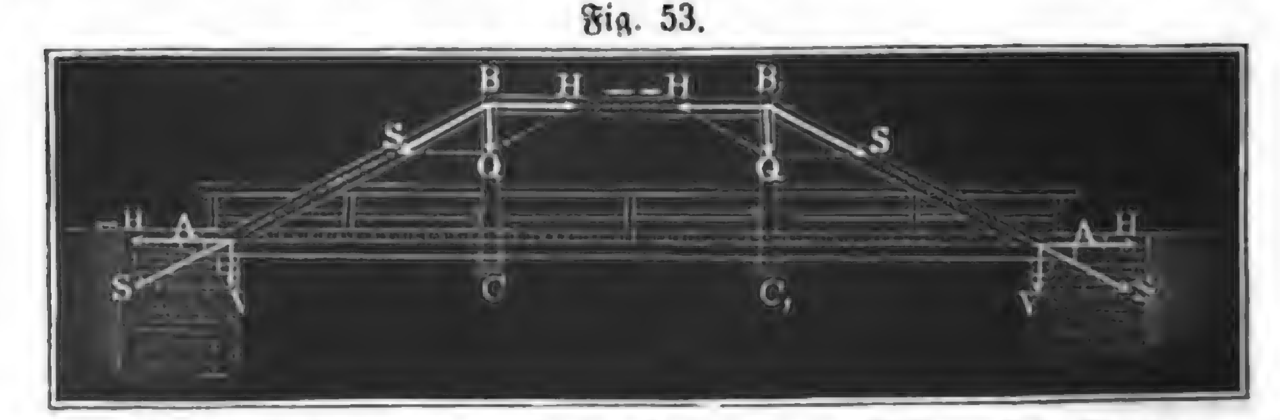
Digitized by Google

Hängesäulen. Seitenmauern F und G über. Die Kraft Q, welche die Hängesäule aufnimmt, ergiebt sich aus der Größe und Art der Belastung des Balkens AD. Ist die Last auf den Balken gleichmäßig vertheilt, so läßt sich annehmen, daß die eine Hälfte von den Umfangsmauern unmittelbar, und die andere von der Hängesäule aufgenommen werde, ist sie aber in der Mitte oder über dem Unterzugbalken concentrirt, so hat man auch anzunehmen, daß sie vollständig von der Hängesäule getragen werde. Die Kraft Q in der Hängesäule zerlegt sich in die zwei nach den Sparrenrichtungen wirkende Seitenkräfte, wovon jede den Werth $S = \frac{Q}{2 sin. \delta}$ hat; und vereinigen wir nun diese Kräfte mit den aus den Sparrengewichten G, G entspringenden Kräften, so bekommen wir den Horizontalschub in A und D

$H = \frac{1}{2} G\, cotg.\delta + S cos.\delta = \frac{G+Q}{2}.\ cotg.\ \delta$, und den Vertikaldruck ebendaselbst: $V = G + S\, sin.\ \delta = G + \frac{Q}{2}$.

Bei Brücken und tiefen Gebäuden kommen **zusammengesetzte Hängewerke** mit zwei oder mehreren Hängesäulen vor. Fig. 53 repräsentirt ein solches Hängewerk mit zwei Hängesäulen BC und B_1C_1, und

Fig. 53.



einem zwischen beiden befindlichen Spannriegel BB_1. Die Berechnung dieses ist übrigens vollkommen in Uebereinstimmung mit der des einfachen Hängewerkes. Aus der Belastung Q einer Hängesäule folgt die Horizontalkraft im Spannriegel und in den Widerlagern A und A_1: $H = Q\, cotg.\ \delta$, wenn δ die Neigung der Streben AB und A_1B_1 gegen den Horizont bezeichnet. Da dieser Winkel oft ziemlich klein ist, so hat man es dann mit einem bedeutenden Horizontalschube zu thun und daher Sorge zu tragen, daß den Streben an den Fußpunkten ein hinreichender Widerstand entgegengesetzt werde (vergl. II. §. 20). Uebrigens hat man den Streben und Spannriegeln Stärken zu geben, welche ein Biegen oder Zerbrechen derselben durch die Kraft $S = \frac{Q}{sin.\delta}$ und $H = Q\, cotg.\delta$ nicht zulassen, und nach der Lehre von der rückwirkenden Festigkeit (I. §. 212 u. f. w.) zu berechnen sind.

Was endlich noch die Kraft Q anlangt, so ist diese allerdings von der Belastung der Brücke abhängig. Nehmen wir eine gleichförmig vertheilte Belastung an, so rechnen wir am sichersten, wenn wir annehmen, jede Hängesäule trägt ein Drittel, und von den beiden Seitenmauern trägt jede ein Sechstel der Belastung. Hängesäulen

Beispiel. Wenn das doppelte Hängewerk in Fig. 53 eine 60 Fuß lange und 12 Fuß breite Brücke zu tragen bestimmt ist, und angenommen wird, daß jeder Quadratfuß dieser Brücke sammt Belastung 50 Pfund wiegt, so ergiebt sich das Gewicht der Brücke $= 60 . 12 . 50 = 36000$ Pfund, und die Belastung der Hängesäulen $= \frac{36000}{3} = 12000$; daher bei $22\frac{1}{2}^{\circ}$ Neigung der Streben, der Horizontalschub $= 12000 \; cotg. \; 22\frac{1}{2}^{\circ} = 12000 \; . \; 2,4142 = 28970$ Pfund, und der Schub in einer Strebe $= \frac{12000}{sin. \; 22\frac{1}{2}^{\circ}} = 31358$ Pfund. Jedenfalls vertheilen sich diese Spannungen auf zwei Riegel und auf zwei Streben, die sich auf beiden Seiten der Brücke befinden; es ist also die von einem Spannriegel aufzunehmende Kraft 14485 Pfund, und die von einer Strebe 15679 Pfund. Nehmen wir nun (nach I. §. 212) den Festigkeitsmodul des Holzes = 7400 Pfund an und geben wir zwanzigfache Sicherheit, so erhalten wir für den nöthigen Querschnitt eines Spannriegels: $F = \frac{14485 . 20}{7400} = \frac{2897,5}{74} = 39,2$ Quadratzoll, und für eine Strebe $= \frac{15679 . 20}{7400} = \frac{3135,8}{74} = 42,4$ Quadratzoll.

Fig. 54.

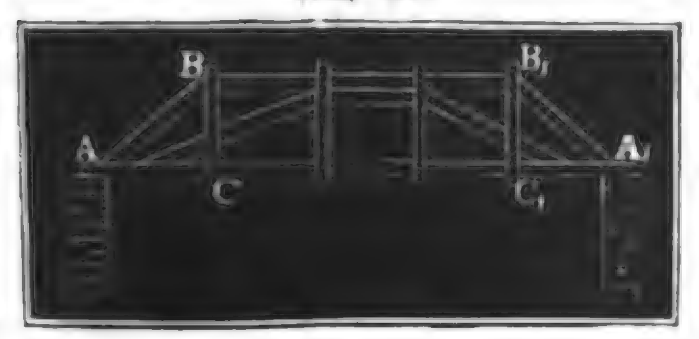
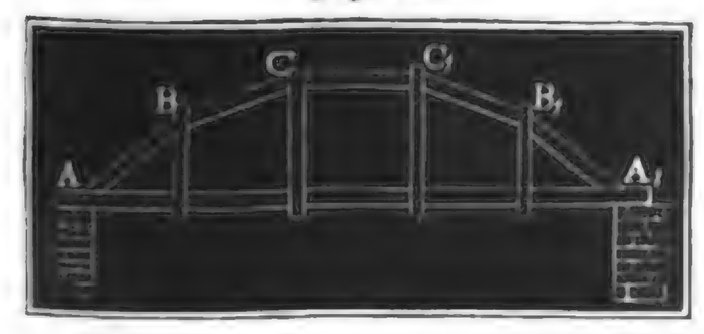


Fig. 55.



Anmerkung. Zusammengesetztere Hängewerke, wie die Figuren 54 und 55 vor Augen führen, lassen sich leicht nach dem Obigen berechnen. In beiden Fällen läßt sich annehmen, daß jede der vier Hängesäulen ein Fünftel der ganzen Belastung trägt, und das letzte Fünftel von den Seitenmauern unmittelbar aufgenommen wird. Bei der letztern Construction ist die Neigung der einen Strebe nicht willkürlich, sondern von der Neigung der andern abhängig. Ist Q die Kraft in jeder Hängesäule, δ die Neigung der Strebe BC und δ_1 die der Strebe AB, so hat man die Horizontalspannung

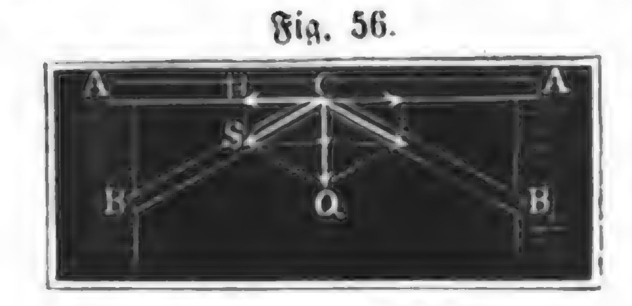
$$H = Q \; cotg. \; \delta = (Q + Q) \; cotg. \; \delta_1, \text{ daher } cotg. \; \delta = 2 \; cotg. \; \delta_1$$
$$\text{oder } tang. \; \delta_1 = 2 \; tang. \; \delta.$$

§. 34. Während die Hängewerke einen Boden oder eine Brücke von oben unterstützen, dienen die sogenannten Sprengwerke dazu, eine Un- Sprengwerke.

Digitized by Google

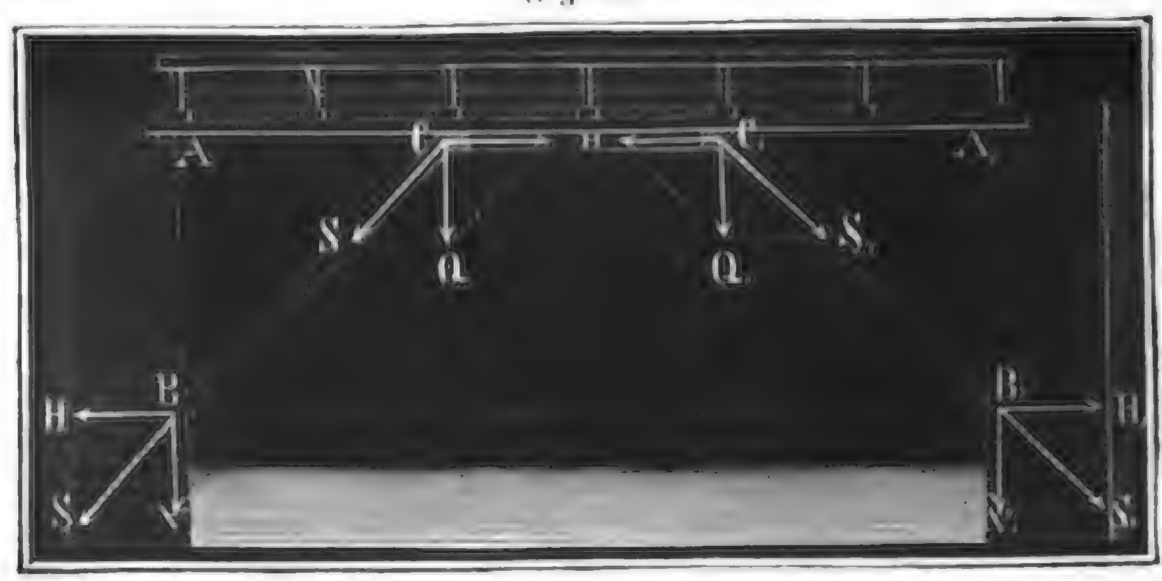
Sprengwerke.

Fig. 56.



terstützung von unten zu bewirken. Die Vertheilung des Druckes erfolgt übrigens bei den Sprengwerken genau so wie bei den Hängewerken. Bei dem einfachen Sprengwerk in Fig. 56 ergiebt sich aus der Vertikalkraft Q in der Mitte der Brücke AA_1 der Horizontalschub $H = \frac{1}{2} Q \, cotg. \, \delta$ und die Spannung der Strebe BC, $S = \frac{1}{2} \frac{Q}{sin. \, \delta}$, wenn δ die Neigung der Strebe gegen den Horizont bezeichnet. Bei dem Sprengwerke mit Spannriegel, Fig 57, sind die Kräfte dieselben, nur läßt sich hier $Q = \frac{1}{3}$ der ganzen Belastung setzen,


Fig. 57.



während dort für Q, $\frac{1}{2}$ derselben anzunehmen ist. Ist das Sprengwerk doppelt, wie Fig. 58 vor Augen führt, so hat man vier Streben und es läßt sich nun setzen, daß jede ein Fünftel der ganzen Belastung trägt, also $Q = \frac{1}{5} G$ ist. Um das Biegen der längeren Streben zu verhüten, setzt man noch Bänder AD, A_1D_1 ein, zumal, wenn die Zahl der Streben noch größer ist. Die Vertheilung des Druckes bei einer aus ungleichschenkeligen Sprengwerken bestehenden Construction, F. 59, ist genau so wie bei dem Sprengwerke Fig. 58 anzunehmen, nur sind hier die Bänder oder Zangen CD, C_1D_1 ... um so nöthiger, da die Streben zum Theil sehr

Fig. 58.

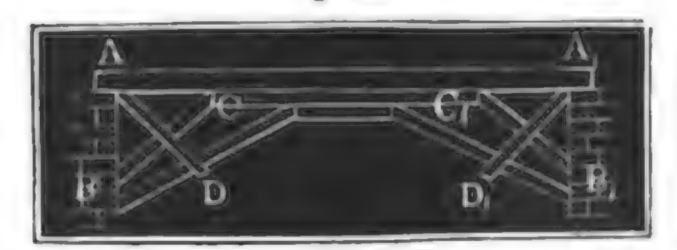
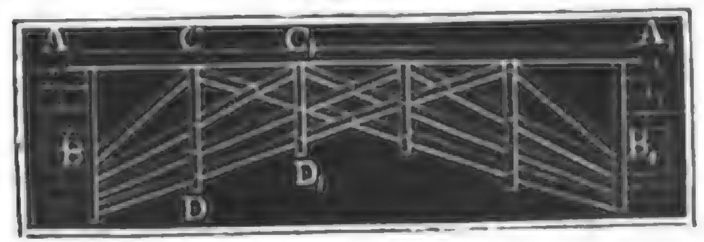


Fig. 59.

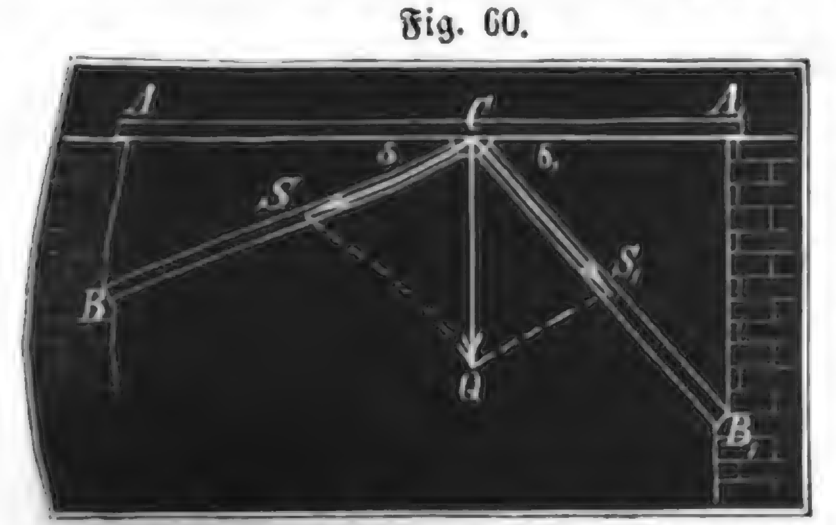


Digitized by Google

lang ausfallen. Uebrigens ist es sicherer, wenn man die Gewichte der sämmtlichen Theile mit in Rechnung zieht, indem man die Hälfte eines jeden Theiles an seinen Enden niederziehend annimmt. Sprengwerke.

Haben je zwei gegen einander gestellte Streben BC und B_1C, Fig. 60, verschiedene Neigungswinkel δ und δ_1 gegen den Horizont, so lassen sich die aus dem Vertikaldrucke Q erwachsenden Spannungen S und S_1 der Streben durch die bekannten Proportionen

Fig. 60.



$$\frac{S}{Q} = \frac{sin.\ SQC}{sin.\ CSQ}$$ und

$$\frac{S_1}{Q} = \frac{sin.\ S_1QC}{sin.\ CS_1Q}$$ finden; es ist hiernach

$$S = \frac{Q\ cos.\ \delta_1}{sin.\ (\delta + \delta_1)} \text{ und } S_1 = \frac{Q\ cos.\ \delta}{sin.\ (\delta + \delta_1)},$$ und die Horizontalspannung beider Streben:

$$H = S\ cos.\ \delta = S_1\ cos.\ \delta_1 = \frac{Q\ cos.\ \delta\ cos.\ \delta_1}{sin.\ (\delta + \delta_1)} = \frac{Q}{tang.\delta + tang.\delta_1}$$

(vergl. §. 30).

§. 35. Der Druck, welchen die Stützen eines Balkens aufzunehmen haben, hängt nicht allein von der Größe und Vertheilung der Belastung, sondern auch von den Angriffspunkten der Stützen ab. Ruht ein Balken AB, Fig. 61, mit seinen Enden auf zwei Stützen AD und BE, und wirkt die Last P des Balkens in einem Punkte C, welcher um die Stücke $CA = l_1$ und $CB = l_2$ von den Stützpunkten absteht, während die ganze Länge AB des Balkens $= l$ ist, so hat die Stütze AD die Vertikalkraft Säulen.

$$P_1 = \frac{CB}{AB} \cdot P = \frac{l_2}{l}\ P,$$ und die Stütze BE die Vertikalkraft

$$P_2 = \frac{CA}{AB} \cdot P = \frac{l_1}{l}\ P$$ aufzunehmen.

Fig. 61.

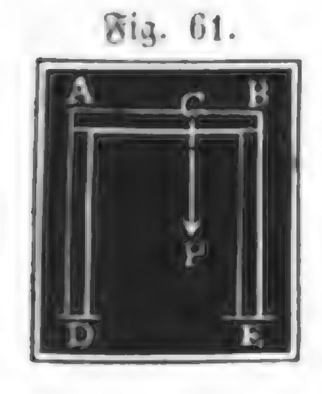
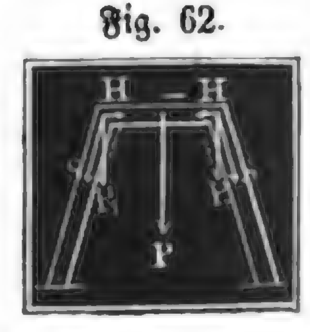


Fig. 62.



Stehen die Stützen oder Säulen schief, wie Fig. 62 zeigt, so zerlegt sich jeder dieser Vertikalkräfte noch in einen Horizontalschub H und in eine Axenkraft S. Ist δ der Neigungswinkel einer Stütze gegen den Horizont, so hat man die Horizon-

Säulen talkraft, mit welcher jede Stütze oben nach innen, und unten nach außen auszuweichen sucht:

$$H = P_1 \, cotg \; \delta = \tfrac{1}{2} P \, cotg. \; \delta,$$

und dagegen den Axenschub der Stütze:

$$S = \frac{P_1}{sin.\,\delta} = \frac{P}{2\,sin.\,\delta},$$

wofern die Last P in der Mitte des Balkens wirkt, also $P_1 = P_2 = \tfrac{1}{2} P$ ist. Ruht ein Balken auf drei Stützen, wie ACB, Fig. 63, und trägt derselbe in den Mittelpunkten zwischen je zwei Säulen eine Last P, so kann man nach I. §. 204 *) annehmen, daß jede der äußeren Stützen $\tfrac{5}{16} P$, die mittlere aber $\tfrac{22}{16} P$ trägt, da die neutrale Axe des Balkens in

Fig. 63.

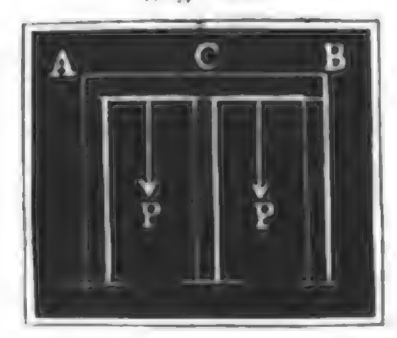
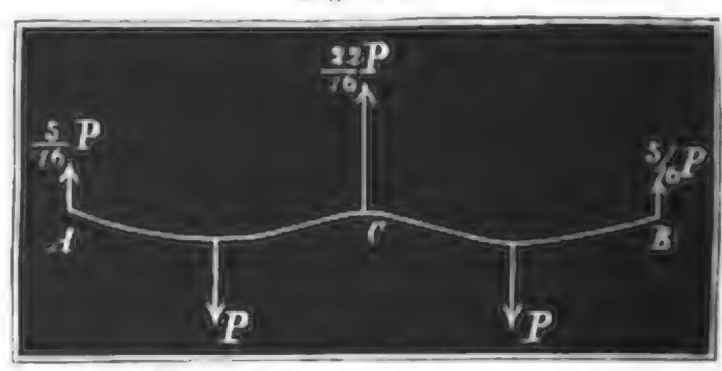


Fig. 64.



diesem Falle eine krumme Linie wie ACB, Fig. 64, bildet. Ist der in der Mitte belastete Balken AB, Fig. 65, vierfach gestützt, z. B. durch zwei Säulen AD und $A_1 D_1$ und zwei Streben BC und $B_1 C_1$, so nimmt die neutrale Axe des Balkens eine Gestalt wie Fig. 66 an, welche von

Fig. 65.

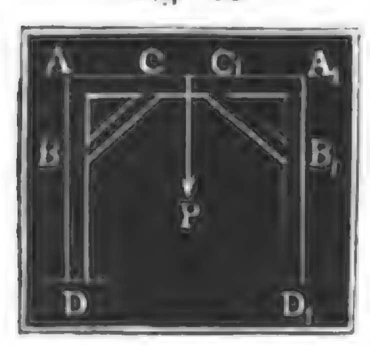
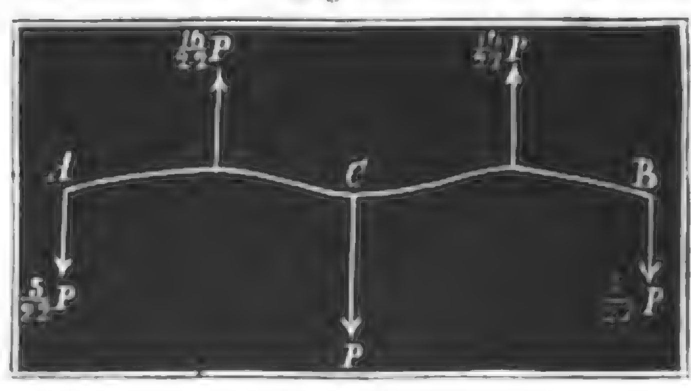


Fig. 66.



der vorigen Curve nur der Lage nach verschieden ist; weshalb daher der Druck auf jede der beiden mittleren Stützen oder Streben $= \tfrac{16}{22} P$ und die Kraft, mit welcher jede der beiden äußersten Säulen von unten nach oben gezogen wird, in so fern natürlich der Balken auf diese befestigt ist, $= \tfrac{5}{22} P$ beträgt.

Ist δ der Neigungswinkel der Strebe BC gegen den Horizont, so hat man die Spannung derselben $S = \tfrac{16}{22} \cdot \dfrac{P}{sin.\,\delta} = \tfrac{8}{11} \cdot \dfrac{P}{sin.\,\delta}$, und

Digitized by Google

dagegen den Horizontalschub in den Enden B und C: $H = {}^8/_{11} P\, cotg. \delta$. Säulen.
Ist nun noch l die ganze Länge AD einer Säule und l_1 der Theil DB derselben vom Fußpunkte D bis zur Strebe, so hat man die aus H erwachsende Spannung des Balkens innerhalb AC und A_1C_1:

$$S_1 = \frac{DB}{DA} \cdot H = \frac{l_1}{l} \cdot {}^8/_{11}\, P\, cotg.\, \delta = {}^8/_{11} \frac{l_1}{l} P\, cotg.\, \delta,$$

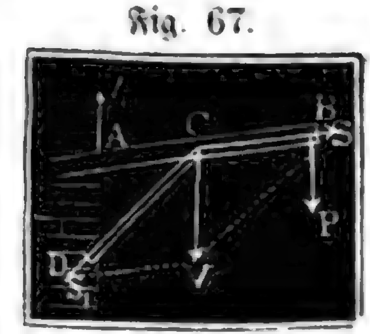
und dagegen die innerhalb CC_1:

$$S_2 = S_1 - H = {}^8/_{11} \cdot \frac{l_1}{l} P\, cotg\, \delta - {}^8/_{11} P\, cotg\, \delta = -{}^8/_{11} \frac{l - l_1}{l} P\, cotg.\, \delta.$$

Das Balkenstück CC_1 hat den Kräften P und S_2 und das Säulenstück BD den Kräften $\frac{P}{2}$ und H durch zusammengesetzte Festigkeit zu widerstehen. (S. I. §. 222 u. s. w.)

§. 36. Die Balken sind besonders dann durch Streben und Bänder zu unterstützen, wenn sie nur an einem Ende befestigt sind. Der mit einem Ende eingemauerte Balken AB, Fig. 67, trage eine am anderen Ende angreifende Last P, und sei durch eine Strebe CD unterstützt. Es sei die ganze Länge AB des Balkens $= l$, der Theil AC desselben $= l_1$, die Neigung des Balkens (oder Sparrens) gegen den Horizont $= \alpha$, und die der Strebe $= \delta$. Aus der Kraft P entspringt der Vertikaldruck in C von oben nach unten: Streben.

Fig. 67.



$$V = \frac{l}{l_1} P, \text{ und der Vertikaldruck in } A \text{ von unten nach oben:}$$

$$V_1 = \frac{l - l_1}{l_1} P.$$

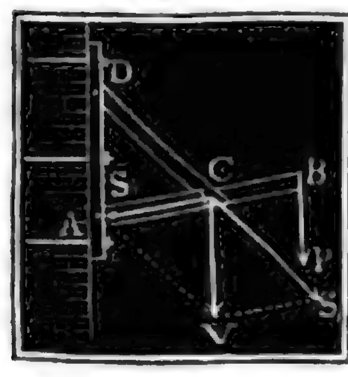
Der erste Vertikaldruck zerlegt sich in die nach den Axen des Balkens und der Strebe gerichteten Kräfte

$$S = \frac{V\, cos.\, \delta}{sin.\, (\delta - \alpha)} = \frac{l P\, cos.\, \delta}{l_1\, sin.\, (\delta - \alpha)} \text{ und}$$

$$S_1 = \frac{V\, cos.\, \alpha}{sin.\, (\delta - \alpha)} = \frac{l P\, cos.\, \alpha}{l_1\, sin.\, (\delta - \alpha)}.$$

Auf ähnliche Weise läßt sich auch die Aufgabe behandeln, wenn der Balken durch eine Hängesäule CD, Fig. 68, gestützt ist. Nehmen wir wieder einen horizontalen Balken, also $\alpha = 0$ an, so haben wir hier

Fig. 68.



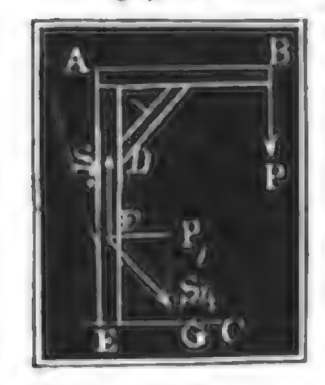
$$S = V\, cotg.\, \delta = \frac{l P}{l_1} cotg.\, \delta \text{ und}$$

$$S_1 = \frac{l P}{l_1\, sin.\, \delta}.$$

Streben. Die Strebe oder Hängesäule (Fig. 67 und Fig. 68) hat die Axenkraft S_1 entweder durch ihre rückwirkende oder absolute Festigkeit zu widerstehen, das Stück BC des Balkens aber der Kraft P durch seine relative und das Stück AC desselben der Axenkraft S und dem Drehungsmomente $V_1 l_1 = P(l - l_1)$ durch seine zusammengesetzte Festigkeit.

Ist der Balken AB, Fig. 69, auf dem Kopfe einer Säule befestigt, so hat diese in dem Theile AD der Ausdehnungskraft $V_1 = \frac{l - l_1}{l_1} P$ und in dem Theile DE der Compressionskraft P, in beiden aber überdies noch dem Umdrehungsmomente Pl zu widerstehen.

Fig. 69.



Ist endlich die Säule am Fuße mit einer Strebe FG ausgerüstet, so nimmt diese eine Kraft S_1 auf, welche sich aus dem Neigungswinkel $FGE = \beta$ und der Höhe $EF a$ des Angriffspunktes F über der Sohle wie folgt bestimmen läßt. Dem Umdrehungsmoment Pl der Kraft P wird durch ein Umdrehungsmoment $P_1 . EF = P_1 a$ das Gleichgewicht gehalten; es ist folglich die Horizontal- oder Normalkraft in F:

$$P_1 = \frac{Pl}{a},$$

und es sind folglich die Componenten derselben, nach der Axe der Säule und der Axe der Fußstrebe gerichtet:

$$S_3 = P_1 \, cotg. \beta = \frac{Pl}{a} \, cotg. \beta \quad \text{und}$$

$$S_4 = \frac{P_1}{cos. \beta} = \frac{Pl}{a \, cos. \beta}.$$

Hiernach wird also das Stück EF der Säule entweder durch die Kraft $P - S_3 = P\left(1 - \frac{l}{a} \, cotg. \beta\right)$ comprimirt, oder mit der Kraft $S_3 - P = P\left(\frac{l}{a} \, cotg. \beta - 1\right)$ ausgedehnt, und zwar ersteres, wenn $a \, tang. \beta > l$ ist, also der Fußpunkt G der Fußstrebe über dem Aufhängepunkte B hinausliegt, und letzteres, wenn $a \, tang. \beta < l$, also $EG < AB$ ist.

Beispiel. Bei einem Galgengerüste, Fig. 69, betrage die Last $P = 1500$ Pfund, die Armlänge $AB = l = 12$ Fuß, die Neigung beider Streben $\delta = \beta = 45°$, und die Länge einer jeden $8\frac{1}{2}$ Fuß; man sucht die nöthigen Stärken dieser Construction. Die Horizontal- und Vertikalprojectionen der Streben sind $l_1 \sin \alpha = 8{,}5 \, sin. \, 45° = 6$ Fuß, folglich ist die Spannkraft der Strebe CD:

$$S_1 = \frac{lP}{l_1 \, sin. \, \delta} = \frac{12 \, . \, 1500}{6 \, sin. \, 45°} = \frac{3000}{0{,}7071} = 4243 \text{ Pfund};$$

Digitized by Google

und daher der nöthige Querschnitt, wenn man nach I. §. 212 den Sicherheits- modul $K = 250$ Pfund nimmt, $F = \frac{S_1}{K} = \frac{4243}{250} = 17$ Quadratzoll. Für den Arm oder Balken haben wir nach I. §. 219, 220 und 221: Streben.

$$b h = \left(\frac{l}{l_1} \, cotg. \, \delta + \frac{6\,(l - l_1)}{h}\right) \frac{P}{T} = \left(\frac{2 . 1 .}{1200} + \frac{72}{200\,h}\right) . 1500, \text{ d. i.}$$

$bh = {}^5\!/_2 + \frac{540}{h}$, und wenn wir die Höhe h der doppelten Breite $2b$ des Balkens gleich nehmen,

$$2b^2 = {}^5\!/_2 + \frac{270}{b} \text{ oder}$$

$$b^3 - {}^5\!/_4\, b = 135,$$

woraus nun $b = \sqrt[3]{135 + {}^5\!/_4\, b}$ zunächst annähernd $= 5$, und dann genauer $b = \sqrt[3]{135 + 6{,}25} = \sqrt[3]{141{,}25} = 5{,}21$ Zoll, und $h = 10{,}42$ Zoll folgt. Für die Säule, namentlich für deren Mittelstück DF hat man ebenfalls nach einer der angeführten Regeln im ersten Bande

$$b_1 h_1 = \left(\frac{1}{500} + \frac{l}{200\,h_1}\right) P = \frac{1500}{500} + \frac{144 \, . \, 1500}{200\,h_1} = 3 + \frac{1080}{h_1},$$

und macht man hier die Dicke oder Dimension h_1 in der Ebene durch den Balken um die Hälfte größer als die Breite b_1, so ist

$${}^3\!/_2\, b_1^{\,2} = 3 + \frac{720}{b_1} \text{ oder } b_1^{\,3} = 2 b_1 + 480,$$

weshalb $b_1 = \sqrt[3]{480 + 2 b_1}$, annähernd $= 7{,}8$ dann genauer

$$b_1 = \sqrt[3]{480 + 15{,}6} = \sqrt[3]{495{,}6} = 7{,}91 \text{ Zoll},$$

und daher $h_1 = {}^3\!/_2\, b_1 = 11{,}86$ Zoll sich ergiebt. Für den obern Theil AD des Balkens, welcher statt der Compressionskraft P eine Ausdehnungskraft $\frac{l - l_1}{l} P = P$ auszuhalten hat, wäre der Querschnitt

$$b_1 h_1 = \left(\frac{1}{1200} + \frac{l}{200\,h}\right) P = {}^5\!/_4 + \frac{1080}{h_1}$$

kleiner als der gefundene, und für den Theil EF, welcher die Ausdehnungskraft $S_2 - P = P\left(\frac{l}{a} \, cotg. \, \beta - 1\right) = 1500\,(2 - 1) = 1500$ Pfund auszuhalten hat, wäre ein Querschnitt $F = \frac{1500}{1200} = {}^5\!/_4$ Quadratzoll nöthig. Jedenfalls genügt also für beide Endstücke der Säule der gefundene Querschnitt $b_1 h_1 = 7{,}91 \; . \; 11{,}86 = 94$ Quadratzoll des Mittelstückes. Die Fußspreize FG erleidet endlich den Axendruck $S_4 = \frac{Pl}{a\,cos.\,\beta} = \frac{12 \, . \, 1500}{6\, cos.\, 45^0} = 4343$ Pfund wie die Balkenstrebe, weshalb ihr auch derselbe Querschnitt 17 Quadratzoll zu geben ist.

§. 37. Ueber einandergelegte und nur durch Bänder zusammengehaltene Balken AB, Fig. 70, haben eine Tragkraft, welche nahe gleich der Summe der Tragkräfte aller einzelnen Balken ist. Sind die Balken nur an einander gestoßen, wie Fig. 71, und die Stoßfugen nicht in einer Ebene, so fällt noch Verbundene Balken.

Fig. 70.



Fig. 71.



Verbundene Balken.

die Tragkraft eines Balkens aus. Sind die Balken verzahnt oder verbolzt, wie Fig. 72 und Fig. 73, und mit starken Bändern umgeben, so

Fig. 72.

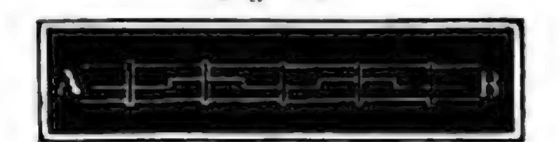
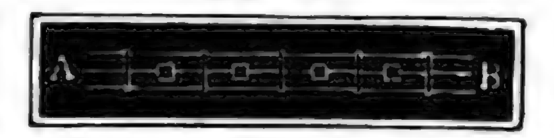


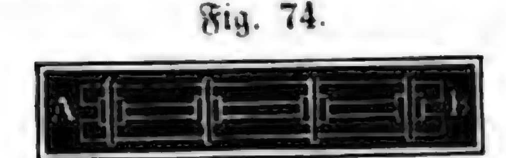
Fig. 73.



ist die Tragkraft der Verbindung fast eben so groß als bei einem einzigen Balken von denselben Dimensionen.

Häufig werden Balken deshalb mit einander verbunden, um eine erhöhte Tragkraft zu erhalten. Bekanntlich ist die Tragkraft eines Balkenelementes um so größer, je entfernter dasselbe von der neutralen Axe ist.

Fig. 74.



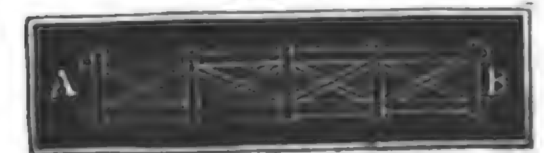
Legt man daher Keile oder hohe Bolzen zwischen zwei Balken, Fig. 74, und verbindet man dieselben noch durch Bänder oder Schrauben, so erhöht man die Tragkraft beider um ein Bedeutendes. Ist b die Breite, h die Höhe, l die Länge und a der Abstand beider Balken von einander, so hat man die Tragkraft der Verbindung (s. I. §. 206)

$$P = \left(\frac{(a+2h)^3 - a^3}{l(a+2h)}\right)\frac{bK}{6}.$$

Ist z. B. $a = 2h$, so hat man $P = 14\,\frac{bh^2}{l}\cdot\frac{K}{6}$, wogegen sich $P = 4\,\frac{bh^2}{l}\cdot\frac{K}{6}$ herausstellt, wenn beide Balken nur auf einander gekämmt sind.

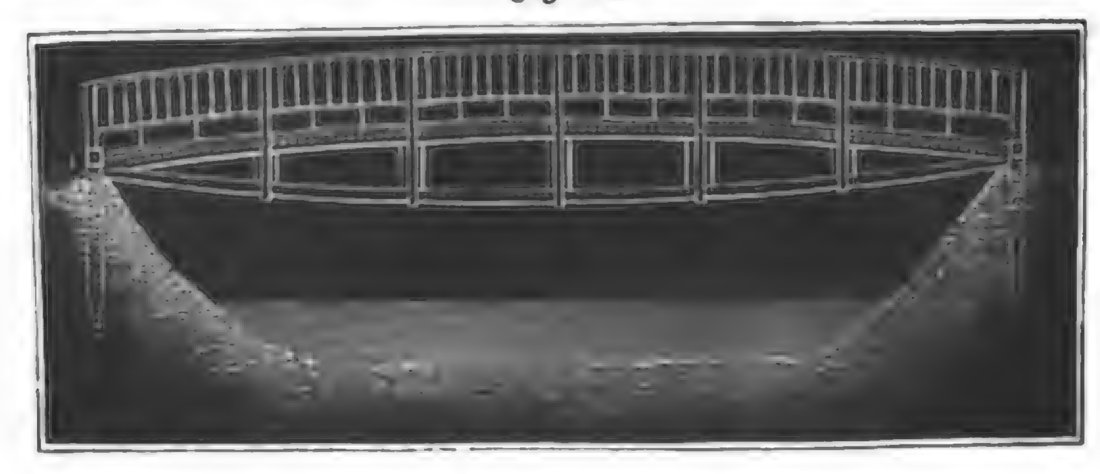
Dasselbe Verhältniß tritt auch bei der Balkenverbindung, Fig. 75, mit

Fig. 75.



Andreaskreuzen ein. Ebenso sind endlich noch die Holzconstructionen mit gekrümmten Balken, die durch Bolzen auseinander gehalten werden, wie die Brücke in Fig. 76 vor Augen führt, zu beurtheilen, doch ist nicht unberücksichtigt zu lassen,

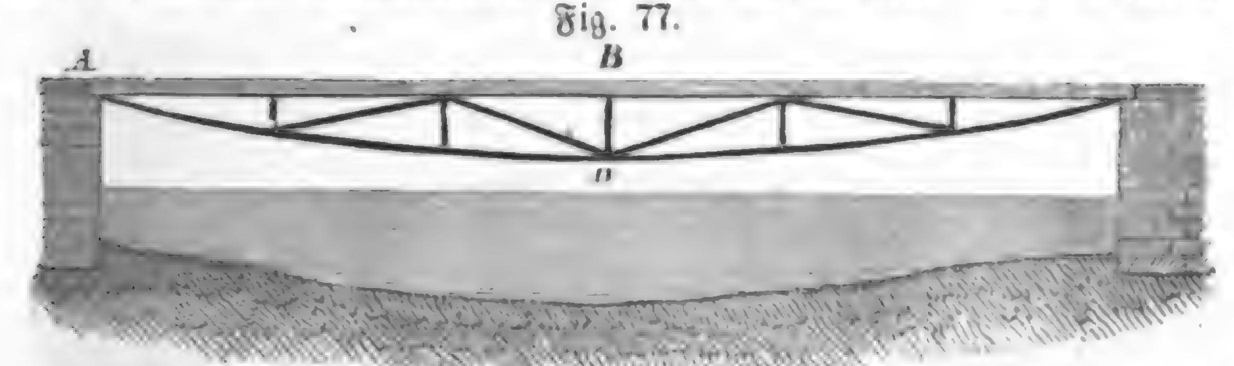
Fig. 76.



daß Holzbalken oder bloße Bohlen beim Biegen schon einen bedeutenden Theil ihrer Tragkraft verlieren. Ein Hauptvorzug solcher Constructionen besteht aber darin, daß sie sich weniger biegen und weniger leicht in Schwingungen gerathen, und daß sie nur vertikal abwärts auf die Stützpunkte wirken, also keine eigentlichen Widerlager erfordern. Verbundene Balken.

Auch gehört hierher die Verstärkung der Balken durch Eisenbänder, wie Fig. 77, in einer Brückenconstruction vor Augen führt. Es ist hier der

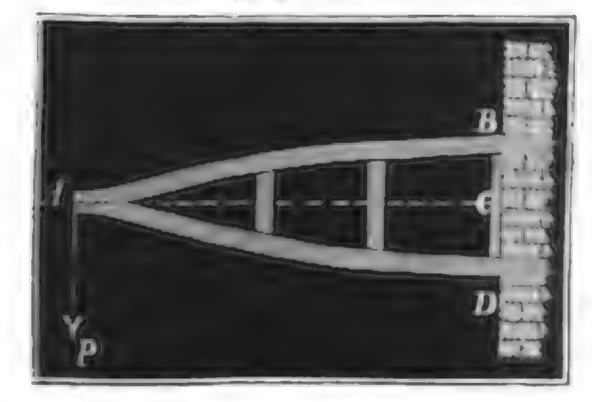
Fig. 77.



Balken ABC mit einem schmiedeeisernen Bande ADC verbunden, welche durch zwischengestellte Säulen und Streben in Spannung erhalten wird. Bei der Belastung wirkt dieses Band der Biegung des Balkens durch seine absolute Festigkeit entgegen.

§. 38*). Die Tragkraft eines aus zwei gekrümmten Hölzern zusammengesetzten Balkens ABD, Fig. 78, läßt sich wie folgt ermitteln. Es sei b die Breite, h die Höhe und P_1 die Biegungskraft einer Balkenhälfte, ferner l die Länge AC, a die halbe Höhe $CB = CD$ und P die Tragkraft des ganzen Balkens. Wir haben dann das Biegungsmoment einer Balkenhälfte Gesprengte Balken.


Fig. 78



$$W_1 = \frac{b h^3}{12}$$

und das des ganzen Balkens:

$$W = \frac{b[(2a + h) - (2a - h)^3]}{12} = \frac{bh(12a^2 + h^2)}{6} \text{ (s. I., §. 198),}$$

und daher das Ausdehnungsverhältniß der äußersten Faser AB als Wirkung der Biegungskraft P_1: $\frac{\lambda_1}{l} = \frac{P_1 l h}{2 W_1 E}$ und die als Wirkung der Last P:

$$\frac{\lambda_2}{l} = \frac{Pl\left(a + \frac{h}{2}\right)}{WE},$$ folglich das Maximalausdehnungsverhältniß

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda_1}{l} + \frac{\lambda_2}{l} = \frac{P_1 l h}{2 W_1 E} + \frac{Pl\left(a + \frac{h}{2}\right)}{WE} \text{ (s. I., §. 219 u. s. w.)}$$

Gesprengte Balken. Nun ist aber $\frac{P_1 l^3}{3 W_1 E} = a$ (s. I, §. 192), und $\frac{\lambda}{l} = \frac{T}{E}$, d. i. das Verhältniß des Tragmodul zum Elasticitätsmodul, daher hat man

$$\frac{T}{E} = \frac{3ah}{2l^2} + \frac{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)P}{bh(12a^2 + h^2)E}, \text{ hiernach}$$

$$T = \frac{3ah}{2l^2}E + \frac{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)P}{bh(12a^2 + h^2)}, \text{ und folglich die Tragkraft}$$

$$P = \frac{bh(12a^2 + h^2)}{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)}\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right).$$

Es ist hiernach zu ermessen, daß der Balken gar keine Tragkraft mehr besitzt, wenn $\frac{3ah}{2l^2}E = T$, d. i. die Bogenhöhe $a = \frac{2Tl^2}{3Eh}$ beträgt. Dagegen wird er aber auch bei einer gewissen Biegung seiner Theile, d. i. für ein gewisses a eine Maximalkraft tragen, die sich bestimmt, wenn man

$$\frac{(12a^2 + h^2)\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)}{a + \frac{h}{2}}$$ in Beziehung auf a differenziirt und den gefundenen Differenzialquotienten = Null setzt.

Unter der Voraussetzung, daß $\frac{h}{2a}$ ein kleiner ächter Bruch ist, kann man die höheren Potenzen von $\frac{h}{2a}$, also $\left(\frac{h}{2a}\right)^2$, $\left(\frac{h}{3a}\right)^3$ vernachlässigen, und daher

$$\frac{(12a^2 + h^2)\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)}{a + \frac{h}{2}} = \frac{12a^2 + h^2}{a}\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)\left(1 - \frac{h}{2a}\right)$$

$$= (12a - 6h)\left(T - \frac{3hE}{2l^2}a\right) = 12Ta - 6Th - 18\frac{Eh}{l^2}a^2$$

setzen, weshalb nun

$$12T - 36\frac{Eh}{l^2}a = 0, \text{ also}$$

$$a = \frac{Tl^2}{3Eh} \text{ zu setzen ist.}$$

Die entsprechende Maximalkraft ist nun Gesprengte Balken.

$$P = \frac{bh}{6l}\left(12\,Ta - 6\,Th - 18\,\frac{Eh}{l^2}a^2\right) = \frac{b'h}{6l}\left(2\frac{T^2 l^2}{Eh} - 6\,T\,h\right)$$
$$= \left(\tfrac{1}{3}\,\frac{T}{E}\,\frac{l^2}{h^2} - 1\right)\frac{bh^2}{l}\,T.$$

Für den einfachen Balken ist $P = \frac{bh^2}{l}\,\frac{T}{6}$, und für einen Balken von der doppelten Höhe $2h$, $P = 4\,.\,\frac{bh^2}{l}\,.\,\frac{T}{6}$.

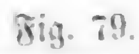
Beispiel. Wenn jeder der zwei nach Fig. 78 mit einander verbundenen Balken eine Dicke von 6 Zoll und eine Länge $l = 200$ Zoll hat und für dieselben $\frac{T}{E} = \frac{1200}{1800000} = \frac{1}{150}$ ist, so wird die Verbindung bei einer Spannhöhe $2a = \frac{2\,l^2}{3\,h}\cdot\frac{T}{E} = \frac{2\,.\,40000}{3\,.\,6\,.\,150} = 29{,}6$ Zoll die größte Last

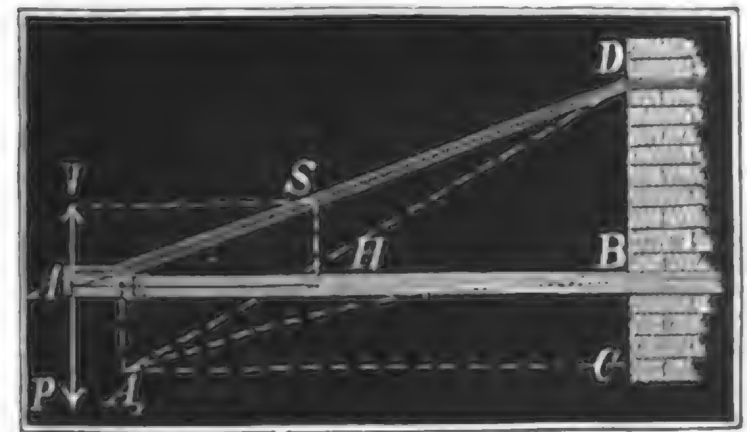
$$P = \left(\tfrac{1}{3}\cdot\frac{1}{150}\cdot\frac{40000}{36} - 1\right)\frac{b\,h^2}{l}\,T = 1{,}47\,.\,\frac{b\,h^2}{l}\,T,$$

d. i. $1{,}47\,.\,\tfrac{3}{2} = 2{,}175$ mal so groß als bei einem einfachen Balken, welcher mit beiden Balken zusammen einerlei Höhe ($2h$) hat.

Bei der doppelten Spannhöhe $2a = \frac{4\,T\,l^2}{3\,E\,h} = 59{,}2$ Zoll würde die Balkenverbindung gar kein Tragvermögen besitzen.

§. 39. Wenn ein Balken AB, Fig. 79, durch eine eiserne Spannschiene AD gestützt wird, so entsteht die Frage, welchen Theil der Kraft P am Ende des Balkens nimmt diese Schiene auf und welchen Theil hat der Balken selbst zu tragen? Es sei P das angehängte Gewicht, S die Spannung der Helfschiene AD, l die Länge AB des Balkens, $F = bh$ der Querschnitt desselben, ferner F_1 der Querschnitt der Helfschiene und α der Neigungswinkel BAD derselben gegen den Horizont, endlich sei E der Elasticitätsmodul des Balkens, E_1 der der Schiene und W das Biegungsmoment des erstern. Die Spannkraft S zerlegt sich in die Vertikalkraft $V = S\,sin.\,\alpha$ und in die Horizontalkraft $H = S\,cos.\,\alpha$; es wird daher der Balken durch die Kraft Helfschienen.


Fig. 79.



$$P - V = P - S\,sin.\,\alpha$$

gebogen und durch die Kraft

$$H = V\,cos.\,\alpha$$

Hilfschienen. zusammengedrückt. Wenn nun der Balken durch diese Kräfte die Bogengestalt BA_1 annimmt, so ist für dieselbe die Höhe

$$BC = EA_1 = a = \frac{(P - S\,sin.\alpha)\,l^3}{3WE} \text{ (s. I., §. 192),}$$

und die Verkürzung

$$AE = b = \frac{H}{EF} \cdot l = \frac{S\,l\,cos.\alpha}{EF} \text{ (s. I., §. 185),}$$

daher die Verlängerung der Schiene

$$\lambda = A_1D - AD = \sqrt{\overline{A_1C}^2 + \overline{CD}^2} - \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2}$$

$$= \sqrt{(l-b)^2 + (l\,tang.\alpha + a)^2} - \sqrt{l^2 + l^2\,tang.\alpha^2}$$

$$= \sqrt{l^2\,(1 + tang.\alpha^2) + 2\,l\,(a\,tang.\alpha - b)} - \sqrt{l^2(1 + tang.\alpha^2)}$$

$$= l\sqrt{1 + tang.\alpha^2} + \frac{a\,tang.\alpha - b}{\sqrt{1 + tang.\alpha^2}} - l\sqrt{1 + tang.\alpha^2}$$

$$= (a\,tang.\alpha - b)\,cos.\alpha = a\,sin.\alpha - b\,cos.\alpha,$$

wofern man die höheren Potenzen von a und b vernachlässigt.

Nun ist aber die Spannung

$$S = \frac{\lambda}{AD}\,E_1F_1 = \frac{\lambda\,cos.\alpha}{l} \cdot E_1F_1 = \left(\frac{a\,sin.\alpha - b\,cos.\alpha}{l}\right) cos.\alpha \,.\, E_1F_1$$

$$= \left(\frac{(P - S\,sin.\alpha)\,l^2\,sin.\alpha}{3WE} - \frac{S\,cos.\alpha^2}{FE}\right) cos.\alpha \,.\, E_1F_1,$$

daher folgt

$$S\left(\frac{1}{E_1F_1\,cos.\alpha} + \frac{cos.\alpha^2}{EF} + \frac{l^2\,sin.\alpha^2}{3WE}\right) = \frac{P\,l^2\,sin.\alpha}{3WE},$$

also die gesuchte Spannkraft der Schiene

$$S = \frac{P\,l^2\,sin.\alpha}{3WE\left(\frac{1}{E_1F_1\,cos.\alpha} + \frac{cos.\alpha^2}{EF}\right) + l^2\,sin.\alpha^2}, \text{ oder}$$

$$1)\quad S = \frac{P\,l^2\,sin.\alpha}{\frac{1}{4}\,\frac{b\,h^3\,E}{E_1F_1\,cos.\alpha} + \frac{1}{4}\,h^2\,cos.\alpha^2 + l^2\,sin.\alpha^2}.$$

Die Querschnitte F und F_1 des Balkens und der Schiene ergeben sich nun mittels der entsprechenden Tragmodul T und T_1 durch die Formeln

$$T = \frac{S\,cos.\alpha}{F} + \frac{(P - S\,sin.\alpha)\,h\,l}{2W} \text{ und}$$

$$T_1 = \frac{S}{F_1}, \text{ oder umgekehrt}$$

2) $F = bh = \frac{S\cos.\alpha}{T} + \frac{6(P - S\sin.\alpha)l}{Th}$ und

Helfschienen.

3) $F_1 = \frac{S}{T_1}$.

Wenn α einen mittleren Werth hat, also sich weder 0^0 noch 90^0 sehr nähert, so kann man in der Formel (1) das Glied $\frac{1}{4}h^2\cos.\alpha^2$ vernachlässigen, und wenn das Querschnittsverhältniß $\frac{F}{F_1} = \frac{bh}{F_1}$ nicht sehr groß ist, sogar auch das Glied $\frac{1}{4}\frac{bh^3E}{E_1F_1\cos.\alpha}$, weshalb für die meisten Fälle $S = \frac{P}{\sin.\alpha}$ zu setzen und anzunehmen ist, daß die Spannschiene die ganze Last P trägt, und der Balken nur in der Richtung seiner Axe mit der Kraft $H = S\cos.\alpha = P\,\mathrm{cotg}.\alpha$ zusammengedrückt wird.

Beispiel. Wenn ein Balken AB, Fig. 79, von 100 Zoll Länge eine Last P von 5000 Pfund tragen und hierbei von einer Helfschiene AD unterstützt werden soll, deren Axe um 25 Grad von der Axe des Balkens abweicht, welchen Querschnitt hat man dieser Schiene und dem Balken zu geben? Es ist hier

$$S = \frac{P}{\sin.\alpha} = \frac{5000}{\sin.25^0} = \frac{50000}{0{,}4226} = 11831 \text{ Pfund},$$

und daher der nöthige Querschnitt der Helfschiene $F_1 = \frac{S}{T_1}$ oder besser $\frac{S}{K_1} = \frac{11831}{10000} = 1{,}18$ Quadratzoll, dagegen der Querschnitt des Balkens

$$F = \frac{H}{K} = \frac{P\,\mathrm{cotg}.\alpha}{K} = \frac{5000\,.\,\mathrm{cotg}.25^0}{500} = 214 \text{ Quadratzoll}.$$

§. 40*). Es ist für die Praxis auch wichtig, die Biegungsverhältnisse ursprünglich krummer Balken oder Bögen, zumal gußeiserner Bögen, zu kennen. Die allgemeine Theorie derselben ist von der Theorie der Biegung gerader Balken nicht wesentlich verschieden; nur hat man hier das Moment M der biegenden Kraft nicht $= \frac{WE}{r}$ (s. I., §. 191), oder da nach Art. 27 der analyt. Vorlehren $r = -\frac{ds}{d\alpha}$ ist, M nicht $= -\frac{WEd\alpha}{ds}$ zu setzen, sondern man muß $M = WE\left(\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds}\right)$ nehmen, weil durch dieses Moment nur der Krümmungswinkel $d\alpha$ in $d\alpha_1$ umzuändern ist, und daher das Moment zum Biegen um $d\alpha$ wegfällt.

Krumme Balken.

Wird durch die Wirkung der biegenden Kräfte die Axe AOB, Fig. 80 (a. folg. Seite), eines ursprünglich krummen Balkens in die Form AO_1B_1 umgeändert, so gehen die Coordinaten $AN = x$ und $NO = y$ in die

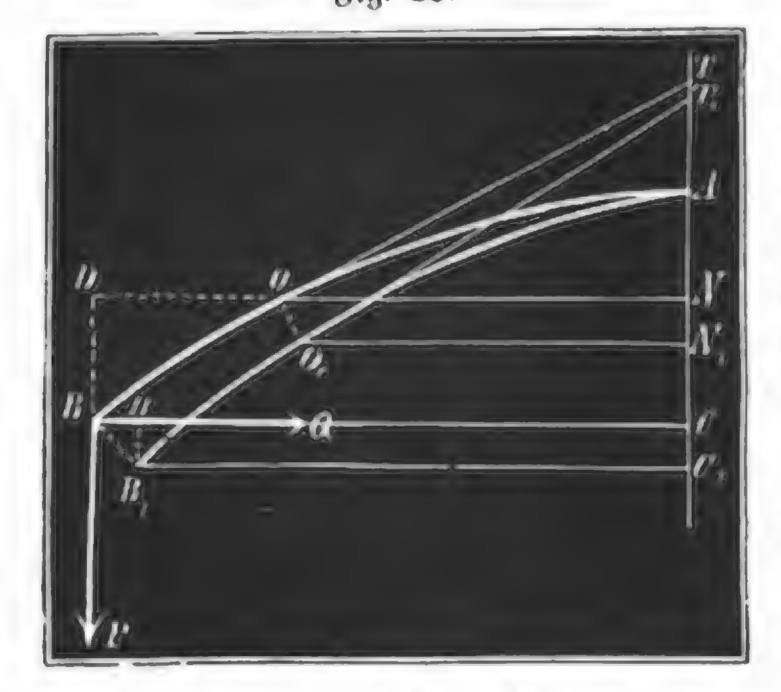
Krumme Balken.

Coordinaten $AN_1 = x_1$ und $NO_1 = y_1$ über, und es wird aus dem Tangentenwinkel $OTN = \alpha$ der Tangentenwinkel $O_1T_1N_1 = \alpha_1$, während die Bogenlänge

$$AO = AO_1 = s$$

unverändert bleibt. Bestehen die biegenden Kräfte in einer Vertikalkraft P und in einer Horizontalkraft Q, so haben wir das Moment beider in Beziehung auf den Punkt O, $M = P \,.\, OD + Q \,.\, BD = P(b-y) + Q(a-x)$, wenn a und b die Höhe AC und die Weite BC des Bogens AB bezeichnen.

Fig. 80.



Es ist folglich $WE\left(\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds}\right) = P(b-y) + Q(a-x)$, und daher

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds}{WE}.$$

Da $\alpha - \alpha_1$ ein kleiner Winkel oder Bogen ist, so können wir

$$cos.\alpha - cos.\alpha_1 = -2\, sin.\left(\frac{\alpha+\alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right) = -sin.\alpha.(\alpha-\alpha_1)$$

und

$$sin.\alpha - sin.\alpha_1 = 2\, cos.\left(\frac{\alpha+\alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right) = cos.\alpha\,.\,(\alpha-\alpha_1),$$

folglich auch

$$cos.\alpha - cos.\alpha_1 = -\frac{sin.\alpha}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds$$ und

$$sin.\alpha - sin.\alpha_1 = \frac{cos.\alpha}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds$$ setzen.

Nun ist aber nach Art. 26 der analyt. Hülfslehren

$$sin.\alpha = \frac{dy}{ds},\ cos.\alpha = \frac{dx}{ds},$$ also auch

$$sin.\alpha_1 = \frac{dy_1}{ds},\ cos.\alpha = \frac{dx_1}{ds},$$ so wie

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \text{ annähernd } = dy\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right].$$

daher läßt sich auch setzen Krumme Balken.

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\int[P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]dy$$

$$dy_1 - dy = -\frac{dx}{WE}\int[P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]dy.$$

§. 41*). In den meisten Fällen haben wir es nur mit sehr gedrückten Bögen zu thun, die wir stets als Parabelbögen ansehen und behandeln können. Setzen wir nun die Bogenhöhe AC derselben $= a$ und die Bogenweite $BC = b$, so giebt uns die Parabelgleichung

$$\frac{\overline{ON}^2}{\overline{BC}^2} = \frac{AN}{AC}, \text{ d. i. } \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a}, \text{ es folgt daher}$$

$$x = \frac{ay^2}{b^2},\ dx = \frac{2\,a\,y\,dy}{b^2} \text{ und}$$

$$ds = dy\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right] = dy\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right), \text{ so wie}$$

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)dy$$

und

$$dy_1 - dy = -\frac{2aydy}{WEb^2}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)dy,$$

d. i.

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\left\{\begin{array}{l} P\left(by - \frac{y^2}{2}\right) + Qa\left(y - \frac{y^3}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{5b^2}\right)\right]\end{array}\right\}$$

und

$$dy_1 - dy = -\frac{2ady}{WEb^2}\left\{\begin{array}{l} P\left(by^2 - \frac{y^3}{2}\right) + Qa\left(y^2 - \frac{y^4}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{3} - \frac{y^5}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{3} - \frac{y^6}{5b^2}\right)\right]\end{array}\right\}.$$

Durch nochmaliges Integriren ergiebt sich nun

$$x_1 - x = \frac{1}{WE}\left\{\begin{array}{l} P\left(\frac{by^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right) + Qa\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{12b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{12} - \frac{y^5}{20}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{12} - \frac{y^6}{30b^2}\right)\right]\end{array}\right\}$$

und

$$y_1 - y = -\frac{2a}{WEb^2}\left\{\begin{array}{l} P\left(\frac{by^3}{3} - \frac{y^4}{8}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{15b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^5}{15} - \frac{y^6}{24}\right) + Qa\left(\frac{y^5}{15} - \frac{y^7}{35b^2}\right)\right]\end{array}\right\}.$$

Krumme Balken.

Setzt man in diesen Gleichungen $y = b$, so geben sie uns in $x_1 - x$ die Höhe $B_1H = a_1$, um welche das Ende des Balkens durch die Kräfte P und Q herabgezogen wird, und in $y - y_1$ die horizontale Verkürzung $BH = b_1$, welche der Balken durch eben diese Kräfte erleidet. Es ist hiernach

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\cdot\left(\tfrac{5}{12}\, a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) \text{ und}$$

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left(\tfrac{5}{12}\, a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left(\tfrac{8}{15}\, a^2 b + \frac{16\, a^4}{105 b}\right).$$

Ist die Horizontalkraft $Q = 0$, so hat man

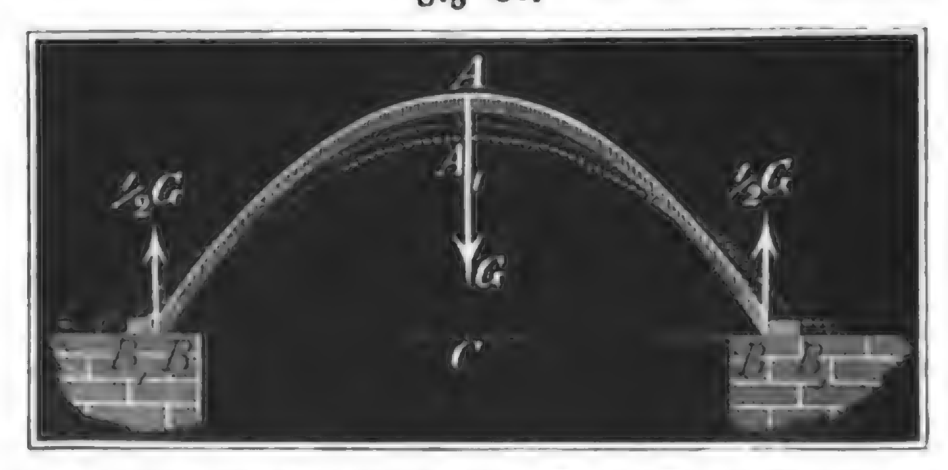
$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) \text{ und } b_1 = \frac{P}{WE}\left(\tfrac{5}{12}\, a b^2 + \frac{a^3}{10}\right),$$

und ist überdies $a = 0$, hat man es also mit einem geraden Barren zu thun, so ist, wie bekannt,

$$a_1 = \frac{Pb^3}{3WE} \text{ und } b_1 = 0 \text{ (s. I., §. 192).}$$

§. 42 Ein an beiden Enden B und B durch eine Horizontalebene unterstützter und in der Mitte mit einem Gewichte G belasteter Bogen BAB, Fig. 81, drückt auf jede seiner Stützen mit der Vertikalkraft

Fig 81.



$P = - \frac{1}{2} G$, und der Horizontalkraft $Q = 0$, da er ungehindert horizontal ausweichen kann. Es ist folglich die Senkung des Scheitels

$$AA_1 = a_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right)$$

und die Horizontalbewegung der Enden B und B_1

$$BB_1 = b_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{5ab^2}{12} + \frac{a^3}{10}\right).$$

Bei einem geraden Balken, welcher in seiner Mitte mit G belastet ist, hat man (I., §. 193)

$$a_1 = \tfrac{1}{16}\, \frac{Pl^3}{3WE} = \tfrac{1}{2}\, \frac{Gb^3}{3WE}$$

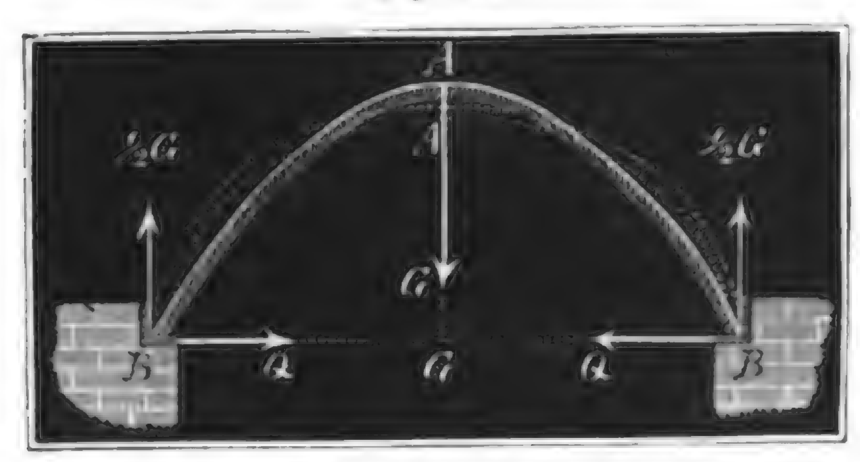
etwas kleiner als in dem vorliegenden Falle.

Digitized by Google


Krumme Balken.

Stemmt sich der in der Mitte durch ein Gewicht G belastete Bogen BAB, Fig. 82, an den Enden B und B gegen feste Stützen, so ist ein

Fig. 82.



Verrücken in horizontaler Richtung unmöglich und daher $b_1 = 0$; übrigens ist auch hier $P = -\frac{1}{2} G$, dagegen folgt nun

$$Q = \frac{1}{2} G \frac{\left(\frac{5}{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right)}{\frac{8}{15} a^2 b + \frac{16}{105} \frac{a^4}{b}} = \frac{1}{2} G \left(\frac{25\, b}{32\, a} - \frac{a}{28\, b}\right)$$

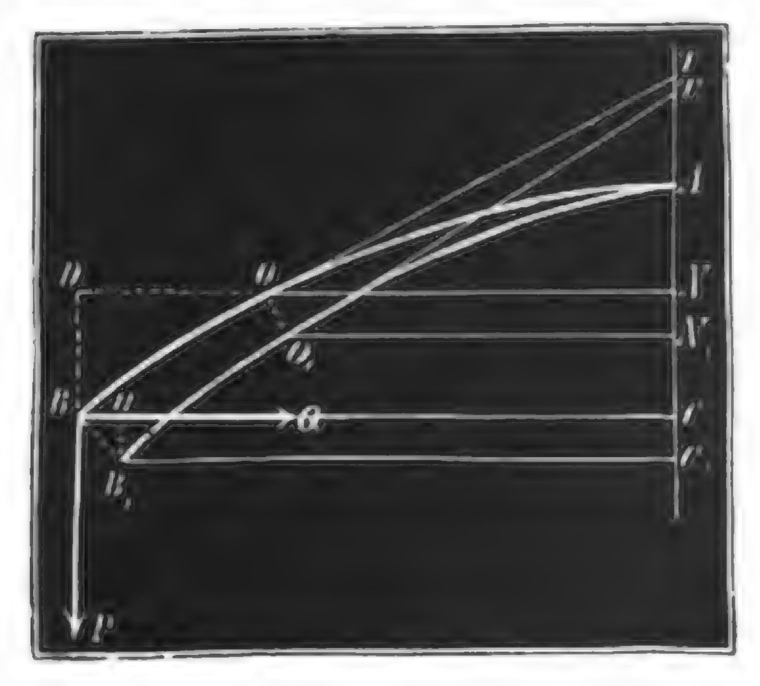
und die Senkung des Scheitels:

$$a_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{G}{2WE}\left(\frac{25}{32} \frac{b}{a} - \frac{a}{28\, b}\right)\left(\frac{5}{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right)$$

$$= \frac{G}{2WE}\left(\frac{b^3}{128} + \frac{23}{6720} a^2 b\right),$$ oder meist genau genug

$$a_1 = \frac{G b^3}{256\, WE},$$ d. i. 42mal so klein als beim geraden Balken von gleicher Spannweite $2\, b$.

Fig. 83.



§. 43 *). Wenn der Bogen AB, Fig. 83, auf seiner ganzen Länge so belastet wird, daß jede Längeneinheit der Horizontalprojection desselben q trägt, so hat man das Kraftmoment, welches ein Stück OB um O biegt,

$$q \,.\, OD \,.\, \frac{1}{2} OD$$
$$= \frac{1}{2} q\, (BC - ON)^2$$
$$= \frac{1}{2} q\, (b - y)^2,$$

und daher nach §. 41 *):

Digitized by Google

Krumme Balken.

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE} \int \frac{1}{2} q \, (b^2 - 2by + y^2) \left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) dy$$

und

$$dy_1 - dy = - \frac{2aydy}{WEb^2} \int \frac{1}{2} q \, (b^2 - 2by + y^2) \left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) dy.$$

Durch wiederholtes Integriren ergiebt sich hieraus

$$dx_1 - dx = \frac{qdy}{2\,WE} \left[b^2y - by^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^3}{3} - \frac{1}{2}by^4 + \frac{y^5}{5}\right)\right],$$

$$dy_1 - dy = - \frac{aqydy}{WEb^2} \left[b^2y - by^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^3}{3} - \frac{1}{2}by^4 + \frac{y^5}{5}\right)\right],$$

ferner

$$x_1 - x = \frac{q}{2\,WE} \left[\frac{b^2y^2}{2} - \frac{by^3}{3} + \frac{y^4}{12} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^4}{12} - \frac{by^5}{10} + \frac{y^6}{30}\right)\right]$$

und

$$y_1 - y = - \frac{aq}{WEb^2} \left[\frac{b^2y^3}{3} - \frac{by^4}{4} + \frac{y^5}{15} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^5}{15} - \frac{by^6}{12} + \frac{y^7}{35}\right)\right].$$

Setzen wir $y = b$, so bekommen wir die vertikale Senkung des Bogenendes:

$$H_1 B_1 = a_1 = \frac{q}{WE} \left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2b^2}{60}\right),$$

und die horizontale Verschiebung desselben:

$$BH = b_1 = - \frac{q}{WE} \left(\frac{3\,ab^3}{20} + \frac{a^3b}{42}\right).$$

Diese Theorie läßt sich auch auf einen Bogen BAB, Fig. 84, anwenden, welcher an seinen beiden Enden B und B unterstützt, übrigens aber

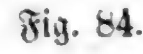
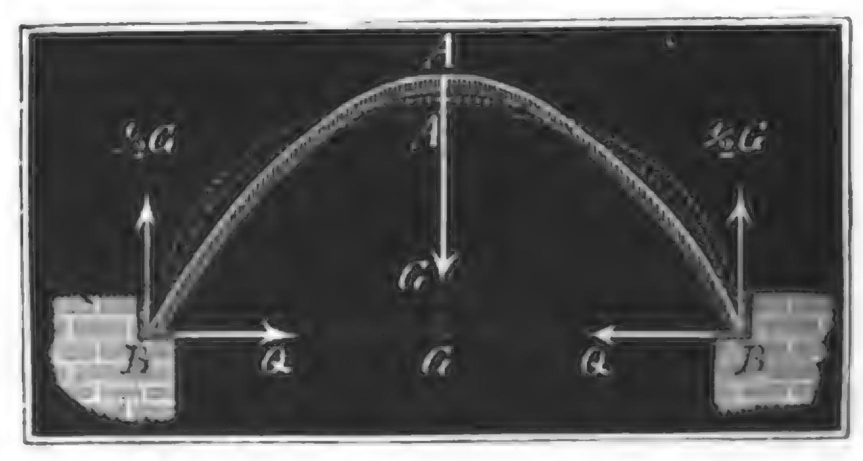


Fig. 84.



mit einem auf die Horizontalprojection $BB_1 = 2\,b$ gleichmäßig vertheilten Gewichte $2\,bq$ belastet wird. Es ist hier außer dem an jedem Schenkel niederziehenden Gewicht bq noch an jedem Ende eine Vertikalkraft P und eine Horizontalkraft Q wirksam, und daher die Veränderung a_1 in a

Digitized by Google

und b_1 in b aus den beiderlei Kräften entsprechenden Veränderungen zusammengesetzt, also mit Berücksichtigung des §. 41 Gefundenen: Krumme Balken.

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\left(5/_{12}\, a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2 b^2}{60}\right)$$

und

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left(5/_{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left(8/_{15} a^2 b + \frac{16\, a^4}{105\, b}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{3 a b^3}{20} + \frac{a^3 b}{42}\right).$$

Nun ist aber im vorliegenden Falle $P = -\, q b$ und $b_1 = 0$ zu nehmen; es folgt daher

$$Q\left(8/_{15}\, a^2 b + \frac{16\, b^4}{105\, a}\right) = q\left(5/_{12} a b^3 + \frac{a^3 b}{10}\right) - q\left(\frac{3 a b^3}{20} + \frac{a^2 b}{42}\right)$$

$$= q\, (4/_{15} a b^3 + 8/_{105} a^3 b),$$

d. i. $Q = \frac{q b^2}{2a}$ und hieraus wieder

$$a_1 = -\frac{q b}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{q b^2}{2 WE a}\left(5/_{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2 b^2}{60}\right)$$

$$= 0.$$

Es findet also in diesem Falle gar keine Senkung des Scheitels statt. Ueberhaupt erleidet hier der Bogen keine andere Formveränderung als diejenige, welche aus der Spannung desselben entspringt; wir haben es daher hier mit einer sogenannten G l e i c h g e w i c h t s c u r v e zu thun.

Wäre aber der Bogen überdies noch in seiner Mitte mit einem Gewichte G belastet, so würde die Horizontalkraft am Fuße B

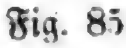
$$Q = \frac{q b^2}{2a} + \tfrac{1}{2}\, G\left(\frac{25\, b}{32\, a} - \frac{a}{28\, b}\right)$$

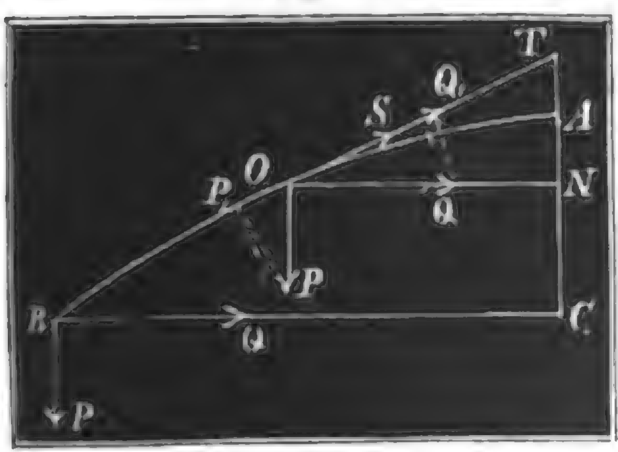
betragen, und es wäre die Senkung im Scheitel, wie oben (§. 42)

$$a_1 = \frac{G}{2 WE}\left(\frac{b^3}{128} + \frac{23\, a^2 b}{6720}\right).$$

§. **44** *). Was die Spannung S oder die Zusammendrückung des Bogens in seiner Axe anlangt, so ist diese die Summe der in der Tangentenrichtung wirkenden Seitenkräfte von den Kräften P und Q, Fig. 85. Mittels des Tangentenwinkels $OTN = \alpha$ ergeben sich diese Seitenkräfte P_1 und Q_1 von P und Q durch die Formeln

$$P_1 = P \cos. \alpha \text{ und}$$
$$Q_1 = Q \sin. \alpha;$$


Fig. 85



Krumme Balken.

es ist daher die Spannung

$$S = Q_1 - P_1 = Q \sin.\alpha - P \cos.\alpha$$
$$= Q \frac{dy}{ds} - P \frac{dx}{ds}$$
$$= \frac{Q\,dy - P\,dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}},$$

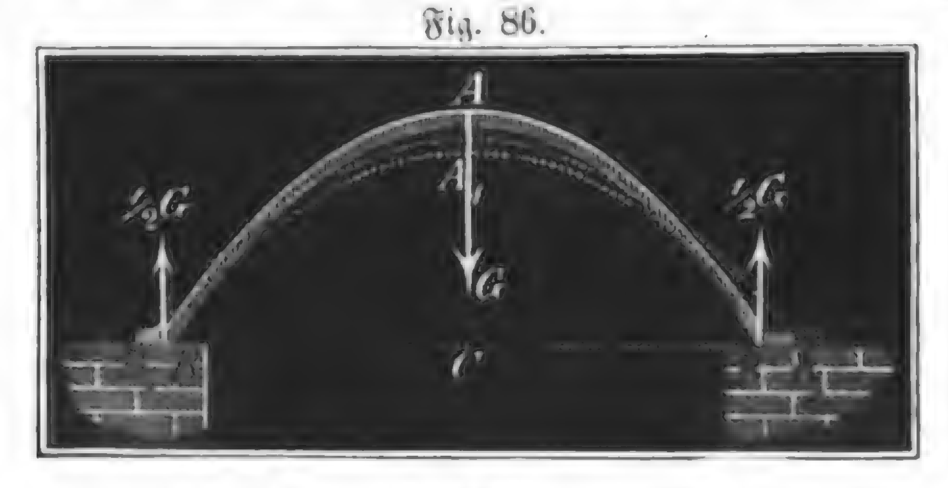
also für einen Parabelbogen, wo $dx = \frac{2a\,y\,dy}{b^2}$ und annähernd

$$ds = dy\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) \text{ ist,}$$

$$S = \frac{Q - \frac{2ay}{b^2}P}{1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}} = \left(Q - \frac{2ay}{b^2}P\right)\left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)$$
$$= \left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)Q - \frac{2ay}{b^2}\left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)P.$$

Wenn der Bogen BAB_0, Fig. 86, durch ein in der Mitte hängendes Gewicht G gespannt wird, so hat man $Q = 0$ und $P = -\frac{G}{2}$, daher

Fig. 86.



die Spannung $S = \frac{ay}{b^2}\left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)G$. Da $\frac{a}{b}$ ein kleiner Bruch ist, so fällt S am größten aus für $y = b$, d. i. $S = \frac{aG}{b}$. Am Scheitel, also für $y = 0$, ist $S = 0$.

In dem Fall, welchen Fig. 84 darstellt, wo sich der in der Mitte mit G belastete Bogen gegen ein festes Hinderniß stemmt, hat man $P = -\frac{1}{2}G$ und $Q = \frac{1}{2}G\left(\frac{35b}{32a} - \frac{a}{28b}\right)$, daher die Spannung

$$S = \frac{ay}{b^2}\left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)G + \left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)\left(\frac{25b}{32a} - \frac{a}{28b}\right)\frac{G}{2}$$
$$= \left(\frac{25b}{64a} - \frac{a}{56b} + \frac{ay}{b^2} - \frac{25ay^2}{32b^3}\right)G,$$

Digitized by Google

wenn man die höheren Potenzen von a vernachlässigt. Dieser Ausdruck wird mit $y - {}^{25}/_{32} \cdot \frac{y^2}{b}$ ein Maximum, und zwar für $y = {}^{16}/_{25}\, b$. Der entsprechende Maximalwerth ist Krumme Balken.

$$S = \left(\frac{25}{32}\,\frac{b}{a} + \frac{423a}{700b}\right)\frac{G}{2}.$$

Wenn dieser Bogen gleichmäßig belastet ist, so haben wir

$$P = -\,qy \text{ und } Q = \frac{q\,b^2}{2\,a}, \text{ daher}$$

$$S = \frac{a\,y}{b^2}\left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)qy + \left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)\frac{q\,b^2}{2\,a}.$$

$$= \frac{q\,b^2}{2a} + \frac{q\,a\,y^2}{b^2},$$

und trägt er überdies noch im Scheitel das Gewicht G, so ist

$$S = \frac{q\,b^2}{2\,a} + \frac{q\,a\,y^2}{b^2} + \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)G.$$

Differenziirt man diesen Ausdruck in Beziehung auf y und setzt $\frac{ds}{dy} = 0$, so erhält man den Werth für y, welcher S zum Maximo macht, nämlich:

$$2\,q\,y + \left(1 - {}^{25}/_{16}\,\frac{y}{b}\right)G = 0, \text{ d. i.}$$

$$y = \frac{16\,b\,G}{25\,G - 32\,q\,b}.$$

Da y nicht größer als b sein kann, so folgt, daß in den Fällen, wenn $16\,G > 25\,G - 32\,q\,b$, d. i. $G < {}^{9}/_{32}\,q\,b$ ist, $y = b$ genommen werden muß, und der Maximaldruck an den Enden B und B statthat.

§. 45*). Durch die Spannung wird auch die Bogenlänge verändert; besteht dieselbe in einem Drucke, so wird der Bogen verkürzt, und besteht sie in einem Zuge, so erleidet der Bogen eine Ausdehnung. Wird das Element ds des Bogens durch die Spannung S in ds_1 umgeändert, so hat man bei dem Querschnitte F des Bogens (s. I., §. 185)

$$S = \left(\frac{ds - ds_1}{ds}\right)FE, \text{ und es ist hiernach}$$

$$s - s_1 = \int\frac{S\,ds}{FE} = \frac{1}{FE}\int S\sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{1}{FE}\int\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)S\,dy,$$

wenn wir es mit einer Parabel zu thun haben. Für einen an beiden Enden gestützten und in der Mitte mit G belasteten Bogen (Fig. 85) ist

Krumme Balken. $S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2}\right) G$ gefunden worden, daher haben wir die Verkürzung des Bogens:

$$s - s_1 = \frac{G}{FE}\int\left(\frac{25}{64}\frac{b}{a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2}\right) d\,y$$

$$= \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\frac{b}{a}\,y - \frac{a y}{56\,b} + \frac{a y^2}{2\,b^2}\right),$$

also für die ganze Länge l, wo $y = b$ ist, die Verkürzung

$$d\,l = l - l_1 = \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b^2}{a} + \frac{27}{56}\cdot a\right).$$

Wenn hingegen derselbe Bogen gleichmäßig belastet ist, so hat man

$$s - s_1 = \frac{q}{FE}\int\left(\frac{b^2}{2\,a} + \frac{a y^2}{b^2}\right)\left(1 + \frac{2 a^2 y^2}{b^4}\right) dy$$

$$= \frac{q}{FE}\left(\frac{b^2 y}{2\,a} + \frac{2\,a}{3\,b^2}\,y^3\right),$$

folglich für den ganzen Bogen l

$$d\,l = l - l_1 = \frac{q}{FE}\cdot\frac{b^3}{2\,a}\left[1 + \tfrac{4}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right].$$

Wenn der Bogen l durch $\frac{G}{2}$ und $l\,q$ zugleich belastet wird, so ist seine Verkürzung die Summe der beiden der letzten Werthe für $d\,l$, also

$$d\,l = \frac{q\,b^3}{2FEa}\left[1 + \tfrac{4}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] + \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b^2}{a} + \frac{27}{56}\,a\right).$$

Aus der Verkürzung der Bogenlänge läßt sich nun auch die entsprechende Senkung $d\,a$ des Scheitels finden. Es ist nach §. 41 *):

$$d\,s = d\,y\left(1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right), \text{ folglich}$$

$$s = y\left(1 + \tfrac{2}{3}\,\frac{a^2 y^2}{b^4}\right) = y\left(1 + \tfrac{2}{3}\,\frac{a\,x}{b^2}\right),$$

also für $x = a$ und $y = b$:

$$s = l = b\left(1 + \tfrac{2}{3}\,\frac{a^2}{b^2}\right) \text{ (vergl. I., §. 147, Anmerkung).}$$

Durch Differenziiren nach a ergiebt sich nun $dl = \tfrac{4}{3}\,\frac{a d a}{b^2}$, und daher umgekehrt $d\,a = \tfrac{3}{4}\,\frac{b^2\,d\,l}{a}$ oder $a - a_1 = \tfrac{3}{4}\,\frac{b^2}{a}\,(l - l_1)$.

Für den letzten Fall ist daher die Senkung des Scheitels

$$a - a_1 = \tfrac{3}{8}\,\frac{b^4}{a^3 FE}\left(\tfrac{25}{32}\,G + q\,b\right).$$

§. 46 *). Die Tragkraft der Bögen läßt sich nach der Theorie der zusammengesetzten Festigkeit beurtheilen, da die Bögen nicht allein durch die Kraft S zusammengedrückt, sondern auch durch die Kräfte P und Q gebogen werden. Der Spannung S entspricht das Zusammendrückungsverhältniß $\frac{\lambda_1}{l} = \frac{S}{FE}$, den Kräften P und Q dagegen das Ausdehnungs- und Zusammendrückungsverhältniß Tragkraft der Bögen.

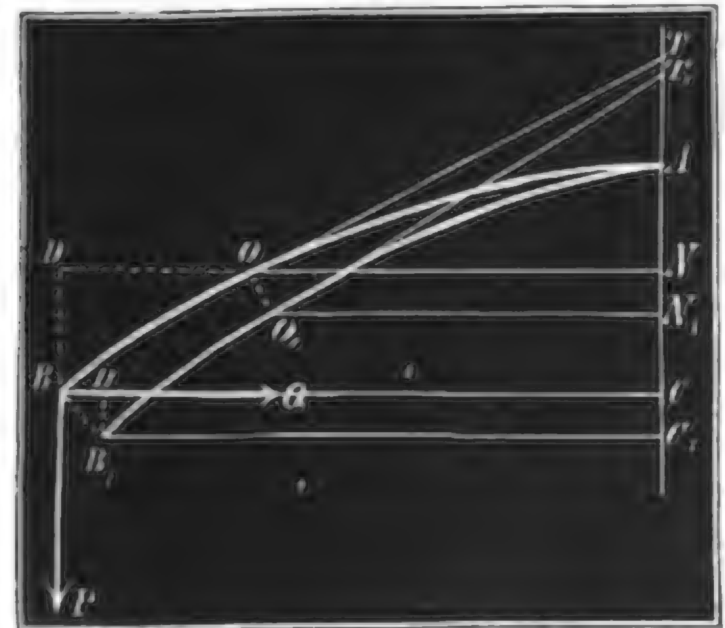
$$\frac{\lambda_2}{l} = \frac{e\,d\alpha - e\,d\alpha_1}{ds} = \frac{e\,(d\alpha - d\alpha_1)}{ds},$$

wenn e den Abstand der entferntesten Faser von der neutralen Axe bezeichnet, $d\alpha$, $d\alpha_1$ und ds aber die seither gebrauchten Bedeutungen haben. Es ist hiernach das Verhältniß des Tragmodul zum Elasticitätsmodul

$$\frac{T}{E} = \frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda_1}{l} + \frac{\lambda_2}{l} = \frac{S}{FE} + \frac{e\,(d\alpha - d\alpha_1)}{ds}.$$

Da es sich hier um den größten Werth von $\frac{\lambda}{l}$ handelt, und da bei der Biegung Ausdehnung und Zusammendrückung zugleich vorkommt, so hat man die beiden letzten Glieder $\frac{S}{FE}$ und $\frac{e\,(d\alpha - d\alpha_1)}{ds}$ stets arithmetisch zu addiren.

Fig. 87.



Wird der Bogen AB, Fig. 87, durch die Kräfte P und Q ergriffen, so haben wir nach §. 40*)

$$\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds} = \frac{P(b-y) + Q(a-x)}{WE},$$

daher

$$T = \frac{S}{F} + [P(b-y) + Q(a-x)]\frac{e}{W}.$$

Dient dagegen der Bogen zur Unterstützung einer gleichförmig vertheilten Last qb, so ist nach §. 43*)

$$\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds} = \tfrac{1}{2} q\,(b-y)^2,$$

und daher

$$T = \frac{S}{F} + \frac{e\,q\,(b-y)^2}{2W}.$$

Für einen Bogen BAB, Fig. 88 (a. folg. S.), welcher in der Mitte ein Gewicht G trägt und an beiden Enden festgehalten wird, hat man

Digitized by Google

Tragkraft der Bogen.

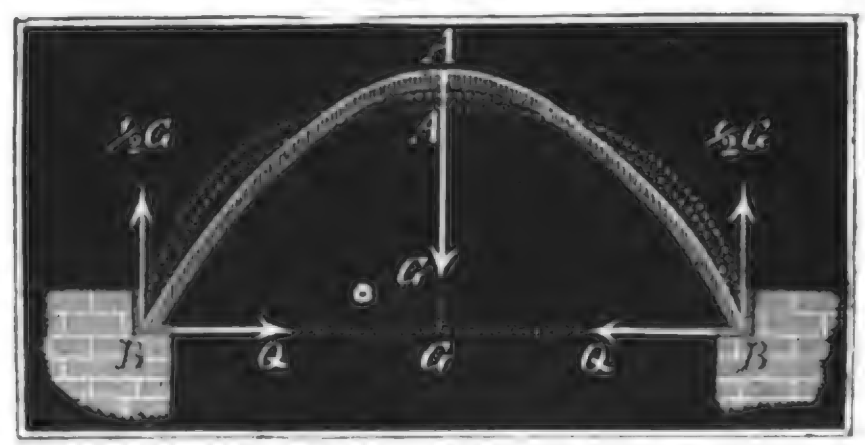
$$P = -\frac{G}{2},\ \ Q = \tfrac{1}{2} G \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right) \text{ und}$$

$$S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right) G, \text{ daher}$$

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)\frac{G}{F}$$

$$+ \left[\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)(a-x) - (b-y)\right]\frac{G\,e}{2\,W}.$$

Fig. 88.



Für $x = y = 0$, d. i. für den Bogenscheitel, ist

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} - \left(\tfrac{7}{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{Ge}{2\,W}, \text{ oder vielmehr}$$

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} + \left(\tfrac{7}{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{Ge}{2\,W},$$

weil sich bei der von der neutralen Axe am meisten abstehenden Faser Zusammendrückung mit Zusammendrückung vereinigt.

Für $x = a$ und $y = b$, also für die Fußpunkte, ist hingegen

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} + \frac{45\,a}{224\,b}\right)\frac{G}{F}.$$

Um die schwächste, d. i. diejenige Stelle zu finden, wo der größte Tragmodul erfordert wird, differenziiren wir T in Hinsicht auf y und setzen $\frac{d\,T}{d\,y} = 0$. Es folgt hiernach

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} - \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{d\,x}{d\,y} + 1 = 0;$$

oder da $\frac{x}{a} = \frac{y^2}{b^2}$, also $\frac{d\,x}{d\,y} = \frac{2\,a\,y}{b^2}$ ist,

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{2\,W}{F\,e}\cdot\frac{a}{b^2} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b} + \frac{50}{32}\cdot\frac{W}{F\,b\,e}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2};$$

Digitized by Google

Tragkraft der Bögen.

hiernach ist $y = \frac{2 W a + F b^2 e}{{}^{25}/_8 W . \frac{a}{b} + \left({}^{25}/_{16} b - \frac{a^2}{14 b}\right) F e}$.

Annähernd hat man, wenn man die Glieder mit a vernachlässigt, $y = {}^{16}/_{25} b$, und daher

$$T = \left(\frac{25 b}{32 a} + \frac{423 a}{700 b}\right) \frac{G}{2 F} + \left[\left(\frac{25 b}{32 a} - \frac{a}{28 b}\right) . {}^{369}/_{625} a - {}^{9}/_{25} b\right] \frac{G e}{2 W}$$

$$= \left(\frac{25 b}{32 a} + \frac{423 a}{700 b}\right) \frac{G}{2 F} + \left({}^{81}/_{800} b - \frac{369 a^2}{17500}\right) \frac{G e}{2 W},$$

oder wenn man die Glieder mit a und a^2 vernachlässigt,

$$T = \frac{25 b}{64 a} \frac{G}{F} + \frac{81 G b e}{1600 W}.$$

Wäre die Last $2 b q$ auf dem Bogen BAB vertheilt, so hätte man

$$\frac{e(d\alpha - d\alpha_1)}{ds} = \frac{-q b (b - y) + {}^1/_2 q (b - y)^2 + \frac{q b^2}{2 a} (a - x)}{W E}$$

$$= \frac{-{}^1/_2 q (b^2 - y^2) + {}^1/_2 q (b^2 - y^2)}{W E} = 0, \text{ und daher}$$

$$T = \frac{S}{F} = \left(\frac{b^2}{2 a^2} + \frac{a y^2}{b^2}\right) \frac{q}{F}.$$

Beispiel. Welche Dimensionen b_1 und h_1 hat man dem rectangulären Querschnitt $b_1 h_1$ eines gußeisernen Bogens BAB, Fig. 88, von 12 Fuß Spannweite und 3 Fuß Höhe zu geben, wenn derselbe in der Mitte ein Gewicht von 10000 Pfund tragen soll? Für das Zerbrechen im Scheitel haben wir

$$T = \frac{25 b}{64 a} \frac{G}{F} + {}^7/_{64} \frac{G b e}{W},$$

und für das Zerbrechen im Abstande $y = {}^{16}/_{25} b$

$$T = \frac{25 b}{64 a} \frac{G}{F} + \frac{81 G b e}{1600 W};$$

da der erstere Ausdruck einen größern Werth giebt, so werden wir nur diesen in Betracht ziehen. Führen wir statt T, die Sicherheitsmodul K_2 für das Zerbrechen und K_3 für das Zerdrücken ein (s I., §. 220), schreiben wir also

$$1 = \frac{25 b}{64 a} \cdot \frac{G}{F K_3} + \frac{7 G b e}{64 W K_2},$$

und setzen wir hierin

$$\frac{b}{a} = {}^6/_3 = 2, \; b = 6 \text{ Fuß} = 72 \text{ Zoll}, \; G = 10000 \text{ Pfd.},$$

$${}^1/_6 K_2 = 1700, \; K_3 = 20000 \text{ Pfd.}, \; F = b_1 h_1, \; W = \frac{b_1 h_1^3}{12} \text{ und } e = \frac{h_1}{2}.$$

Dann folgt

$$b_1 h_1^2 = \frac{25}{64} \cdot 2 \cdot \frac{10000 h_1}{20000} + \frac{7}{64} \cdot \frac{10000 \cdot 72}{1700} = 0{,}39 \, h_1 + 64{,}3.$$

Tragkraft der Bögen.

Nimmt man nun noch $h_1 = 10\,b_1$, so folgt

$$b_1^3 = 0{,}039\,b_1 + 0{,}463, \text{ daher}$$
$$b_1 = 0{,}79 \text{ Zoll und } h_1 = 7{,}9 \text{ Zoll.}$$

Für einen geraden gußeisernen Balken hätte man bei der Länge $l = 12$ Fuß $= 144$ Zoll und dem Gewichte $G = 10000$ Pfund, nach I., §. 203:

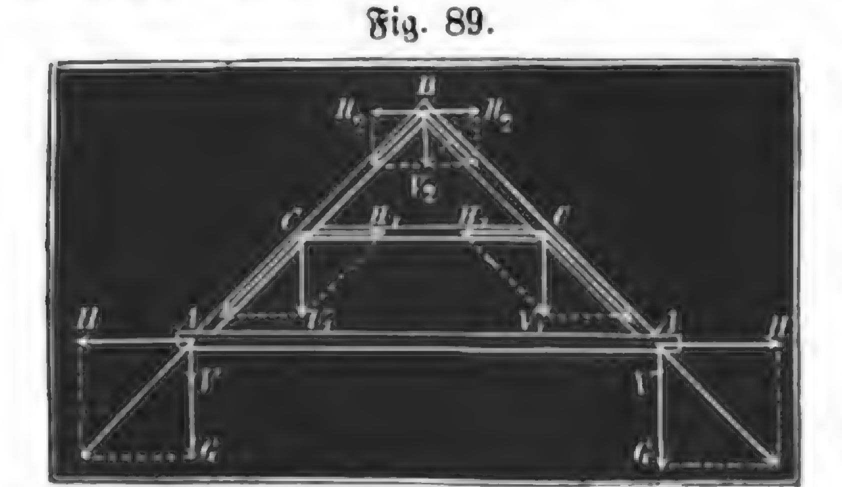
$$b_1 h_1^2 = \frac{Pl}{1700} = \frac{5000 \,.\, 72}{1700} = 211{,}8, \text{ also für } h_1 = 10\,b_1,$$

$$b_1 = \sqrt[3]{2{,}118} = 1{,}285 \text{ Zoll und } h_1 = 12{,}85 \text{ Zoll.}$$

Dachgespärre. §. 47. Bei Dachgespärren werden, zumal wenn dieselben eine große Spannweite haben, oft sehr complicirte Constructionen angewendet; nicht selten bestehen sie sogar aus Hänge- und Sprengwerken zugleich.

Zur Unterstützung der Sparren oder Dächer wendet man Kehlbalken, Dachstühle u. s. w. an. Bei Beurtheilung dieser Constructionen läßt sich wieder voraussetzen, daß das Gewicht des Daches auf die Fläche desselben gleichförmig vertheilt ist, und daß gleich große Theile desselben gleich stark nach unten drücken. Ist hiernach ein Sparren AB, Fig. 89, in einem Punkte C unterstützt, welcher von den Endpunkten A und B um l_1 und l_2 absteht, während die ganze Länge des Balkens $AB = l$ ist, so hat man die der ganzen Belastung G entsprechende Vertikalkraft in A:

Fig. 89.



$$V = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{l} G, \text{ in } B:$$

$$V_2 = \tfrac{1}{2} \frac{l_2}{l} G, \text{ und in } C:$$

$$V_1 = V + V_2 = \frac{l_1 + l_2}{2\,l} G = \tfrac{1}{2} G.$$

Ist nun das Gespärre mit einem einfachen Kehlbalken CC ausgerüstet, so hat man die aus V_1 und V_2 resultirenden Horizontalschube

$$H_1 = V_1 \, cotg.\delta = \tfrac{1}{2} G \, cotg.\delta \text{ und}$$

$$H_2 = V_2 \, cotg.\delta = \tfrac{1}{2} \frac{l_2}{l} G \, cotg.\delta,$$

wofern, wie seither, δ den Neigungswinkel des Sparrens gegen den Horizont bezeichnet.

Es ist hiernach der Sparrenschub am Fuße:

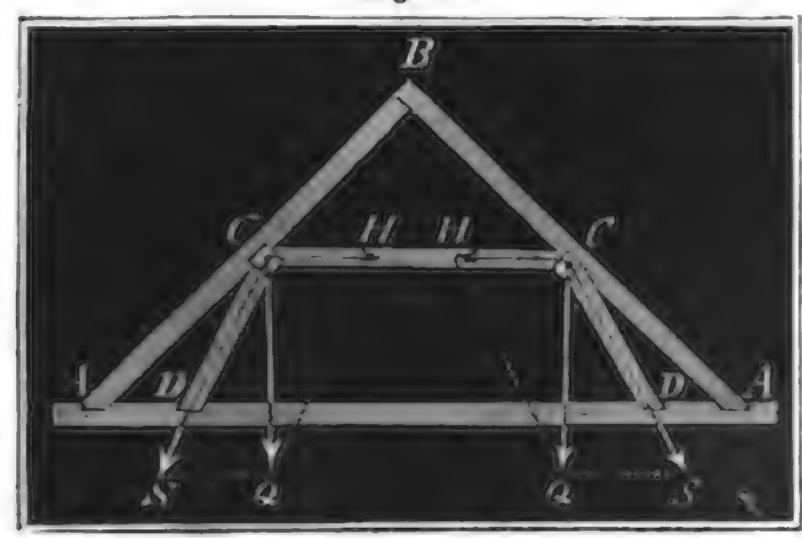
$$H = H_1 + H_2 = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{l_2}{l}\right) G \, cotg.\delta;$$

Digitized by Google

also für $l_1 = l_2 = \frac{1}{2} l$, $H = \frac{3}{4} G \, cotg. \delta$, wogegen für Gespärre ohne Kehlbalken H nur $= \frac{1}{2} G \, cotg. \delta$ ausfällt. Durch Anwendung eines Kehlbalkens wird also der Sparrenschub erhöht. Dachgespärre.

Bei dem Gespärre ABA, Fig. 90, mit einem Dachstuhl $DCCD$, zerlegt sich der Vertikaldruck $Q = \frac{1}{2} G$ in der Stuhlfette C nach der Axe CC des Kehlbalkens oder Spannriegels u. nach der Axe CD der Stuhlsäule. Ist δ_1 der Neigungswinkel der Stuhlsäule gegen den Horizont, so hat man den Horizontalschub im Kehlbalken

Fig. 90.



$$H = Q \, cotg. \delta_1$$
$$= \frac{1}{2} G \, cotg. \delta_1,$$

und dagegen den Schub in der Stuhlsäule

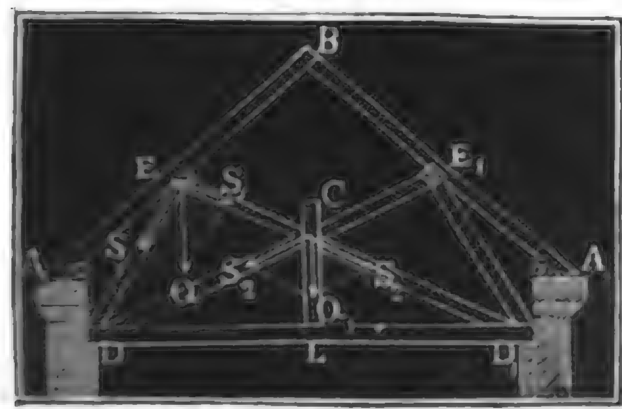
$$S = \frac{Q}{sin. \delta_1} = \frac{G}{2 \, sin. \delta_1}.$$

Der horizontale Sparrenschub am Fuße ist $H = \frac{1}{4} G \, cotg. \delta$, dagegen der horizontale Component des Schubes in der Stuhlsäule

$$H_1 = S \, cos. \delta = \frac{1}{2} G \, cotg. \delta_1.$$

Wie ein zusammengesetztes Hänge- und Sprengwerk zur Unterstützung eines Daches und einer Brücke oder Decke zugleich dienen kann, wird durch Fig. 91 vor Augen geführt. Bezeichnet man die Neigungswinkel der Streben DE und DE_1 (so wie D_1E_1 und D_1E) gegen den Horizont durch δ_1 und δ_2, so hat man die aus der Sparrenlast $Q = \frac{1}{2} G$ entspringenden Drücke auf die Streben:

Fig. 91.



$$S = \frac{Q \, cos. \delta_2}{sin. (\delta_1 + \delta_2)}$$
$$= \frac{1}{2} \frac{G \, cos. \delta_2}{sin. (\delta_1 + \delta_2)} \text{ und}$$

$$S_1 = \frac{Q \, cos. \delta_1}{sin. (\delta_1 + \delta_2)} = \frac{1}{2} \frac{G \, cos. \delta_1}{sin. (\delta_1 + \delta_2)};$$

dagegen die aus der in der Mitte L des Balkens DD_1 niederziehenden Last Q_1 entspringenden Zugkräfte der Streben:

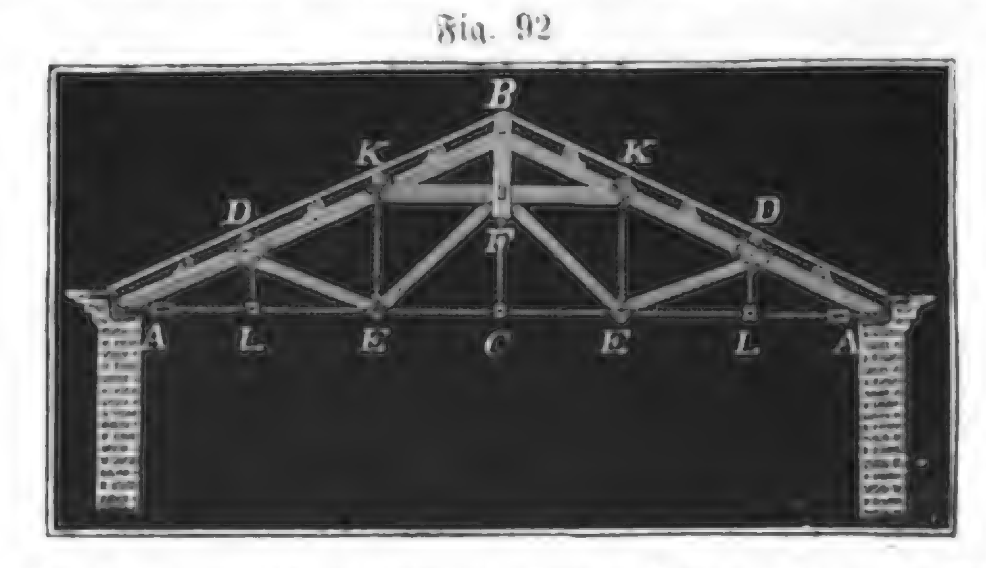
$$S_2 = \frac{Q_1}{2 \, sin. \delta_2}.$$

Dachgespärre. also den Gesammtschub in den längeren Streben:

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{G\ cos.\ \delta_1}{sin.\ (\delta_1 + \delta_2)} + \frac{Q}{sin.\ \delta_2}\right).$$

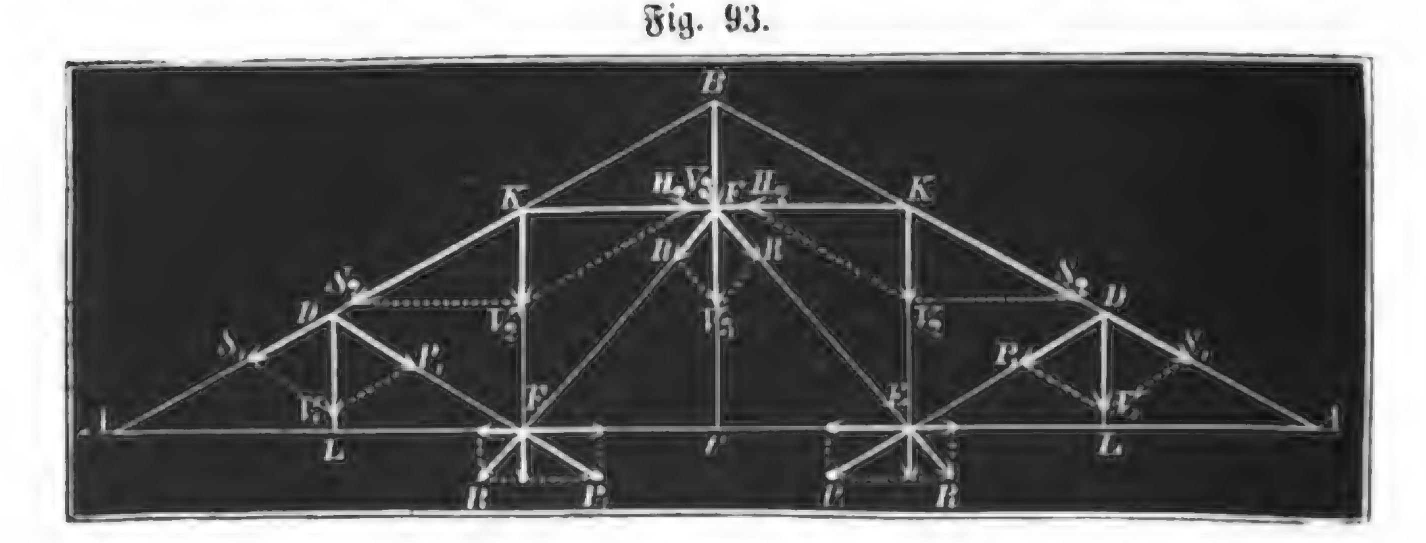
§. 48. Gespärre von großer Spannweite haben, wenn sie besonders sehr flach sind, einen bedeutenden Schub, und es ist deshalb sehr nöthig, dieselben durch einen Durchzug (franz. tirant, engl. tie-beam) zu unterstützen. Einen solchen Dachstuhl führt Fig. 92 vor Augen. Es besteht

Fig. 92



hier der Durchzug in einer schmiedeeisernen Stange AA, welche mittels eiserner Füße A, A den Schub der Hauptsparren AB, AB (franz. arbaletriers, engl. principal-rafter) aufnimmt. Zur Unterstützung der letzteren dient das aus Streben DE, EF, aus Hängestäben DL, KE, FC, aus einem Kehlbalken KK und aus einer Hängesäule BF zusammengesetzte Hänge- und Sprengwerk. Die Art und Weise, wie die Sparrenlast G von dem zusammengesetzten Hänge- und Sprengwerk aufgenommen wird, ist aus Fig. 93 zu ersehen. Die Vertikalkraft $V_1 = \frac{1}{3} G$ zerlegt

Fig. 93.



sich in zwei Seitenkräfte P_1 und S_1 nach der Richtung der Strebe DE und der des Sparrens AB; die Vertikalkraft $V_2 = \frac{1}{3} G$ hingegen in zwei Seitenkräfte H_2 und S_2, nach der Axe des Kehlbalkens und nach

der des Sparrens, die Vertikalkraft $V_3 = \frac{1}{3} G$ endlich nimmt die Hängesäule BF auf und zerlegt sich in zwei Seitenkräfte R, R, welche auf die Streben EF, EF übergehen. Die Kräfte P_1 und R zerlegen sich in E in Horizontal- und Vertikalkräfte, deren Resultanten von den Zugstangen AE, AE und Hängestangen KE, KE aufgenommen werden. Die beiden Componenten von P_1 sind, wenn die Streben DE, DE mit den Sparren AB, AB einerlei Neigung δ haben, Dachgespärre.

$$P_1 \sin.\delta = \frac{G}{6} \text{ und } P_1 \cos.\delta = \frac{G}{6} \operatorname{cotg}.\delta$$

und die von R sind, wenn δ_1 den Neigungswinkel der Streben EF gegen den Horizont ausdrückt, $R \sin.\delta_1 = \frac{1}{6} G$ und

$$R \cos.\delta = \frac{1}{6} \frac{G}{\sin.\delta_1} \cdot \cos.\delta_1 = \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta_1;$$

in Folge dieser Kräfte wird daher die Hängestange KE mit einer Kraft $\frac{G}{6} + \frac{G}{6} = \frac{G}{3}$ und die Zugstange AE mit einer Kraft

$$\frac{G}{6} (\operatorname{cotg}.\delta - \operatorname{cotg}.\delta_1)$$

gespannt. Durch die ersten dieser beiden Kräfte wird V_2 verdoppelt, d. i. $= \frac{G}{3} + \frac{G}{3} = \frac{2}{3} G$, weshalb die Horizontalspannung des Kehlbalkens $H_2 = \frac{2}{3} G \operatorname{cotg}.\delta$ und daher der horizontale Sparrenschub in A:

$$H = H_1 + H_2 = S_1 \cos.\delta_1 + H_2 = \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta + \frac{2}{3} G \operatorname{cotg}\delta = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta$$

ausfällt.

Die Durchzugstange ist endlich zwischen A und E mit der Kraft $H = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta$ und zwischen E und E mit der Kraft

$$H_3 = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta - \frac{1}{6} G (\operatorname{cotg}.\delta - \operatorname{cotg}.\delta_1) = \frac{2}{3} \operatorname{cotg}.\delta + \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta_1$$

gespannt.

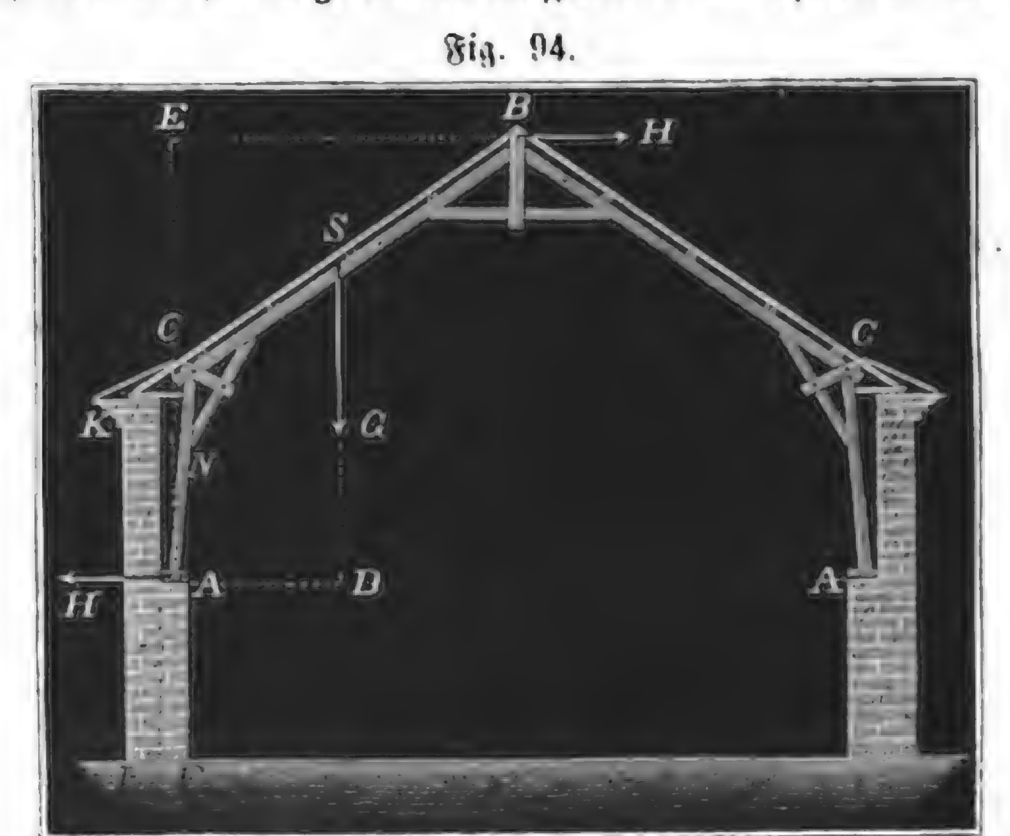
§. 49. Wenn ein Gespärre keinen Durchzug hat, so muß der Sparrenschub H von den Seiten- oder Stützmauern des Gebäudes aufgenommen werden, und es sind die Sparren durch Bänder und Zangen mit einander zu verbinden, so wie durch Streben zu stützen. In den Figuren 94, 95 und 96 (siehe folg. Seiten) sind drei solcher Gespärre abgebildet. Bei der Bestimmung des horizontalen Sparrenschubes gilt auch die §. 30 mitgetheilte Regel. Ist G das Gewicht des halben Gespärres ACB, ferner h die Höhe AE des Forstes B über dem Fuße des Gespärres und s der Horizontalabstand AD des letzteren Punktes von der vertikalen

Dachgespärre. Schwerlinie des Gespärres, so hat man den Horizontalschub im Fuße A und Scheitel B:

$$H = \frac{Gs}{h}.$$

Die Richtigkeit dieser Formel wird durch die Versuche Ardant's (siehe das am Ende des Kapitels angeführte Werk) vollkommen bestätigt; nach diesen ist für die hier abgebildeten Gespärre $H = 0,44\, G$. Es ist hier-

Fig. 94.



nach leicht zu ermessen und auch die Versuche Ardant's erweisen, daß der Schub H um so kleiner ausfällt, je mehr sich der Schwerpunkt der Sparrenlast dem Fußpunkte A des Sparrens in horizontaler Richtung nähert. Für ein halbkreisförmiges Sparrwerk mit gleichförmiger Belastung wäre z. B. nach I., §. 102, $\frac{s}{h} = 1 - \frac{7}{11} = \frac{4}{11}$, daher auch $H = \frac{4}{11} G = 0,36\, G$, während Ardant's Versuche

$H = 0,32\, G$ geben.

Bildet das Gespärre einen flachen Parabelbogen, so ist nach §. 43 bei gleichmäßiger Belastung, der Sparrenschub $Q = \frac{qb^2}{2a}$, d. i. $H = \frac{Gb}{2a}$, was mit der zuletzt gefundenen Formel $H = \frac{Gs}{h}$ ebenfalls übereinstimmt, da b die halbe Spannweite und a die Dachhöhe (h) bezeichnet.

Bogengespärre, sie mögen aus übereinander liegenden krumm gebogenen Holzschienen, oder aus nebeneinander liegenden krumm geschnittenen Holzbohlen bestehen, geben denselben Horizontalschub wie gerade Gespärre.

Digitized by Google

Dagegen läßt sich der Sparrenschub durch die Verbindung der Sparren Dachgespärre.
unter einander mittels Bänder, Durchzüge u. s. w. herabziehen, weil sich dadurch beide Gespärrhälften einem einzigen starren Körper mehr nähern, welcher natürlich keinen Horizontalschub äußert.

Die Stärke der Mauer, welche den Sparrenschub auszuhalten hat, ist wie die einer Widerlagsmauer für Gewölbe (s. §. 20) zu berechnen.

Bezeichnen wir die Höhe und Breite des inneren Mauerstückes AF durch h_1 und b_1 und die Höhe und Breite des äußeren Mauerstückes KL durch h_2 und b_2, ferner den auf je 1 Fuß Mauerlänge kommenden Sparrenschub durch H_1, und die auf eben diese Länge kommende Sparrenlast durch G_1, endlich noch die Dichtigkeit der Mauermasse durch γ, so haben wir bei dreifacher Sicherheit

$$3H_1h_1 = G(\tfrac{1}{2}b_1 + b_2) + (\tfrac{1}{2}b_1 + b_2)b_1h_1\gamma + \tfrac{1}{2}b_2^2h_2\gamma,$$

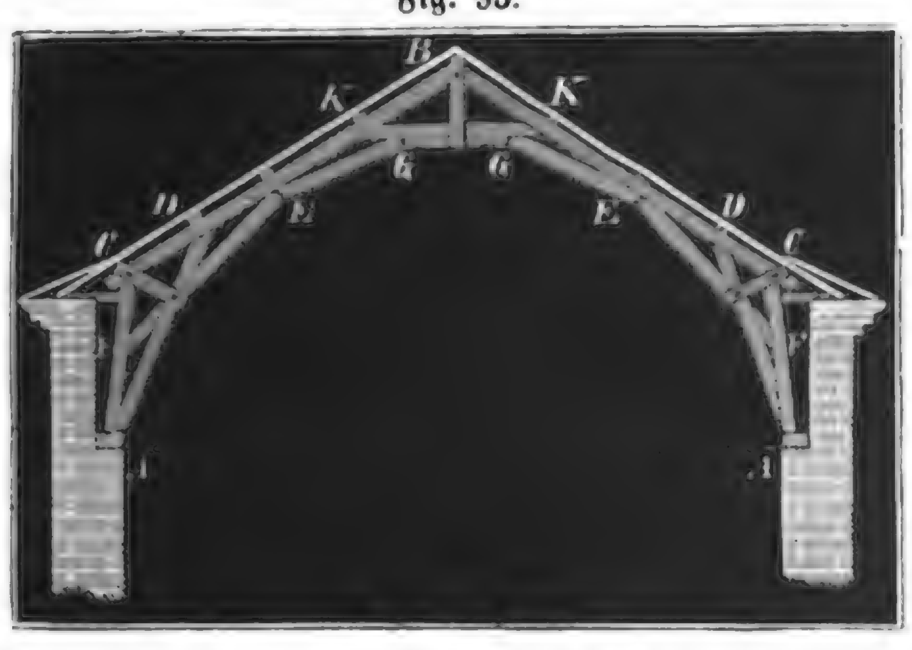
und es läßt sich nun hieraus b_1 oder b_2 berechnen. Zur Bestimmung von b_2 hat man z. B. die quadratische Gleichung

$$\tfrac{1}{2}h_2\gamma \,.\, b_2^2 + (G + b_1h_1\gamma)\,.\, b_2 = 3Hh_1 - \tfrac{1}{2}Gb_1 - \tfrac{1}{2}b_1^2h_1\gamma$$

aufzulösen.

§. 50. Bei großen Spannweiten sind die Sparren durch Streben oder Bögen zu stützen, weil sie sonst der Belastung nicht hinreichenden Widerstand leisten können. In Fig. 95 wird ein Sparrwerk vor Augen geführt,

Fig. 95.



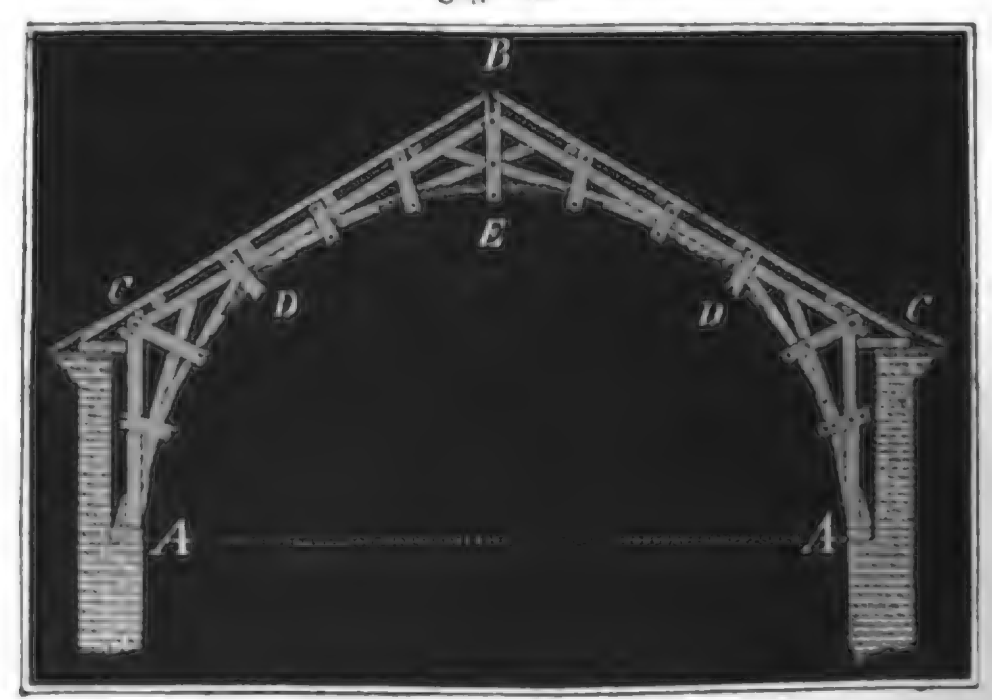
wo die Sparren BC, BC durch Streben AD, EF, EG, einen Kehlbalken KK, einen Spannriegel GG u. s. w. unterstützt werden. Bei dem Sparrwerk in Fig. 96 (a. folg. Seite) ist ein aus Streben zusammengesetzter Bogen $ADEDA$, welcher die Sparren BC, BC stützt.

Die Stärken der Theile eines Gespärres sind vorzüglich nach der Theorie

Digitized by Google

Dachgesparre. der zusammengesetzten Festigkeit (s. I., §. 219 ꝛc.) zu berechnen, da diese Hölzer meist der Biegung und Ausdehnung oder Zusammendrückung zu-

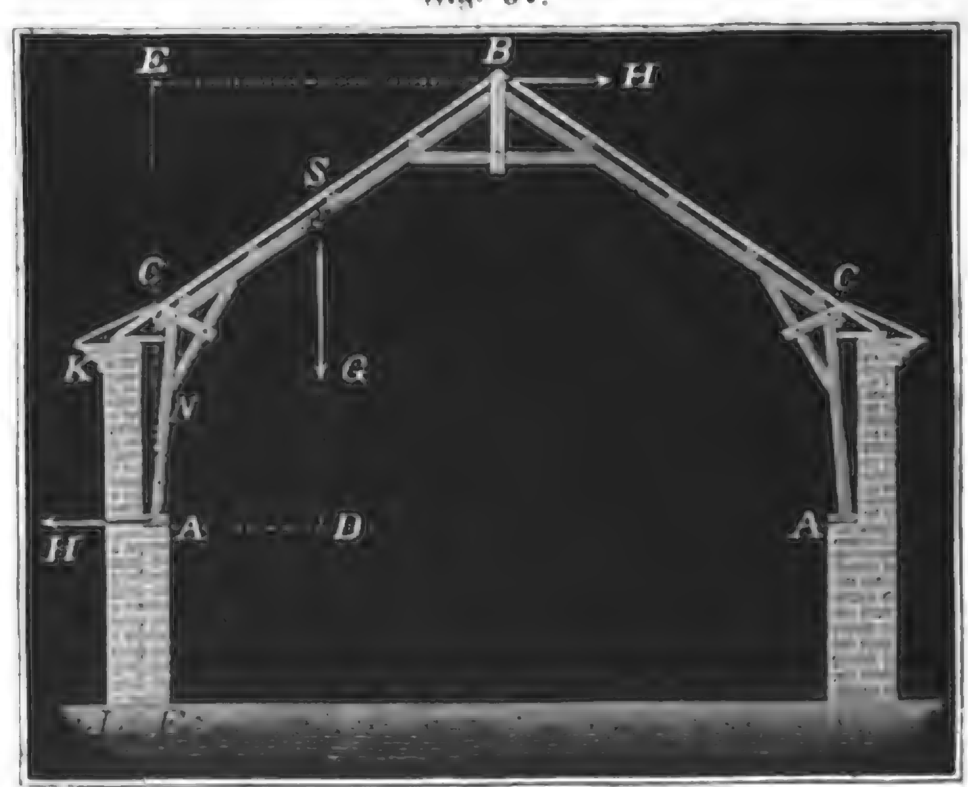
Fig. 96.



gleich ausgesetzt sind. Bei einem Gespärre wie Fig. 97 oder Fig. 98, wird diese Rechnung auf folgende Weise geführt.

Für den Sparren BC ist das Moment zum Abbrechen in seiner Mitte M: $M = \frac{1}{2}\, H\, l \sin \delta - \frac{1}{8}\, G\, l \cos. \delta$, wenn l die Länge, δ den

Fig. 97.



Neigungswinkel und G das Gewicht desselben bezeichnet. Außerdem wird dieser Sparren noch mit einer Kraft $S = H \cos. \delta + \frac{1}{2}\, G \sin. \delta$ zusammengedrückt, und es ist für den Querschnitt bh dieses Balkens die Formel $bh = \frac{S}{500} + \frac{M}{200h}$ (s. I., §. 220) zu setzen.

Digitized by Google

Für das Abbrechen des Sparrens AC um seine Mitte N ist dagegen, wenn l_1 die Länge, δ_1 den Neigungswinkel und G_1 das Gewicht desselben bezeichnet, das Moment Dachgesparre

$$M_1 = \frac{1}{8} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + \frac{1}{2} G (l \cos.\delta + l_1 \cos.\delta_1) - H (l \sin.\delta + \frac{1}{2} l_1 \sin.\delta_1),$$

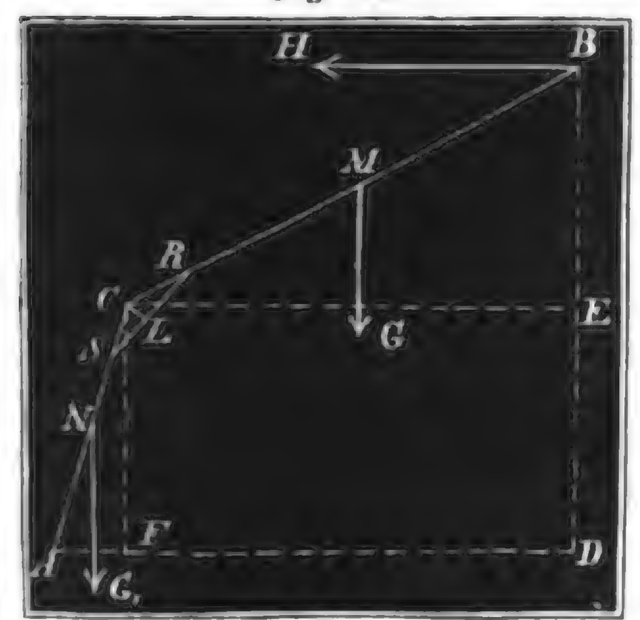
die Compressionskraft

$$S_1 = H \cos.\delta_1 + (G + \frac{1}{2} G_1) \sin.\delta_1,$$

und der Querschnitt

$$b_1 h_1 = \frac{S_1}{500} + \frac{M_1}{200 h_1}.$$

Fig. 98.



Für eine Drehung um die Ecke C ist das Moment

$$M_2 = \frac{1}{2} G\, l \cos.\delta - H\, l \sin.\delta,$$

und d r nöthige Querschnitt der Strebe RS

$$F = \frac{M_2}{\overline{CL} \,.\, K_3} = \frac{M_2}{500\, d},$$

wenn d den Abstand $\overline{CL}$ des Eckpunktes C von der Strebe RS bezeichnet.

Für diese Berechnung kann man folgende Erfahrungsresultate zu Grunde legen.

Ein Quadratfuß Ziegeldach wiegt 13 Pfund,
" " Schieferdach " 8 "
" " Zinkdach " $5\frac{1}{2}$ "

Hierzu kommt noch auf jeden Quadratfuß 15 bis 20 Pfund zufällige Belastung durch Schnee und Wind, und außerdem noch 0,15 bis 0,20 Cubikfuß Holz, welches an Gewicht 4,5 bis 12 Pfund ausmacht, da ein Cubikfuß Tannenholz 30 bis 40 Pfund und ein Cubikfuß Eichenholz 50 bis 60 Pfund wiegt.

Beispiel. Bei einem Ziegeldach, wie Fig. 95 und 96, sei die Länge des oberen Sparrens: $BC = l = 30$ Fuß, die des unteren $AC = l_1 = 15{,}5$ Fuß, ferner der Neigungswinkel des ersteren $\delta = 30^\circ$ und der des letzteren $\delta_1 = 75^\circ$; man sucht die nöthigen Stärken dieser Construction. Nehmen wir die Last des Daches auf jeden Quadratfuß $= 13 + 7 + 20 = 40$ Pfund, und setzen wir voraus, daß die Gespärre 6 Fuß von einander abstehen. Die ganze Last eines Sparrens AB ist hiernach $G = 30 \,.\, 6 \,.\, 40 = 7200$ Pfund, und die eines Sparrens AC, $G_1 = 15{,}5 \,.\, 6 \,.\, 40 = 3720$ Pfund, folglich ist der Sparrenschub

$$H = [\tfrac{1}{2} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + G (l_1 \cos.\delta_1 + \tfrac{1}{2} l \cos.\delta)] : (l \sin.\delta + l_1 \sin.\delta_1)$$
$$= [1860 \,.\, 15{,}5 \,.\, \cos.75^\circ + 7200 (15{,}5 \cos.75^\circ + 15 \cos.30^\circ)] : (30 \sin 30^\circ + 15{,}5 \sin.75^\circ)$$
$$= (28830 \,.\, 0{,}2588 + 7200 \,.\, 17) : (15 + 14{,}97)$$
$$= \frac{129861}{29{,}97} = 4333 \text{ Pfund}.$$

Dachgespärre. Für den Bruch in der Mitte M des Balkens AC, Fig. 99, ist nun das Moment

$$M = \frac{1}{2} H l \sin.\delta - \frac{1}{8} G l \cos.\delta = 2166{,}5 \cdot 15 - 900 \cdot 25{,}98$$
$$= 32497 - 23382 = 9115 \text{ Fußpfund} = 109380 \text{ Zollpfund},$$

und die Spannung

$$S = H \cos.\delta + \frac{1}{2} G \sin.\delta = 4333 \cdot 0{,}8660 + 3600 \cdot \frac{1}{2} = 5552 \text{ Pfd.},$$

folglich hat man für den Querschnitt dieses Sparrens:

$$b h = \frac{S}{500} + \frac{M}{200 h} = \frac{5552}{500} + \frac{109380}{200 h} = 11{,}1 + \frac{546{,}9}{h},$$

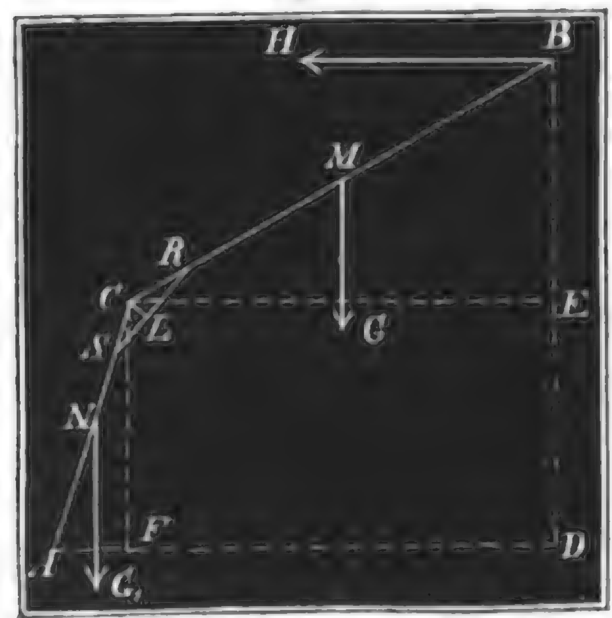
also, wenn man $h = \frac{7}{5} b$ macht, $\frac{49}{25} b^3 = 11{,}1 \cdot \frac{7}{5} b + 546{,}9$, folglich die Sparrenbreite $b = \sqrt[3]{279 + 7{,}96} = 7$ Zoll und die Sparrenhöhe

$$h = \frac{7}{5} \cdot 7 = \frac{49}{5} = 9\frac{4}{5}, \text{ also nahe 10 Zoll.}$$

Für den Bruch in der Mitte N des Sparrens AC ist ferner das Moment

$$M_1 = \frac{1}{8} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + \frac{1}{2} G (l \cos \delta + l_1 \cos.\delta_1) - H (l \sin.\delta + \frac{1}{2} l_1 \sin.\delta_1)$$
$$= \frac{1}{8} \cdot 3720 \cdot 4{,}01 + 3600 (25{,}98 + 4{,}01) - 4333 (15 + 7{,}485)$$
$$= 465 \cdot 4{,}01 + 3600 \cdot 29{,}99 - 4333 \cdot 22{,}485$$
$$= 109828 - 97428 = 12400 \text{ Fußpfund} = 148800 \text{ Zollpfund},$$

Fig. 99.



und die Spannung

$$S_1 = H \cos.\delta_1 + (G + \frac{1}{2} G_1) \sin.\delta_1$$
$$= 4333 \cdot 0{,}2588 + (7200 + 1860) \cdot 0{,}5$$
$$= 1121 + 4530 = 5651 \text{ Pfund};$$

hiernach hat man für den Querschnitt dieses Sparrens

$$b_1 h_1 = \frac{5651}{500} + \frac{148800}{200 h_1}$$
$$= 11{,}3 + \frac{744}{h_1},$$

folglich, wenn man $h_1 = \frac{7}{5} b_1$ nimmt, die Sparrenbreite

$$b_1 = \sqrt[3]{379 + 8{,}07 b_1} = 7{,}6 \text{ Zoll},$$

und die Sparrendicke

$$h_1 = 1{,}4 \cdot b_1 = 10{,}64 \text{ Zoll}.$$

Das Moment zum Drehen um die Sparrenecke C ist endlich

$$M_2 = \frac{1}{2} G l \cos.\delta - H l \sin.\delta = 3600 \cdot 25{,}98 - 4333 \cdot 15$$
$$= 93528 - 64995 = 28533 \text{ Fußpfund};$$

steht demnach die Strebe RS um $CL = 1$ Fuß von C ab, so ist der nöthige Querschnitt dieser Strebe:

$$F = \frac{28533}{500} = 57 \text{ Quadratzoll}.$$

Aus dem Horizontalschube $H = 4333$ Pfund und dem Abstande $a = 6$ Fuß je zweier Gespärre von einander folgt der Horizontalschub für den laufenden Fuß Mauer $H_1 = \frac{4333}{6} = 722$ Pfund, und ebenso aus der Last $G = 10920$ Pfund eines Gespärres der Vertikaldruck auf den laufenden Fuß Mauer

$$G_1 = \frac{10920}{6} = 1820 \text{ Pfund};$$

ist nun noch die innere Mauer AF, Fig. 97, 30 Fuß hoch und 1 Fuß dick, hat

der Aufsatz AK eine Höhe von 6 Fuß, und wiegt ein Cubikfuß Mauer 125 Pfund, so hat man, da nach dem vorigen Paragraphen Dachgesprärre.

$$\frac{1}{2} h_2 \gamma b_2^2 + (G_1 + b_1 h_1 \gamma) b_2 = 3 H_1 h_1 - \frac{1}{2} G_1 b_1 - \frac{1}{2} b_1^2 h_1 \gamma \text{ ist,}$$

$$18 \cdot 125 b_2^2 + (1820 + 30 \cdot 125) b_2 = 90 \cdot 722 - \frac{1}{2} \cdot 1820 - \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 125$$

$$2250 b_2^2 + 5570 b_2 = 62195, \text{ oder } b_2^2 + 2{,}476 b_2 = 27{,}64, \text{ daher}$$

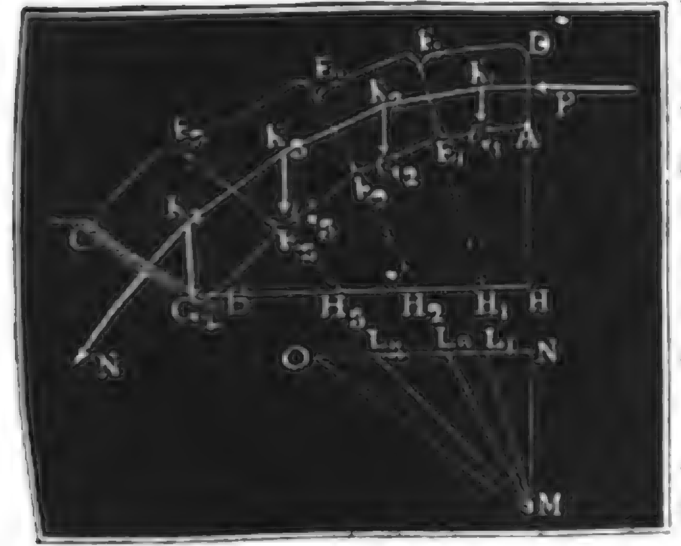
$$b_2 = -1{,}24 + \sqrt{27{,}64 + 1{,}54} = -1{,}24 + 5{,}40 = 4{,}16 \text{ Fuß,}$$

also ist die ganze Mauerdicke

$$b = b_1 + b_2 = 1 + 4{,}16 = 5{,}16 \text{ Fuß.}$$

§. 51. Die zusammengesetzten Sprengwerke kommen vorzüglich auch bei den sogenannten Lehrgerüsten der Gewölbe (franz. cintres, engl. centres) vor. Diese Constructionen haben den Zweck, die Gewölbe während ihrer Aufführung zu unterstützen. Es handelt sich hier vorzüglich darum, die Kräfte kennen zu lernen, mit welchen die Gewölbsteine vermöge ihrer Schwere auf ihren Lagerflächen herabzugleiten suchen. Behalten wir die in §. 17 gebrauchten Bezeichnungen bei, bezeichnen wir auch hier die Gewichte der Gewölbstücke AF_1, E_1F_2, E_2F_3 ..., Fig. 100, durch G_1, G_2, G_3 ..., und die Neigungswinkel der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 ... gegen den Horizont durch α_1, α_2, α_3 ..., dagegen die Kräfte, welche in den Richtungen der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 ... dem Herabgleiten der Steine G_1, G_2, G_3 ... entgegenwirken, durch Q_1, Q_2, Q_3... Lehrgerüste.

Fig. 100.



Zunächst ist (nach I., 162) die Kraft in der Richtung E_1F_1, welche das Herabgleiten des ersten Steines verhindert:

$$Q_1 = G_1 (\sin \alpha_1 - \varphi \cos. \alpha_1).$$

Da die Richtung dieser Kraft den Winkel $\alpha_1 - \alpha_2$ mit der Fuge E_2F_2 bildet, so läßt sich diese Kraft in die Seitenkräfte $Q_1 \cos. (\alpha_1 - \alpha_2)$ und $Q_1 \sin. (\alpha_1 - \alpha_2)$ parallel und rechtwinkelig zu E_2F_2 zerlegen, und es ist daher die Kraft, mit welcher $G_1 + G_2$ auf E_2F_2 herabzugleiten sucht,

$$(G_1 + G_2) \sin. \alpha_2 - Q_1 \cos. (\alpha_1 - \alpha_2),$$

und die Reibung, welche diesem Herabgleiten entgegenwirkt,

$$\varphi \, [(G_1 + G_2) \cos. \alpha_2 - Q_1 \sin. (\alpha_1 - \alpha_2)],$$

folglich die nöthige Kraft in der Richtung der Fuge E_2F_2, um den Stein E_2F_2 zu stützen,

Lehrgerüste.

$$Q_2 = (G_1 + G_2)\,sin.\,\alpha_2 - Q_1\,cos.\,(\alpha_1 - \alpha_2)$$
$$- \varphi\,[(G_1 + G_2)\,cos.\alpha_2 - Q_1\,sin.\,(\alpha_1 - \alpha_2)]$$
$$= (G_1 + G_2)\,(sin.\,\alpha_2 - \varphi\,cos.\alpha_2)$$
$$- Q_1\,[cos.\,(\alpha_1 + \alpha_2) - \varphi\,sin.\,(\alpha_1 - \alpha_2)].$$

Auf demselben Wege findet man die Kraft in der Richtung E_3F_3 zum Stützen des dritten Gewölbsteines:

$$Q_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\,(sin.\alpha_3 - \varphi\,cos.\,\alpha_3)$$
$$- Q_1\,[cos.\,(\alpha_1 - \alpha_3) - \varphi\,sin.\,(\alpha_1 - \alpha_3)]$$
$$- Q_2\,[cos.\,(\alpha_2 - \alpha_3) - \varphi\,sin.\,(\alpha_2 - \alpha_3)];$$

ebenso die Kraft gegen das Herabgleiten eines vierten Steines E_4F_4:

$$Q_4 = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4)\,(sin.\alpha_4 - \varphi\,cos.\,\alpha_4)$$
$$- Q_1\,[cos.\,(\alpha_1 - \alpha_4) - \varphi\,sin.\,(\alpha_1 - \alpha_4)]$$
$$- Q_2\,[cos.\,(\alpha_2 - \alpha_4) - \varphi\,sin.\,(\alpha_2 - \alpha_4)]$$
$$- Q_3\,[cos.\,(\alpha_3 - \alpha_4) - \varphi\,sin.\,(\alpha_3 - \alpha_4)].$$

U. s. w.

Diese Kräfte sind auch wirklich von dem Lehrgerüste unmittelbar vor dem Schlusse des Gewölbes aufzunehmen.

Es ist übrigens hiernach leicht zu ermessen, daß der Druck eines Gewölbsteines gegen das Lehrgerüste abnimmt, wenn man über denselben nach und nach noch andere Gewölbsteine legt. Der erste Gewölbstein, welcher einen Druck auf das Gerüste ausübt, liegt über der Fuge, deren Neigungswinkel α_n durch die Gleichung $tang.\,\alpha_n = \varphi$ (I., §. 159) bestimmt ist. Kommt nun auf diesen ein zweiter Stein G_{n-1} mit der Fugenneigung α_{n-1}, so hat man dann die Kraft zum Stützen dieses Steines

$$Q_{n-1} = G_{n-1}\,(sin.\,\alpha_{n-1} - \varphi\,cos.\,\alpha_{n-1}),$$

und die zum Stützen des ersteren:

$$Q_n = (G_n + G_{n-1})\,(sin.\,\alpha_n - \varphi\,cos.\,\alpha_n)$$
$$- Q_{n-1}\,[cos.\,(\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi\,sin.\,(\alpha_{n-1} - \alpha_n)]$$
$$= - Q_{n-1}\,[cos.\,(\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi\,sin.\,(\alpha_{n-1} - \alpha_n)],$$

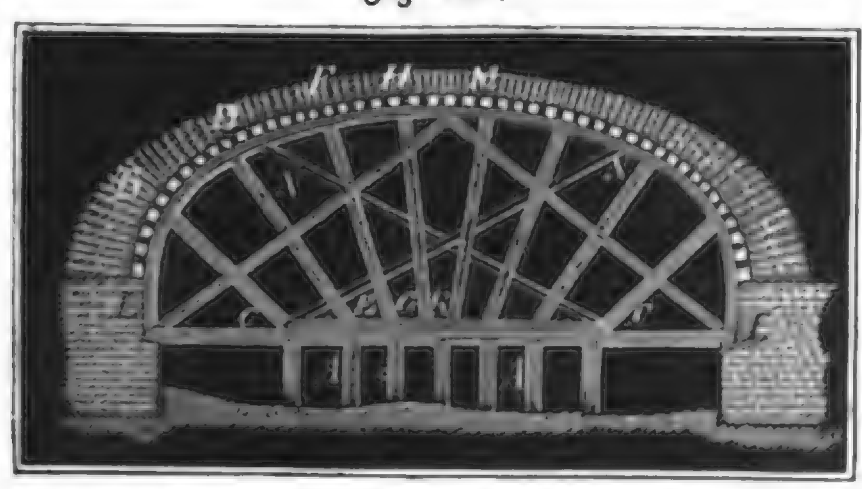
also negativ. Es ist folglich wohl nöthig, die Gewölbsteine in den Seiten des Gewölbes gegen das Ausschieben durch Belastung von oben zu schützen.

§. 52. Die **Lehrgerüste** bestehen in der Regel aus zwei, drei oder mehreren Kränzen, welche von unten durch Streben unterstützt werden, und durch Latten, die sogenannten **Schaallatten** (franz. couchis, engl. bolstres) bedeckt werden, auf die nun die Gewölbsteine mit ihren inneren Flächen zu liegen kommen. Die Streben stemmen sich entweder gegen die Widerlagspfeiler, oder sie kommen auf festeingerammte Pfähle oder auf besonders zu diesem Zwecke aufgeführte Pfeiler zu stehen. Damit sich das durch die Gewölbsteine belastete Gerüste so wenig wie möglich in

seiner Form verändere, ist nöthig, daß die Streben desselben gegen das Biegen und Nachgeben gesichert sind. Lehrgerüste.

Ein Lehrgerüste, dessen Stützen sich unter dem Gewölbe selbst befinden, ist in Fig. 101 abgebildet. Man sieht hier bei *A* eine Reihe von Pfählen,

Fig. 101.



auf welchen das Gerüste mittels der Streben *BC*, *DE*, *FG*, *HK* u. s. w. ruht; auch sieht man in *BDFH*... die Schaallatten, auf welchen die Gewölbsteine zunächst ruhen. Um das Biegen der Streben zu verhindern, sind noch die Zangen *LM*, *NC* eingezogen.

In den Figuren 102 und 103 werden zwei Lehrgerüste vor Augen geführt, welche sich gegen die Widerlagspfeiler A, A_1 stützen; bei dem ersteren Gerüste befindet sich zwischen je zwei zusammengehörigen Streben ein Spannriegel, deshalb muß hier das Gewölbe gleichzeitig von beiden Seiten B und B_1 her aufgeführt werden; bei dem zweiten Gerüste stemmen sich je zwei Streben unmittelbar gegen einander, weshalb auch hier Gewölbsteine auf der einen Seite eher gelegt werden können, als auf der anderen Seite. Auch hier sind Bänder oder Zangen angebracht, um das Biegen der Streben zu verhindern.

Fig. 102.

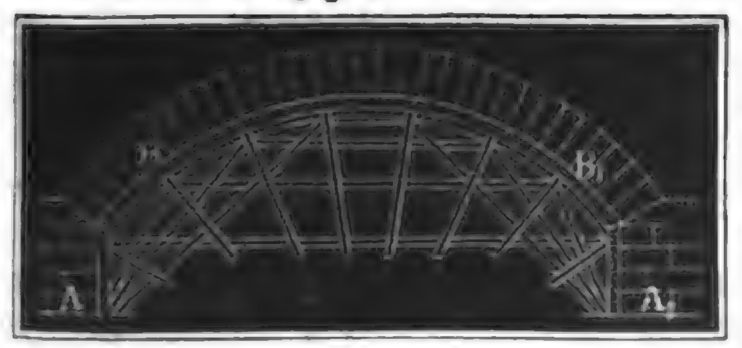
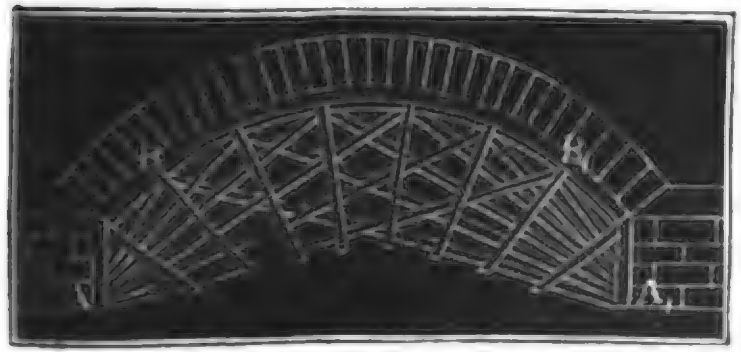


Fig. 103.



Die Kräfte, welche die Streben auszuhalten, lassen sich nach §. 34 leicht finden. Ist Q der Normaldruck, welchen ein Strebenpaar aufzunehmen hat, und sind δ_1 und δ_2 die Winkel, um welche die Axen dieser

Lehrgerüste. Streben von der Richtung dieser Kraft abweichen, so hat man die Kräfte, welche auf diese Streben übergehen:

$$S_1 = \frac{Q \sin. \delta_2}{\sin. (\delta_1 + \delta_2)} \text{ und } S_2 = \frac{Q \sin. \delta_1}{\sin. (\delta_1 + \delta_2)}.$$

Hölzerne Brücken. §. 53. Sehr zusammengesetzte Holzconstructionen kommen bei den **hölzernen Brücken** (franz. ponts en bois, engl. timber bridges) von großer Spannweite vor. Diese Brücken ruhen entweder auf steinernen oder auf hölzernen Pfeilern. Die letztern sind entweder mit Steinen ausgefüllte **Blockkästen**, oder sie sind aus einer oder zwei Pfahlreihen bestehende und durch Schwellen verbundene **Joche**. Die Brücken selbst sind nach sehr verschiedenen Systemen aufgeführt. Das eine Brückensystem besteht in einer Verbindung von Hänge- und Sprengwerken, wie wir oben §. 33 u. s. w. schon mehrere kennen gelernt haben; ein andereres System besteht aus Holzbögen, welche aus übereinander liegenden Balken oder Bohlen zusammengesetzt sind; ein drittes System besteht aus geraden, durch Streben und Bolzen mit einander verbundenen Balken, den sogenannten **Gitterbalken** (franz. pontres en treillis, engl. lattice truss). Die älteren Brücken in Schaffhausen, Zürich, Wettingen u. s. w. sind zusammengesetzte Hänge- und Sprengwerke mit einer Menge von übereinander weggreifenden Streben, und zwei- oder dreifachen Balken oder Rippen. Hölzerne Bogenbrücken sind von **Wiebeking** in Bamberg, Freysing und in späteren Zeiten von **Burr** zu Trenton über den Delaware aufgeführt worden. Bei den **Wiebeking**'schen Brücken läuft die Brückenbahn über dem Bogen weg; bei der Brücke von **Burr** ist hingegen die Brückenbahn mittels eiserner Stäbe an die Holzbögen aufgehangen. Fig. 104 führt die Hälfte eines solchen Brückenbogens vor Augen. Man sieht, die Brückenbahn AC ist durch die gegliederten Eisenstäbe BC, DE,

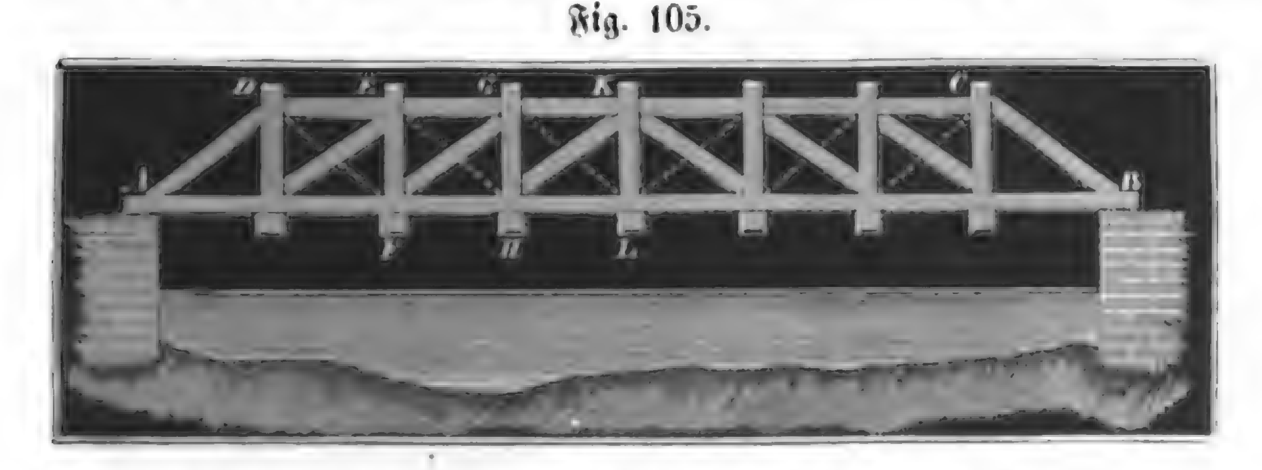
Fig. 104.



FG ... und die diagonalen Zangen oder Bänder *HK*, *LM* ... mit dem Bogen verbunden. Hölzerne Brücken.

Zu den aus zusammengesetzten oder durchbrochenen Balken bestehenden Brücken gehört gewissermaßen schon die in Fig. 105 abgebildete Brücke

Fig. 105.



von Palladio. Es ist hier *ABCD* ein gewöhnliches Hängewerk; der Spannriegel besteht aber aus kürzeren Stücken *DE*, *EG* ..., welche sich gegen zwischen eingesetzte Hängesäulen *EF*, *GH* ... stemmen, die den Balken oder die Rippe *AB* mittels Träger *F*, *H* ... unterstützen. Zwischen je zwei Hängesäulen sind die Streben *FG*, *HK* ... eingesetzt, welche der Construction erst eine größere Haltbarkeit geben, weil sie durch ihre rückwirkende Festigkeit der Verschiebung der Rechtecke *EH*, *GL* ... in schiefwinkelige Parallelogramme entgegenwirken, welche bei der Biegung des Ganzen eintritt. Statt dieser Streben kann man auch Eisenstäbe *EH*, *GL* ... einziehen, welche durch ihre absolute Festigkeit der Verschiebung der Parallelogramme entgegenwirken. In dieser Art ist z. B. von Wernwag die obere Schuylbill-Brücke bei Philadelphia ausgeführt; da diese Brücke auch auf dreifachen Bogenrippen ruht, so gehört sie jedoch mehr dem zweiten Systeme an.

Ein Stück einer Gitterbrücke nach Howe's Plan zeigt Fig. 106 (auf folg. Seite). Die Rippen *AB* und *CD* sind hier durch Streben *AE*, *EF*, *CG*, *GH* ... und durch eiserne Bolzen *AC*, *EG* ... so mit einander verbunden, daß eine Verschiebung nicht leicht möglich ist. Es ist übrigens die Festigkeit eines solchen Gitterbalkens nach der Formel

$$Pl = \frac{WK}{e} = \frac{Fh^2}{4h} K = \frac{Fh}{4} K,$$

in welcher F den Querschnitt eines einfachen Balkens *AB* und *CD*, und h den Abstand $AC = BD$ beider Balken von einander bezeichnet, Pl aber das Brechungsmoment ausdrückt, zu berechnen.

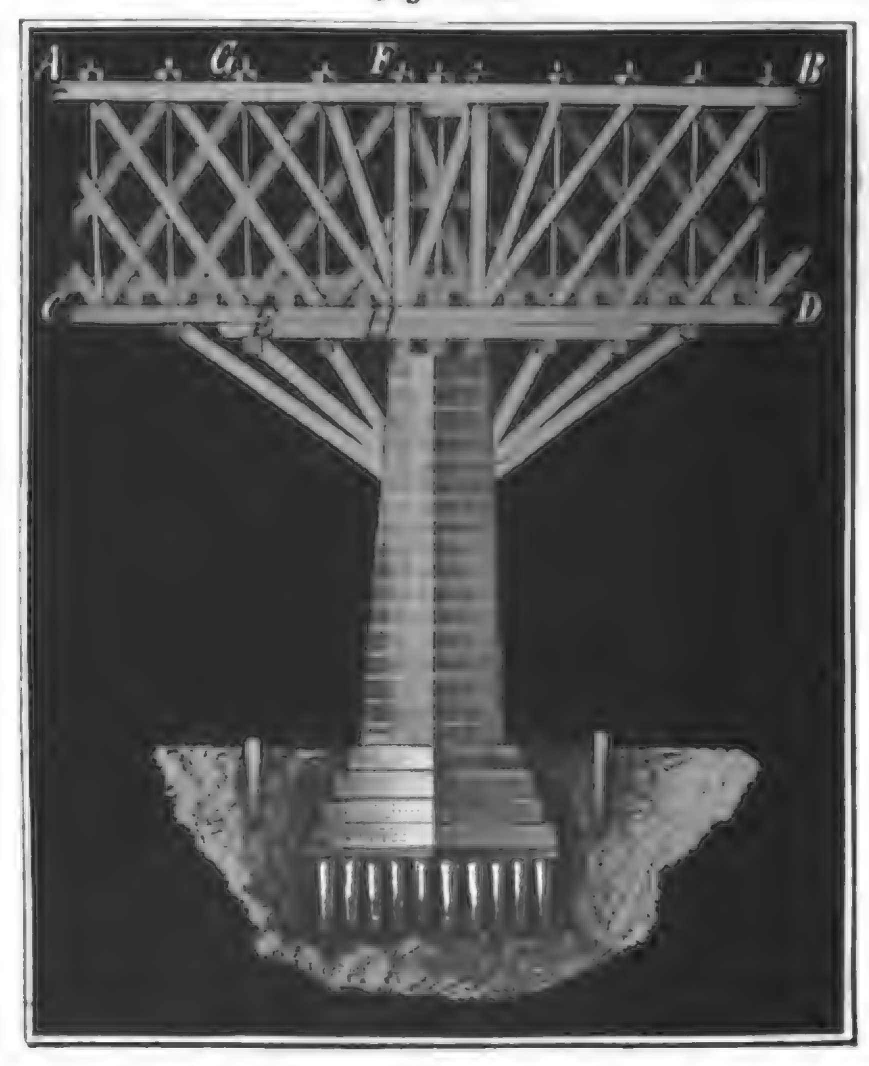
Anmerkung. Die größeren Holzbrücken haben zum Theil noch größere Spannweiten als die steinernen Brücken. Bei der oberen Schuylbill-Brücke

Digitized by Google

Hölzerne Brücken.

kommt ein Bogen von 325 Fuß Spannweite und 20 Fuß Höhe vor. Die alten Schweizer Brücken, so wie die Wiebeking'schen Brücken haben schon Spannweiten von 160 bis 200 Fuß. Bei der Trenton-Brücke hat der mittlere Bogen

Fig. 106.



eine Spannweite von 195 Fuß und eine Höhe von 26 Fuß. Eine sehr große Gitterbrücke wird bei Wittenberge über die Elbe geführt. Dieselbe erhält 11 Oeffnungen zu je 171 Fuß und 3 zu je 120 Fuß Spannweite. Die Tragwände dieser erhalten eine Höhe von 19 Fuß, während ihr Abstand nur 13 Fuß ausfallen wird. Die Versuche, welche vorläufig mit einem Theile dieser Brücke angestellt worden sind, haben sehr günstige Resultate geliefert; bei der Fahrt und dem Stillstande einer Locomotive von 600 Centner Gewicht betrug die Senkung nur 7 Linien; bei einem Marsch von 240 Mann über die Brücke war dieselbe nur $6^1/_2$ Linien, erst bei einer gleichmäßigen Belastung von 2000 Centnern und einer Ueberfahrt von 2 Locomotiven von 1260 Centn. Gewicht betrug die Senkung 3 Zoll. Siehe die Nachrichten darüber in der Eisenbahnzeitung, 1850, Nr. 29 bis 31, oder polyt. Centralblatt 1850, Lief. 18.

Gußeiserne Brücken.

§. 54. Die gußeisernen Brücken werden größtentheils nach denselben Regeln gebaut wie die hölzernen Brücken, und kommen auch fast unter denselben Umständen zur Anwendung wie diese. Bei kleineren Brücken bestehen die Rippen aus geraden Balken mit Tförmigen oder ähnlichen Querschnitten. Um die Tragkraft derselben zu erhöhen, kann man sie nach der Mitte zu verstärken, wie z. B. bei der Brücke in

Fig. 107, oder man kann sie an der Innenfläche etwas wölben, wie z. B. beim Barren AB in Fig. 108 zu ersehen ist; in welchem Falle sie allerdings auch einen Horizontalschub gegen die Seitenmauern ausüben. Gußeiserne Brücken

Fig. 107.

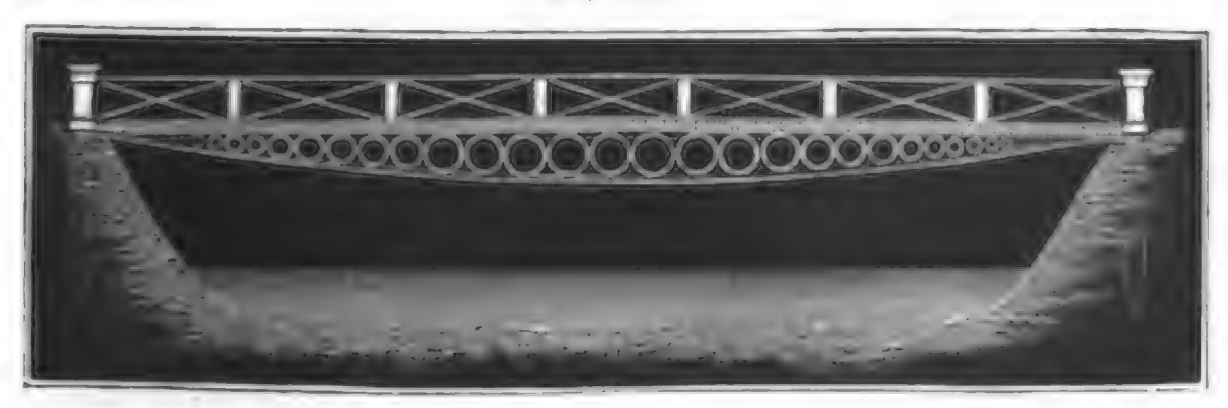
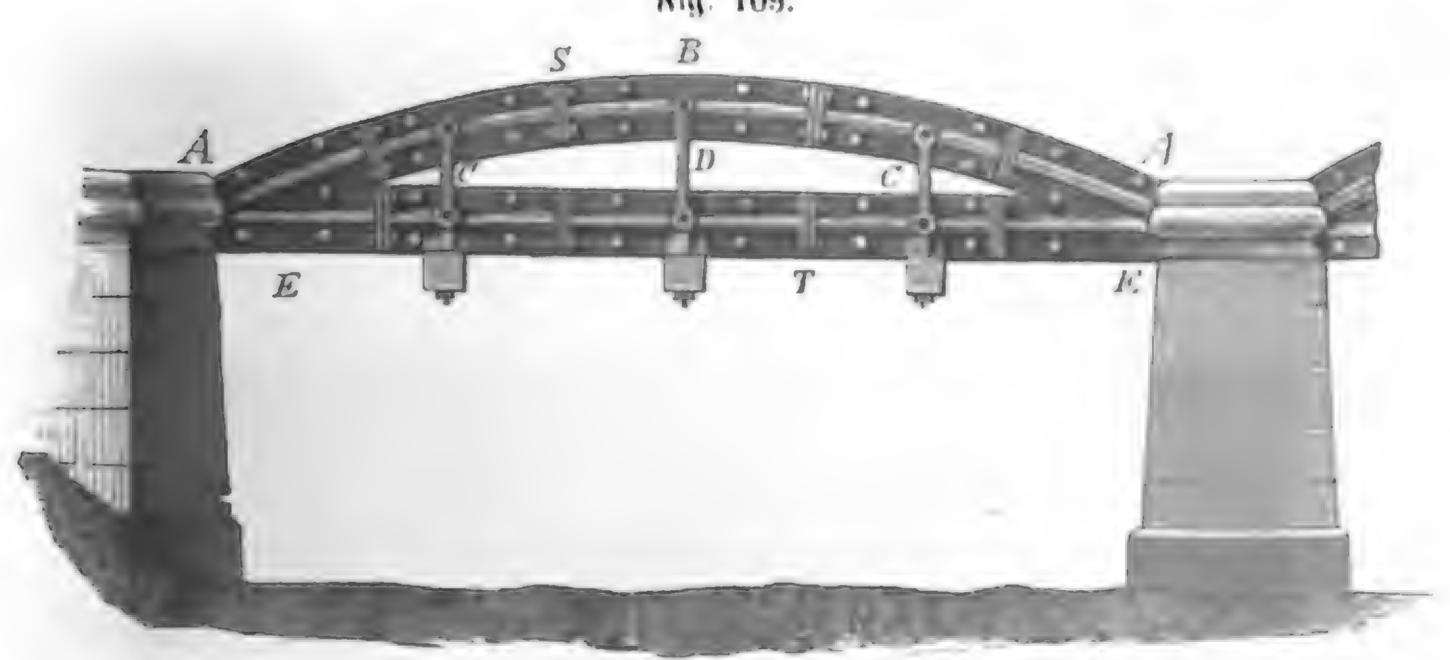


Fig. 108.



Sehr gewöhnlich ahmt man bei der Construction gußeiserner Brücken die Hänge- und Sprengwerke hölzerner Brücken nach, indem man Streben und Spannriegel aus Gußeisen, die Hängsäulen aber aus Schmiedeeisen macht. Es gehört hierher selbst die Bogenconstruction in Fig. 109,


Fig. 109.



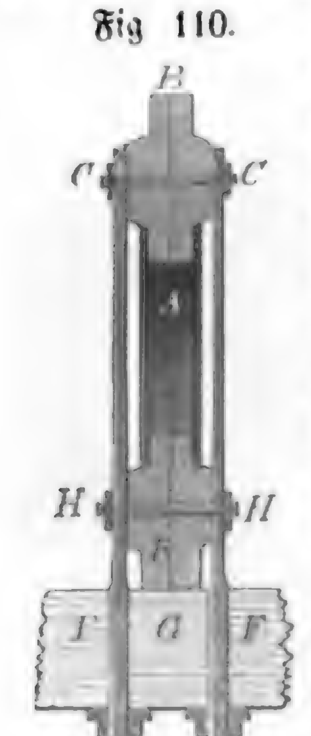
denn es wirkt hier der Bogen ABA wie Streben und Spannriegel, und es wird der Brückenbarren EE durch die Hängestäbe C, D, C unterstützt.

Digitized by Google

Gußeiserne Brücken

Die Art der Aufhängung ist in Fig. 110 besonders abgebildet; es ist hier *AB* die Bogenrippe, *E* der gerade Brückenbarren, und es sind *CF*, *CF* zwei Hängestäbe, welche durch schmiedeeiserne Bolzen *CC* und *HH* mit beiden Rippen verbunden sind und die Querschwelle *G* tragen, auf welcher die Brückenbahn ruht. Sehr gewöhnlich läßt man die Bogenrippe als Hänge- und Sprengwerk zugleich wirken, indem man sie über und unter die gerade Rippe weggreifen läßt. Wie die Rippen aus einzelnen Gußstücken mittels Kränzen und Schrauben zu einem Ganzen zu vereinigen sind, ist bei *S*, *T* . . . in Figur 111 zu ersehen.

Fig 110.



Gußeiserne Brücken von großen Spannweiten bestehen meist aus einer Reihe nebeneinander stehender Bögen, welche die Brückenbahn von unten stützen, und ihr ganz das Ansehen steinerner Brücken geben. Eine kleinere Brücke dieser Art führt Fig. 112 vor

Fig. 111.

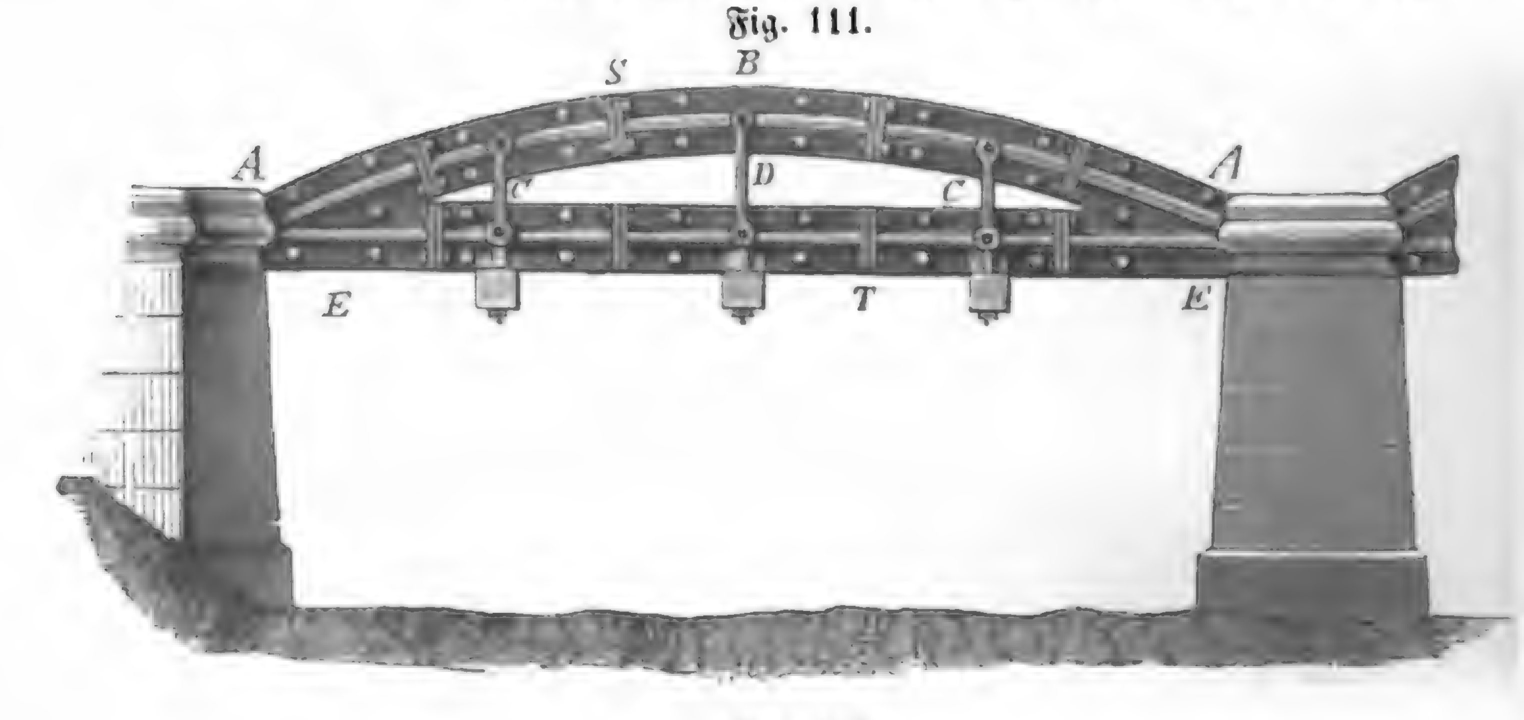


Fig. 112.



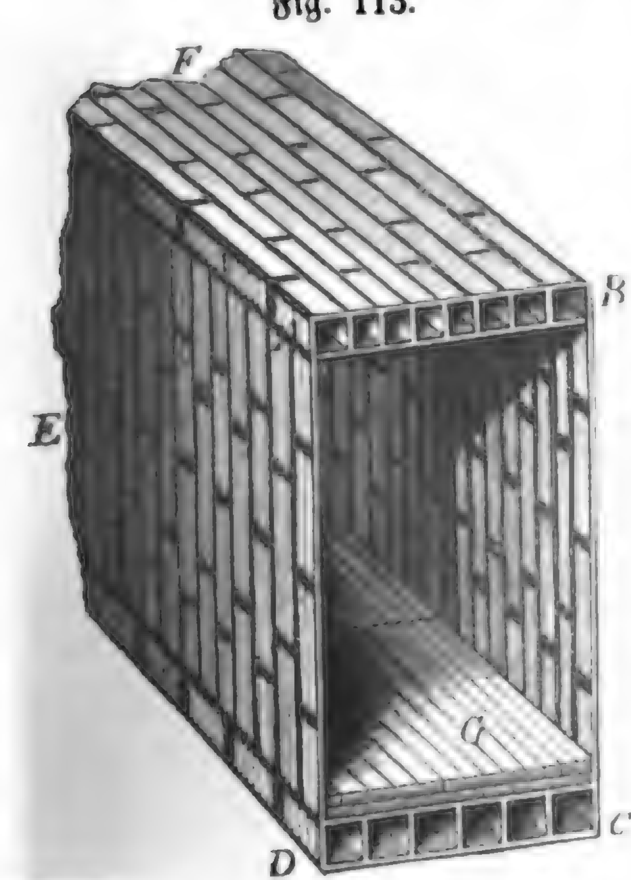
Augen. Die Bogenrippen sind hier entweder aus massiven Platten, oder aus gitterförmigen Gerippen oder aus Röhren zusammengesetzt. Röhrenbrücken mit kreisförmigen Querschnitten sind zuerst von Reichenbach, und solche mit elliptischen Querschnitten von Polonceau ausgeführt worden. Gußeiserne Brücken.

Anmerkung 1. Bei der berühmten von Rennie erbauten Southwarkbrücke über die Themse in London sind die Bogenrippen aus Segmentplatten zusammengesetzt. Die Spannweite der Bögen dieser Brücke beträgt 232,5 Fuß, die Spannhöhe 23¼ Fuß, und die Anzahl der Rippen eines Bogens ist 8. Die von Polonceau erbaute Carrousselbrücke über die Seine in Paris ist aus röhrenförmigen Bogenrippen zusammengesetzt. Der elliptische Querschnitt einer Rippe hat 13 Zoll Weite und 24 Zoll Höhe, die Zahl der Stücke einer Rippe ist 11. Die Spannweite dieser Brücke beträgt 146 Fuß und die Spannhöhe 15,7 Fuß.

Anmerkung 2. Die statische Berechnung der gußeisernen Barren- und Bogenbrücken ist mit Hülfe der Theorie der relativen Elasticität und Festigkeit und nach der §. 40 bis §. 46 entwickelten Theorie der Elasticität und Festigkeit eiserner Bögen zu vollziehen.

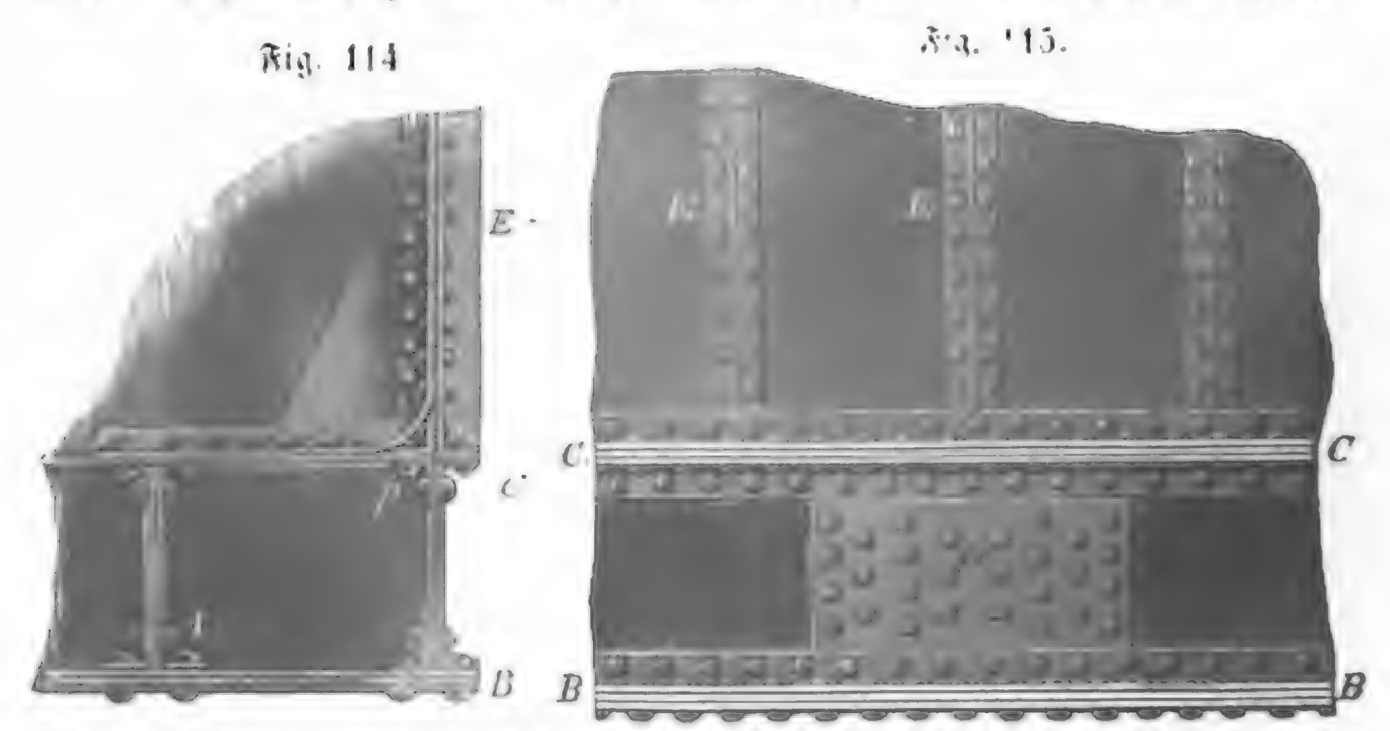
§. 55. Schmiedeeiserne Brücken (franz. ponts en fer, engl. malleable iron bridges) haben erst durch R. Stephenson und W. Fairbairn in den sogenannten Röhrenbrücken (franz. ponts en tubes, engl. tubular-bridges) eine Bedeutung erlangt. Die ersten Röhrenbrücken, die Conway-Bridge und die Britannia-Bridge, sind seit 1846 von R. Stephenson ausgeführt worden. Diese Brücken sind aus Blechstücken von 4 bis 12 Fuß Länge, 2 Fuß Breite und ½ bis ¾ Zoll Dicke mittels 1 Zoll dicker Nietbolzen zusammengenietet, und bilden im Ganzen ein hohles Parallelepiped $ABDEF$, Fig. 113, von 20 bis 30 Fuß Höhe und 14 Fuß Weite. Zur Erhöhung der Tragkraft sind unter der Decke ABF und über dem Boden CDE noch horizontale Scheidewände eingezogen und die dadurch entstandenen parallelepipedischen Räume AB und CD von 21 Zoll Höhe durch schmale vertikale Scheidewände in parallelepipedische Zellen zertheilt. Unmittelbar auf der untern Zellenreihe ruhen die Querschwellen für die durch die Brücke gehende Eisenbahn, oder, nach Befinden, nur Pfosten für die gewöhnliche Brückenbahn G. Die Verbindung der Eisenbleche mit einander Röhrenbrücken

Fig. 113.



Digitized by Google

durch Blechrippen und Nieten ist aus den Figuren 114 und 115 zu ersehen. Fig. 114 zeigt den Durchschnitt der rechten unteren Ecke mit einer



Zelle. Man ersieht hieraus vorzüglich die Verbindung mittels Blechrippen *A*, *B* . . . von Lförmigem Querschnitte. Fig. 115 zeigt die äußere Ansicht von dem unteren Theile eines Stückes der Seitenwand; es ist hier *BB* der Boden, *CC* die Decke für die untere Zellenreihe, beide *B* und *C* in der vorigen Figur entsprechend; es ist ferner *D* die Verbindung der Bleche mittels einer ebenen Blechtafel, und es sind *E*, *E* Blechverbindungen mittels je zweier Blechrippen von Tförmigem Querschnitte.

Ueberdies sind noch diejenigen Stellen der Röhrenbrücke, wo dieselbe aufruht, von innen mit gußeisernen Rahmen gesteift, und ebenso die Wände der unteren Zellenreihe durch gußeiserne Träger gestützt. Damit sich endlich die Brücke in der Hitze und Kälte ungehindert ausdehnen und zusammenziehen kann, legt man dieselbe nicht unmittelbar auf die Pfeiler, sondern bringt zwischen dieselben schmiedeeiserne Rahmen mit 24 Paar gußeisernen Rollen von 6 Zoll Durchmesser und 2 Fuß Länge. Diese Rollen laufen zwischen je zwei gußeisernen Platten, von welchen die eine an dem Boden der Röhre festsitzt, und die andere mittels hölzerner Bohlen auf dem Brückenpfeiler ruht.

In neueren Zeiten hat man auch nach Fairbairn Brücken mit röhrenformigen Trägern (tubular girder bridges) construirt. In Fig. 116 (a. folg. S.) ist eine solche Brücke abgebildet, welche sich auf einer Werfte in Liverpool (Gread Landing Stage at St. Georgs Wharf) befindet. Zwei Röhrenträger *AB*, *AB*, welche in der Mitte durch eisernen Bogen *C* verbunden sind, tragen hier die Brückenbahn *DD* so, daß sie in der Mitte einen Weg für das Fuhrwerk und an den Seiten zwei Wege für die Fußgänger übrig lassen. Eine Eisenbahnbrücke zu Gainsborough mit

Digitized by Google

zwei Röhrenträger *AB*, *AB*, ist in Fig. 117 abgebildet. Diese Träger sind Röhrenbrücken.

Fig. 116.

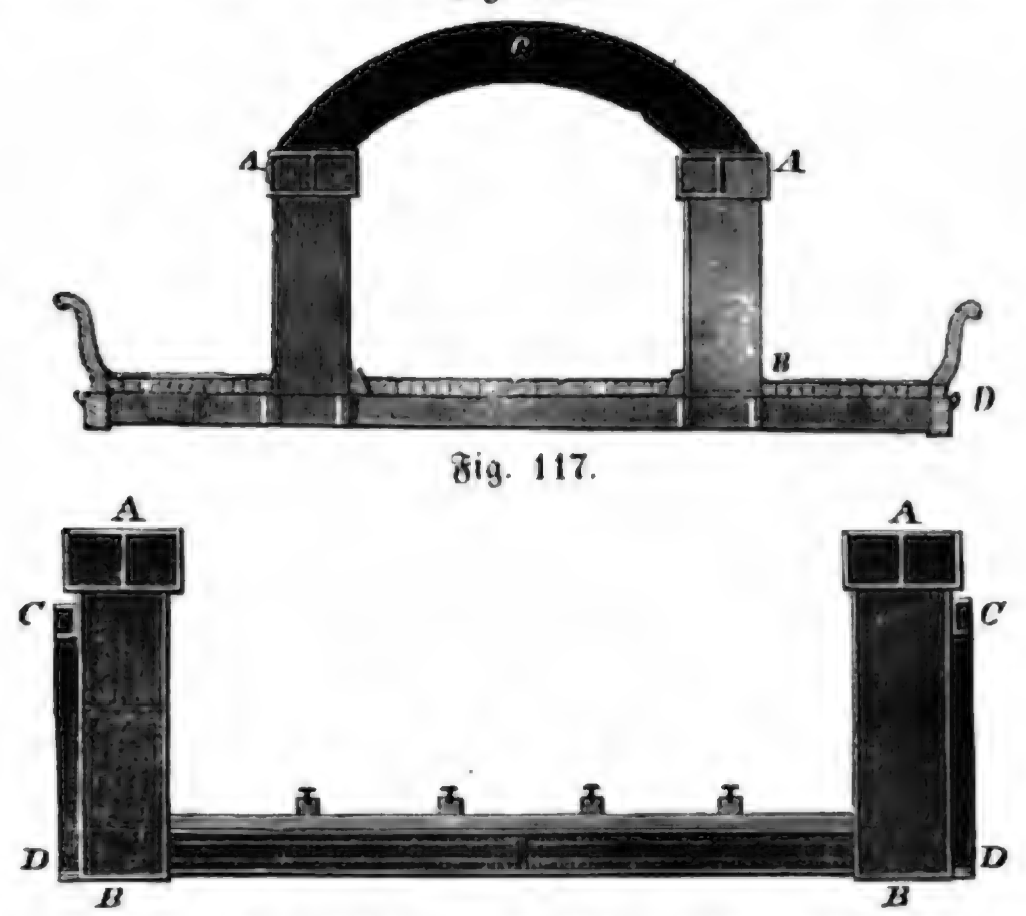
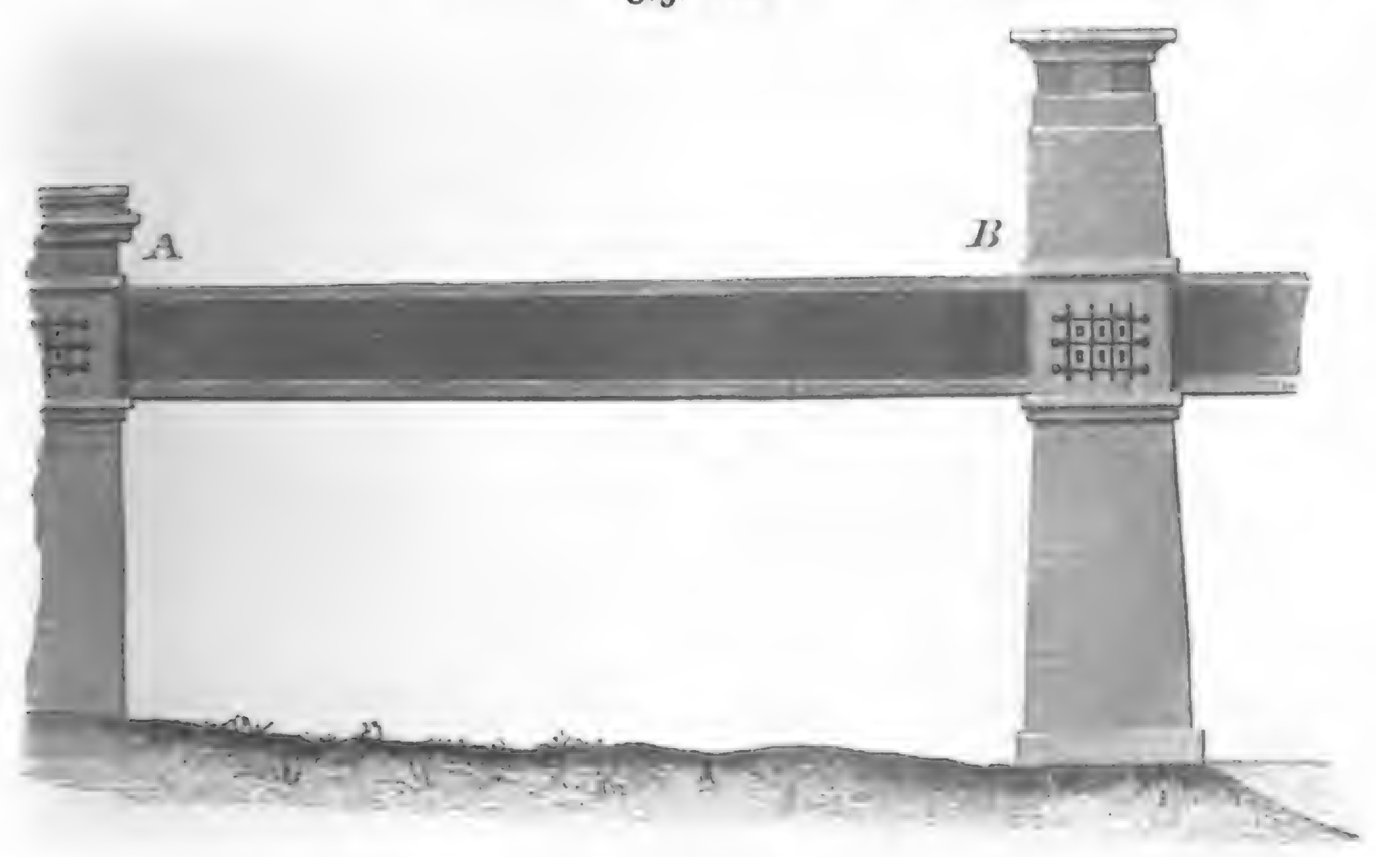


Fig. 117.

hier noch an ihren Außenflächen durch Bögen *CD*, *CD* verstärkt, welche aus Rippen von Lförmigem Querschnitte zusammengesetzt sind.

Anmerkung. Die Conway-Brücke besteht aus zwei nebeneinander liegenden Röhren, wovon jede 424 Fuß lang, 14 Fuß 8 Zoll breit, $22\frac{1}{2}$ Fuß hoch an den Enden und $25\frac{1}{2}$ Fuß hoch in der Mitte ist, und ein Gewicht von 1446 Tonnen (à 2172 Pfund Preuß.) hat. Die Britannia-Brücke, welche

Fig. 118.

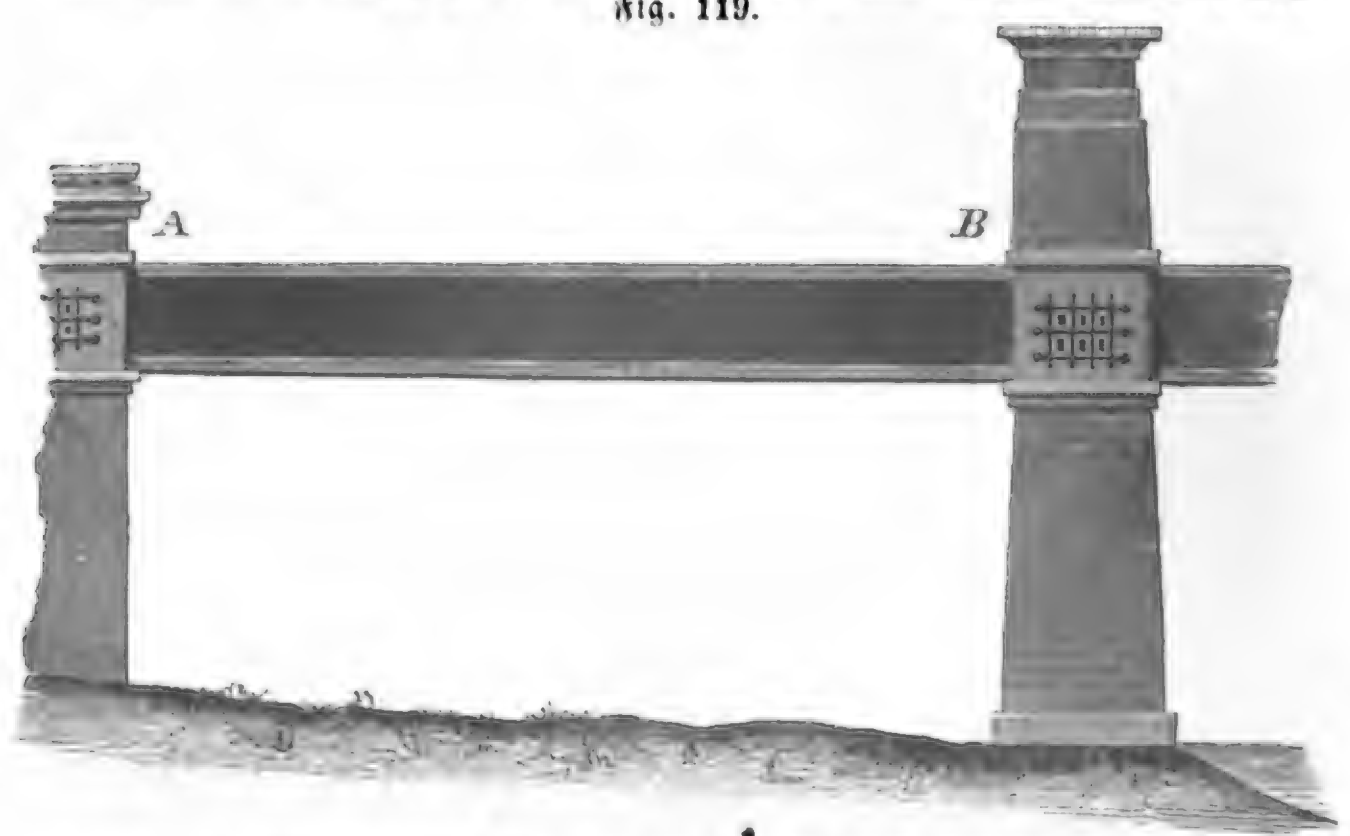


Digitized by Google

Röhrenbrücken.

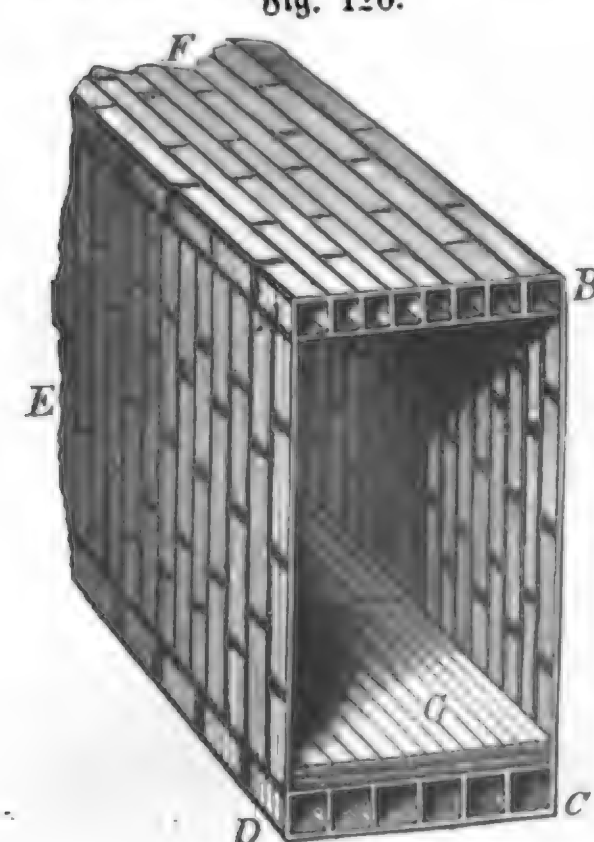
wie die Telfort'sche Kettenbrücke über den Menai-Meeresstrom führt, besteht aus vier Abtheilungen, zwei von je 460 Fuß und zwei von je 230 Fuß Länge, und hat im Ganzen eine Länge von 1513 Fuß. Einer der beiden kürzeren Brückentheile ist in *AB*, Fig. 119 abgebildet. Die Breite dieser Brücke ist 14 Fuß

Fig. 119.



8 Zoll, die Höhe derselben an den Enden 22 Fuß 9 Zoll und in der Mitte 30 Fuß. Zu jeder Röhre waren nöthig 2830 Tonnen ebenes Eisenblech, 594 Tonnen Winkeleisen, 418 Tonnen T Rippen, 336 Tonnen (882,000 der Zahl nach) Nieten, und außerdem noch 1000 Tonnen gußeiserne Rahmen u. s. w., es wiegt folglich eine Röhre im Ganzen 5178 Tonnen. Durch jede Röhre führt ein Eisenbahngeleis.

Fig. 120.



§. 56. Die Tragkraft einer Röhrenbrücke läßt sich ohne Weiteres mittels der im Bande I. mitgetheilten Elasticitäts- und Festigkeitsformeln berechnen. Setzen wir die Höhe $AD = BC$, Fig. 120, der Seitenwand $= h$, und die Dicke derselben $= d$, so haben wir das Biegungsmoment beider Seitenwände

$$W_1 . \frac{E}{r} = 2 \cdot \frac{h^3 d}{12} \cdot \frac{E}{r} = \frac{h^3 d}{6} \cdot \frac{E}{r}$$

(s. I., §. 196).

Setzen wir ferner die Breite $AB = CD$ der Decke und Boden-

fläche $= b$, so können wir das Biegungsmoment für beide setzen: Röhrenbrücken.

$$W_2 \cdot \frac{E}{r} = 2 \cdot bd \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \frac{E}{r} = \frac{bh^2d}{2} \frac{E}{r}.$$

Ist ferner die Höhe der Zellen über dem Boden und unter dem Deckel $= h_1$, so haben wir das Biegungsmoment der Deckflächen der Zellen:

$$W_3 \cdot \frac{E}{r} = \frac{(h-2h_1)^2 b\, d}{2} \frac{E}{r} = \frac{1}{2} (h - 2h_1)^2\, b\, d\, \frac{E}{r}.$$

In sofern die Höhe h_1 der Zellen klein ist gegen die ganze Röhrenhöhe h, kann man endlich das Biegungsmoment der n Zellenwände setzen:

$$W_4 \cdot \frac{E}{r} = n \cdot 2 h_1 d \cdot \left(\frac{h-h_1}{2}\right)^2 \frac{E}{r} = \frac{1}{2} n\, (h - h_1)^2 h_1 d \frac{E}{r}.$$

Hiernach ist nun das Biegungsmoment der ganzen Brückenröhre:

$$(W_1 + W_2 + W_3 + W_4) \frac{E}{r} = \left[\frac{h^3}{3} + bh^2 + b(h-2h_1)^2 + nh_1(h-h_1)^2\right] \frac{d.E}{2\,r}.$$

Das Gewicht einer Röhre sammt ihren Zellen ist bei einer gleichmäßigen Dicke d:

$$G = (2h + 4b + 2nh_1) \,.\, ld \,.\, \gamma,$$

wenn l die Länge der Brücke und γ die Dichtigkeit des Schmiedeeisens bezeichnet. Durch die hinzukommenden Rippen, Nieten u. s. w. wird dasselbe um die Hälfte größer, daher läßt sich

$$G = 3\,(h + 2b + nh_1)\, l\, d\gamma \text{ setzen.}$$

Zu diesem Gewichte der leeren Brücke kommt noch die zufällige Last von 100 Tonnen eines Dampfwagenzuges, oder ungefähr die Last Q von 25 Tonnen $= 25 \,.\, 2172 = 54300$ Pfund in der Mitte, folglich läßt sich das Moment der Kraft, mit welcher die Brücke gebogen wird, setzen:

$$\frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{G}{4} \cdot \frac{l}{2} = \left(Q + \frac{G}{2}\right)\frac{l}{4} = [Q + \tfrac{3}{2}(h + 2b + nh_1)\, ld\gamma]\, \frac{l}{4}.$$

Endlich ist hiernach für den Gleichgewichtszustand zwischen der Last und der Festigkeit der Brücke, da nach I., §. 200, $\frac{E}{K} = \frac{r}{e} = \frac{r}{\frac{1}{2}h}$ ist,

$$[Q + \tfrac{3}{2}(h + 2b + nh_1)\, ld \,.\, \gamma]\, \frac{l}{4}$$
$$= \left[\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + nh_1(h-h_1)^2\right] \frac{d.K}{h},$$

und es läßt sich hiernach eine Dimension der Röhre, z. B. die Höhe h derselben, berechnen, wenn der Sicherheitsmodul K gegeben ist.

Wenn wir nun noch das Gewicht eines Cubikzolles Eisens 0,294 Pfund annehmen, so können wir daher bei der Berechnung einer Röhrenbrücke folgende Formel zu Grunde legen:

$$Q = \frac{4dK}{hl}\left[\frac{h^3}{3} + bh^2 + b(h-2h_1)^2 + nh_1(h-h_1)^2\right] - 0{,}441\,(h + 2b + nh_1)\, ld.$$

Röhrenbrücken. Die Größe der Einbiegung der Röhrenbrücke in der Mitte läßt sich durch die bekannte Formel (s. I., § 193)

$$a = (Q + {}^5/_8 G)\,\frac{l^3}{48WE}$$

berechnen. Vielfältigen Beobachtungen zu Folge fällt jedoch diese Einbiegung noch größer aus, wenn sich die Last Q über der Brücke weg bewegt, und nimmt auch mit der Geschwindigkeit dieser Last zu. (Siehe die unten citirten Werke von Becker und Dempsey.) Um keine der Haltbarkeit nachtheiligen Durchbiegungen zu erhalten, soll man daher stets mit einer mäßigen Geschwindigkeit über diese wegfahren.

Anmerkung. Bei den Festigkeitsversuchen, welche Hodgkinson an Röhren von kreisförmigen, elliptischen und rectangulären Querschnitten angestellt hat, wurde nicht nur bestätigt, daß die letzteren unter übrigens gleichen Umständen mehr Stärke besitzen, sondern auch noch dargethan, daß die an beiden Enden aufliegende und in der Mitte belastete Röhre von oben herein, also durch Zerdrücken und nicht durch Zerreißen zerbricht. Es hat daher das Schmiedeeisen mit dem Holze die Eigenschaft gemein, daß es dem Zerreißen mehr widersteht als dem Zerdrücken, während es beim Gußeisen umgekehrt ist (s. I., §. 202). Deshalb versieht man denn auch die Decke der Röhre mit mehr Zellen, als den Boden.

Beispiel. Welchen Festigkeitsmodul besitzt eine Röhrenbrücke von 400 Fuß Länge, 30 Fuß Höhe und 14 Fuß Breite, wenn dieselbe aus Eisenblech von $^5/_8$ Zoll Stärke zusammengesetzt und an jeder der beiden Grundflächen mit 7 Zellen von 2 Fuß Höhe verstärkt wird und wenn sie außer ihrem Gewichte noch eine Last von 50000 Pfund in der Mitte tragen soll?

Es ist hier $l = 400 \cdot 12$, $h = 30 \cdot 12$, $h_1 = 2 \cdot 12$, $b = 14 \cdot 12$, $d = {}^5/_8$ und $n = 7$, daher

$$K = \frac{[Q + 0{,}441\,(h + 2b + nh_1)\,l\,d]\;hl}{4d\left[\frac{h^3}{3} + bh^2 + b(h-2h_1)^2 + nh_1\,(h-h_1)^2\right]}$$

$$= \frac{[50000 + 0{,}441 \cdot 144 \cdot 400 \cdot {}^5/_8\,(30 + 2 \cdot 14 + 7 \cdot 2)] \cdot 30 \cdot 400}{4 \cdot {}^5/_8 \cdot 12\left(\frac{30^3}{3} + 14 \cdot 30^2 + 14 \cdot 26^2 + 12 \cdot 28^2\right)}$$

$$= \frac{400\,(50000 + 441 \cdot 36 \cdot 70)}{9000 + 12600 + 9464 + 9408} = \frac{400 \cdot 1161320}{40472}$$

$= 10894$ Pfund

Nach der Tabelle auf Seite 249, Bd. I., ist $K = 55000$ Pfund, folglich hiernach die Sicherheit eine fünffache. Durch Versuche ist gefunden worden im Mittel $K = 15$ Tonnen $= 32580$ Pfund, wornach die Sicherheit nur die dreifache wäre. Nimmt man den Elasticitätsmodul des Schmiedeeisens

$E = 26000000$ Pfund, setzt die zufällige Last

$Q = 50000$ Pfund, das Gewicht der leeren Brücke

$G = 3(h + 2b + nh_1)\,l\,d\,\gamma = 2 \cdot 1161320 = 2322640$ Pfund,

und das Maaß des Biegungsmomentes:

$$W = \left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + n\,h_1\,(h-h_1)^2\right)\frac{d}{2} = 40472 \cdot 1728 \cdot {}^5/_{16}$$

$= 202360 \cdot 108 = 21854880,$

so erhält man die entsprechende Durchbiegung der Röhre in der Mitte: Röhrenbrücken.

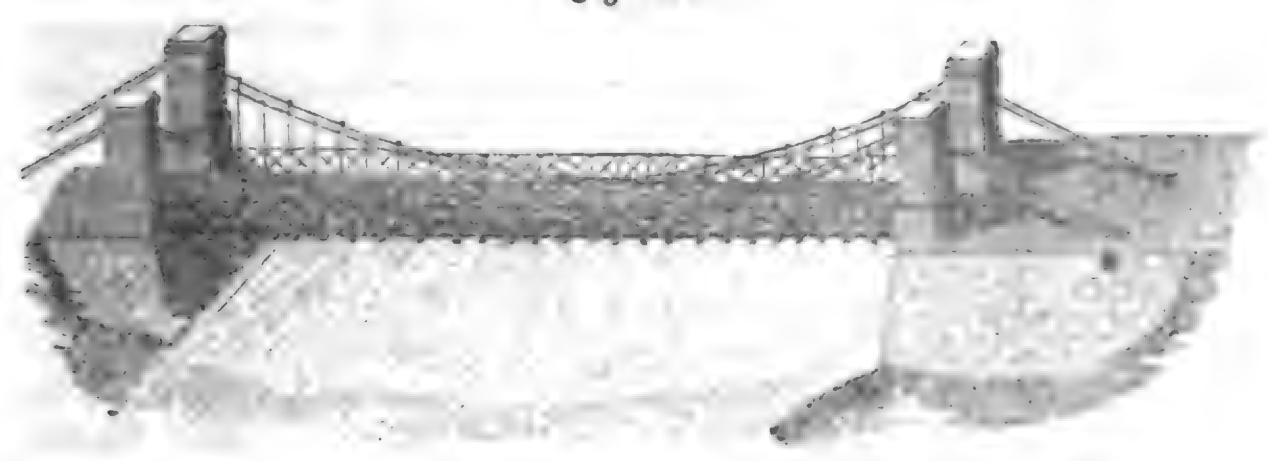
$$a = (Q + \tfrac{5}{8}\,G)\,\frac{l^3}{48\,W\,E} = \frac{(50000 + 1451650)\,.\,64000000\,.\,1728}{48\,.\,12647\,.\,1728\,.\,26000000}$$

$$= \frac{1501650\,.\,64}{48\,.\,12647\,.\,26} = \frac{500550\,.\,2}{12647\,.\,13} = \frac{1001100}{164411} = 6 \text{ Zoll.}$$

Wenn durch die Verbindung des Eisenbleches mittels Rippen und Nieten die Röhre eine größere Steifigkeit erlangt, so wird allerdings diese Einbiegung kleiner. Uebrigens bewirkt die zufällige Belastung nur $\frac{50000}{1501650} = \frac{1}{30}$ dieser Einbiegung, d. i. nur $\frac{1}{5}$ Zoll.

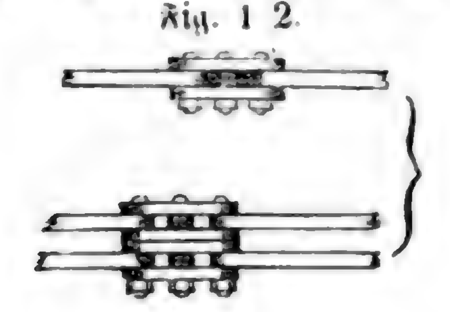
§. 57. Eigenthümliche Constructionen sind die Hänge- oder Kettenbrücken (franz. ponts suspendus; engl. suspension-bridges). Sie unterscheiden sich dadurch von den Stein-, Holz- und Eisenbrücken, daß ihre Bahn an Ketten oder Seilen aufgehängt oder von diesen unterstützt wird. In der Regel findet das Aufhängen statt, daher der Name Hängebrücken. Die mit starker Kraft gespannten Ketten oder Seile liegen über zwei oder mehreren Pfeilern und sind mit ihren Enden an Felsen oder Mauerwerk angeschlossen, wie Fig. 121 vor Augen führt. Die Ketten (franz. chaînes; engl. chains) bestehen aus schmiedeeisernen Gliedern, die durch cylindrische Bolzen mit einander verbunden sind; Seile Kettenbrücken.

Fig. 121.



(franz. cables; engl. cables), welche man zuweilen statt der Ketten anwendet, werden aus Stahl- oder Eisendraht zusammengedreht. Die einzelnen Glieder sind von 1 Zoll Dicke, 3 bis 6 Zoll Höhe, und etwa 10 Fuß Länge. Meist hängt man mehrere Ketten über und neben einander, und verbindet die neben einander hängenden durch Blätter und Bolzen, wie in Figur 122 vorgestellt wird. Die Drahtseile bestehen aus Drähten von $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Linien Dicke und erhalten einen Durchmesser von 1 bis $2\frac{1}{2}$ Zoll. Das Hängewerk (franz. suspensoires;

Fig. 122.



Kettenbrücken. engl. suspending rods) besteht entweder aus schmiedeeisernen Stangen oder aus Drahtseilen von etwa 1 Zoll Stärke. Die Hängestangen AB, A_1B_1 sind durch Bolzen an den Verbindungsblättern aufgehangen, wie Fig. 123 zeigt, die Hängeseile AB, Fig. 124 und 125, hingegen sind mittels Oehren oder Haken mit den Hauptseilen verbunden. Die Querbalken oder Unterzüge C, C_1, auf welchen die ganze Brückenbahn ruht, sind in dem einen Falle wie Fig. 123 und im andern wie Fig. 125 an die Hängeeisen befestigt; es geht nämlich entweder die Hängestange durch den unten mit einer Eisenplatte bedeckten Tragbalken hindurch und es wird ihr durchlochtes oder schraubenförmiges Ende B verkeilt, oder durch eine starke Mutter verschraubt, oder es wird der Tragbalken mit einem Bügel umgeben, dessen hakenförmiger Kopf in das untere Oehr des Hängeseiles einhakt. Ueber den Tragbalken liegen in der Richtung der Längenaxe die Längenschwellen und 3 Zoll dicke Bohlen, und darüber kommt wieder quer über ein Lager von Bohlen, oder eine Holzpflasterung u. s. w. zu liegen. Meist hat man zwei Ketten oder Kettensysteme über einander, weshalb die Zahl der Hängestäbe noch einmal so groß ist, als die Zahl der Glieder einer Kette und die Entfernung von je zwei Hängestäben etwa nur 5 Fuß beträgt.

Fig. 123.

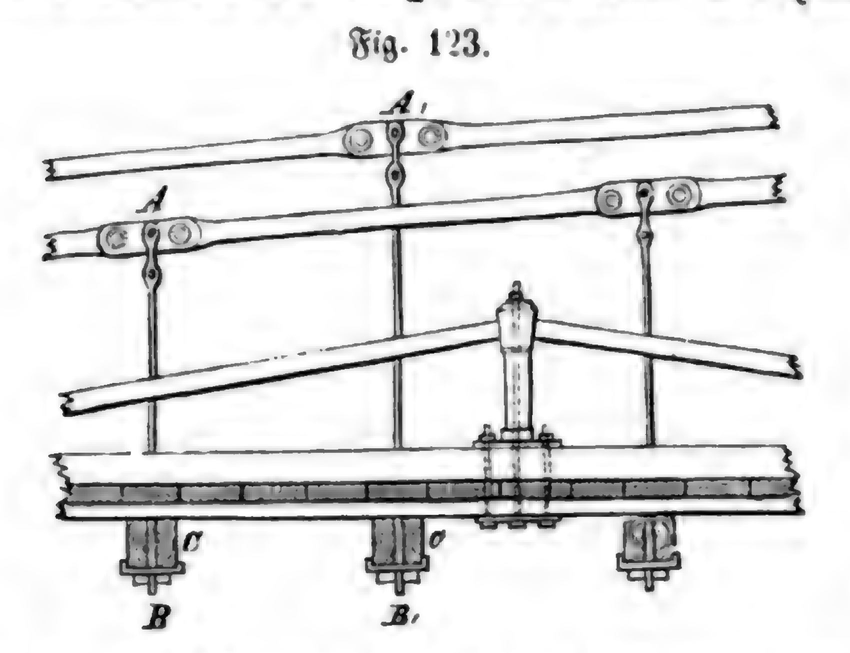
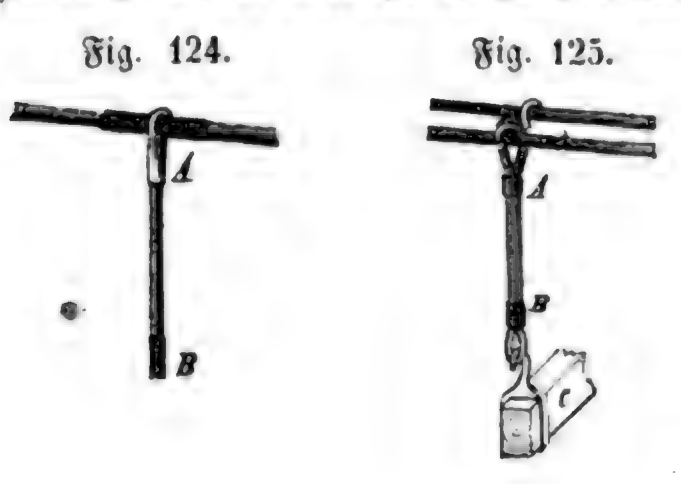


Fig. 124. Fig. 125.

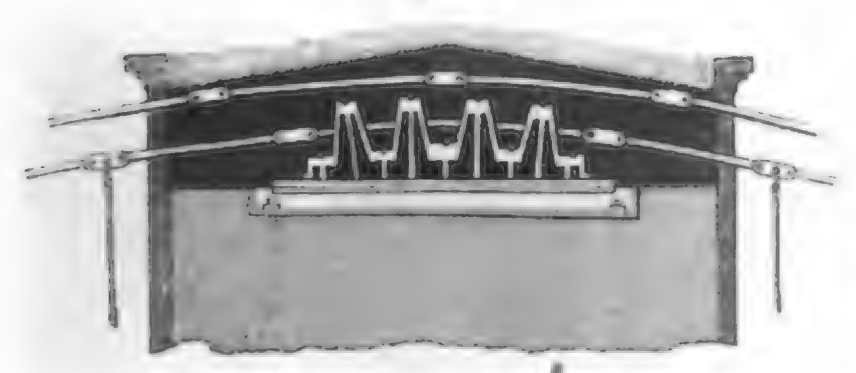


Die Breite der Brückenbahn richtet sich allerdings nach dem Zwecke der Brücke, allein man kann für die Laufbahn mindestens 3 Fuß, und für eine Fahrbahn 7 bis $7\frac{1}{2}$ Fuß rechnen, und erhält daher, wenn man die Barriere u. s. w. einrechnet, für eine Doppelbrücke eine Totalbreite von circa 25 Fuß.

Größeren Schwankungen der Brücke wird durch besondere Verstrebungen nach der Länge und Breite vorgebeugt. Kettenbrücken.

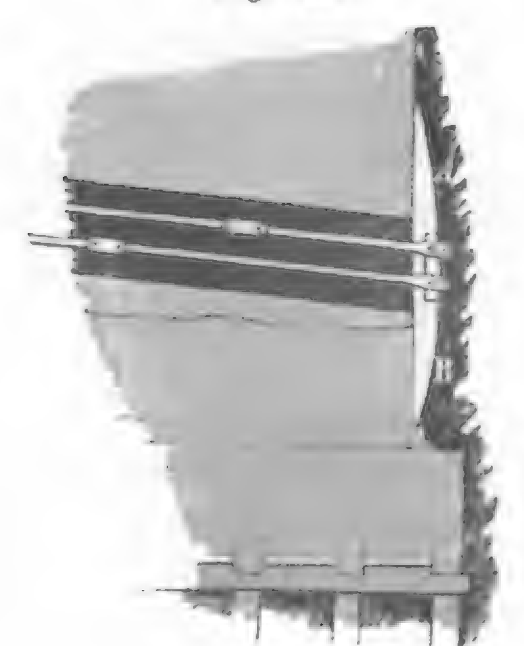
§. 58. Die Bogenhöhe der Kettenbrücken ist in Ansehung der ganzen Brückenlänge meist sehr klein ($^1/_7$ bis $^1/_{25}$ der Sehne), daher die Spannung der Ketten sehr bedeutend (s. I., §. 144); es haben daher auch die Pfeiler, über welche die Ketten weggehen, und die Anker, mit welchen die Kettenenden an den Ufern befestigt sind, eine bedeutende Kraft auszuhalten, und es sind deshalb Pfeiler von hoher Stabilität und Widerlager von bedeutendem Widerstande in Anwendung zu bringen. Die Entfernungen zwischen je zwei Pfeilern macht man, um nicht zu schwere Ketten zu erhalten und die Pfeiler nicht zu sehr zu belasten, nicht gern über 350 Fuß, doch kommen auch Umstände vor, welche zu größeren Spannweiten nöthigen; es beträgt dieselbe z. B. bei der Menai-Kettenbrücke in England 560 Fuß und bei der Kettenbrücke zu Freiburg in der Schweiz sogar 840 Fuß. Wenn die Kette zu beiden Seiten eines Pfeilers ungleich gespannt wird, was bei einer einseitigen Belastung stets eintritt, so sucht dieselbe über ihrem Lager nach der Seite der größeren Spannung fortzugleiten; da nun aber die Kette mit dem Kopfe des Pfeilers durch die aus der Mittelkraft der Spannungen entspringende Reibung bis zu einem gewissen Grade verbunden ist, so hat hiernach der Pfeiler einer der Reibung gleichen Seitenkraft durch seine Stabilität zu widerstehen. Aus diesem Grunde hat man denn auch Pfeiler von großen Breiten und Dicken anzuwenden, oder besondere Mittel zu ergreifen, um diese Wirkungen der ungleichen Belastung zu ermäßigen. Diese Mittel bestehen aber entweder darin, daß man die Ketten über Rollen oder Walzen laufen läßt, Fig. 126, und dadurch die gleitende Reibung auf eine kleinere Zapfen- oder Walzenreibung zurückführt, oder daß man die Ketten an einen Sector anschließt, welcher, sich auf dem Kopfe des Pfeilers wälzend, sich nach der einen oder nach der andern Seite hin neigen läßt, oder daß man endlich gar den Pfeiler durch eine Säule ersetzt, welche um eine horizontale Axe drehbar ist. Damit die Mittelkraft aus den beiden Spannungen der über einen Pfeiler weggehenden Kette vertikal wirke, und so vom Pfeiler am sichersten aufgenommen werde, ist


Fig. 126.



Kettenbrücken. es nöthig, daß die Theile der Kette zu beiden Seiten des Pfeilers gleiche Neigung gegen den Horizont haben. Läßt sich diese Gleichheit nicht herstellen, wie es z. B. bei den Uferpfeilern sehr oft der Fall ist, so muß man die Pfeiler bedeutend verstärken. Um die Kettenenden an den Ufern zu verankern, versieht man dieselben mit starken Bolzen, und legt diese in Lager, welche auf einer großen und dicken Eisenplatte *AB*, Fig. 127 sitzen, die sich gegen eine dicke Widerlagsmauer, oder gegen ein Gewölbe, oder gar gegen das feste Gestein stemmt. Durch Keile läßt sich dann noch die Kette in gehöriger Spannung erhalten, wenn sie durch Dehnung etwas schlaff geworden ist.

Fig. 127.



§. 59. Die Curve, welche von der Kette oder von dem Seile einer Hängebrücke gebildet wird, liegt zwischen einer Parabel und einer Kettenlinie, und kommt einer Ellipse sehr nahe. Der Parabel nähert sich diese Curve bei der belasteten Brücke, der Kettenlinie aber bei unbelasteter Brücke (vergl. I., §. 144, §. 145 und folgd.), ersteres weil dort die Gewichte mehr der Horizontalprojection der Kette, letzteres aber, weil sie mehr der Länge der Kette selbst proportional sind. Der Sicherheit wegen betrachten wir aber die Brücke im belasteten Zustande, behandeln also die von den Spannketten oder Spannseilen gebildeten Curven als Parabeln. Sind die beiden Aufhängepunkte *B* und *D*, Fig. 128, einer Spannkette gleich hoch, so hat

Fig. 128.

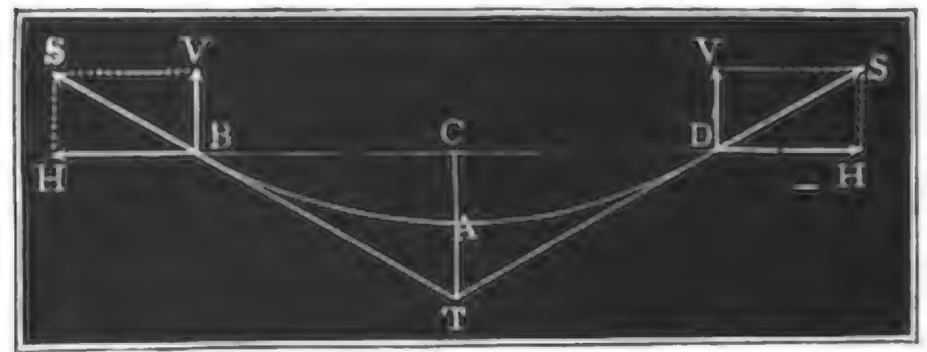
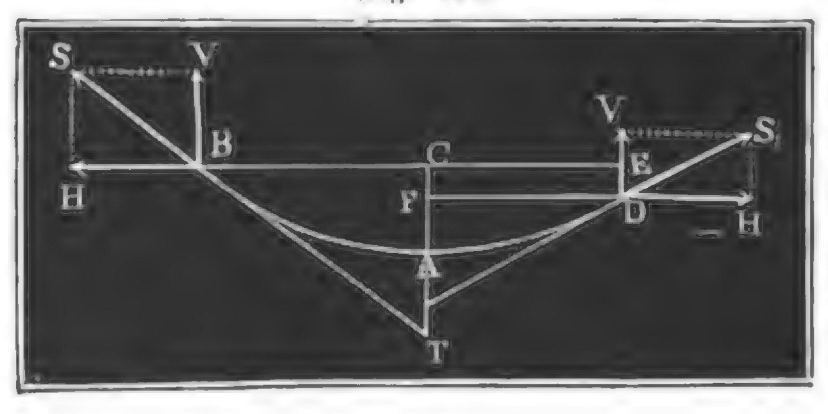


Fig. 129.



man bei der Spannweite $BD = 2b$, bei der Bogenhöhe $AC = a$, für den Winkel $CBT = CDT = \alpha$, welchen die Kettenenden B und D mit dem Horizonte einschließen, $tang.\,\alpha = \frac{CT}{BC} = \frac{2a}{b}$ (I., §. 144). Sind die Aufhängepunkte B und D, Fig. 129, in verschiedenem Niveau, so liegt der Kettenscheitel A nicht in der Mitte und es haben auch die Kettenenden verschiedene Neigungen. Setzen wir die Coordinaten AC und $BC = a$ und b, und die Coordinaten AF und $FD = a_1$ und b_1, bezeichnen wir die ganze Spannweite BE durch s und den Höhenunterschied DE beider Aufhängepunkte durch h, so haben wir $h = a - a_1$, $s = b + b_1$ und $\frac{a}{a_1} = \frac{b^2}{b_1^2}$, es folgt daher aus h, s und a: Kettenbrücken.

1) $a_1 = a - h$, 2) $b = \frac{s}{1 + \sqrt{\frac{a_1}{a}}}$, 3) $b_1 = s - b = \frac{s}{1 + \sqrt{\frac{a}{a_1}}}$,

und für die Neigungswinkel α und α_1 der Kettenenden:

$$tang.\,\alpha = \frac{2a}{b} \text{ und } tang.\,\alpha_1 = \frac{2a_1}{b_1}.$$

Die Länge der Kettenstücke $AB = l$ und $AD = l_1$ ist endlich noch:

$l = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$ und $l_1 = b_1\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a_1}{b_1}\right)^2\right]$ (I., §. 147).

Giebt man nun die Entfernung e zwischen je zwei Hängestangen, so erhält man die Anzahl derselben auf die Länge $BC = b$, $n = \frac{b}{e}$; und setzt man nun noch in der Gleichung $x = \frac{y^2}{b^2}a$ statt y die Werthe $o, e, 2e, 3e, 4e$ u. s. w., so erhält man die Längen der Hängestangen: $0, \frac{e^2}{b^2}a, \frac{4e^2}{b^2}a, \frac{9e^2}{b^2}a$ u. s. w., oder $0, \frac{a}{n^2}, \frac{4a}{n^2}, \frac{9a}{n^2}$ u. s. w., wenn man hierzu noch ein paar Zolle addirt.

Aus dem Gewichte G der belasteten Kettenhälfte AB ergiebt sich die Horizontalspannung der ganzen Kette: $H = G\,cotg.\,\alpha = \frac{b}{2a}\,G$ und die vollständige Kettenspannung am Ende:

$$S = \frac{G}{sin.\,\alpha} = \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2a} \cdot G.$$

Kennt man die Festigkeitsmodul der Spannketten und Hängestangen, so kann man nun die erforderlichen Querschnitte dieser Theile finden. Nach den Erfahrungen in Frankreich kann man für Spannketten die größte Belastung auf 1 Quadratmillimeter 12 Kilogramme und für Spannseile aus Eisendraht 18 Kilogramme Tragkraft annehmen. Da

Kettenbrücken. die Hängestäbe noch die Stöße der Wagen u. s. w. aufzunehmen haben, so belastet man sie gar nur mit $1\frac{1}{2}$ Kilogrammen auf 1 Quadratmillimeter. Auf das Preuß. Maaß reducirt, läßt sich hiernach setzen, für die Spannketten auf einen Quadratzoll 17500 Pfund, für Spannseile 26300 und für die Hängestäbe 2190 Pfund Maximalbelastung.

Stärke der Ketten und Seile. §. 60. Um die Querschnittsverhältnisse einer Hängebrücke auszumitteln, hat man nicht allein auf das Gewicht der Brückenbahn, sondern auch noch auf die größte zufällige Belastung durch Menschen, Thiere und Lastwagen Rücksicht zu nehmen, und diese kann man, nach Navier, auf 200 Kilogramme für 1 Quadratmeter Brückenfläche, d. i. auf 42 Pfund für 1 Quadratfuß annehmen, in welchem Falle allerdings ein dichtes Gedränge noch nicht vorkommen darf. Aus dieser Maximallast berechnen sich nun auch nach der Lehre der relativen Festigkeit die Querschnitte der Quer- und Längenbalken, Bohlen u. s. w. und hieraus folgt wieder das Gewicht der ganzen Brückenbahn. Setzen wir nun die Summe aus diesem constanten Gewichte und jener Maximalbelastung $= Q$, die mittlere Länge einer Hängestange $= c$ und den Festigkeitsmodul der Tragstangen $= K$, so haben wir nach I., §. 188 den Querschnitt der Hängestangen $F = \frac{Q}{K - c\gamma}$, also wenn man c in Fußen giebt, und das Gewicht γ eines Cubikzolles Schmiedeeisen 0,294 Pfund setzt:

$$1)\quad F = \frac{Q}{K - 3{,}53\,c}.$$

Hiernach haben nun sämmtliche Hängestangen das Gewicht

$$G = 3{,}53\,Fc = \frac{3{,}53\,Q\,c}{K - 3{,}53\,c}, \text{ annähernd}$$

$$= \left(1 + \frac{3{,}53\,c}{K}\right) \cdot \frac{3{,}53\,Q\,c}{K} = 3{,}53\,\frac{Qc}{K}.$$

Ist F_1 der Querschnitt der Spannkette, so hat man deren Gewicht

$$G_1 = F_1 l \gamma = 2 F_1 b \gamma \cdot \left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right],$$

folglich ist die ganze Belastung der Spannketten:

$$Q + G + G_1 = Q + 3{,}53\,Fc + 2\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] F_1 b \gamma,$$

und daher die Maximalspannung derselben:

$$S = \frac{Q + G + G_1}{2 \sin.\alpha} = \frac{Q + 3{,}53\left(Fc + 2\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] F_1 b\right)}{2 \sin.\alpha}.$$

Ist K_1 der Festigkeitsmodul für die Spannketten, so kann man auch setzen $S = F_1 K_1$, daher folgt Stärke der Ketten und Seile.

$$2 F_1 K_1 \sin.\alpha = Q + 3{,}53 \left(Fc + 2 \left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \right] F_1 b \right),$$

so daß nun der gesuchte Querschnitt der Spannketten:

$$2) \quad F_1 = \frac{\frac{1}{2} Q + 1{,}765 Fc}{K_1 \sin.\alpha - 3{,}53\, b \left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \right]}$$ sich ergiebt.

Beispiel. Man soll für eine Kettenbrücke von 150 Fuß Spannweite, 15 Fuß Bogenhöhe und 25 Fuß Breite die nöthigen Querschnittsverhältnisse berechnen. Geben wir über die ganze Breite 45 Hängeeisen, so bekommen wir $45 - 1 = 44$ Theile und daher die Entfernung zwischen je zwei Hängeeisen $= \frac{150}{44} = 3{,}409$ Fuß. Es folgen nun die Längen dieser Eisen, von der Mitte ausgegangen: $0, \frac{15}{22^2} = 0{,}031$, $4 \cdot \frac{15}{22^2} = 0{,}124$, $9 \cdot \frac{15}{22^2} = 0{,}279$, $16 \cdot \frac{15}{22^2} = 0{,}496$, $25 \cdot \frac{15}{22^2} = 0{,}775$ Fuß u. s. w., oder, wenn man hierzu 2 Zoll addirt: 2 Zoll, 2,37, 3,49. 5,35, 7,95, 11,30 Zoll u. s. w. Die Maximalbelastung der halben Brückenbahn ist $75.25.42 = 78750$ Pfd., und wiegt nun die übrigens vollkommen armirte halbe leere Brückenbahn ebenso viel, so erhalten wir die Last $\frac{1}{2} Q = 157500$ Pfund. Die mittlere Länge eines Hängeeisens ist der Quadratur der Parabel zu Folge (s. den Ingenieur S. 253) ein Drittel der Bogenhöhe a, also hier mit Einschluß von 2 Zoll Uebermaaß $c = \frac{15}{3} + \frac{1}{6} = 5{,}167$ Fuß. Folglich hat man den Querschnitt sämmtlicher Hängeeisen

$$F = \frac{Q}{K - 3{,}53\,c} = \frac{315000}{2190 - 3{,}53 \,.\, 5{,}17} = \frac{315000}{2172} = 145 \text{ Quadratzoll}$$

Es ist also der Querschnitt eines Hängestabes $\frac{F}{90} = \frac{145}{90} = 1{,}61$ Quadratzoll, und der Durchmesser desselben $d = 1{,}43$ Zoll.

Nimmt man $K_1 = 17500$ Pfund und

$$\sin.\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}} = \frac{30}{\sqrt{75^2 + 30^2}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}25 + 1}} = 0{,}3714,$$

so erhält man den Querschnitt der Spannketten:

$$F_1 = \frac{\frac{1}{2} Q + 1.765\, Fc}{K_1 \sin.\alpha - 3{,}53 b \left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \right]} = \frac{157500 + 1{,}765 \,.\, 145 \,.\, 5{,}167}{17500.0{,}3714 - 3{,}53.75(1 + \frac{2}{3}.0{,}04)}$$

$$= \frac{157500 + 1322}{6499 - 272} = \frac{158822}{6227} = 25{,}5 \text{ Quadratzoll},$$

also bei vier Spannketten, der Querschnitt einer jeden:

$$\frac{F}{4} = 6{,}375 \text{ Quadratzoll.}$$

§. 61. Die Spannketten werden durch die angehängte Last verlängert und nehmen dadurch auch eine größere Bogenhöhe an, auch geht aus dem Temperaturwechsel eine Veränderung in der Kettenlänge hervor, welche Verlängerung der Ketten.

Verlängerung der Ketten. wieder eine Veränderung in der Bogenhöhe zur Folge hat. Beides müssen wir daher noch kennen lernen. Wenn die Bogenhöhe a in a_1 übergeht, so geht die Länge $l = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$ in $l_1 = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a_1}{b}\right)^2\right]$ über, und es folgt daher die Verlängerung der Kette:

$\lambda_1 = l_1 - l = \frac{2}{3}\left(\frac{a_1^2 - a^2}{b}\right) = \frac{2}{3}\,\frac{(a_1 - a)(a_1 + a)}{b}$, oder, die Vergrößerung $a_1 - a$ der Bogenhöhe mit δ bezeichnet und annähernd $a + a_1 = 2a$ gesetzt, $\lambda_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{a}{b}\,\delta$, also für die ganze Kette $\lambda = \frac{8}{3} \cdot \frac{a}{b}\,\delta$, umgekehrt aber $\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a}\,\lambda$. Nun folgt aber aus dem Gewichte G der halben Kettenbrücke die Horizontalspannung oder Spannung im Scheitel, $H = G\,cotg.\,\alpha$ und die Maximalspannung oder Spannung an den Enden: $S = \frac{G}{sin.\,\alpha}$; es läßt sich daher im Mittel die Spannung $= \frac{H + S}{2} = \frac{G\,(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha}$ und die von ihr bewirkte Ausdehnung der Spannketten setzen: $\lambda = \frac{(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{G}{FE} \cdot 2l$ (I. §. 183), wofür annähernd $\lambda = \frac{2Gb}{FE\,sin.\,\alpha}$ anzunehmen ist. Führen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ ein, so erhalten wir die gesuchte Vergrößerung der Bogenhöhe bei der belasteten Spannkette: $\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{2Gb}{FE\,sin.\,\alpha} = \frac{3}{4}\,\frac{G}{FE\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{b^2}{a}$, oder, $sin.\,\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}}$ annähernd $= \frac{2a}{b}$ gesetzt, folgt

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{G}{FE} \cdot \frac{b^3}{a^2}.$$

Das Schmiedeeisen nimmt bei jedem Centesimalgrad Wärmezunahme um 0,0000122 an Länge zu; es ist daher diese Zunahme bei t^0 Temperaturveränderung und für die ganze Spannkette $= 0{,}0000122 \cdot 2lt = 0{,}0000244 \cdot lt$. Setzen wir diesen Werth in die Formel für δ, so folgt die der Temperaturzunahme t entsprechende Vergrößerung der Bogenhöhe:

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a} \cdot 0{,}0000244 \cdot lt, \text{ oder annähernd}$$

$$= 0{,}00000915 \cdot t \cdot \frac{b^2}{a}.$$ Ebenso bestimmt sich die Verkürzung bei einer Temperaturabnahme.

Beispiel. Behalten wir die Werthe des Beispieles im letzten Paragraphen bei, so erhalten wir die Vergrößerung der Bogenhöhe, welche der Belastung entspricht, und wenn wir den Elasticitätsmodul E des Stabeisens $= 29000000$ (I., §. 189) setzen, und zur Belastung 158882 Pfund noch das halbe Gewicht der Spannketten, d. i. $Fb\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\gamma = 25,5 \ . \ 268,5 = 6841,6$ Pfd. hinzufügen, also $G = 158882 + 6841,6 = 165666$ Pfund annehmen, Verlängerung der Ketten.

$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{165666}{25,5 \ . \ 29000000} \cdot \frac{900^3}{180^2} = \frac{1342}{639} = 2,1$ Zoll. Bei einem Temperaturwechsel von 20^0 stellt sich diese Veränderung $= 0,00000915 \ . \ 20 \ . \ \frac{900^2}{180}$ $= 0,4$ Zoll heraus.

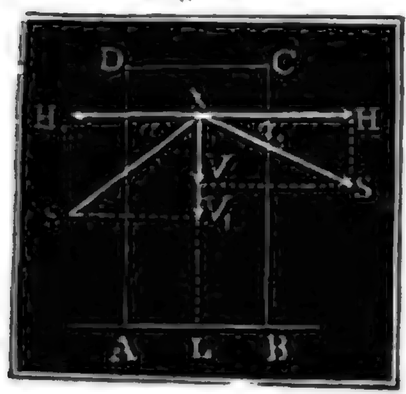


Fig. 130.

§. 62. Ein wichtiger Gegenstand ist noch die Bestimmung der Dimensionen der Pfeiler und der Widerlagsmauern. Sind S und S_1 die Spannungen der Kettenenden, Fig. 130, und α und α_1 ihre Neigungswinkel, so hat man den Vertikaldruck auf den Pfeiler: $V_2 = V + V_1 = S sin.\alpha + S_1 sin.\alpha_1$, und den Horizontaldruck, da die Horizontalspannungen einander entgegenwirken, $H_2 = H - H_1 = S cos.\alpha - S_1 cos.\alpha_1$. Pfeiler und Widerlager.

Ist nun h die Höhe, b die Breite und d die Dicke AB eines Pfeilers, dessen Dichtigkeit aber $= \gamma$, so hat man das Gewicht desselben: $G = bdh\gamma$, und den gesammten Vertikaldruck $= V_2 + G = S sin.\alpha + S_1 sin.\alpha_1 + bdh\gamma$. Damit aber die Horizontalkraft $H_2 = H - H_1$ den Pfeiler nicht umstürze um die Kante B, ist es nöthig, daß das statische Moment $H_2 . LX = H_2 h$ $= (S cos.\alpha - S_1 cos.\alpha_1)\, h$ von dem statischen Momente $(V_2 + G)\, BL$ $= (S sin.\alpha + S_1 sin.\alpha_1 + bdh\gamma)\, \frac{b}{2}$ übertroffen werde, daß also

$$b^2 + \left(\frac{S sin.\alpha + S_1 sin.\alpha_1}{dh\gamma}\right) b > \frac{2\,(S cos.\alpha - S_1 cos.\alpha_1)}{d\gamma} \text{ oder}$$

$$b^2 + \left(\frac{V + V_1}{dh\gamma}\right) b > \frac{2\,(H - H_1)}{d\gamma} \text{ sei.}$$

Uebrigens ist der Sicherheit wegen für $S\, cos.\, \alpha$ der größte und für $S_1\, cos.\, \alpha_1$ der kleinste Werth zu setzen, also anzunehmen, daß S vollkommen, S_1 aber unbelastet sei. Diese Formel setzt voraus, daß die Kräfte S und S_1 vollkommen übertragen werden auf den Pfeilerkopf, was allerdings nur eintritt, wenn die Reibung auf diesem die Differenz $S - S_1$ der Spannungen übertrifft. Nach I., §. 175, ist diese Reibung:

$F = \left[\left(1 + 2\varphi sin\, \frac{\beta}{2}\right)^n - 1\right] S_1$, wenn φ den Reibungscoefficienten, n die Zahl der auf dem Pfeilerkopfe aufliegenden Kettenglieder und β den

Pfeiler und Widerlager

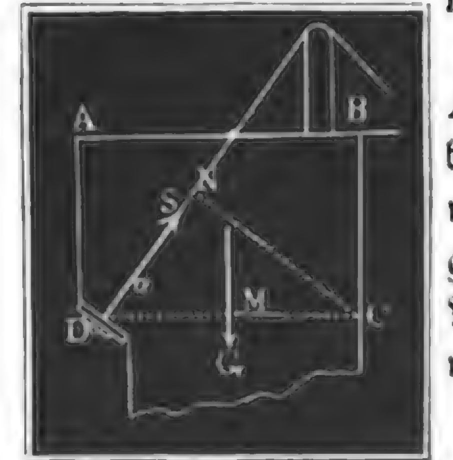
Centriwinkel bezeichnet, welcher einem Gliede entspricht; es ist daher nöthig, daß $S - S_1 < \left[\left(1 + 2\varphi sin.\frac{\beta}{2}\right)^n - 1\right] S_1$, oder $S < \left(1 + 2\varphi sin.\frac{\beta}{2}\right)^n S_1$ sei. Außerdem gleitet die Kette auf dem Pfeilerkopfe hin, und es ist deshalb in obige Formel S nur $= \left(1 + 2\varphi sin.\frac{\beta}{2}\right)^n S_1$ oder bei Seilen $S = e^{\varphi\alpha} S_1$ (I., §. 176) einzusetzen. Legt man die Kette oder das Seil auf Rollen, so ist diese Differenz, und daher die nöthige Pfeilerstärke, viel kleiner. Sind die Rollenhalbmesser $= a$, und die Zapfenhalbmesser $= r$, so hat man $S = S_1 + \varphi\frac{a}{r}(S sin\,\alpha + S_1 sin.\alpha_1)$ zu setzen, weil die auf den Rollenhalbmesser reducirte Zapfenreibung

$$F = \varphi\frac{a}{r}(S sin.\alpha + S_1 sin.\alpha_1) = \varphi\frac{a}{r}(V + V_1)$$

gesetzt werden kann. Geht endlich das Seil über Walzen weg, so entsteht nur wälzende Reibung, welche so klein ist, daß man $S = S_1$ setzen kann.

Aus der Spannung S der Endseile oder Endketten kann man auch noch die nöthigen Dimensionen der Widerlagsmauer AC, Fig. 131, bestimmen.

Fig. 131.



Die Spannung S sucht die Widerlagsmauer AC um die Kante C zu drehen, und wirkt dabei am Hebelarme $CN = CD sin.\alpha = l sin.\alpha$, wenn α den Neigungswinkel SDC des Seiles gegen den Horizont und l die Länge CD der Mauer bezeichnet. Das Gewicht G der Mauer wirkt aber mit dem Momente

$$G\,.\,CM = hdl\gamma\,.\,\frac{l}{2} = \frac{1}{2} h\,dl^2\gamma$$

entgegen, wo h die Höhe BC, d die Dicke und γ die Dichtigkeit der Mauer bezeichnet. Für den Gleichgewichtszustand ist $S\,l\,sin.\,\alpha = \frac{1}{2}\,h\,d\,l^2\,\gamma$, daher die nöthige Mauerlänge $l = \frac{2\,S sin.\alpha}{h\,d\,\gamma}$. Der Sicherheit wegen macht man diese Dimension 2 bis 3 mal so groß. Damit dieselbe Mauer nicht fortgeschoben werde, muß ihre Reibung $\varphi(G - S sin.\alpha)$ größer, als die Horizontalkraft $S cos.\,\alpha$, also $\varphi G > S\,(cos.\alpha + \varphi sin.\,\alpha)$ d. i. $l > \frac{S}{h\,d\,\gamma}\left(\frac{cos.\alpha}{\varphi} + sin.\,\alpha\right)$, wo $\varphi = 0{,}67$ anzunehmen ist, sein.

Digitized by Google

Pfeiler und Widerlager.

Beispiel. Bei der in den Beispielen der vorstehenden Paragraphen behandelten Kettenbrücke ist die Vertikalkraft der belasteten Kette: $V = 165666$ Pfd., und die der unbelasteten $V_1 = V - 78750 = 86916$ Pfund; wird nun noch $\frac{a}{r} = \frac{1}{4}$ und $\varphi = \frac{1}{4}$ angenommen, so ist die Zapfenreibung zwischen den Rollen $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot (165666 + 86916) = 15786$ Pfund viel kleiner als die Differenz der Spannungen, und es tritt daher eine Bewegung der Kette und ein Umdrehen der Rollen ein, welches so lange fortgeht, bis die eine Spannung so viel zu- und die andere so viel abgenommen hat, daß die Differenz wirklich nur 15786 Pfd. beträgt. Ist nun die Pfeilerhöhe 16 Fuß, die Dicke 4 Fuß und die Dichtigkeit der Mauermasse = 130 Pfd., so hat man für die nöthige Pfeilerbreite $b^2 + \frac{252582}{16 . 4 . 130} . b = \frac{2 . 15786 \; cos. \alpha}{4 . 130}$, d. i. $b^2 + 30{,}4 b = \frac{15786 \; . \; 0{,}9285}{260} = 56{,}36$. Hiernach folgt $b = \frac{56{,}36 - b^2}{30{,}4} = 1{,}75$ Fuß, wofür der Sicherheit wegen vielleicht das Dreifache, d. i. 5,25 Fuß zu nehmen ist. Die nöthige Länge der Widerlagsmauer hat man, wenn wir $h = 16$ und $d = 16$ Fuß setzen, $l = \frac{2 \, S \, sin. \alpha}{h d \gamma} = \frac{2 \; . \; 165666}{16 \; . \; 10 \; . \; 130} = 15{,}9$ Fß., wofür vielleicht 30 Fß. zu nehmen ist.

Schlußanmerkung. Zum weiteren Studium der Holz- und Eisenconstruction sind folgende Schriften zu empfehlen:

1) **Eytelwein's** Statik und **Gerstner's** Mechanik.
2) **Navier**, Résumé des leçons sur l'application de la mécanique. I. p. Paris 1833. Auch deutsch von **Wesphal**, unter dem Titel: »Mechanik der Baukunst«.
3) **Ardant**, theoretisch-praktische Abhandlung über Anordnung und Construction der Sprengwerke von großer Spannweite, aus dem Französischen von **Kaven**. Hannover 1844
4) **Persy**, Cours de stabilité des constructions. Lithographie de l'école d'application à Metz.
5) **Sganzin**, Cours de constructions. Paris 1840.
6) **M. Becker**, die gußeisernen Brücken der badischen Eisenbahnen. Carlsruhe 1847.
7) **Cresy**, An Encyclopaedia of Civil-Engineering. London 1847.
8) **Dempsey**, Iron, applied to Railway Structures.
9) — Malleable Iron Bridges.
10) — Examples for iron roofs etc.
11) **Fairbairn**, An Account of the Construction of the Britannia- and Convay-Tubular-Bridges etc.

Ueber Ketten- und Hängebrücken kann man nachlesen in **Gerstner's** Mechanik, Band I., worin besonders die Hammersmith- und die Menai-Kettenbrücke ausführlich abgehandelt werden, ferner in **Navier's** Rapport et Mémoire sur les ponts suspendus, Paris 1823; worin nicht nur die allgemeine Theorie vorgetragen, sondern auch eine in Paris über die Seine aufgehangene Kettenbrücke beschrieben wird, welche leider durch das Nachgeben der Pfeiler unbrauchbar wurde und deshalb wieder abgetragen werden mußte. Vollständige Kenntniß über die Kaiser-Franz-Kettenbrücke verschafft man sich aus einer besonderen Schrift von **Hennig**. Eine gedrängte Zusammenstellung über Kettenbrücken

Pfeiler und Widerlager.

findet man im ersten Bande von Sganzin's Cours des Constructions. Ueber die in Frankreich sehr häufig angewendeten Drahtbrücken handelt Seguin (d. Aelt.) in seinem Mémoire sur les ponts en fil de fer. Nächstdem findet man in den Annales des ponts et chaussées viele Abhandlungen über Hängebrücken. Auch findet man noch im Jahrgange 1842 dieser Annalen eine Abhandlung über Hängebrücken aus Bandeisen. Ueber englische Hängebrücken wird auch noch gehandelt in den Verhandlungen des preußischen Gewerbevereines, Jahrgang 5 und 11.

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Maschinen.

Einleitung.

§. 63. **Maschinen** (franz. und engl. machines) heißen alle künstlichen Vorrichtungen, durch welche Kräfte in den Stand gesetzt werden, mechanische Arbeiten zu verrichten. Sie sind insofern von den **Bauwerken** (franz. constructions; engl. structures) verschieden, als diese den Zweck haben, nur den Gleichgewichtszustand zwischen den Kräften verschiedener Körper herzustellen. **Instrumente** oder **Werkzeuge** (franz. und engl. instruments) sind von den Maschinen wesentlich nicht verschieden; sie dienen nur zur Verrichtung kleiner Arbeiten durch Menschenhände. Maschinen.

Bei jeder Maschine ist zu unterscheiden **Kraft** und **Last** oder **Widerstand**. **Kraft** (franz. force; engl. power) ist die Ursache der Bewegung, und **Last** oder **Widerstand** (franz. und engl. résistance) ist Das, was der Kraft entgegenwirkt, und dessen Ueberwindung Zweck der Maschine ist. Die Körper, deren Kräfte zur Bewegung von Maschinen verwendet werden, heißen **Beweger, Motoren** (franz. moteurs; engl. motors); diese Kräfte selbst sind aber vorzüglich die animalischen Kräfte, die Schwerkraft, die Trägheit, Elasticität, Expansivkraft u. s. w. (I., §. 60). Last oder Widerstand ist aber zu überwinden, indem man Körper von einem Orte nach einem andern bringt, oder Körper in ihrer Form verändert, z. B. zertheilt, zusammendrückt u. s. w.

An jeder Maschine lassen sich in der Regel drei Haupttheile unterscheiden. Der erste Haupttheil dient zur Aufnahme der Kraft, und heißt deshalb die **Kraft-** oder **Umtriebsmaschine** (franz. récepteur; engl. receiver), der zweite Haupttheil dient zur unmittelbaren Verrichtung der Arbeit, und heißt deshalb die **Last-, Ausübungs-** oder **Arbeitsmaschine** (franz. opérateur, outil; engl. operator), und der dritte dient zur Verbindung beider, indem er die Bewegung der Kraftmaschine auf die Arbeitsmaschine überträgt, sie dem Zwecke entsprechend verändert u. s. w.; er heißt deshalb die **Verbindungs-** oder **Zwischenmaschine** (franz. com-

Digitized by Google

Maschinen. municateur; engl. communicator). Bei einer gewöhnlichen Mahlmühle ist z. B. das Wasserrad die Umtriebsmaschine, der armirte umlaufende Mühlstein die Arbeitsmaschine und das Räderwerk zwischen beiden die Zwischenmaschine (das Zwischengeschirr).

Anmerkung. Nicht bei allen Maschinen treten diese drei Haupttheile vollständig getrennt hervor, namentlich fehlt die Zwischenmaschine zuweilen ganz, weil die Umtriebsmaschine manchmal schon diejenige Bewegung hat, welche zur Verrichtung einer gewissen Arbeit nöthig ist. Bei einem gewöhnlichen Schubkarren sind die drei Haupttheile ganz mit einander vereinigt; die Handhaben lassen sich als den kraftaufnehmenden, die Schenkel als den fortpflanzenden und der Kasten als den ausübenden Maschinentheil ansehen, doch machen alle drei nur einen einzigen Körper aus.

Leistung. §. 64. Die **Wirkung**, **Leistung** oder der **Effect** einer Maschine (franz. effet; engl. effect), wird durch die in einer Minute oder Secunde verrichtete Arbeit (s. I., §. 67) oder durch das Product aus der Kraft und dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege gemessen. Ist P die Kraft und s der in jeder Secunde wirklich zurückgelegte oder einer Secunde entsprechende Weg, so hat man demnach als Maaß der Leistung einer Maschine: $L = Ps$ Pfundfuß (Fußpfund) oder Kilogrammeter.

Es ist sehr gewöhnlich, sich noch einer größeren Einheit, von 75 Kilogrammeter oder 510 Fußpfund zum Messen der Maschinenleistungen zu bedienen, und diese Einheit eine **Pferdekraft** (franz. cheval-vapeur; engl. horse-power) zu nennen.

Es ist auch nothwendig, **Nutz-**, **Neben-** und **Totalleistung** einer Maschine von einander zu unterscheiden. Nutzleistung (franz. effet utile; engl. useful effect) ist diejenige, deren Ueberwindung die Maschine bezweckt, welche auch wirklich verrichtet wird; **Nebenleistung** (franz. effet perdu; engl. lost effect, impeding effect) ist diejenige Wirkung, welche die Maschine durch die Reibung, Steifigkeit, Stöße u. s. w. ohne Nutzen consumirt; **Totalleistung** (franz. effet total, effet absolut; engl. whole-effect) ist die Summe beider oder das dem Motor innewohnende oder ihm entnommene Arbeitsvermögen. Eine Maschine ist um so vollkommener, je kleiner ihre Nebenleistung in Hinsicht auf die Nutz- oder Totalleistung, oder je größer ihre Nutzleistung in Hinsicht auf die Totalleistung ist, je weniger also Wirkung durch die Maschine beim Uebertragen vom Motor auf den Widerstand verloren geht. Man bedient sich deshalb des Verhältnisses der Nutzleistung zur Totalleistung als Maaß zur Beurtheilung der Vollkommenheit einer Maschine, und nennt dieses die **relative Leistung** oder den **Wirkungsgrad** einer Maschine. Ist L die Total-, L_1 die Nutz- und L_2 die Nebenleistung, so hat man den Wirkungsgrad $\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L - L_2}{L}$. Eine Maschine ist hiernach um so vollkomme-

ner oder um so zweckmäßiger eingerichtet, je mehr sich ihr Wirkungsgrad der Einheit nähert. Da sich die Nebenhindernisse, z. B. die Reibung u. s. w., nie ganz beseitigen lassen, so ist es allerdings nie möglich, den Wirkungsgrad einer Maschine auf Eins zu bringen. Leistung.

Beispiel. Ein Pochwerk besteht aus 20 Stempeln, wovon jeder 250 Pfd. schwer ist und in jeder Minute 40 Mal 1 Fuß hoch gehoben wird; die Umtriebsmaschine desselben besteht in einem Wasserrade, welches ein Wasserquantum von 260 Cubikfuß pr. Min. bei 20 Fuß Gefälle aufnimmt. Man sucht die Wirkungsverhältnisse dieser Maschine. Die Nutzleistung pr. Sec. ist $\frac{20 \cdot 250 \cdot 40 \cdot 1}{60}$ $= 3333\frac{1}{3}$ Fußpfund $= 6\frac{1}{2}$ Pferdekräfte; die Totalleistung aber, da in jeder Secunde $\frac{260}{60}$ Cubikfuß $= \frac{260 \cdot 66}{60} = 286$ Pfd. Wasser 20 Fuß hoch herabsinken, $= 286 \cdot 20 = 5720$ Fußpfund, $= 11{,}2$ Pferdekräfte; die Nebenleistung $= 5720 - 3333\frac{1}{3} = 2386\frac{2}{3}$ Fußpfund $= 4{,}7$ Pferdekräfte; der Wirkungsgrad der Maschine endlich, $\eta = \frac{3333\frac{1}{3}}{5720} = 0{,}583$.

§. 65. Auch die Last einer Maschine ist in Nutz- und Nebenlast zu unterscheiden; da aber die Kraft, Nutz- und Nebenlast in der Regel an verschiedenen Punkten angreifen, so läßt sich die Kraft nicht unmittelbar der Summe aus der Nutz- und Nebenlast gleichsetzen, sondern es erfordert dieses Gleichsetzen erst eine Reduction. Diese Reduction ist aber mit Hülfe der gleichzeitigen Wege der verschiedenen Angriffspunkte einer Maschine auszuführen. Legt die Kraft P den Weg s zurück, während die Nutzlast P_1 den Weg s_1 und die Nebenlast den Weg s_2 macht, so hat man $Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2$, daher $P = \frac{s_1}{s} P_1 + \frac{s_2}{s} P_2$. Nutz- und Nebenlast.

Man nennt den Punkt einer Maschine, in welchem die Kraft (P) angreift oder angreifend gedacht werden kann, den **Kraftpunkt**, und den Punkt, in welchem die Last (P_1 und P_2) unmittelbar wirkt, den **Lastpunkt** und erhält in $\frac{s_1}{s} P_1$ die auf den Kraftdruck **reducirte Nutz-**, so wie in $\frac{s_2}{s} P_2$ die **ebendahin reducirte Nebenlast**; es ist also die **Kraft gleich der Summe aus der auf den Kraftpunkt reducirten Nutz- und der ebendahin reducirten Nebenlast.** Auch ist $P_1 = \frac{s}{s_1} P - \frac{s_2}{s_1} P_1$, d. i. **die Nutzlast ist die Differenz aus der auf den Lastpunkt reducirten Kraft und aus der ebendahin reducirten Nebenlast.**

Hiernach läßt sich auch der Wirkungsgrad einer Maschine:

$\eta = \frac{P_1 s_1}{Ps} = \frac{s_1}{s} P_1 : P = P_1 : \frac{s}{s_1} P$, d. i. dem Quotienten aus der auf

Nutz- und Nebenlast

den Kraftpunkt reducirten Nutzlast und der Kraft, oder dem Quotienten aus der Nutzlast und der auf den Lastpunkt reducirten Kraft gleichsetzen.

Fig. 132.

Die meisten Maschinen sind Zusammensetzungen von Radwellen (I., §. 152), weswegen sich die Reductionen oft mit Hülfe der Hebelarme vollziehen lassen. Ist bei der Radwelle ABC, Fig. 132, der Radhalbmesser $CA = a$, der Wellenhalbmesser $CB = b$, so hat man das statische Moment der Kraft $P_{,} = Pa$, und das der Nutzlast $P_{1,} = P_1 b$; daher die auf den Kraftpunkt A reducirte Nutzlast $= \frac{P_1 b}{a} = \frac{b}{a} P_1$ und die auf den Lastpunkt B reducirte Kraft $= \frac{Pa}{b} = \frac{a}{b} P$. Besteht nun die Nebenlast P_2 nur in der Zapfenreibung $\varphi(P + P_1 + G)$, und ist r der Halbmesser CD des Zapfens, so hat man das Moment derselben $= P_2 r$, und daher die auf den Kraftpunkt reducirte Nebenlast

$$= \frac{P_2 r}{a} = \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G)$$ dagegen die auf den Lastpunkt reducirte Nebenlast $= \frac{P_2 r}{b} = \frac{\varphi r}{b} (P + P_1 + G)$. Es ist daher

$$P = \frac{b}{a} P_1 + \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G), \text{ so wie } P_1 = \frac{a}{b} P - \frac{\varphi r}{b} (P + P_1 + G),$$

endlich $\eta = \frac{b}{a} P_1 : P = P_1 : \frac{a}{b} P = \frac{P_1 b}{Pa}$.

Beispiel. Wenn bei einer 250 Pfund schweren Radwelle der Radhalbmesser 30 Zoll, der Wellenhalbmesser 6 Zoll, der Zapfenhalbmesser $\frac{1}{2}$ Zoll mißt, und die Nutzlast 500 Pfund beträgt, der Coefficient der Zapfenreibung aber $\frac{1}{10}$ angenommen wird, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Nutzlast $= \frac{b}{a} P_1 = \frac{6}{30} . 500 = 100$ Pfd., die ebendahin reducirte Nebenlast $= \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2.30} (750 + P) = \frac{5}{4} + \frac{P}{600}$, daher zu setzen: die Kraft $P = 100 + \frac{5}{4} + \frac{P}{600}$, d. i. $P = 101{,}25 . \frac{600}{599} = 101{,}42$ Pfund, und der Wirkungsgrad dieser Maschine: $\eta = \frac{100}{101{,}42} = 0{,}986$.

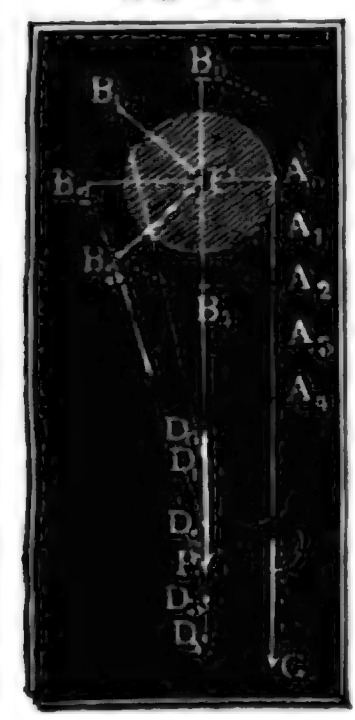
Beharrungszustand.

§. 66. Eine Maschine kommt, nachdem sie einmal in den Gang gesetzt worden ist, sehr bald in den Beharrungszustand, d. h. sie wiederholt periodenweise oder in gleichen Zeitabschnitten die nämlichen Verrichtungen. Deshalb betrachten wir denn auch die Maschinen in der Regel nur in ihrem Beharrungszustande. Bewegen sich sämmtliche Theile einer

Maschine gleichförmig, so befindet sich dieselbe in einem gleichförmigen Beharrungszustande, bewegen sich dieselben aber innerhalb einer Periode ungleichförmig, so ist die Maschine in einem ungleichförmigen Beharrungszustande. Die Ursachen des letzten Zustandes sind: Veränderlichkeit der Kraft, der Last, oder der Masse der Maschine, ferner durch die Zusammensetzung der Maschinentheile bedingte Veränderlichkeit des Verhältnisses zwischen den gleichzeitigen Wegen der Kraft und Last. Bei einer Dampfmaschine ist die Kraft veränderlich, wenn sie mit Expansion wirkt, wenn also der Dampfzufluß während der Kolbenbewegung aufgehoben wird; bei einem Hammerwerke ist aber Kraft und Masse veränderlich, weil der Hammer während des Zurückfallens mit der Maschine außer Verbindung ist; beide Maschinen können daher nur einen ungleichförmigen Beharrungszustand annehmen; sind nun noch diese Maschinen mit einander verbunden, wird also das Hammerwerk durch die Expansionsdampfmaschine in Bewegung gesetzt, so ist dieser Zustand aus drei Ursachen zugleich ein ungleichförmiger. Wird ein Gewicht G, Fig. 133, mittels eines Rades CA_0 und einer Kurbel CB_0 durch eine Dampfmaschine mit constantem Dampfdrucke gehoben, so nimmt die Maschine ebenfalls einen ungleichförmigen Beharrungszustand an, weil gleichen Wegen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 der Last sehr ungleiche Wege D_0D_1, D_1D_2, D_2D_3, D_3D_4 der Kraft entsprechen, das Wegeverhältniß während einer halben Umdrehung also ein veränderliches ist.

Beharrungszustand.

Fig. 133.



Bei einem gleichförmigen Beharrungszustande sind die trägen Massen der Maschine ohne Einfluß auf den Gang und die Wirkung der Maschine, weil sie nur anfangs, so lange noch ein Geschwindigkeitszuwachs statt hat, Arbeit in sich aufnehmen, später aber, bei unveränderlicher Geschwindigkeit, weder Arbeit aufnehmen noch ausgeben (I., §. 52). Befindet sich hingegen eine Maschine in einem ungleichförmigen Beharrungszustande, so haben die trägen Massen einen wesentlichen Einfluß auf den Gang der Maschine, weil sie beim Zunehmen an Geschwindigkeit Arbeit in sich aufnehmen und beim Abnehmen derselben wieder Arbeit ausgeben. Ist M die Summe aller auf den Kraft- oder Lastpunkt reducirten Massen der Maschine, v_1 die Minimal- und v_2 die Maximalgeschwindigkeit des Kraft- oder Lastpunktes, so hat man die Arbeit, welche die trägen Massen in dem Theile der Periode, in welchem v_1 in v_2 übergeht, consumiren, und welche dieselben in dem Theile der Periode, in welchem v_2 wieder in v_1 sich umändert, wieder ausgeben, $= \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M$.

Beharrungszustand.

Es wird also hiernach durch die Trägheit der Massen in jeder Periode die Nebenleistung um diese Arbeit vergrößert und auch um so viel vermindert, und es ist daher die Totalleistung für die ganze Periode oder die mittlere Leistung überhaupt dieselbe, als wenn die trägen Massen nicht vorhanden wären, es gilt also die allgemeine Formel einer Maschine $Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2$ auch beim ungleichförmigen Gange, insofern man für s, s_1, s_2 die Wege einer vollständigen Periode oder für P, P_1, P_2 die Mittelwerthe von Kraft, Nutz-, und Nebenlast innerhalb einer Periode substituirt. Für den beschleunigten Bewegungszustand hat man

$$Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2 + \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M, \text{ daher}$$

$$v_2 - v_1 = \frac{Ps - (P_1 s_1 + P_2 s_2)}{\left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right) M}.$$

Diese Formel zeigt, daß die Geschwindigkeitsveränderung einer Maschine nicht allein um so kleiner ausfällt, je kleiner die Differenz zwischen den Arbeiten der Kraft und der Summe der Arbeiten der Lasten ist, sondern auch je größer die Massen und Geschwindigkeiten der Maschinentheile sind.

Anmerkung. Wenn hiernach die Massen nur auf den Bewegungszustand, nicht aber auf die Wirkung einer Maschine Einfluß äußern, so folgt daraus noch nicht, daß es gleichgiltig ist, ob die Theile einer Maschine mehr oder weniger Masse besitzen. Veränderungen in Geschwindigkeit vergrößern oft die Nebenhindernisse, wie z. B. die Reibung, veranlassen nicht selten Stöße, auch liefern manche Maschinen beim ungleichförmigen Gange ein schlechteres Product u. s. w., weshalb es oft nöthig ist, Mittel anzuwenden, um die Ungleichförmigkeit im Gange einer Maschine zu vermindern. Hierüber kann jedoch erst in der Folge gehandelt werden.

Erster Abschnitt.

Von den bewegenden Kräften und von den Kraftmaschinen.

Erstes Kapitel.

Von dem Messen der bewegenden Kräfte und ihrer Wirkungen.

§. 67. Um die Wirkungen der Kräfte und Maschinen angeben zu Dynamometer. können, hat man drei Elemente nöthig, nämlich die Größe der Kraft, die Größe ihres Weges und die entsprechende Zeit der Wirkung. Wir haben daher zunächst auch von dem Messen der Kräfte, von dem Ausmessen der Wege und von der Bestimmung der Zeit zu handeln. Zum Ausmessen der Kräfte dienen Kraftmesser, oder Dynamometer, zu dem Ausmessen von Wegen dienen Meßstäbe, Ketten und Meßbänder, und zur Angabe der Zeit dienen Pendel und Uhren. Ist P die Größe der durch das Dynamometer angegebenen Kraft, und s der Weg, längs dessen dieselbe während einer gewissen Zeit t wirkt, so hat man die Leistung oder mechanische Arbeit dieser Kraft auf diese Zeit, $= Ps$ und daher die Leistung pro Secunde: $L = \frac{Ps}{t}$.

Was die Dynamometer (franz dynamomètres; engl. dynamometers) anlangt, so hat man Gewichts-, Feder- und Bremsdynamometer. Gewichts- und Federdynamometer sind von den Gewichts- und Federwaagen nicht wesentlich verschieden; während letztere vorzüglich nur zum Abwägen oder Messen der Schwerkraft dienen, wendet man erstere zum Messen der Kräfte überhaupt an. Bremsdynamometer dienen zum Ausmessen der Kraft einer umlaufenden Welle.

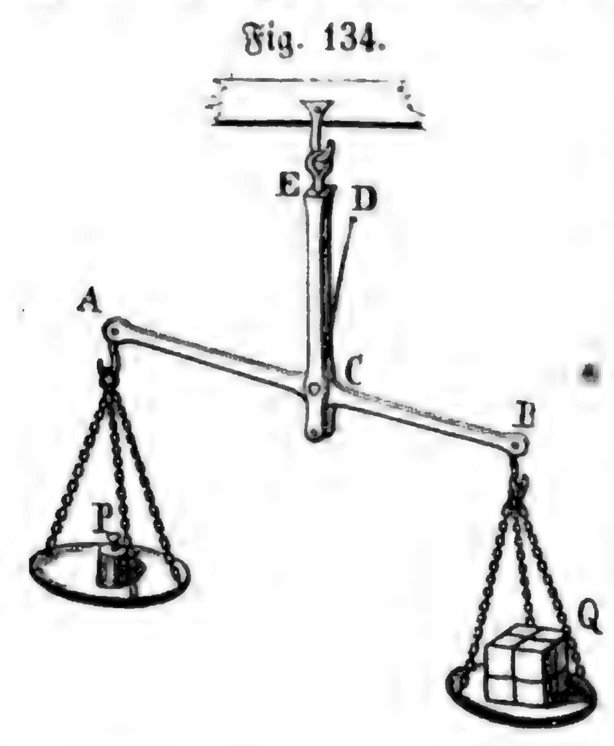
Die Gewichtsdynamometer oder Gewichtswaagen sind ein- oder mehrfache Hebel, an welchen die zu messende Kraft oder die abzuwägende Last

Dynamometer. mit bekannten Gewichten in's Gleichgewicht gesetzt wird; die Federdynamometer sind Stahlfedern, welche die Größe der auf sie wirkenden Kräfte durch die bewirkte Formveränderung mit Hülfe von Zeigern angeben.

Die Gewichtswaagen sind entweder gleicharmige oder ungleicharmige, letztere wieder entweder einfache oder zusammengesetzte Waagen, je nachdem sie aus einem gleicharmigen oder aus einem oder mehreren ungleicharmigen Hebeln bestehen.

Die gleicharmige Waage. §. 68. Die gemeine oder gleicharmige Gewichtswaage (franz. balance ordinaire; engl. common balance) ist im Wesentlichen ein gleicharmiger Hebel AB, Figur 134, an welchem die abzuwägende Last Q mit einem gleichgroßen Gewichte P in's Gleichgewicht gesetzt wird. Man unterscheidet an ihr den Waagebalken AB (franz. fléau; engl. beam), die Zunge CD (franz. aiguille, languette; engl. languet), die Scheere CE (franz. und engl. chape), die durch ein dreiseitiges Prisma gebildete Axe C (franz. axe; engl. axis) und die mittels Schnüre, Ketten u. s. w., aufgehängten, zur Aufnahme der Gewichte bestimmten Waagschalen (franz. bassins; engl. scales).

Fig. 134.

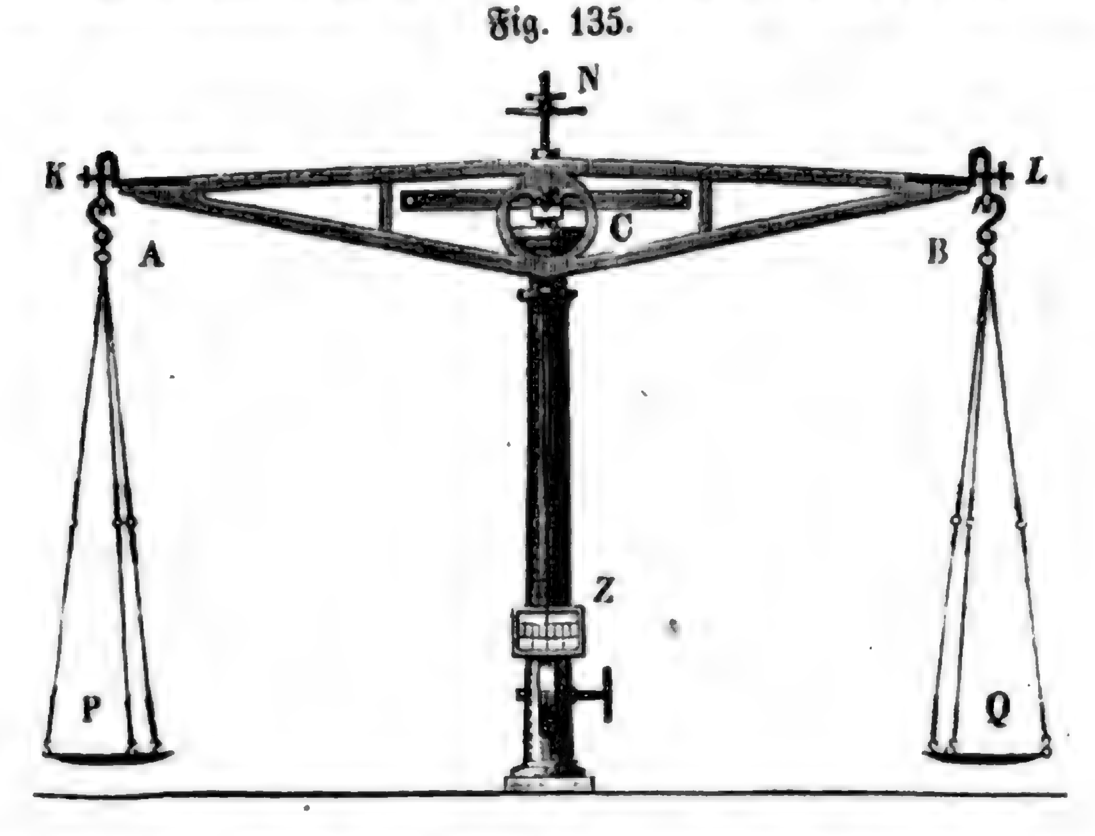


Von einer solchen Waage fordert man, daß sie, und zwar nur dann einspiele, d. h. der Waagbalken eine horizontale, also die Zunge eine vertikale Lage annehme, oder mit der Scheere zusammenfalle, wenn das bestimmte Gewicht in der einen Waagschale so groß ist als das Gewicht des Körpers in der anderen Waagschale. Außerdem soll eine Waage auch noch Empfindlichkeit und Stabilität besitzen, d. h. sie soll eine Neigung annehmen, wenn auf der einen Seite der vorher im Einspielen befindlichen Waage ein kleines Gewicht zugelegt wird, und soll in den horizontalen Stand zurückkehren, wenn die Gleichheit der Gewichte wieder hergestellt, oder die Zulage wieder weggenommen wird.

Damit eine Waage bei gleichen Auflagen zu beiden Seiten einspiele, müssen die Hebelarme derselben vollkommen gleich sein. Ist a die Länge des einen, b die des anderen Armes, P das Gewicht an dem einen und Q das Gewicht an dem anderen Arme, so hat man beim Einspielen $Pa = Qb$; vertauscht man aber die Gewichte, bringt man P an den anderen Arm und Q an den ersten, so hat man auch $Pb = Qa$, falls hierbei wieder

ein Einspielen statt hat. Aus beiden Gleichungen folgt $P^2 . ab = Q^2 . ab$, d. i. $P = Q$ und ebenso auch $a = b$. Wenn also durch das Vertauschen der Gewichte das Gleichgewicht nicht gestört wird, so ist dies ein Beweis von der Richtigkeit der Waage. Diese Prüfung läßt sich aber auch auf folgende Weise bewerkstelligen. Bringt man hinter einander zwei Gewichte P und P mit einem dritten Q in der zweiten Waagschale in's Gleichgewicht, so sind dieselben unter sich wenn auch nicht mit diesem dritten gleich; legt man daher nach Wegnahme dieses dritten Gewichtes die beiden ersten auf, so hat man für den Gleichgewichtszustand $Pa = Pb$, und also auch $a = b$. Es liefert also hier das Einspielen der Waage beim Auflegen von zwei gleichen Gewichten den Beweis der Richtigkeit der Waage unmittelbar. Kleine Unrichtigkeiten kann man durch angeschraubte Gegengewichtchen K, L beseitigen, wie die Waage, Fig. 135, vor Die gleicharmige Waage.

Fig. 135.



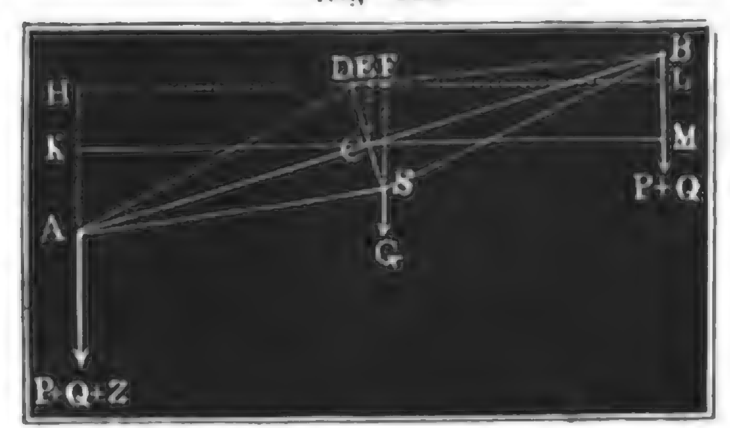
Augen führt. Giebt eine Waage für einen und denselben Körper die Gewichte P und Q an, je nachdem man denselben in der einen oder in der andern Waagschale wiegt, so hat man für den wahren Werth X des Gewichtes: $Xa = Pb$ und $Xb = Qa$, daher $X^2 . ab = PQ . ab$, also $X^2 = PQ$ und $X = \sqrt{PQ}$. Es ist also das geometrische Mittel aus beiden Angaben das wahre Gewicht des Körpers.

Auch läßt sich $X = \sqrt{P(P + Q - P)} = P\sqrt{1 + \frac{Q-P}{P}}$, annähernd $= P\left(1 + \frac{Q-P}{2P}\right) = \frac{P+Q}{2}$ setzen, wenn, wie gewöhnlich, die Abweichung $Q - P$ nicht groß ist; man kann also auch einfacher das

arithmetische Mittel aus beiden Angaben als das wahre Gewicht des Körpers ansehen.

Empfindlichkeit der Waage. §. 69. Damit die Waage sich möglichst frei bewege, und namentlich durch die Axenreibung nicht aufgehalten werde, giebt man ihr eine dreiseitige Stahlaxe und läßt diese noch auf harten Metall- oder Steinlagern ruhen. Damit ferner die Richtung der Mittelkraft der belasteten oder unbelasteten Waagschale durch den Aufhängepunkt gehe und die Reibung eine Abweichung hiervon nicht hervorbringe, der Hebelarm der Schale also unveränderlich bleibe, ist es nöthig, die Schalen ebenfalls an schneidigen Axen aufzuhängen. Wie nun auch eine solche Waage belastet ist, immer läßt sich annehmen, daß die angehängten und aufgelegten Gewichte in den Aufhängepunkten selbst angreifen, und ebenso der Angriffspunkt der Mittelkraft in der die beiden Aufhängepunkte verbindenden Linie liege. Da nach I., §. 122 ein aufgehangener Körper nur dann Stabilität besitzt, wenn sein Schwerpunkt unter dem Aufhängepunkte liegt, so folgt sogleich, daß die Drehaxe D, Fig. 136, einer Waage stets über den Schwerpunkt S des leeren Waagbalkens und auch nicht unter die Linie AB durch die Aufhängepunkte zu legen ist. Der Allgemeinheit wegen wollen wir daher in Folgendem die Axe D über AB und über S liegend annehmen.

Fig. 136.



Der Ausschlag, oder die Abweichung des Waagbalkens von der Horizontalen bestimmt die Empfindlichkeit einer Waage; es ist daher seine Abhängigkeit von der Zulage oder Differenz der Gewichte in beiden Waagschalen kennen zu lernen. Setzen wir in dieser Absicht die Armlänge $CA = CB$ des Waagbalkens $= l$, den Abstand CD des Drehpunktes von der Linie AB durch die Aufhängepunkte, $= a$, den Abstand SD des Schwerpunktes vom Drehpunkte, $= s$, setzen wir ferner den Ausschlagwinkel $= \varphi$, das Gewicht des leeren Waagbalkens $= G$, das Gewicht auf der einen Seite $= P$ und das auf der andern, $= P + Z$, also die Zulage $= Z$, und endlich noch das Gewicht einer Waagschale sammt Aufhängeketten und Haken, $= Q$, so haben wir das statische Moment auf der einen Seite der Waage: $(P + Q + Z) . DH = (P + Q + Z) (CK - DE) = (P + Q + Z) (l \cos. \varphi - a \sin. \varphi)$, und auf der andern Seite $(P + Q) . DL + G . DF = (P + Q) (CM + DE) + G . DF = (P + Q) (l \cos. \varphi + a \sin. \varphi) + G\, s \sin. \varphi$; es ist daher für den

Digitized by Google

Gleichgewichtszustand $(P+Q+Z)(l\,cos.\,\varphi - a\,sin.\,\varphi) = (P+Q)$ (Empfindlichkeit der Waage.) $(l\,cos.\,\varphi + a\,sin.\,\varphi) + G\,s\,sin.\,\varphi$, oder, wenn man $tang.\,\varphi$ einführt und transformirt, $\left[[2(P+Q)+Z]\,a + Gs\right] tang.\,\varphi = Zl$, also

$$tang.\,\varphi = \frac{Zl}{[2\,(P+Q)+Z]\,a + Gs}.$$

Dieser Ausdruck sagt uns, daß der Ausschlag, und also auch die Empfindlichkeit, mit der Länge des Waagbalkens, so wie mit der Zulage gleichmäßig wächst, daß dagegen die Empfindlichkeit abnimmt, wenn die Gewichte P, Q, G, Z oder die Abstände a und s größer werden. Es ist daher eine schwere Waage weniger empfindlich als eine leichte unter übrigens gleichen Umständen, und es nimmt auch die Empfindlichkeit immer mehr und mehr ab, je größer die abzuwiegenden Gewichte sind. Um endlich die Empfindlichkeit einer Waage zu erhöhen, soll man die Aufhängelinie AB und den Schwerpunkt des Waagbalkens dem Drehungspunkte D nahe bringen.

Wäre a und s = Null, fiele also D und S in AB, so hätte man $tang.\,\varphi = \frac{Zl}{0} = \infty$, also $\varphi = 90^0$; es würde also die geringste Zulage eine Drehung des Waagbalkens um 90^0 bewirken. Auch wäre in diesem Falle für $Z = 0$, $tang.\,\varphi = \frac{0}{0}$, d. h. es könnte die Waage bei jeder Lage in Ruhe bleiben, wenn gleiche Gewichte aufgelegt sind, es besäße also die Waage ein indifferentes Gleichgewicht und wäre deshalb unbrauchbar. Macht man bloß $a = 0$, legt man also den Drehpunkt in die Linie AB durch die Aufhängepunkte, so hat man $tang.\,\varphi = \frac{Zl}{Gs}$, es ist also in diesem Falle die Empfindlichkeit gar nicht von den angehängten und aufgelegten Gewichten abhängig, daher die Waage besonders brauchbar. Man kann durch ein angeschraubtes Gegengewicht N, wie Fig. 135 vor Augen führt, die Empfindlichkeit reguliren.

§. 70. Die Stabilität oder das statische Moment, mit welchem eine (Stabilität und Schwingungen einer Waage.) gleichbelastete Waage in die Gleichgewichtslage zurückkehrt, wenn sie vorher einen Ausschlag φ hatte, ist bestimmt durch die Formel

$$S = 2\,(P+Q).DE + G.DF = [2\,(P+Q)\,a + Gs]\,sin.\,\varphi.$$

Es wächst also das Maaß $[2\,(P+Q)\,a + G\,s]$ der Stabilität mit den Gewichten P, Q und G und mit den Abständen, ist aber von der Länge des Waagbalkens unabhängig.

Eine schwingende Waage läßt sich mit einem Pendel vergleichen, und deren Schwingungsdauer auch nach der Theorie des letzteren berechnen. Es ist $2\,(P+Q)\,a$ das statische und $2\,(P+Q).\overline{AD}^2 = 2\,(P+Q)(l^2+a^2)$ das Trägheitsmoment der belasteten Waagschalen, ferner Gs das statische

Stabilität und Schwingungen einer Waage.

Moment des leeren Waagbalkens; setzt man noch das Trägheitsmoment desselben $= Gr^2$, so hat man die Länge des mathematischen Pendels, welches mit der Waage isochron schwingt (I. §. 267):

$r = \frac{2(P+Q)(l^2+a^2)+Gr^2}{2(P+Q)a+Gs}$, und daher die Schwingungszeit der Waage:

$$t = \pi \sqrt{\frac{2(P+Q)(l^2+a^2)+Gr^2}{g[2(P+Q)a+Gs]}};$$

wofür man, wenn a sehr klein oder gar Null ist, setzen kann:

$$t = \pi \sqrt{\frac{2(P+Q)l^2+Gr^2}{gGs}}.$$

Man ersieht hieraus, daß die Schwingungsdauer wächst, je größer P, Q und l, je kleiner aber a und s ist. Bei gleichen Gewichten schwingt hiernach auch eine Waage um so langsamer, je empfindlicher sie ist. Es ist also das Abwägen an empfindlichen Waagen aufhältiger als bei weniger scharfen Waagen. Aus diesem Grunde ist es denn auch nützlich, empfindliche Waagen mit Scalen (wie Z, Fig. 135) zu versehen. Um die Angaben dieser beurtheilen zu können, setzen wir in dem Nenner der Formel $tang.\ \varphi = \frac{Zl}{[2(P+Q)+Z]a+Gs}$, $Z=0$, und schreiben φ statt $tang.\ \varphi$, so daß wir

$$\varphi = \frac{Zl}{2(P+Q)a+Gs}$$

erhalten. Führen wir dann statt Z, Z_1 und statt φ, φ_1 ein, so erhalten wir

$\varphi_1 = \frac{Z_1 l}{2(P+Q)a+Gs}$, daher $\varphi : \varphi_1 = Z : Z_1$. Bei kleinen Zulagen verhalten sich also die Ausschlagwinkel wie die Zulagen selbst. Es ist hiernach auch $\varphi : \varphi_1 - \varphi = Z : Z_1 - Z$; und daher

$$Z = \frac{\varphi}{\varphi_1 - \varphi}(Z_1 - Z).$$

Man findet also die einem Ausschlage φ entsprechende Zulage, indem man zusieht, wie viel der Ausschlag vergrößert wird, wenn man die Zulage um ein bestimmtes Gewicht vergrößert, und nun diese Vergrößerung $(Z_1 - Z)$ durch das Verhältniß des ersten Ausschlages zur nachherigen Vergrößerung desselben multiplicirt.

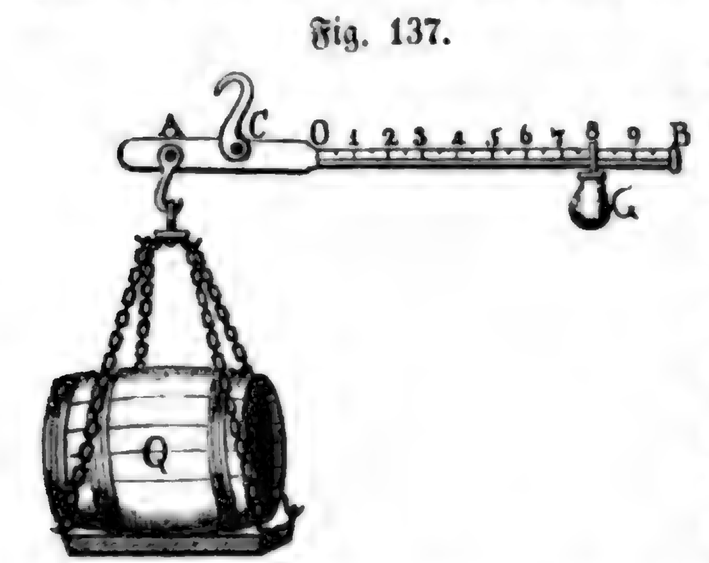
Anmerkung. Die gleicharmigen Waagen kommen in sehr verschiedenen Größen und in sehr verschiedenen Graden der Güte vor. Die gewöhnlichste Waage ist die im Handel vorkommende Krämerwaage, wie sie Fig. 134 vor Augen

führt; am feinsten sind aber die Probir- und solche Waagen, welche zu physikalischen und chemischen Zwecken bestimmt sind, wie deren eine in Fig. 135 abgebildet ist. An ihnen wiegt man höchstens 1 Pfund schwere Gegenstände ab, und sie geben gleichwohl noch $\frac{1}{50}$ Gran oder $\frac{1}{3000}$ Quentchen, also $\frac{1}{384000}$ von einem Pfunde oder von dem größten Gewichte an. Die feinsten Waagen geben sogar noch den millionteften Theil der Last an, doch wiegt man damit nur höchstens wenige Lothe schwere Gegenstände ab. Uebrigens lassen sich auch große Waagen, womit man centnerschwere Gegenstände abwiegt, in sehr hohem Grade empfindlich construiren, namentlich wenn man dieselben leicht, ihre Balken aus Holz u. s. w., verfertigt. S. Lardner's und Kater's Lehrbuch der Mechanik.

§. 71. Der **ungleicharmigen Gewichtswaagen (Schnellwaagen)** giebt es dreierlei, nämlich die **Schnellwaage mit Laufgewicht**, die **Schnellwaage mit verjüngtem Gewichte** und die **Schnellwaage mit festem Gewichte**. Die Schnellwaage mit Laufgewicht (fr. bal. Romaine; engl. steel-yard) Fig. 137, ist ein ungleicharmiger Hebel AB, an dessen kürzerem Arme CA eine Schale und an dessen längerem eingetheilten Arme CB, ein verschiebbares Gewicht (**Laufgewicht**) hängt, das mit dem in der Schale liegenden Körper Q in's Gleichgewicht gesetzt wird. Ist l_0 der Hebelarm CO des Laufgewichtes G, wenn dasselbe die leere Waage zum Einspielen bringt, so hat man das statische Moment, mit welchem die leere Waagschale niederzieht, $X_0 = Gl_0$. ist aber l_n der Hebelarm CG, wenn das Laufgewicht G der belasteten Waage das Gleichgewicht hält, so hat man für deren statisches Moment: $X_n = Gl_n$; und es folgt daher durch Subtraction das Moment der aufgelegten Last $Q, = X_n - X_0 = G(l_n - l_0) = G.\overline{OG}$. Bezeichnet nun noch a den Hebelarm CA der Last und b die Entfernung OG des Laufgewichtes von dem Punkte O, wo dasselbe die leere Waage zum Einspielen bringt, so hat man $Q.a = G.b$, daher die Last selbst: $Q = \frac{G}{a}.b$. Es ist also die Last oder das Gewicht Q der aufgelegten Waare der Entfernung b oder dem Wege des Laufgewichtes vom Punkte O aus, proportional. Dem doppelten b entspricht ein doppeltes Q, dem dreifachen b ein dreifaches Q u. s. w.; es ist daher die Scala OB eine gleichtheilige und ihr Anfang im Punkte O. Die Einheit der Eintheilung aber ergiebt sich, wenn man zusieht, welches Gewicht

Ungleicharmige Waage.

Fig. 137.

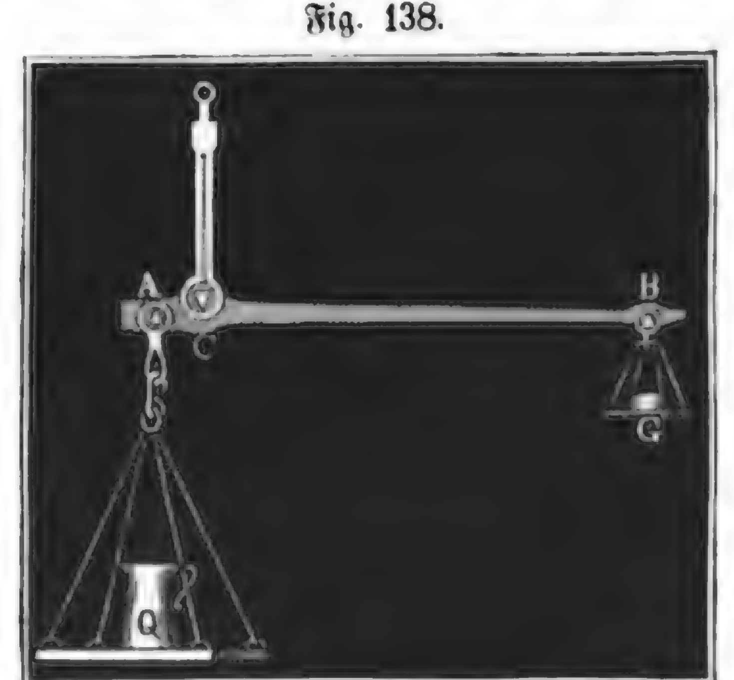


Ungleicharmige Waagen.

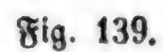
Q_n aufzulegen ist, um dem am Ende B niederziehenden Laufgewichte G das Gleichgewicht zu halten; es ist dann Q_n die Zahl der Theile und daher $\frac{OB}{Q_n}$ die Einheit der Eintheilung oder Scala OB. Ist z. B. das Laufgewicht auf B, wenn die Last $Q = 100$ Pfd. beträgt, so hat man OB in 100 gleiche Theile zu theilen, und daher die Einheit der Scala $= \frac{OB}{100}$. Hat man bei einer andern Last Q das Gewicht auf $b = 80$ stellen müssen, um die Waage zum Einspielen zu bringen, so ist auch $Q = 80$ Pfd.; steht ebenso das Laufgewicht auf 53, so ist die Last Q, 53 Pfd. schwer u. s. w.

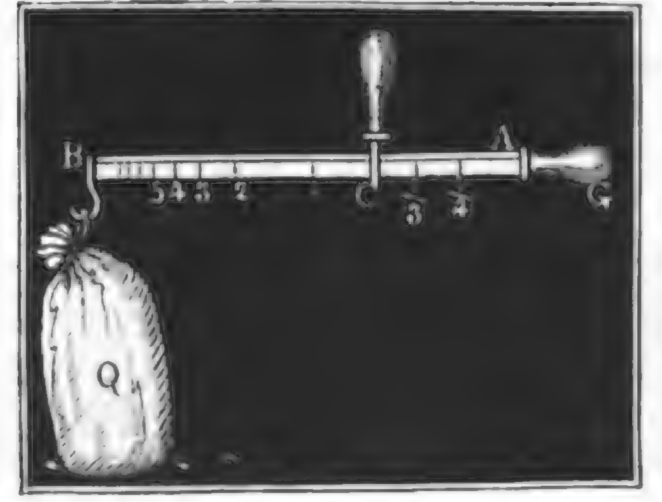
Bei der Schnellwaage, Fig. 138, mit verjüngtem Gewichte hängt die Last an einem kurzen und das Gewicht an einem langen Arme. Das Verhältniß $\frac{CB}{CA} = \frac{b}{a}$ der Armlängen ist gewöhnlich ein sehr einfaches, z. B. $^{10}/_1$, in welchem Falle die Waage eine Decimalwaage heißt. Hat man die leere Waage durch ein besonderes, übrigens nicht in Betracht zu ziehendes Gewicht (Tarirgewicht) zum Einspielen gebracht, so hat man für das Gewicht Q des aufgelegten Gegenstandes: $Qa = Gb$, daher $Q = \frac{b}{a} G$. Es wird also das Gewicht der Waare gefunden, wenn man das verjüngte Gewicht mit einer unveränderlichen Zahl, z. B. bei der Decimalwaage mit 10, multiplicirt, oder das letztere $\frac{b}{a}$ mal so schwer, z. B. 10mal so schwer annimmt, als es wirklich ist.

Fig. 138.



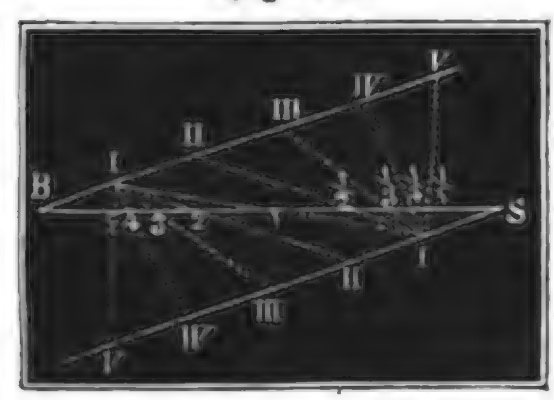
Die Schnellwaage mit festem Gewichte (Dänische Waage), Fig. 139, hat eine veränderliche Drehaxe C, die mit einer Handhabe festgehalten wird, während man den Waagebalken über sie wegschiebt und das


Fig. 139.



Gleichgewicht zwischen der angehängten Last Q und dem festen Knopfe G am andern Ende herzustellen sucht. Ihre Eintheilung ist eine ungleichtheilige, wie in der Anmerkung gezeigt wird. Ungleicharmige Waagen.

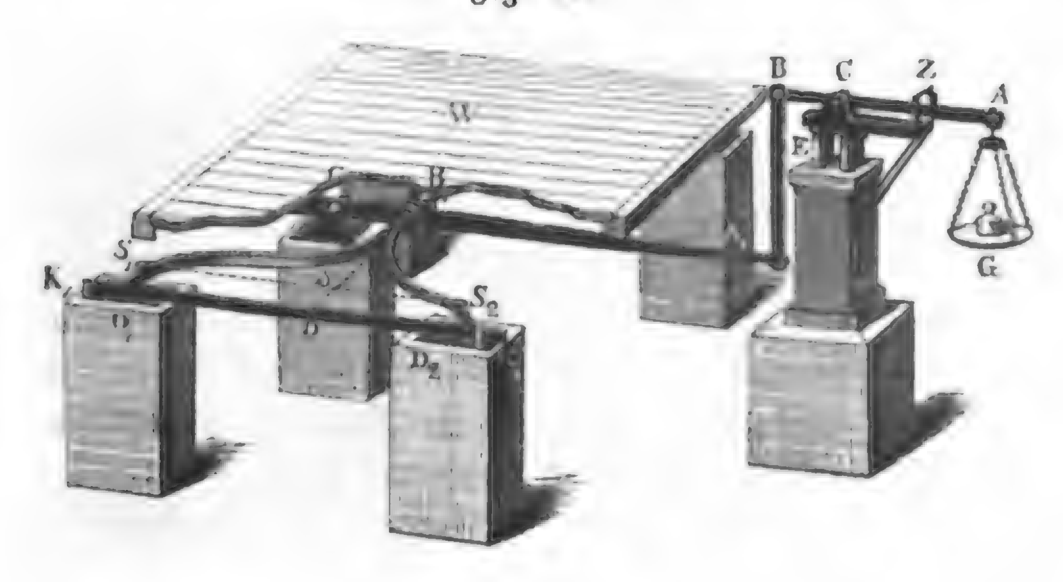
Fig 140.



Anmerkung. Um die Eintheilung der Dänischen Waage, Fig. 140, zu finden, ziehe man durch ihren Schwerpunkt S und durch den Aufhängepunkt B zwei Parallellinien, trage auf diese, von S und B aus, gleiche Theile auf, und ziehe von dem ersten Theilpunkte (1) der einen Parallellinie aus nach den Theilpunkten I, II, III u. s. w. der anderen Parallellinien gerade Linien; diese Verbindungslinien schneiden die Arenlinie BS des Waagbalkens in den gesuchten Theilpunkten. Der Theilpunkt (1) in der Linie I$\div$I liegt in der Mitte zwischen B und S, bei Unterstützung desselben ist daher im Gleichgewichtszustande das Gewicht Q der Waare dem Gewichte G der ganzen Waage gleich; der Theilpunkt (2) in der Linie I $\div$ II steht von S noch einmal so weit ab als von B, bei Unterstützung desselben ist daher im Zustande des Gleichgewichtes $Q = 2G$, ebenso der Theilpunkt (3) in der Linie I$\div$III steht von S dreimal so viel ab als von B; es ist daher derselbe zu unterstützen, wenn $Q=3G$ beträgt u. s. w. Ebenso ist leicht einzusehen, daß bei Unterstützung der Theilpunkte $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w. im Gleichgewichtszustande die Last Q, $\frac{1}{2}G$, $\frac{1}{3}G$ u. s. w. ist. Man ersieht hieraus, daß die Theilpunkte für größere Lasten näher und für kleinere weiter von einander abstehen, daß also auch diese Waage einen sehr veränderlichen Grad von Empfindlichkeit besitzt.

§. 72. Zusammengesetzte Gewichtswaagen bestehen aus zwei, drei oder noch mehr Hebeln oder Waagbalken. Es gehören hierher die Brücken-, Straßen- und Mauthwaagen, die Tafelwaagen u. s. w. Sie dienen meist zum Abwiegen größerer Körper und sind deshalb in der Regel verjüngte Waagen. Die Waagschale für die Last wird hier durch eine große Tafel (Brücke) ersetzt, und es ist dieselbe so zu unterstützen und mit den Hebeln zu verbinden, daß das Auf- und Abnehmen des abzuwiegenden Körpers die größte Bequemlichkeit gewährt, und Brückenwaagen.

Fig. 141.

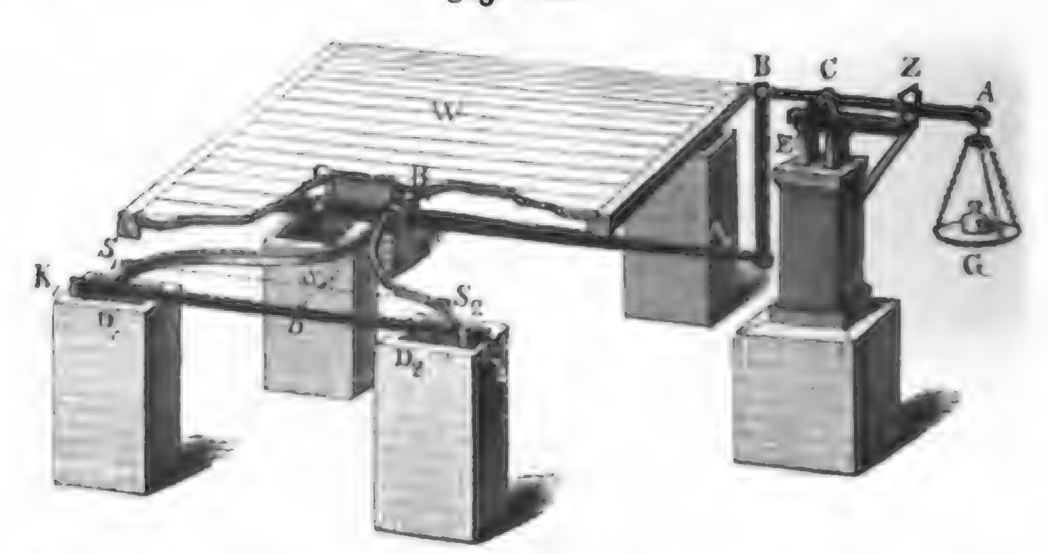


Brückenwaagen.

die Angabe der Waage von der Stellung und dem Orte des Körpers auf der Brücke nicht abhängt.

Eine vorzügliche Brückenwaage (franz. balance à bascule, engl. weighbridge) ist die in Fig. 142 abgebildete Waage von Schwilgue in Straß-

Fig. 142.



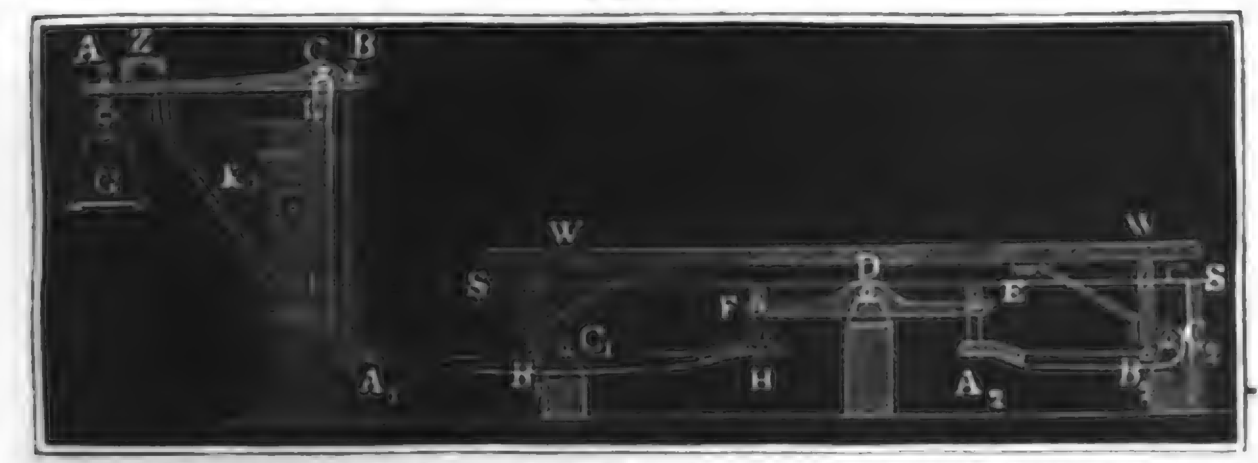
burg. Diese Brückenwaage besteht aus einem doppelarmigen Hebel ACB, aus einem einfachen einarmigen Hebel $A_1B_1C_1$ und aus zwei gabelförmigen einarmigen Hebeln $B_1S_1DS_2$ u. s. w. Die Drehaxen dieser Hebel sind C, C_1, und D_1D_2. Die Brücke W ist nur zum Theil abgebildet, und von den beiden gabelförmigen Hebeln ist nur der eine sichtbar. Für gewöhnlich ruht die Brücke auf den vier Bolzen K_1K_2 u. s. w., während des Abwiegens aber wird dieselbe durch die vier Schneiden S_1, S_2 u. s. w., welche auf den gabelförmigen Hebeln sitzen, unterstützt. Um dies zu können, ist das Gestelle E der Waage AB beweglich und durch eine Kurbel mittels gezahnter Räder u. s. w. (hier nicht sichtbar) auf und nieder stellbar. Das Geschäft des Abwägens besteht in dem Auflegen der Last (Auffahren des Lastwagens), in dem Emporheben des Gestelles EC, in dem Auflegen von Gewichten in die Waagschale G und, nach bewirktem Einspielen der Waage und in dem Wiederniederlassen des Gestelles und der Brücke. Gewöhnlich ist das Hebelarmverhältniß $\frac{CA}{CB} = 2$, das Hebelarmverhältniß $\frac{CA_1}{CB_1} = 5$, und das Armverhältniß $\frac{DB_1}{DS} = 10$; ist demnach die leere Waage tarirt, so hat man die Kraft in B oder $A_1 = 2$ mal Gewicht G in der Waagschale, die Kraft in $B_1 = 5$mal Kraft in $A_1 = 2 . 5 = 10$ mal Gewicht G, und endlich die Kraft in $S = 10$ mal Kraft in $B_1 = 10$ $10 = 100$ mal Gewicht G; es ist also beim Einspielen die aufgelegte Last 100 mal so groß, als das aufgelegte Gewicht G; und die Waage eine Centesimal- oder 100fach verjüngende Waage.

Eine andere in der Kunst- und Gewerbschule zu Angers construirte

Digitized by Google

Brückenwaage ist in Fig. 143 abgebildet. Die Brücke W dieser Waage ruht mittels vier Säulen in B_1, B_2 u. s. w. auf den gabelförmigen ein- Brückenwaagen.

Fig. 143.



armigen Hebeln $A_1 B_1 C_1$. $A_2 B_2 C_2$, von denen der letztere durch einen gleicharmigen Hebel DEF mit einer Verlängerung $C_1 H$ des ersteren verbunden ist. Vor dem Abwägen ruht die Brücke auf den Lagern S, S, so wie aber die Last aufliegt, wird das Gestelle LL der Waage AB, und damit auch das ganze Hebelsystem mittels einer Kurbel, eines gezahnten Rades u. s. w. emporgehoben, und nun so viel Gewicht G in die Waagschale gelegt, als zum Aequilibriren nöthig ist. Wo und wie auch die Last Q auf der Brücke W aufruhe, immer ist die Summe der Kräfte in B_1, B_2 u. s. w. der Last gleich. Nun ist aber das Verhältniß $\frac{C_2 A_2}{C_2 B_2}$ der Armlängen dem Verhältnisse $\frac{C_1 A_1}{C_1 B_1} = \frac{a_1}{b_1}$ gleich, auch die Armlänge $DE =$ der Armlänge DF, so wie $C_1 H = C_1 A_1$; es ist daher einerlei, ob ein Theil der Last Q von B_2 oder unmittelbar von B_1 aufgenommen werde, oder die Gleichgewichtsverhältnisse des Hebels $C_1 B_1 A_1$ sind dieselben, ob die ganze Last Q in B_1 unmittelbar, oder nur ein Theil in B_1, der andere Theil aber in B_2 aufruhe und erst mittels der Hebel $C_2 B_2 A_2$, EDF und $C_1 H$ auf $C_1 B_1 A_1$ wirke. Ist nun noch $\frac{a}{b}$ das Armverhältniß $\frac{CA}{CB}$ der oberen Waage, so hat man die Kraft in der Zugstange BA_1, $= \frac{a}{b} \cdot G$, und daher die Größe der Belastung der vorher tarirten Brücke:

$Q = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a}{b} G$. Gewöhnlich ist $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = {}^{10}/_1$, daher $\frac{Q}{B} = {}^{100}/_1$, und die Waage eine Centesimalwaage.

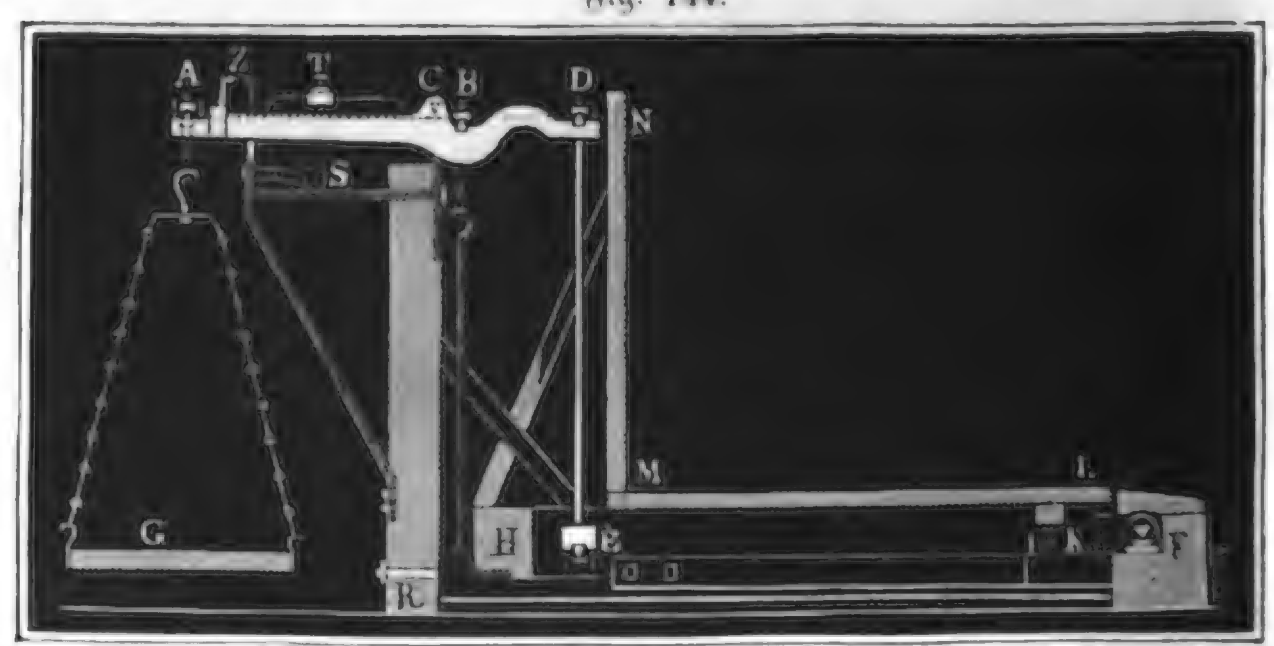
Anmerkung. Die Straßen- oder Mauthwaagen erfordern nur schmale Brücken, wenn man die Lastwagen erst mit den Vorder- und dann mit den Hinterrädern auffährt. Das Gewicht des ganzen Wagens ist hier die Summe der Abwägungsresultate, wie auch die Last auf die beiden Radaren vertheilt ist.

Digitized by Google

Tragbare Brückenwaagen.

§. 73. In technischen Werkstätten, Fabriken und Manufacturen findet man die in sehr verschiedenen Größen ausgeführten tragbaren **Brückenwaagen von Quintenz** angewendet. Diese in Fig. 144 abgebil-

Fig. 144.



dete Waage besteht aus drei Hebeln ACD, EF und HK. An dem ersten Hebel hängen die Waagschale G für die Bestimmungsgewichte und noch zwei Stangen DE und BH herab; die Stange DE trägt den um den festen Punkt F drehbaren Hebel, und die zweite Stange BH trägt den Hebel HK, dessen Drehungsaxe K auf dem Hebel EF aufsitzt. Um den beiden letzten Hebeln eine sichere Lage zu verschaffen, sind dieselben gabelförmig gestaltet, und die Drehaxen F und K derselben durch je zwei Schneiden gebildet. Auf dem Hebel HK sitzt die trapezoidale Brücke ML, welche zur Aufnahme der abzuwiegenden Last bestimmt und noch mit einer Rückwand MN versehen ist, um die verletzlichen Theile der Waage vor Beschädigung zu schützen. Vor und nach dem Abwägen ruht der durch einen Rahmen gebildete Hebel auf drei Stiften, wovon in der Durchschnittszeichnung nur der eine (R) sichtbar ist, der Waagbalken AD aber wird durch eine mit einer Handhabe ausgerüstete hebelförmige Arretirung S unterstützt. Hat man die Waare aufgelegt, so legt man die Arretirung nieder und setzt nun so viel Gewicht auf G, bis AD zum Einspielen kommt. Nach diesem wird die Arretirung wieder gehoben, so daß sich HK wieder auf die drei Bolzen aufsetzt, und die Last, ohne die Waage zu beschädigen, abgenommen werden kann. Den horizontalen Stand von AD erkennt man an dem Zeiger Z und die leere Waage tarirt man durch ein verschiebbares Gewicht T oder durch eine besondere Zulage bei G.

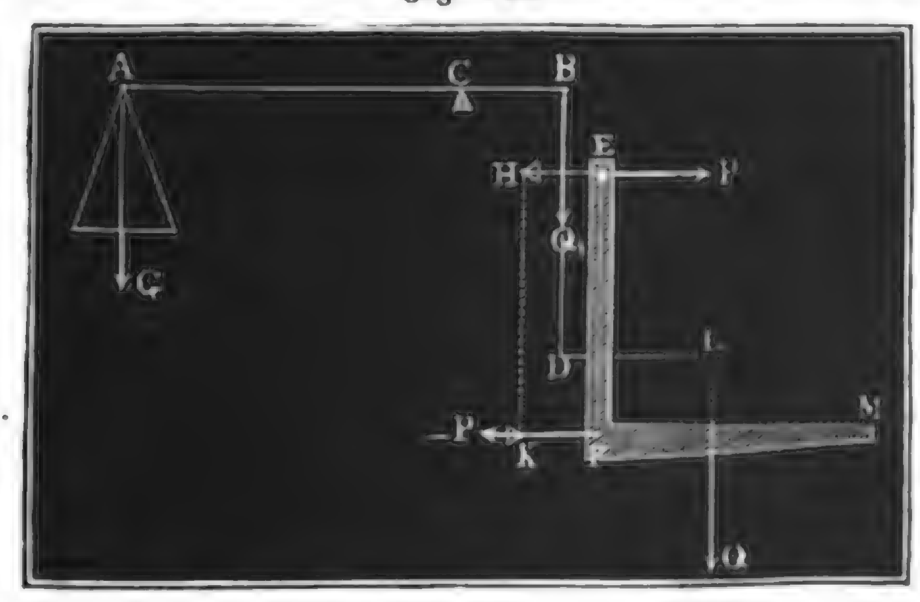
Wie bei allen Waagen, so auch bei dieser Brückenwaage, ist es nöthig, daß ihre Angabe nicht von der Lage und der Stellung des abzuwiegenden Körpers auf der Brücke abhänge; damit aber dieser Bedingung Genüge geleistet werde, ist es nöthig, daß das Verhältniß $\frac{EF}{KF}$ der Arme des Hebels

Digitized by Google

EKF gleich sei dem Hebelarmverhältniß $\frac{CD}{CB}$ des Waagbalkens AD. Tragbare Brückenwaagen.
Ein Theil X der Last Q auf der Brücke wird durch die Zugstange BH auf den Waagbalken AH übergetragen und wirkt an diesem mit dem statischen Momente $\overline{CB} \,.\, X$; ein anderer Theil Y hingegen geht bei K auf den Hebel EF über und wirkt in E mit der Kraft $\frac{KF}{EF} \,.\, Y$. Nun geht aber diese Kraft mittels der Stange DE in D auf den Waagbalken über; es wirkt daher der Theil Y mit dem statischen Momente $CD \,.\, \frac{KF}{EF} \,.\, Y$ und in B mit der Kraft $\frac{CD}{CB} \,.\, \frac{KF}{EF} \,.\, Y$ am Waagbalken AD. Damit nun das Gleichgewicht des Waagbalkens weder von X noch von Y allein, sondern von der Summe $Q = X + Y$ abhänge, ist nöthig, daß Y in demselben Punkte B genau so wirkt, als wenn es unmittelbar von demselben aufgenommen würde, daß also
$$\frac{CD}{CB} \,.\, \frac{KF}{EF} \,.\, Y = Y, \text{ d. i. } \frac{CD}{CB} \,.\, \frac{KF}{EF} = 1, \text{ also } \frac{CD}{CB} = \frac{EF}{KF} \text{ ist.}$$
Bezeichnen wir nun die Hebelarme CA und CB durch a und b, so haben wir wieder, wie bei der einfachen Waage, $Ga = (X + Y)\, b = Qb$ und daher das gesuchte Gewicht $Q = \frac{a}{b} G$, z. B. $= 10\, G$, wenn die Armlänge CB 10mal enthalten ist in der Armlänge CA. Diese Waage prüft man, indem man zusieht, ob ein nach und nach in mehreren und zumal in den Eckpunkten der Brücke aufgelegtes Gewicht Q stets einem $\frac{a}{b}$ (10)mal so kleinem Gewichte G in der Waagschale das Gleichgewicht hält.

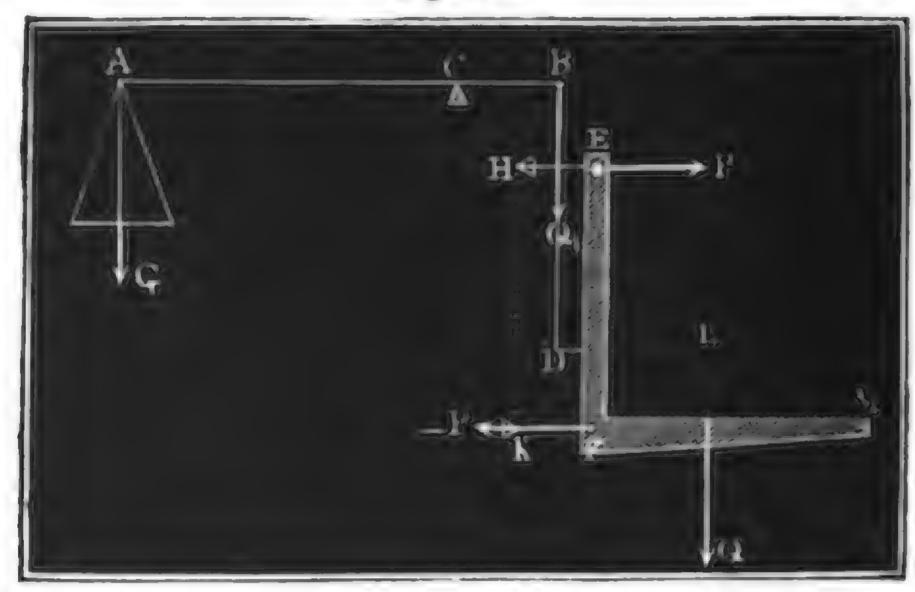
Anmerkung 1 Brückenwaagen eigenthümlicher Art verfertigen die Herren George in Paris. S. Bulletin de la Société d'Encouragement, Avril 1844, oder Dingler's Polytechn. Journal, Bd. 93. Diese Waage hat nur eine Hängestange *BD*, Fig. 145, damit sich aber die Brücke *FM* nicht drehe, ist ihre Rücken-

Fig. 145.



Tragbare Brückenwaagen. wand mit zwei Paar schneidiger Axen E und F versehen, die mit zwei Paar schneidiger Axen H und K im Gestelle durch vier parallele Stangen EH und FK verbunden sind. Nach der Theorie der Kräftepaare ist die Zugkraft Q_1 in der Stange BD der Last Q auf der Brücke gleich, außerdem aber wirkt noch die Brücke mit

Fig. 146.



einer Kraft P in E auswärts, und mit einer Gegenkraft $- P$ in F einwärts. Ist d die Entfernung DL der Last Q von der Stange BD, und e die Entfernung der Schneiden E und F, so hat man $eP = dQ$, und daher jede der Horizontalkräfte $P = \frac{d}{e} Q$. Uebrigens haben diese Kräfte keinen Einfluß auf den Hebel, und es ist daher die Last $Q = \frac{a}{b} G$, wenn, wie seither, a und b die Hebelarme CA und CB, und G das Gewicht in der Waagschale bezeichnet.

Anmerkung 2. Ueber die Brückenwaagen wird ausführlich gehandelt in der allgemeinen Maschinenencyclopädie, Bd. II., Art. Brückenwaagen; nächstdem auch in Gerstner's Mechanik, Bd. I. Ueber Hofmann's Tafelwaagen, welche ebenfalls hierher zu zählen sind, ist in Poggendorff's Annalen 1845 und in Dingler's Polytechn. Journal, Bd. 97, nachzusehen. Es gehören hierher auch die Waagen von Kuppler und Baumann, welche im Bayerischen Kunst- und Gewerbeblatt, Jahrgang 1845 und dem oben citirten Artikel in der allgemeinen Maschinenencyclopädie abgehandelt werden.

Zeigerwaagen. §. 74. Die Zeigerwaage (franz. peson ordinaire; engl. bentlever balance) ist ein ungleicharmiger Hebel, ACB, Fig. 147, welcher das Gewicht Q der angehängten Waare mittels eines über einer festen Scala DE weggehenden Zeigers CA angiebt, indem sich das an dem Zeiger befestigte Gewicht G mit Q in's Gleichgewicht setzt. Um die Theorie dieser Waage zu entwickeln, denken wir uns zunächst den einfachen Fall, daß die Zungenaxe CD durch den Aufhängepunkt B der Waagschale, Fig. 148, gehe. Ist die leere Waage im Gleich-

Fig. 147.

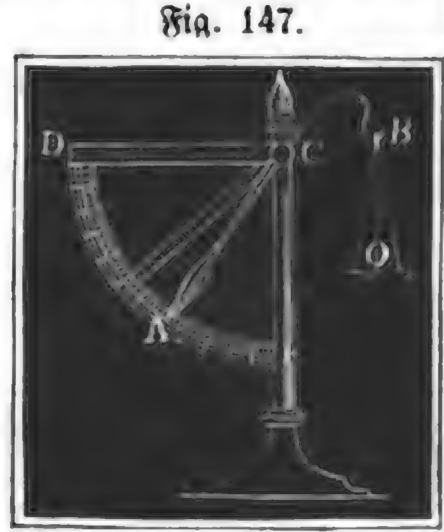
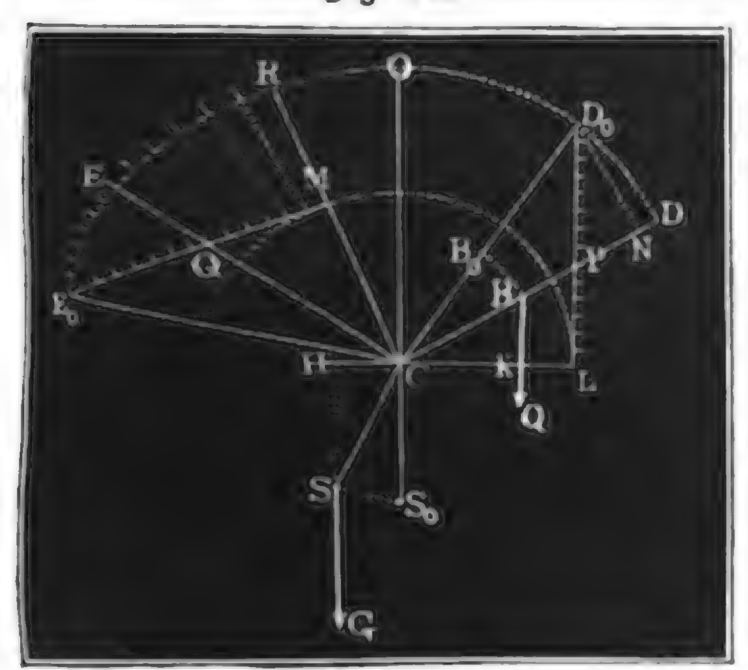


Fig. 148.



gewichte, also ihr Schwerpunkt S_0 senkrecht unter der Drehaxe C, so stehe der Zeiger in CD_0, und es befinde sich der Aufhängepunkt der Last in B_0. Legt man aber eine Last Q zu, so komme B_0 nach B, D_0 nach D und S_0 nach S, es erhalte also die Last Q den Hebelarm CK und das Gewicht G der leeren Waage den Hebelarm CH. Dann ist für den neuen Gleichgewichtszustand $Q \,.\, CK = G \,.\, CH$. Fällt man D_0N winkelrecht gegen CD, so erhält man in CD_0N und SCH zwei ähnliche Dreiecke, weshalb sich $\frac{CH}{CS} = \frac{D_0N}{CD_0}$ setzen läßt; da nun auch noch die Dreiecke D_0PN und CBK ähnlich sind, so hat man auch $\frac{CK}{CB} = \frac{D_0N}{D_0P}$, und daher $Q \,.\, \frac{CB \,.\, D_0N}{D_0P} = G \,.\, \frac{CS \,.\, D_0N}{CD_0}$, d. i. $Q = \frac{CS}{CB} \,.\, \frac{D_0P}{CD_0}$; oder, wenn man $CS = a$, $CB = b$, $CD_0 = CD = d$ und $D_0P = x$ setzt, $Q = \frac{a}{b} \,.\, \frac{x}{d}$. Es wächst also Q mit dem Abschnitte $D_0P = x$ der Zunge auf der Vertikalen D_0L, und es läßt sich daher D_0L, also eine gleichtheilige Scala gebrauchen. Hat man durch Auflegen einer bekannten Last den entsprechenden Theilpunkt P auf die Scala gefunden, so erhält man folglich andere Theilpunkte, wenn man den Raum D_0P in gleiche Theile theilt.

Zeigerwaagen.

Geht die Zeigerlinie CD_0 nicht über den Aufhängepunkt B weg, sondern hat sie eine andere Richtung CE_0, so findet man die entsprechende gleichtheilige Scala E_0M, wenn man das rechtwinkelige Dreieck $C\,D_0\,L$ als CE_0M über CE_0 legt. Um endlich eine anders gerichtete oder kreisförmige Scala E_0R zu erhalten, zieht man aus dem Drehpunkt C gerade Linien durch die Theilpunkte der E_0M bis zum Kreise, welchen die Zeigerspitze durchläuft.

Anmerkung. Es giebt noch andere Zeigerwaagen, z. B. die Zeigerwaage von Du Mont, die Zeigerwaage von Braby u. s. w. Bei diesen Waagen bildet die Scala mit dem Gewichte ein Ganzes, und es dient ein die Waagschale tragendes Loth als Zeiger. Siehe die oben citirte Mechanik von Lardner und Kater. Die Zeigerwaagen kommen im praktischen Leben als Garn-, Sortir-, Briefwaagen u. s. w. vor.

Digitized by Google

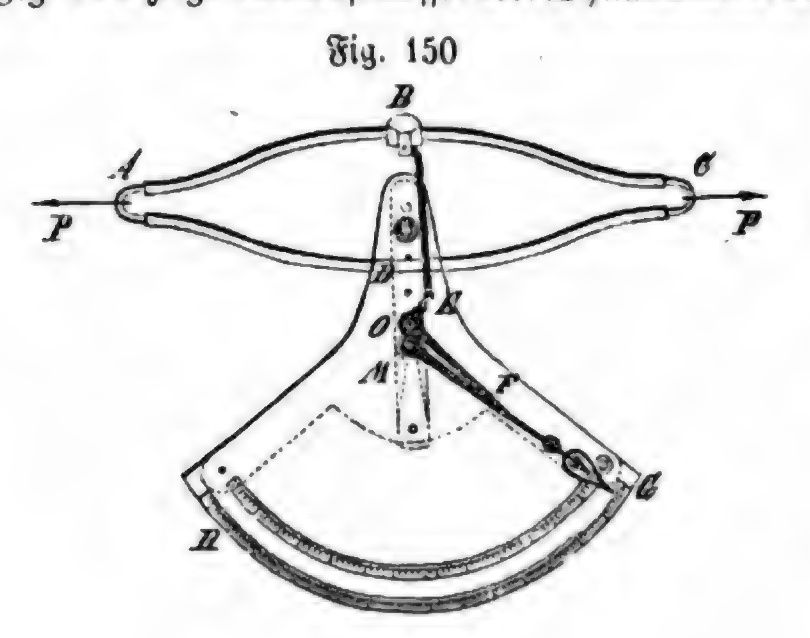
Federwaagen. §. 75. Federwaagen oder Federdynamometer (franz. pesons à ressort, engl. spring-balances, spring-yards) bestehen aus gehärteten Stahlfedern, auf welche die zu messenden Gewichte oder Kräfte wirken, und aus Zeigern, welche auf Scalen hinlaufen, wo sie die von den Kräften hervorgebrachten Formveränderungen anzeigen, und dadurch die Größe der Kräfte mittelbar angeben. Diese Stahlfedern müssen vollkommen elastisch sein, d. h. sie müssen nach Wegnahme der Kraft ihre erste Gestalt wieder vollkommen herstellen. Aus diesem Grunde darf man die Federwaagen auch nur bis zu einem gewissen, ihrer Stärke entsprechenden Grade, belasten; geht man damit über die Elasticitätsgrenze hinaus, so verlieren sie ihre vollkommene Elasticität und werden dadurch ganz unbrauchbar. Die zu diesen Waagen verwendeten Federn sind von sehr verschiedenen

Fig. 149.

Formen. Zuweilen sind diese schraubenförmig um einen Cylinder gewunden, und in einem cylindrischen Gehäuse eingeschlossen, so daß sie durch ihre Verlängerung oder Verkürzung in der Axenrichtung dieses Cylinders die Größe der in eben dieser Richtung wirkenden Kraft anzeigen. Bei anderen Waagen bildet die Stahlfeder einen offenen Ring $ABDEC$, Fig. 149, und es ist der Zeiger CZ durch ein Scharnier mit einem Ende C verbunden, und durch das ringförmige Ende A gesteckt. Wird der bei B sitzende Ring festgehalten, während eine Kraft P an dem Haken EP zieht, so gehen die Enden A und C in der Richtung der Kraft auseinander und es steigt der Zeiger CZ bis zu einer gewissen Stelle an der bei D auf der Feder befestigten Scala in die Höhe. Hat man vorher durch bekannte angehängte Gewichte die Eintheilung der Scala bestimmt, so läßt sich nun an dieser Scala die Größe der vorher unbekannten und auf die Waage wirkenden Kraft P bestimmen.

Fig. 150 zeigt ein Kraftmesser oder Dynamometer von Regnier; $ABCD$ ist die einen geschlossenen Ring bildende Stahlfeder, die entweder durch Kräfte in A und C ausgezogen oder durch Kräfte in B und D zusammengedrückt wird; $DEGH$ ist ein mit zwei Kreis-Scalen versehener

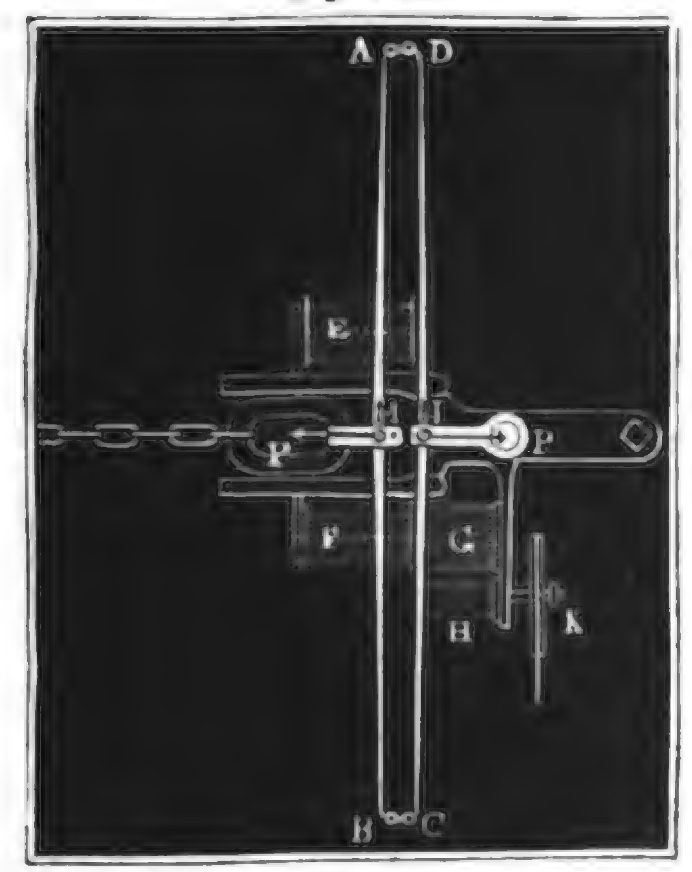
Fig. 150



Digitized by Google

und bei DE mit der Feder fest verbundener Sector, MG ein um M drehbarer und auf den Scalen hinlaufender Doppelzeiger, und EOF ist ein Winkelhebel, welcher bei Einwirkung der Kräfte und Sichnähern der Punkte B und D durch eine Stange BE um O gedreht wird, und den Zeiger MG mit Hülfe des Armes OF in Bewegung setzt. Damit der Zeiger nach Einwirkung der Kraft seinen Stand behält und dieser bequem abgelesen werden kann, wird der Zeiger auf seiner unteren Seite mit einem sich auf der Zeigerebene reibenden Tuchläppchen versehen. Federwaagen.

Fig. 151.



Die vollkommensten und für maschinelle Zwecke brauchbarsten Federdynamometer hat Morin bei seinen Versuchen über die Reibung u. s. w. angewendet, und in der besondern Abhandlung (Description des appareils chronometriques à style et des appareils dynamométriques. Metz 1838) beschrieben. Diese Dynamometer sind aus zwei gleichen Stahlfedern AB und CD, Fig. 151, von $1/4$ bis $1/2$ Meter Länge zusammengesetzt, und geben die Größe der in der Mitte M der einen Feder angreifenden Kraft P durch die bewirkte Vergrößerung der Entfernung MN beider Federmitten an. Um nun die Größe einer Kraft, z. B. die Zugkraft der Pferde vor einem Wagen, zu finden, wird die Mitte N durch einen Bolzen mit dem Wagen fest verbunden, und die Zugkette der Pferde in M angeschlossen, und es läßt sich durch einen Zeiger in M an einer mit N verbundenen Scala der die Kraft P messende relative Weg von M beobachten. Sind die Federn parallelepipedisch geformt, und von der Länge l, Breite b und Dicke h, so hat man nach I. §. 193 die der Kraft P entsprechende Bogenhöhe:

$a = 1/48 \cdot \frac{Pl^3}{WE} = 1/4 \cdot \frac{Pl^3}{Ebh^3}$; es wächst also die Bogenhöhe wie die Kraft und es läßt sich bei diesem Dynamometer eine gleichtheilige Scala anwenden. Da hier die Ausbiegung s von zwei Federn angegeben wird, so hat man dieselbe doppelt so groß als die einfache Bogenhöhe, d. i.

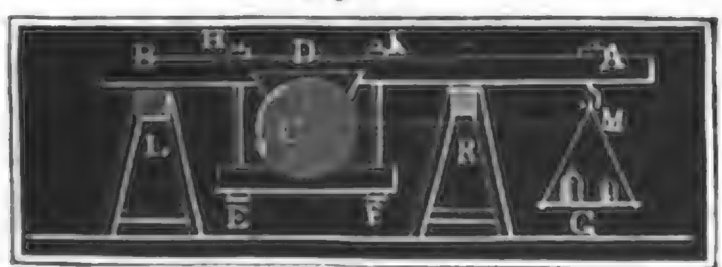
Federwaagen. $s = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl^3}{Ebh^3}$, also überhaupt $s = \frac{\varphi l^3}{bh^3} \cdot P$ zu setzen, wenn φ eine Erfahrungszahl bezeichnet. Wenn man vor der Anwendung eines solchen Instrumentes ein bekanntes Gewicht angehängt und die bewirkte Ausbiegung s beobachtet hat, so läßt sich das Verhältniß zwischen Kraft und Ausbiegung berechnen, und dieselbe zur Anfertigung der Scala benutzen. Bei Anwendung des besten Stahles hat sich gezeigt, daß die Bogenhöhe bis $\frac{1}{10}$ der Länge ausfallen kann, ehe das Verhältniß zwischen Kraft und Weg ein anderes und die Elasticitätsgrenze überschritten wird. Die in Anwendung gekommenen Federn sind aber im Querschnitte nicht rectangulär, sondern als Körper von gleichem Widerstande (I. §. 210) parabolisch gestaltet, also in der Mitte dicker und nach den Enden zu schwächer.

Anmerkung. In der Regel wirken die Kräfte nicht immer gleich stark, sondern sie sind steten Schwankungen ausgesetzt, es ist daher meist nur die Frage nach dem mittleren Werthe einer veränderlichen Kraft. Nun geben aber die gewöhnlichen Zeigerapparate einer Federwaage nur die Kraft für einen Augenblick, oder nur den Maximalwerth derselben an; es lassen daher die gewöhnlichen Dynamometer bei größerer Veränderlichkeit, wie z. B. bei Bewegung von Fuhrwerken, noch eine große Unsicherheit zurück. Aus diesem Grunde ist die Anwendung eines zuerst von Poncelet vorgeschlagenen und von Morin zur Anwendung gebrachten Zeichnen- oder Zählapparates (s. die oben citirte Abhandlung von Morin) von Nutzen. Beide Apparate geben das Product aus Kraft und Weg, oder die Arbeit derselben an, und es läßt sich nun der mittlere Werth der Kraft finden, wenn man die Arbeit durch den Weg der Kraft, z. B. durch den zurückgelegten Weg des Wagens, dividirt. Bei dem Zeichnenapparate (Dynamomètre à style et à bandes de papier) wird das Maaß der Kraftleistung von einem durch M gesteckten Stifte auf einem sich unter ihm wegziehenden Papierstreifen aufgezeichnet. Dieser Papierstreifen wird von der Rolle F, Fig. 151, auf die Rolle F' aufgewickelt, die durch die Maschine selbst mittels Riemen und Räder, wie G, H, K u. s. w. ihre Bewegung erhält. Ohne Spannung der Federn, und also auch ohne Kraft, würde sich während der Bewegung der Maschine eine gerade Linie auf dem sich unter dem Zeichnenstifte hinziehenden Papierstreifen abbilden; da aber bei der Bewegung der Maschine die Federn durch die Kraft P gespannt sind, so bildet sich auf dem Papierstreifen in einiger Entfernung von jener Linie eine im Ganzen mit ihr parallellaufende Curve ab. Der Flächenraum zwischen diesen beiden Linien ist aber das Maaß von der Arbeit der Kraft, da er zur Basis eine dem Wege der Kraft proportionale Linie und zur Höhe die der Kraft selbst proportionale, übrigens aber mit ihr veränderliche Ausbiegung der Feder hat. Von diesen Instrumenten wird auch ausführlich gehandelt in Morin's Leçons de mécanique practique, Partie I.

Bremsdynamometer. §. 76. Das Bremsdynamometer, Prony's Zaum (franz. frein dynamométrique, engl. dynamometrical break) wird angewendet, um die Kraft und Arbeit einer umlaufenden Welle oder einer rotirenden Maschine überhaupt, zu ermitteln. In seiner einfachsten Gestalt besteht die-

ses Instrument aus einem Balken AB, Fig. 152, mit einer Waagschale AG, und aus zwei hölzernen Cirkelstücken D und EF, die durch Schraubenbolzen EH und FK auf die umlaufende Welle C stark aufgedrückt werden. Soll mit Hülfe dieser Vorrichtung die Kraft der Welle C bei einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit oder Umdrehungszahl gefunden werden, so legt man so viel Gewicht G auf die Waagschale und zieht die Schraubenmuttern H und K so stark an, daß nicht allein die Welle die verlangte Umdrehungszahl annimmt, sondern auch der Hebel oder Balken AB horizontal und frei, d. i. ohne auf einem der beiden Böcke L und R zu ruhen, schweben bleibt. Dann wird die ganze Arbeit der Maschine von der Reibung zwischen den Bremsbacken und dem Wellenumfange consumirt, und es ist daher die Arbeit derselben der gesuchten Leistung gleich zu setzen. Da nun noch der Hebel frei hängt, so hält nur die in der Umdrehungsrichtung wirkende Reibung F dem aufgelegten Gewichte das Gleichgewicht, und es läßt sich jene Reibung aus diesem Gewichte leicht finden. Setzen wir den Hebelarm CM des Gewichtes G in Hinsicht auf die Wellenaxe, $= a$, so haben wir das statische Moment des Gewichtes und also auch das Reibungsmoment oder auch die Reibung, wenn man sie am Halbmesser Eins wirksam annimmt, $= Ga$; ist daher noch ε die Winkelgeschwindigkeit der Welle, so hat man ihre mechanische Arbeit (pr. Sec.) $L = Pv = Ga \,.\, \varepsilon = \varepsilon a G$. Bremsdynamometer.

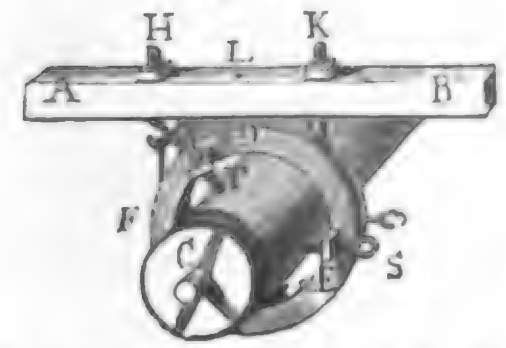
Fig. 152.



Bezeichnet noch u die Umdrehungszahl der Welle pr. Min., so läßt sich $\varepsilon = \frac{2\pi u}{60} = \frac{\pi u}{30}$, daher die gesuchte Arbeit $L = \frac{\pi u a}{30} G$ setzen.

Uebrigens hat man unter G nicht allein das aufgelegte Gewicht, sondern auch noch das auf den Aufhängepunkt der Waagschale reducirte Gewicht des aufgesetzten Apparates zu verstehen. Um das letztere zu ermitteln, legt man den Apparat mit D auf eine scharfe Schneide und hängt denselben bei A mittels einer Schnur an einer Waage auf.

Fig. 153.



Zweckmäßiger ist das in Fig. 153 abgebildete Bremsdynamometer mit einem gußeisernen Bremsringe DEF, der durch drei Paar Schrauben S, T u. s. w. auf jede Welle, wenn sie nicht sehr stark ist, aufgeschraubt werden

Digitized by Google

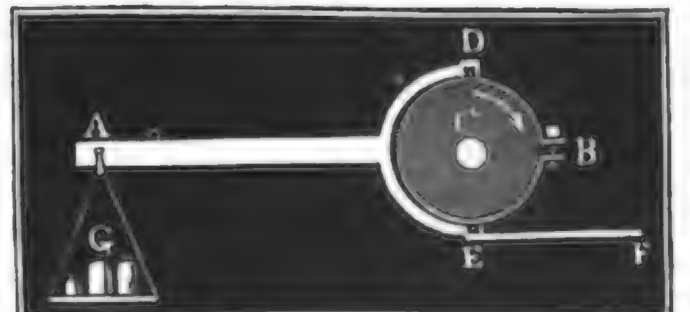
Brems-dynamometer.

kann. Bei diesem Apparate ist auch das untere Holzstück durch ein eisernes Band ersetzt, das die Hälfte des zu diesem Zwecke rinnenförmig ausgenommenen Eisenringes umgiebt. Uebrigens endigt sich dieses Band in zwei durch den Balken AB gehenden Bolzen und läßt sich durch zwei Schraubenmuttern beliebig stark an den Bremsring andrücken. Um das Verkohlen des Holzes oder die allzugroße Erwärmung des Eisens zu verhindern, wird den Reibungsflächen durch das Loch L und mittels eines Trichters Oel oder Wasser zugeführt. Diese Apparate sind in Deutschland unter dem Namen »Egen's Bremsdynamometer« bekannt.

Beispiel. Um die Leitung eines Wasserrades zu finden, hat man auf die Welle desselben ein Bremsdynamometer aufgesetzt, und während der vollkommenen Regulirung des Aufschlagwassers bei der vorgeschriebenen Umdrehungszahl $u = 6$ pr. Min. gefunden: Aufgelegtes Gewicht nebst dem reducirten Gewichte vom Instrumente: $G = 530$ Pfd., Armlänge von diesem Gewichte: $a = 10{,}5$ Fuß. Hieraus berechnet sich nun die effective Leistung dieses Wasserrades bei der verlangten Geschwindigkeit, $L = \frac{\pi \,.\, 6 \,.\, 10{,}5}{30} \,.\, 530 = 3497$ Fßpfd. $= 6{,}86$ Pferdekräfte.

§. 77. Man hat in den neueren Zeiten sehr mannigfaltige mehr oder weniger vollkommene und zum Theil sehr complicirte Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Hier sei jedoch nur von den einfachsten Vorrichtungen der Art die Rede. Fig. 154 repräsentirt ein von Armstrong angewendetes Dynamometer. Dieses besteht aus einem eisernen Ringe, welcher durch eine Schraube B scharf auf die umschlossene Welle C aufgedrückt wird, und aus einem Hebel ADE, der auf der einen Seite eine Waagschale zur Aufnahme von Gewichten G trägt, auf der anderen Seite aber gabelförmig ausläuft, und zwei aus dem Ringe hervorragende Nasen ergreift. Um ihn bequem handhaben zu können, ist der eine Schenkel der Gabel noch um ein Stück EF verlängert. Die Ausführung und Berechnung der Versuche mit diesem Instrumente weichen von denen mit dem einfachen Bremsdynamometer nicht ab.

Fig. 154.



Nach Navier's Vorschlag bestimmt man die Kraft einer umlaufenden Welle auch dadurch, daß man ein eisernes Band um dieselbe legt, das eine Ende desselben an ein Federdynamometer anschließt, das andere Ende aber durch Gewichte so stark spannt, und dadurch am Umfange der Welle so viel Reibung erzeugt, bis die Welle eine verlangte Umdrehungsgeschwindigkeit annimmt. Die Differenz zwischen diesem Gewichte Q und der von dem Federdynamometer angegebenen Kraft P ist jedenfalls der Reibung F zwischen der Welle und dem Bande gleich; mißt nun noch der Umfang der

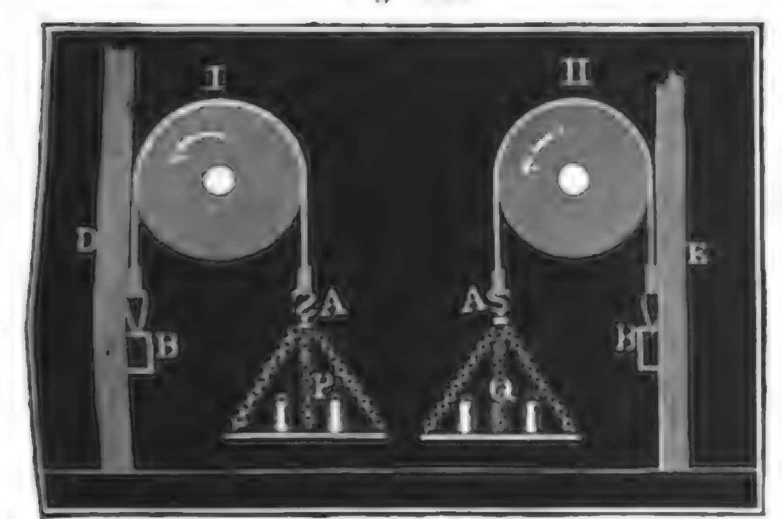
Digitized by Google

Welle $= p$ und macht die Welle während des Versuches u Umdrehungen pr. Min., so erhält man die Leistung der Welle: Brems-Dynamometer.

$$L = F \cdot \frac{up}{60} = \frac{up}{60}(Q - P).$$

In Ermangelung eines Federdynamometers reicht der einfache Gurt, Fig. 155, zu diesem Zwecke noch aus, wenn man den Versuch doppelt macht, und dabei das eine Ende B des Gurtes bald auf der einen Seite der Welle, bald auf der anderen Seite an einem festen Gegenstande, z. B. an den Säulen D und E befestigt. Hier bekommt man durch den einen Versuch $Q = P + F$, durch den anderen aber P, weil in dem einen Falle die in der Umdrehungsrichtung der Welle wirkende Reibung F dem Gewichte auf der am Ende A hängenden Waagschale entgegenwirkt, und in dem anderen ihm zu Hülfe kommt. Uebrigens ist bei dieser zuerst vom Verfasser in Anwendung gebrachten Vorrichtung die Bestimmung der Leistung die obige. Diese Vorrichtung läßt sich, weil die Kraft immer nur an einem kleinen Hebelarme wirkt, nur zur Bestimmung kleiner Leistungen anwenden. Um Leistungen stärkerer Maschinen zu finden, hat der Verfasser statt der Waagschale in A den Lastpunkt einer einfachen Decimalwaage angeschlossen, und dadurch die Spannung des Gurtes verzehnfacht. Um durch Auflegen dieses Gurtdynamometers den Zapfendruck nicht zu sehr zu vergrößern, und um dasselbe auch bei größeren Kräften anzuwenden, kann man auch den Gurt ganz um die Welle schlingen, und das eine Ende nach oben, das andere aber nach unten richten.

Fig. 155.



Anmerkung 1. Man kann auch die Drehungskraft einer Welle unmittelbar durch Gewichte bestimmen, die man an das Ende eines Seiles oder einer Schnur hängt, welche sich auf die umlaufende Welle aufwickelt. Auch kann man aus dem Zapfendrucke auf die Größe der Umdrehungskraft einer Welle schließen. Bringt man zwischen die parallelen Wellen einer Maschine ein Zahnrad, welches mittels anderer Zahnräder die Bewegung der einen Welle auf die andere Welle überträgt, so ist, wie bei einem gleicharmigen Hebel, der Zapfendruck des Zwischenrades der doppelten Umdrehungskraft gleich, wird daher das Zapfenlager dieses Rades an eine Waage aufgehangen, so läßt sich mit Hülfe dieser die Umdrehungskraft bestimmen. Nach diesem Principe sind die Dynamometer von White, Lavelaye und Hachette construirt. Auch gehört hierher das Dynamometer

Digitized by Google

Brems-dynamometer. von Schinz (siehe die Eisenbahnzeitung, 1848, Nr. 39, oder Dingler's polytechnisches Journal, Band 110, 1848). Gewissermaßen ist auch das Dynamometer, womit man die Axenkraft der Schraubendampfschiffe bestimmt, hierher zu rechnen; es stemmt sich hier die Welle der Wasserschraube gegen einen Hebel, dessen längerer Arm mit einem spiralförmigen Federdynamometer und einem Zeichnenapparat verbunden ist, welcher die Arbeit der Kraft auf den Mantel eines umlaufenden Cylinders verzeichnet (siehe The indicator and dynamometer etc., London 1847).

Anmerkung 2. Ueber die verschiedenen Dynamometer zum Messen der Maschinenkräfte handelt Egen in seinen Untersuchungen über den Effect einiger Wasserwerke rc., nächstdem Hülsse im Artikel »Bremsdynamometer« in der allgemeinen Maschinenencyclopädie. Die Literatur über diesen Gegenstand findet man in diesen beiden Abhandlungen vollständig angegeben. Wir haben hier nur noch die neuesten Aufsätze im 88sten und 92sten Bande von Dingler's Journal anzuführen. Besonders zeichnen sich die sich selbst regulirenden Dynamometer nach Poncelet, Saint-Leger u. s. w. aus, welche durch angebrachtes Räderwerk die Schrauben von selbst anziehen oder lösen, je nachdem der Hebel zu sinken oder zu steigen anfängt. Dann wird für das Ausmessen kleiner Maschinenkräfte das zuerst von White vorgeschlagene und in der neuesten Zeit von Batchelder vervollkommnete Dynamometer mit Differenzialgetriebe als sehr geeignet empfohlen. (S. Differenzialgetriebe). In den neuesten Aufsätzen ist meist von den totalisirenden Dynamometern die Rede. Diese Vorrichtungen geben unmittelbar die Leistung durch einen Zähl- oder Zeichnenapparat an (s. Anmerkung §. 75); dieser aber wird entweder durch die Maschine selbst, oder durch ein besonderes Chronometer in Bewegung erhalten.

Zweites Kapitel.

Von den Menschen- und Thierkräften, so wie von den Maschinen zur Aufnahme derselben.

§. 78. Die thierischen Kräfte oder das Arbeitsvermögen der Thiere ist allerdings nicht allein bei Individuen verschiedener Gattungen, sondern auch bei Geschöpfen einer und derselben Species verschieden. Bei Thieren gleicher Art hängt das Arbeitsvermögen von der besonderen Constitution des Individui, von dessen Alter und Gesundheitszustand, von dessen Willen oder Beaufsichtigung, dann aber auch noch davon ab, ob das Thier hinreichend in nahrhaftem Futter erhalten wird, ob es an die Arbeit, welche es verrichtet, gewöhnt ist, u. s. w. Auf alle diese Verschiedenheiten können wir, da sie auf unendlich viele Abstufungen führen, nicht Rücksicht nehmen, wir müssen vielmehr bei unseren Berechnungen von jeder Gattung ein Thier von mittlerer Stärke und Behendigkeit voraussetzen, welches an die Arbeit, die es verrichtet, gewöhnt ist, dabei im mittleren Lebensalter steht, sich in gesundem Zustande befindet und in gutem nahrhaften Futter gehalten wird. Thierische Kräfte.

Noch hängt aber auch das Arbeitsvermögen eines Thieres von der Kraft, Geschwindigkeit und Arbeitszeit ab; und es ist dieses bei einer mittleren Kraft, Geschwindigkeit und täglichen Arbeitszeit am größten. Je größer die Kraft ist, welche ein Geschöpf ausübt, desto kleiner fällt die Geschwindigkeit aus, und umgekehrt, je größer die Geschwindigkeit ist, desto kleiner stellt sich die damit ausgeübte Kraft heraus; ja es giebt eine Maximalkraft, wo die Geschwindigkeit und also auch die Arbeit Null ist, und ebenso eine Maximalgeschwindigkeit, bei welcher die Geschwindigkeit und also die Arbeit wiederum Null ausfällt. Man sieht hieraus, daß man die animalischen Motoren nur mit einer mittleren Kraft und einer mittleren Geschwindigkeit arbeiten lassen soll, und kann übrigens noch leicht ermessen, daß man dieselben auch nur auf eine mittlere Zeit in Anspruch nehmen darf, um von denselben ein möglichst großes Arbeitsquantum zu gewinnen. Uebrigens folgt aus unzähligen Erfahrungen, daß kleine Abweichungen von der mittleren Kraft, mittleren Geschwindigkeit und mittleren Arbeitszeit, namentlich wenn die Verrichtung zur Gewohnheit geworden ist, eine beachtungswerthe Verminderung der Leistung nicht verursachen. Auch

Thierische Kräfte. ist es eine Thatsache, daß es keineswegs vortheilhaft ist, die animalischen Motoren mit constanter Kraft und Geschwindigkeit ohne Unterbrechung wirken zu lassen, sondern daß das animalische Arbeitsvermögen besser benutzt oder weniger Ermüdung herbeigeführt wird, wenn das arbeitende Geschöpf in Pausen arbeitet, die um so öfter zu wiederholen sind, je mehr die wirklich verrichtete Arbeit in der Zeiteinheit von der mittleren Arbeit abweicht.

Das Hauptmoment bei Beurtheilung der Wirkungen animalischer Motoren ist die tägliche Leistung. Vergleicht man dieselbe mit den täglichen Unterhaltungs- und, nach Befinden mit den täglichen Zinsen der Ankaufskosten, so erhält man ein Maaß zur Vergleichung der Werthe verschiedener Motoren unter einander.

§. 79. Die Art und Weise, wie Menschen und Thiere mechanische Arbeiten verrichten, ist sehr verschieden. Die animalischen Motoren arbeiten entweder mit oder ohne Maschinen; und zwar die Menschen mit den Händen oder mit den Füßen oder mit beiden zugleich, die Thiere natürlich nur mit den Füßen. Bei den so sehr verschiedenen Verrichtungen ist jedoch der Grad der Ermüdung der geleisteten mechanischen Arbeit nicht proportional, manche Arbeiten scheinen mehr zu ermüden als andere, oder was dasselbe ist, bei manchen Verrichtungen fällt das mechanische Arbeitsquantum größer oder kleiner aus, als bei anderen Verrichtungen. Auch lassen sich manche Arbeiten gar nicht auf eine und dieselbe Weise messen, wie z. B. das Tragen auf horizontalen Wegen und das Aufheben einer Last. Nach den seither gefaßten Begriffen ist die Arbeit beim Tragen auf horizontalen Wegen Null, weil hierbei in der Richtung der Kraft, d. i. vertikal, kein Weg zurückgelegt wird (I. §. 80), wogegen beim Aufheben oder Aufziehen einer Last die Arbeit bestimmt das Product aus Gewicht und Steighöhe desselben ist. Gleichwohl führt das Gehen oder Tragen ebenfalls zur Ermüdung wie das Aufheben; d. h. es wird durch jenes auch das tägliche Arbeitsvermögen consumirt wie durch dieses; es muß daher auch der einen Thätigkeit ein tägliches Arbeitsquantum zukommen wie der anderen, wenn auch diese Arbeiten selbst wesentlich verschieden sind. Erfahrungsmäßig geht ein Mensch leer auf horizontalem Wege täglich 10 Stunden lang mit $4^3/_4$ Fuß Geschwindigkeit; nimmt man nun sein Gewicht 140 Pfund an, so erhält man als tägliches Arbeitsquantum den Werth

$140 \,.\, 4{,}75 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 23'940000$ Fußpfund.

Trägt der Mensch $85^1/_2$ Pfund auf dem Rücken, so geht er täglich 7 Stunden lang auf horizontalem Wege mit 2,4 Fuß Geschwindigkeit und leistet daher täglich, wenn man sein Gewicht unbeachtet läßt, die Arbeit $85{,}5 \,.\, 2{,}4 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 5',171040$ Fußpfund.

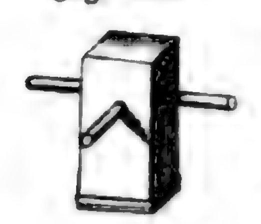
Ein Pferd trägt auf dem Rücken 256 Pfd. täglich 10 Stunden lang

im Schritt mit $3\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit, und leistet folglich in einem Tage: 256 . 3,5 . 10 . 60 . 60 = 32'256000 Fßpfd., also mehr als 6 mal so viel als ein Mensch beim Tragen. Hat das Pferd nur 171 Pfd. auf dem Rücken, so läuft es täglich 7 Stunden im Trabe mit 7 Fuß Geschwindigkeit und leistet daher nur 171 . 7 . 7 . 60 . 60 = 30'164400 Fußpfund täglich. Thierische Kräfte.

Viel kleiner fallen die Arbeiten beim Heben von Lasten aus, weil hier mechanische Arbeit im eigentlichen Sinne zu nehmen, also der Weg in Hinsicht auf die Kraftrichtung einzuführen ist.

Steigt ein Mensch auf einer Treppe oder Auffahrt leer hinauf, so ist bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden, die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung gemessen, = 0,48 Fuß, daher sein tägliches Arbeitsquantum = 140 . 0,48 . 8 . 60 . 60 = 1'935000 Fßpfd. Hiernach kann ein Mensch täglich horizontal $12\frac{1}{2}$ mal so viel Weg zurücklegen als vertikal.

Fig. 156.



Bei dem hiesigen Teichbaue hat der Verfasser beobachtet, daß 4 kräftige und eingeübte Arbeiter einen Rammklotz, wie Fig. 156, welcher 120 Pfund wiegt, in jeder Minute genau 34 mal 4 Fuß hoch heben, dabei nach 260 Secunden Arbeit jedesmal wieder 260 Secunden Ruhezeit nöthig haben und im Ganzen täglich nur 5 Stunden arbeiten; es stellt sich daher hier die tägliche Arbeit eines Menschen $= \frac{120}{4} . 4 . 34 . 5 . 60 = 1'224000$ Fßpfd. heraus.

Anmerkung 1. Ausführliche Zusammenstellungen über die Leistungen animalischer Motoren theilt der »Ingenieur« mit. Uebrigens findet man auch die Leistungen der Thiere bei Maschinen in der Folge bei den betreffenden Maschinen angegeben.

Anmerkung 2. Die Leistungen der Menschen und Thiere sind noch lange nicht vollständig genug bekannt. Die Leistungen ungeübter oder unter ungünstigen Umständen arbeitender Menschen (bei großer Hitze, Regen u. s. w.) können um die Hälfte kleiner ausfallen als die Leistungen tüchtiger und eingeübter Arbeiter. Die erste vollständige Untersuchung über die Leistung der animalischen Motoren lieferte Coulomb (s. Théorie des machines simples). Vor ihm hatten sich vorzüglich Desaguliers (Cours de Physique expér.) und Schulze (Abhandlungen der Berliner Akademie, 1783) mit der Bestimmung der thierischen Kräfte beschäftigt. In den neueren Zeiten sind die Erfahrungen Coulomb's von Vielen vervollständigt worden. S. Hachette, Traité élémentaire des machines, Bouguer, Euler und Gerstner haben versucht, die Wirkungen der animalischen Motoren auf Gesetze zurückzuführen. Man kann jedoch behaupten, daß diese Aufgabe selbst durch Gerstner (Mechanik Band I.) noch keineswegs als gelöst anzusehen ist.

§. 80. **Kraft und Geschwindigkeit** bei der Arbeitsverrichtung animalischer Wesen stehen zwar im genauesten Zusammenhange mit einander, Kraftformeln.

Kraftformeln. jedoch ist das Gesetz dieses Zusammenhanges keineswegs bekannt, und noch viel weniger aus Vernunftgründen abzuleiten. Die empirischen Formeln, welche Bouguer und Euler angegeben haben, entsprechen der Wahrheit gewiß nur annähernd. Ist K_1 die größte Kraft, welche ein lebendes Wesen ohne Geschwindigkeit ausüben kann, und c_1 die größte Geschwindigkeit ohne Kraftäußerung, so hat man für eine andere Geschwindigkeit v die entsprechende Kraft,

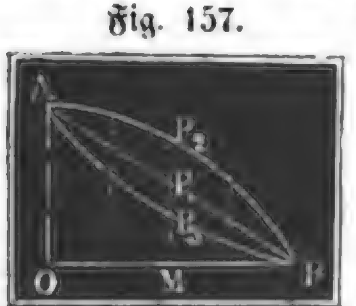
nach Bouguer: $$P = \left(1 - \frac{v}{c_1}\right) K_1,$$

nach Euler: $$P = \left(1 - \frac{v^2}{c_1^2}\right) K_1.$$

nach demselben: $$P = \left(1 - \frac{v}{c_1}\right)^2 K_1.$$

Von diesen drei Formeln ist die erste die einfachste, und nach Gerstner auch diejenige, welche mit den Erfahrungen am meisten übereinstimmt. Nach den Beobachtungen Anderer, z. B. Schulze's, scheint sich hingegen die dritte Formel mehr an die Erfahrungen anzuschließen. Sieht man v als Abscisse und P als Ordinate einer Curve an, so entspricht der ersten Formel eine Gerade AB, Figur 157, der zweiten aber ein concaver Parabelbogen AP_2B und der dritten ein convexer Parabelbogen AP_3B, und es liegt allemal die Ordinate MP_1 der Geraden zwischen den Ordinaten MP_2 und MP_3 beider Parabeln zwischen inne, z. B. der Abscisse $OM = v = \frac{1}{2} c_1$, entsprechen die Ordinaten $MP_1 = \frac{1}{2}K = \frac{1}{2}OA$, ferner $MP_2 = \frac{3}{4}K = \frac{3}{4}OA$, und $MP_3 = \frac{1}{4} K = \frac{1}{4} OA$. Es giebt also die Bouguer'sche Formel Kraftwerthe, welche zwischen den von den Euler'schen Formeln zu erhaltenden Werthen zwischen inne liegen, und man kann sich derselben wenigstens so lange bedienen, als keine besonderen Gründe für die Richtigkeit einer der Euler'schen Formeln angegeben werden können. Führen wir in der Bouguer'schen Formel statt der Maximalwerthe K_1 oder c_1 ihre Hälften oder die mittleren Werthe $K = \frac{1}{2} K_1$ und $c = \frac{1}{2} c_1$ ein, so erhalten wir die zuerst von Gerstner angewendete Formel $P = \left(1 - \frac{v}{2c}\right) 2K$, oder $P = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K$, so wie umgekehrt, $v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c$. Wenn nun auch diese Formel für Grenzwerthe von v und P weniger Schärfe oder Sicherheit gewährt, so läßt sich wenigstens erwarten, daß sie für Werthe, welche von den mittleren nicht bedeutend abweichen, mit genügender Genauigkeit zu gebrauchen sei. Die mechanische Arbeit pr. Sec. ist hiernach $Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) vK$. Da

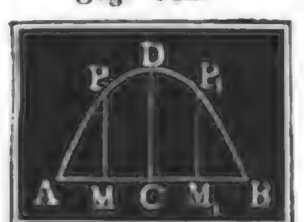
Fig. 157.



Digitized by Google

sich $\left(2 - \frac{v}{c}\right) vK$ auch $= (2c - v)\, v\, \frac{K}{c}$ setzen läßt, so fällt wie in Kraftformeln. I. §. 425 die mechanische Arbeit am größten aus, wenn $v = c$, also auch $P = K$, d. i. Geschwindigkeit und Kraft die mittleren sind, nämlich $Pv = Kc$. So wie man aber mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit, oder mit einer kleineren oder größeren Kraft arbeiten läßt, erhält man eine Leistung $L = Pv$ kleiner als Kc. Sieht man wieder die Geschwindigkeiten als Abscissen dagegen aber die Arbeiten als Ordinaten an, so bekommt man in der sich herausstellenden Curve eine Parabel ADB, Fig. 158, und man sieht nun leicht ein, daß sowohl der Abscisse $AM < AC$ als auch der Abscisse $AM_1 > AC$ eine kleinere Ordinate MP, M_1P_1 zukommt, als der Abscisse $AC = c$. Für $v = \frac{c}{2}$, sowie für $v = {}^3/_2\, c$, folgt z. B. $L = {}^3/_4 Kc = {}^3/_4 CD$.

Fig. 158.



Nach den Angaben von Gerstner gelten namentlich für Zugkräfte die in folgender Tabelle enthaltenen Werthe:

Geschöpfe.	Gewicht.	Mittlere Kraft K in Pfund.	Mittlere Geschwindigkeit c Fuß.	Mittlere Arbeitszeit t Stunden.	Leistung pr. Sec. Fußpfund.	Tägliche Leistung Fußpfund.
Mensch	150	30	2,5	8	75	2'160000
Pferd	600	120	4	8	480	13'824000
Ochse	600	120	2,5	8	300	8'640000
Esel	360	72	2,5	8	180	5'184000
Maulesel	500	100	3,5	8	350	10'080000

Beispiele. 1) Nach der vorstehenden Tabelle leistet ein Mensch bei einer mittleren Kraft von 30 Pfund und mittleren Geschwindigkeit von $2^1/_2$ Fuß täglich 2'160000 Fußpfund; soll er aber mit 3 Fuß Geschwindigkeit arbeiten, so kann er nur die Kraft $P = \left(2 - \frac{3}{2,5}\right) . 30 = 24$ Pfund ausüben, und es wird seine tägliche Leistung nur 24 . 3 . 8 . 60 . 60 = 2'073600 Fußpfund betragen. 2) Wenn ein Zugpferd 150 Pfund Kraft ausüben soll, so kann es nur mit der Geschwindigkeit $v = \left(2 - \frac{150}{120}\right) . 4 = 3$ Fuß arbeiten, weswegen seine Leistung pr. Sec. nur 3 . 150 = 450 Fußpfund beträgt.

Anmerkung. Für die Leistungen der Pferde giebt Fourier eine complicirte Formel in Annales des ponts et chaussées, 1836; s. auch Crelle's Journal der Baukunst. Band XII. 1838.

Digitized by Google

Arbeit beim Steigen.

§. 81. Noch kann man nach Gerstner die Leistungen nach animalischen Motoren bei der Bewegung auf schiefen Ebenen berechnen. Ist G das Gewicht des Motors, P die von ihm getragene Last und α der Neigungswinkel der schiefen Ebenen, auf welcher der Motor mit der Last hinaufsteigt, so ist die Kraft $= P + G \sin. \alpha$ (s. Theorie der schiefen Ebene, I., §. 134), und daher zu setzen:

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = P + G \sin. \alpha.$$

Hiernach folgt die Last, mit welcher ein animalischer Motor auf einer schiefen Ebene von gegebener Neigung emporsteigen kann, so wie umgekehrt der Neigungswinkel, welcher einer gegebenen Last entspricht; es ist nämlich

$$\sin. \alpha = \frac{\left(2 - \frac{v}{c}\right) K - P}{G},$$ darnach für $P = 0$, und $v = c$, also leer und bei der mittleren Geschwindigkeit, $\sin. \alpha = \frac{K}{G}$. Nun ist aber das Gewicht eines Thieres fast immer fünfmal so groß als seine mittlere Kraft, es ist daher $\sin. \alpha = \frac{1}{5}$ und $\alpha = 11\frac{1}{2}^0$ der Neigungswinkel derjenigen schiefen Ebene, auf welcher ein Thier bei mittlerer Kraftanstrengung hinaufsteigt.

Anmerkung. Bei dem Ausschreiten auf horizontalem Wege HR, Fig. 159, dreht sich der ganze Körper um den Fußpunkt C, wobei der Schwerpunkt des Körpers um eine Höhe $DE = h$ steigt, die sich aus der Schenkellänge $CA = CB = l$ und der Schrittlänge $CH = CR = s$ durch die bekannte Formel

Fig. 159.



$$DE = \frac{\overline{AD}^2}{2AC}, \text{ d. i.}$$

$$h = \frac{s^2}{8l}$$

leicht bestimmen läßt. Ist nun G das Gewicht des Menschen und Q die von demselben getragene Last, so hat man die von demselben bei jedem Schritte zu verrichtende Arbeit

$$L = (G + Q) h = \frac{(G + Q) s^2}{8 l},$$

also die Kraft

$$P = \frac{L}{s} = \frac{(G + Q) s}{8 l}.$$

Setzen wir die Schenkellänge $l = 3$ Fuß und die Schrittlänge $s = 2^1/_4$ Fuß, so haben wir hiernach die Kraft Arbeit beim Steigen.

$$P = \frac{9(G+Q)}{4.8.3} = {}^3/_{32}\,(G+Q) = 0{,}09375\,(G+Q),$$

also für $Q = 0$ und $G = 150$ Pfund,

$$P = 14 \text{ Pfund}.$$

Hiernach wäre also die Anstrengung, um sich selbst auf horizontalem Wege fortzubewegen, bei gleichem Wege eben so groß, als diejenige, welche man nöthig hat, ein Gewicht von 14 Pfund zu heben.

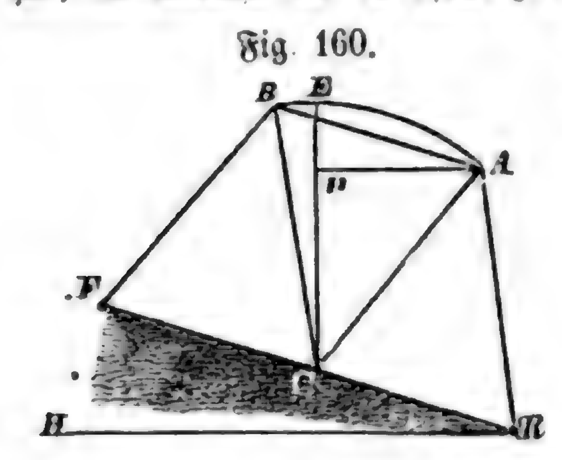


Fig. 160.

Beim Hinaufsteigen auf einer schwach ansteigenden Ebene FR, Fig. 160, ist, wenn α den Steigwinkel FRH dieser Ebene und β den Drehungswinkel ACB bezeichnen, die Steighöhe eines Schrittes

$$DE = h = CE - CD = CE(1 - cos.\,ACD)$$
$$= l\left[1 - cos.\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)\right]$$
$$= l\left(1 - cos.\alpha\,.\,cos.\frac{\beta}{2} + sin\,\alpha.sin.\frac{\beta}{2}\right),$$

annähernd, bei kleinem Steigwinkel α,

$$h = l\left(1 - cos.\,\frac{\beta}{2} + sin.\alpha\;sin.\,\frac{\beta}{2}\right) = l\left(\frac{s^2}{8\,l^2} + \frac{s}{2\,l}\,sin.\,\alpha\right)$$
$$= \frac{s}{2}\left(\frac{s}{4\,l} + sin.\,\alpha\right).$$

Es ist folglich die mechanische Arbeit bei jedem Schritte

$$L = (G+Q)\,h = (G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} + sin.\,\alpha\right)\frac{s}{2}$$

und die mittlere Kraft

$$P = {}^1/_2\,(G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} + sin.\,\alpha\right).$$

Für das Herabsteigen auf der schiefen Ebene ist α negativ, daher die Kraft

$$P = {}^1/_2\,(G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} - sin.\,\alpha\right).$$

Hiernach wäre allerdings für $sin.\alpha = \frac{s}{4\,l}$, die Kraft $=$ Null. Nimmt man wieder $l = 3$ und $s = 2^1/_4$ Fuß, so erhält man $sin.\alpha = {}^9/_{48} = {}^3/_{16} = 0{,}1875$, d. i. $\alpha = 10^0, 48'$, den Neigungswinkel, bei welchem das Herabsteigen am leichtesten wird. Ist der Steigwinkel $\alpha = \frac{\beta}{2}$, so hat man die Kraft zum Aufsteigen:

$$P = \frac{(G+Q)\,s}{4\,l},$$

und ist $\alpha > \frac{\beta}{2}$, d. i. $> \frac{s}{2\,l}$, in Zahlen $\alpha > {}^9/_{24} = {}^3/_8 > 0{,}375$, also $\alpha^0 > 22$ Grad, so hat man einfach:

$$P = (G + Q)\;sin.\;\alpha.$$

§. 82. Wenn man nach **Gerstner** der Arbeitszeit z denselben Einfluß auf das tägliche Arbeitsquantum beimißt, wie der Geschwindigkeit, so hat Arbeit an Maschinen.

Arbeit an Maschinen.

man für die Kraft zu setzen: $P = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) K$, und erhält hiernach die tägliche Leistung $L = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) K v z$.

Jedenfalls ist die Leistung am größten, und zwar $= K c t$, wenn das Thier nicht allein mit der mittleren Geschwindigkeit und Kraft arbeitet, sondern auch die mittlere Arbeitszeit innehält. Uebrigens ist nicht außer Acht zu lassen, daß diese Formel bloß für solche Werthe von v, z und P hinreichende Genauigkeit gewährt, welche nicht sehr von den mittleren Werthen c, t und K abweichen.

Herr Maschek empfiehlt statt der obigen Kraftformel von Gerstner den einfacheren Ausdruck $P = \left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right) K$, der allerdings zum Rechnen sehr bequem ist. S. Neue Theorie der menschlichen und thierischen Kräfte u. s. w. von F. J. Maschek, Prag u. s. w.

In der Regel wird man die Thiere während der mittleren Arbeitszeit von 8 bis 10 Stunden arbeiten lassen, und daher auf den Factor $\left(2 - \frac{z}{t}\right)$ nicht weiter Rücksicht zu nehmen haben, also die tägliche Leistung $L = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K v z$ setzen können. Arbeitet nun aber ein Thier an einer Maschine, so wird sich seine Kraft P in eine Nutzlast P_1 und eine Nebenlast P_2 zerlegen, also $P = P_1 + P_2$ zu setzen sein, wofern wir beide auf den Kraftpunkt reducirt uns denken. Auch wird in der Regel, wie wir in der Folge wiederholt sehen können, die Nebenlast P_2 aus einem constanten und schon bei der unbelasteten Maschine vorkommenden Theile R und aus einem von der Nutzlast abhängigen und dieser genau oder wenigstens annähernd proportionalen Theile δP_1, wo δ einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet, bestehen, es wird also $P_2 = R + \delta . P_1$ und sonach $P = (1 + \delta) P_1 + R$, also auch

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (1 + \delta)\, P_1 + R \text{ zu setzen sein.}$$

Die Totalleistung pr. Sec. ist nun

$$Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) Kv = (1 + \delta)\, P_1 v + Rv,$$

und daher die Nutzleistung

$$P_1 v = \frac{(2K - R)\, v - \frac{K v^2}{c}}{1 + \delta} = \left[\left(2 - \frac{R}{K}\right) c - v\right] v \,.\, \frac{K}{(1 + \delta)\, c}.$$

Damit diese Leistung so groß wie möglich ausfalle, muß (siehe §. 80) $v = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{R}{K}\right) c = \left(1 - \frac{R}{2K}\right) c$, also die Geschwin-

digkeit kleiner als die mitlere, und zwar um so kleiner sein, je größer der constante Theil der Nebenlast ist. Die entsprechende Kraft ist hiernach Arbeit an Maschinen.

$P = \left(1 + \frac{R}{2K}\right)K = K + \frac{R}{2}$, also größer als die mittlere Kraft,

die Nutzlast hingegen folgt $P_1 = \frac{K - \frac{R}{2}}{1+\delta}$, die Totalleistung stellt sich

$Pv = \left[1 - \left(\frac{R}{2K}\right)^2\right] Kc$, die Nutzleistung aber

$P_1 v = \left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2 \frac{Kc}{1+\delta}$, und endlich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2}{1 + \delta} \text{ heraus.}$$

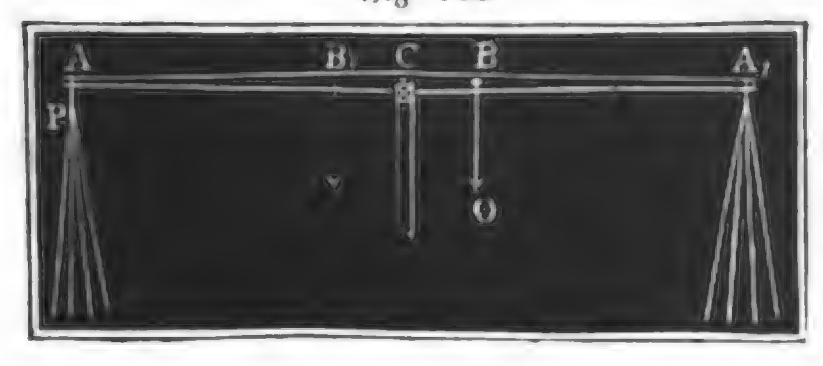
Beispiel. Wenn bei einer durch zwei Pferde in Umdrehung zu setzenden Maschine die auf den Kraftpunkt reducirte constante oder der unbelasteten Maschine entsprechende Nebenlast 60 Pfd. beträgt, so hat man die zu fordernde Geschwindigkeit der Pferde, da $K = 2 . 120 = 240$ Pfund, und $c = 4$ Fuß zu setzen ist. $v = \left(1 - \frac{60}{480}\right) c = \frac{7}{8} . 4 = 3,5$ Fuß, ferner die Kraft der Pferde $P = 240 + \frac{60}{2} = 270$ Pfund, also die eines Pferdes $\frac{1}{2} P = 135$ Pfund. Ist nun noch der veränderliche Theil der Nebenlast 15 Procent der Nutzlast, so hat man $\delta = 0,15$ und daher die aufzulegende Nutzlast $P_1 = \frac{240-30}{1,15} = 182,5$ Pfund, endlich aber den Wirkungsgrad $\eta = (\frac{7}{8})^2 : 1,15 = 0,67$.

Fig. 161.



§. 83. Die animalischen Motoren arbeiten entweder an Hebeln oder an Radwellen. Die letzteren sind aber entweder liegend, oder stehend oder geneigt. Zunächst ist von dem Hebel als Maschine zur Aufnahme der Menschenkraft die Rede. Die allgemeine Theorie dieser Maschine ist aus I. §. 126, 127 und 170 bekannt. Der Hebel ist entweder ein einfacher, wie ACB, Fig. 161, oder ein doppelter, wie $ACBA_1$, Fig 162; jener hat nur einen Kraftarm Hebel.

Fig. 162.



Hebel. CA, dieser aber hat deren zwei, nämlich CA und CA_1. Man erzeugt durch den Hebel eine schwingende Bewegung im Kreise, und wendet ihn deshalb vorzüglich in den Fällen an, wo eine auf- und nieder- oder hin- und hergehende Bewegung erzeugt werden soll, wie z. B. bei Pumpen, zumal bei Feuerspritzen. Zur Aufnahme der Menschenkräfte dienen die Handhaben oder Spillen, deren Anzahl und Länge sich nach der Anzahl der Arbeiter richtet, welche den Hebel in Bewegung setzen. Da die Kraftausübung bei der Bewegung von oben nach unten eine leichtere ist als bei der Bewegung von unten nach oben, so läßt man den Arbeiter meist nur beim Niedergange wirken, und bringt zu diesem Zwecke Gegengewichte an, welche dem Aufgange zu Hülfe kommen, oder bedient sich eines doppelten Hebels, an welchem dann die Arbeiter abwechselnd niederzudrücken haben. In dem Falle, wenn die Arbeiter nur beim Niedergange wirken, werden oft die Handhaben durch Seile ersetzt, die vom Hebel niederhängen und von den Menschen ergriffen werden. Zuweilen werden Hebel auch mit den Füßen durch Treten in Bewegung gesetzt.

Um eine nicht zu große Richtungsänderung während eines Spieles zu erhalten, läßt man den Hebel in einem nicht sehr großen, wenigstens nicht 60 Grad überschreitenden Bogen schwingen; und um die Ausübung der Kraft nicht zu erschweren, läßt man den Handhaben oder Angriffspunkten der Kräfte nur die der menschlichen Armlänge entsprechenden Wege von $2\frac{1}{2}$ bis $3\frac{1}{2}$ Fuß zurücklegen. Aus dem letzteren Grunde ist es auch angemessen, die Handhaben bei ihrem mittleren Stande um die der menschlichen Länge entsprechende Höhe von 3 bis $3\frac{1}{2}$ Fuß vom Fußboden abstehen zu lassen. Nach gemachten Erfahrungen arbeitet ein Mensch an einem Hebel täglich 8 Stunden lang mit der Kraft $K = 10{,}7$ Pfund, und Geschwindigkeit $c = 3{,}5$ Fuß, es ist daher seine Leistung an dieser Maschine pr. Sec.: $L = 10{,}7 \,.\, 3{,}5 = 37{,}45$ Fußpfund; und demnach täglich $Kct = 37{,}45 . 8 . 3600 = 1'078560$ Fußpfund.

Es ist nöthig, bei der Anordnung eines Hebels dafür zu sorgen, daß die Arbeiter mit der angegebenen mittleren Kraft und Geschwindigkeit arbeiten, oder vielmehr, daß die effective Kraft nur um die halbe constante Nebenlast größer ausfällt als die mittlere Kraft.

An dem Hebel selbst stellt sich nur ein Hinderniß, nämlich dessen Axenreibung heraus. Ist D der aus dem Gewichte des Hebels und aus der Kraft und Last desselben entspringende Zapfendruck, r der Zapfenhalbmesser und φ der Reibungscoefficient, endlich a der Hebelarm CA der Kraft, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Zapfenreibung: $F = \frac{\varphi r}{a} D$; da nun aber φ und in der Regel auch $\frac{r}{a}$ ein kleiner Bruch ist, so fällt mei-

stens F klein genug aus, um es in Ansehung der übrigen Last vernachlässigen zu können. Hebel.

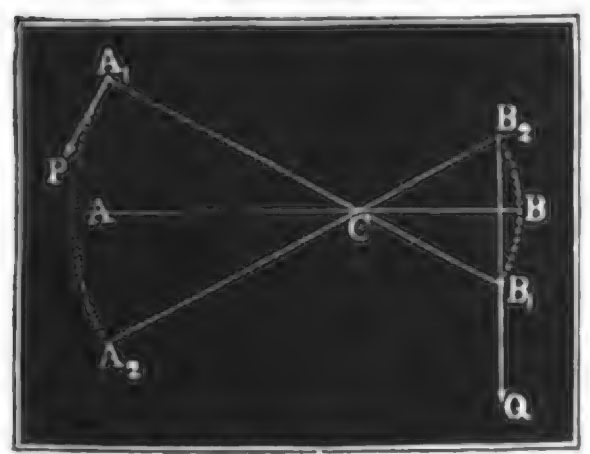
Denken wir uns am Lastpunkte B eine Nutzlast Q und eine Nebenlast $\delta Q + W$ wirksam, und bezeichnen wir den Hebelarm CB dieser Lasten durch b, so haben wir das Kraftmoment zu setzen: $Pa = [(1+\delta)Q + W]b$, und daher die Kraft selbst:

$$P = \frac{b}{a} [(1 + \delta) Q + W].$$

Damit nun die Menschenkraft mit möglichstem Vortheile wirke, ist auch $P = K + \frac{b}{a} \cdot \frac{W}{2}$ und daher $\frac{a}{b} K = (1 + \delta) Q + \frac{W}{2}$, also das Hebelarmverhältniß $\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta) Q + \frac{1}{2} W}{K}$ in Anwendung zu bringen.

Anmerkung. Die Hebelarme sind in der Regel während eines Spieles etwas veränderlich, weswegen es wohl nöthig ist, mittlere Werthe für dieselben zu finden und in die Rechnungen einzuführen. Steht der Hebelarm CB, Fig. 163, bei halbem Hube horizontal, und ist der Schwingungswinkel $B_1CB_2 = \beta^0$, so hat man die Hubhöhe der Last, $s = \overline{B_1B_2} = 2b \sin. \frac{\beta}{2}$, daher die Arbeit für einen Anhub $= 2\ b \sin. \frac{\beta}{2} . Q$; wäre aber die Last während des Anhubes unveränderlich am Hebelarme $CB = b$ wirksam, so würde der Weg für jeden Hub = Bogen $B_1BB_2 = \beta b$ sein; und daher die Last $= \frac{2b \sin. \frac{\beta}{2}}{\beta b} Q$ $= \frac{2 \sin. \frac{1}{2}\beta}{\beta} . Q$, also ihr statisches Moment $= \frac{2 \sin \frac{1}{2}\beta}{\beta} Qb$ zu setzen sein.

Fig. 163.



Umgekehrt können wir nun auch annehmen, daß die Last Q während eines Spieles am mittleren Hebelarme $\frac{2b \sin. \frac{1}{2}\beta}{\beta}$ wirksam sei. Für $\beta^0 = 60^0$ stellt sich dieser Hebelarm $= \frac{b}{arc. 60^0} = \frac{b}{1{,}0472} = 0{,}955 . b$ heraus, also noch nicht um 5 Procent kleiner als b, und bei kleineren Schwingungswinkeln ist die Abweichung noch bedeutend kleiner.

Beispiel. Welches Armverhältniß ist bei einem Hebel auszuwählen, damit derselbe bei einer Nutzlast $Q = 160$ Pfund und einer Nebenlast $Q_1 = 0{,}15\ Q + 55 = 0{,}15 . 160 + 55 = 79$ Pfund durch vier Arbeiter möglichst vortheilhaft in Wirksamkeit gesetzt werde? Es ist $K = 4 . 10{,}7 = 42{,}8$ Pfund, daher $\frac{a}{b} = \frac{1{,}15 . 160 + \frac{1}{2} . 55}{42{,}8} = \frac{2115}{428} = 4{,}9$. Soll nun die Last bei jedem Anhube 1 Fuß Weg durchlaufen, so müßte hiernach die Kraft gleichzeitig

Hebel. 4,9 Fuß Weg zurücklegen, und nimmt man nun den Schwingungswinkel $\beta = 50^\circ$, so erhält man die nöthige Armlänge $b = \frac{s}{2 \sin. \frac{\beta}{2}} = \frac{0,5}{\sin. 25^\circ} = 1,183$ Fuß und die Armlänge $a = 4,9 \,.\, b = 4,9 \,.\, 1,183 = 5,80$ Fuß. Der nöthige Kraftaufwand ist nun $P = \frac{160 + 79}{4,9} = 48,78$ Pfund, folglich die Kraft eines Arbeiters $= 12,195$ Pfund, und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{55}{2 \,.\, 4,9 \,.\, 42,8}\right)^2}{1,15} = \frac{(1 - 0,1311)^2}{1,15} = 0,657.$$

Wenn also auch die vier Menschen eine tägliche Arbeit von 4 . 1'075860 = 4'303440 Fußpfund verrichten können, so werden sie an dieser Maschine doch nur 0,657 . 4'303440, also circa = 2'800000 Fußpfund nützliche Arbeit leisten.

Haspel. §. 84. Das vorzüglichste Mittel zur Aufnahme der Menschenkraft ist die **liegende Radwelle**, welche in diesem Falle den Namen **Haspel** (franz. treuil, tour; engl. windlass) erhält. Diese Maschine besteht im Allgemeinen aus einer horizontalen Welle, an deren Umfang die Last wirkt, und in einem Systeme von Handhaben oder Spillen zur Aufnahme der Kraft. Man unterscheidet vorzüglich drei Arten von Haspeln, nämlich den **Kurbel-** oder **Hornhaspel**, den **Kreuz-** und den **Spillenhaspel** von einander. Bei dem Hornhaspel wirkt die Kraft an der **Kurbel** (franz. manivelle; engl. winch), einem knieförmig gebogenen Ansatze CAD, Fig. 164, des Zapfens der Welle. Der **Kreuzhaspel**, Fig. 165, hat statt der Kurbel durch die Welle gesteckte, als Hebel dienende Arme, CA, CA_1 ... und

Fig. 164.

Fig. 165.

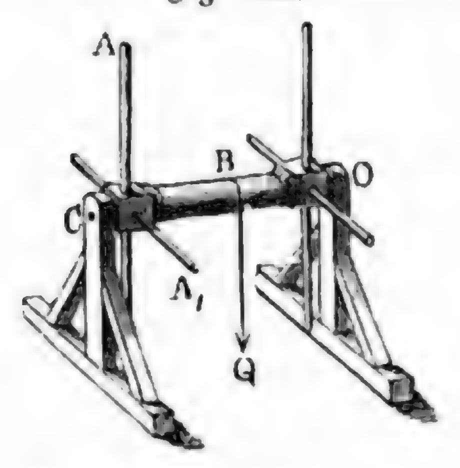
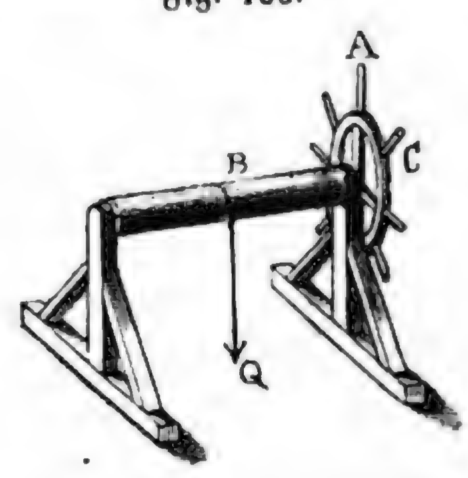


Fig. 166.



der **Spillenhaspel**, Fig. 166, ist eine vollständige Radwelle mit radialen oder axiellen Handhaben oder Spillen (franz. chevilles; engl. pins). Bei dem Hornhaspel verändert der Arbeiter seinen Angriffspunkt

während einer Umdrehung nicht, bei den Kreuz- und Spillenhaspeln hin- Haspel.
gegen geht hierbei die Hand des Arbeiters von einem Arme oder von einer Spille zur anderen über. Die letzteren beiden Haspelarten werden angewendet, wenn es darauf ankommt, auf kürzere Zeit und bei längeren Unterbrechungen große Lasten zu überwinden, z. B. Baumaterialien und Maschinentheile beim Aufstellen derselben zu heben u. s. w. Zur gewöhnlichen stetigen Arbeitsverrichtung dienen die Hornhaspel.

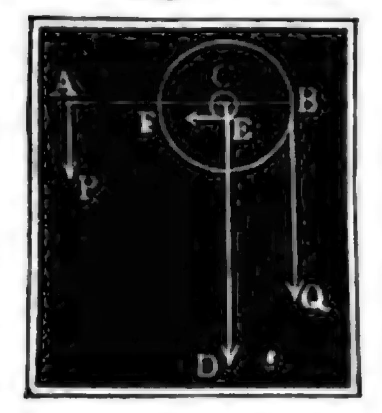
Damit der Arbeiter am Hornhaspel seine Arbeit mit möglichstem Nutzen verrichten könne, ist es nöthig, daß die Armlänge oder Kurbel, der menschlichen Armlänge entsprechend, 16 bis 18 Zoll betrage, und daß die Axe der Kurbel der mittleren Menschenlänge entsprechend, 38 bis 39 Zoll über dem Fußboden stehe. Uebrigens hat man nach der Zahl der Arbeiter, welche sich an einem Haspel anstellen lassen, ein-, zwei- und mehrmännische Kurbeln (Haspeln). Da der Mensch mit weniger Anstrengung drückend und schiebend arbeiten kann als ziehend und hebend, so wird ihm die Umdrehung der Kurbel an allen Stellen ihrer Spille im Kreise nicht gleich schwer, und es ist deshalb zweckmäßig, bei einem zwei- oder mehrmännischen Haspel die Spillen auf dem Kreise gleichmäßig zu vertheilen, also z. B. beim zweimännischen Haspel die beiden Kurbelhörner einander gegenüber zu stellen. Man hat die tägliche Leistung eines Menschen an der Kurbel nicht größer als 1'175040 Fußpfund gefunden, und zwar bei der mittleren Kraft $K = 17$ Pfund, mittleren Geschwindigkeit $c = 2,4$ Fuß und Arbeitszeit $t = 8$ Stunden. Die Berechnung des Haspels ist übrigens von der Berechnung einer Radwelle überhaupt nicht verschieden. Wirkt die Last Q, Fig. 167, am Hebelarme $CB = b$, die Kraft P aber am Hebelarme $CA = a$, so hat man $Pa = Qb$, daher die einer gegebenen Last entsprechende Kraft $P = \frac{b}{a} Q$; ist noch D der Zapfendruck und r der Zapfenhalbmesser CE, so hat man vollständiger $Pa = Qb + \varphi D r$, und daher $P = \frac{b}{a} Q + \frac{r}{a} . \varphi D$. Besteht die Last Q sammt Reibung $\frac{r}{b} \varphi D$ aus der Nutzlast Q_1, der constanten Nebenlast W und der veränderlichen Nebenlast δQ, ist also

$$Q = (1 + \delta) Q_1 + W, \text{ so gilt die Regel}$$

$$P = \frac{b}{a} [(1 + \delta) Q_1 + W] = K + \frac{b}{a} . \frac{W}{2},$$

also ist das Verhältniß $\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta) Q_1 + \frac{1}{2} W}{K}$ zu machen.

Fig. 167.



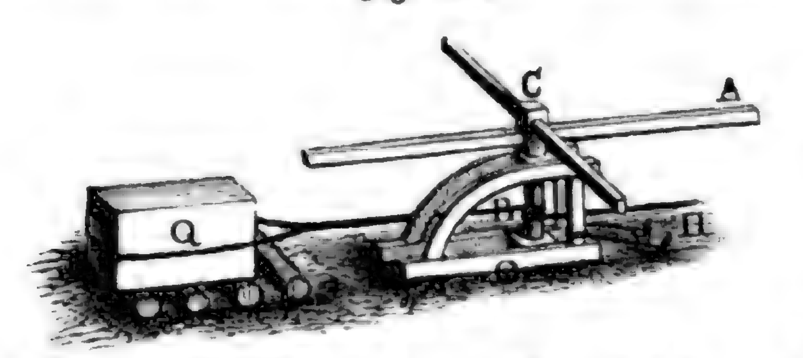
Haspel. Da aber die Kurbel eine vorgeschriebene Höhe von 16 bis 18 Zoll hat, so ist hiernach der Hebelarm b der Last zu bestimmen, nämlich $b = \frac{Ka}{(1+\delta)Q_1 + \frac{1}{2}W}$ zu machen, damit die Arbeiter mit möglichstem Vortheile wirken.

Beispiel. An einem zweimännischen Haspel wirkt eine Last Q von 200 Pfd., wovon aber nur 150 Pfund Nutzlast, 30 Pfund dagegen constante und 20 Pfund veränderliche Nebenlast sind; der Hebelarm der Last beträgt 4 Zoll, der der Kraft 18 Zoll, der Zapfenhalbmesser $\frac{1}{2}$ Zoll, der Reibungscoefficient aber $\varphi = 0{,}1$, und das Gewicht der Maschine $= 80$ Pfund; man sucht die Leistung dieser Maschine. Die ganze Kraft ist, wenn man den Zapfendruck zu $200 + 80 = 280$ Pfd. annimmt, $P = \frac{4}{18} \cdot 200 + 0{,}1 \cdot \frac{1}{2 \cdot 18} \cdot 280 = 44{,}44 + 0{,}5 = 44{,}94$ Pfund, daher die eines Arbeiters $= 22{,}47$ Pfund, und nach der Gerstner'schen Formel die Geschwindigkeit der Kraft oder Haspelspille:
$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c = \left(2 - \frac{22{,}47}{17}\right) \cdot 2{,}4 = 1{,}628$ Fuß, also die der Last $w = \frac{a}{b} v = \frac{2}{9} \cdot 1{,}628 = 0{,}362$ Fuß, und die Nutzleistung pr. Sec. $Q_1 w = 0{,}362 \cdot 150 = 54{,}3$ Fußpfund, und täglich $= 1563840$ Fußpfund; endlich ist der Wirkungsgrad, da beide Arbeiter die Arbeit $2 \cdot 1175040 = 2350080$ Fußpfund verrichten können, $\eta = \frac{1563840}{2350080} = 0{,}665$.

Anmerkung. Trethaspel, Zug- und Stoßhaspel, Schwunghaspel sind außer Gebrauch gekommene Vorrichtungen, über die man sich in den älteren Werken von Langsdorf, Gerstner u. s. w. unterrichten kann.

Stehende Welle. §. 85. Die stehende Welle oder Winde (franz. cabestan; engl. capstan) wird entweder von Menschen oder von Thieren in Umdrehung gesetzt. Man unterscheidet Erdwinden, Schiffswinden, und Göpel. Die Erdwinde, Fig. 168, ist transportabel und dient gewöhnlich zum Fortschaffen großer Lasten auf dem Erdboden. Sie besteht aus einer runden Welle CO und aus vier, durch ihren vierseitigen Kopf C gesteckten Armen wie CA u. s. w. Ihr Gestell wird mittels Stricken an eingeschlagene Pfähle H befestigt. Die Schiffswinde ist von der Erdwinde nicht wesentlich verschieden. Der Göpel (franz. baritel) ist eine größere stehende Welle, welche vorzüglich zum Heben von Lasten, namentlich zum Fördern aus Gruben, verwendet wird. Er wird durch Menschen oder durch Pferde in Bewegung gesetzt, und heißt im ersten Falle ein Handgöpel, im zweiten aber ein Pferdegöpel (franz. ma-

Fig. 168.



nége, baritel à chevaux; engl. horse capstan, whim-gin). Die arbeitenden Geschöpfe setzen denselben in Umdrehung, indem sie selbst auf der sogenannten Rennbahn im Kreise umhergehen, und die Arme der Welle (Schwengel) entweder vor sich hinschieben oder mit sich fortziehen. Figur 169 stellt einen Pferdegöpel neuerer Construction vor. BO ist die Welle, welche bei O auf einem Stifte steht, ACA_1 aber ist der Doppelschwengel, durch dessen Enden die bolzenförmigen Köpfe von Gabeln G, G_1 gesteckt werden. Letztere greifen über die Rücken der Pferde weg und werden an die Kummte derselben angeschlossen. Die Last Q wirkt an einer Trommel oder an einem gezahnten Rade B mittel- oder unmittelbar, was wir jetzt unbestimmt lassen müssen. Es ist eine praktische Regel, die Schwengellänge CA oder den Halbmesser der Rennbahn möglichst groß zu machen, damit die Zahl der Umdrehungen der Welle bei Zurücklegung eines gewissen Weges möglichst klein ausfalle, und sich die Bewegung des Geschöpfes so viel wie möglich einer geradligen nähere. Bei Handgöpeln macht man diesen Halbmesser 8 bis 12 Fuß, bei Pferdegöpeln aber 20 bis 30 Fuß. Auch ist dafür Sorge zu tragen, daß die Kraft möglich horizontal auf den Schwengel übertragen werde, und daher der Schwengel in einer gewissen Höhe über der Rennbahn anzubringen. Bei der in Fig. 169 abgebildeten Einrichtung mit Gabeln wirkt die Kraft der Pferde ziemlich winkelrecht gegen den Schwengel; werden aber die Pferde an eine Deichsel gespannt (siehe Theil III., Artikel »Förderungsmaschinen«), so ziehen die Pferde etwas schief, indem die Deichsel selbst eine Sehne der Rennbahn bildet. Aus der radial gemessenen Schwengellänge $CA = a$, Fig. 170, und aus der Deichsellänge $AD = d$, ergiebt sich der Hebelarm der zu beiden Seiten der Deichsel angespannten Pferde: $CN = a_1 = \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}}$,

Ziehen der Welle.

Fig. 169.

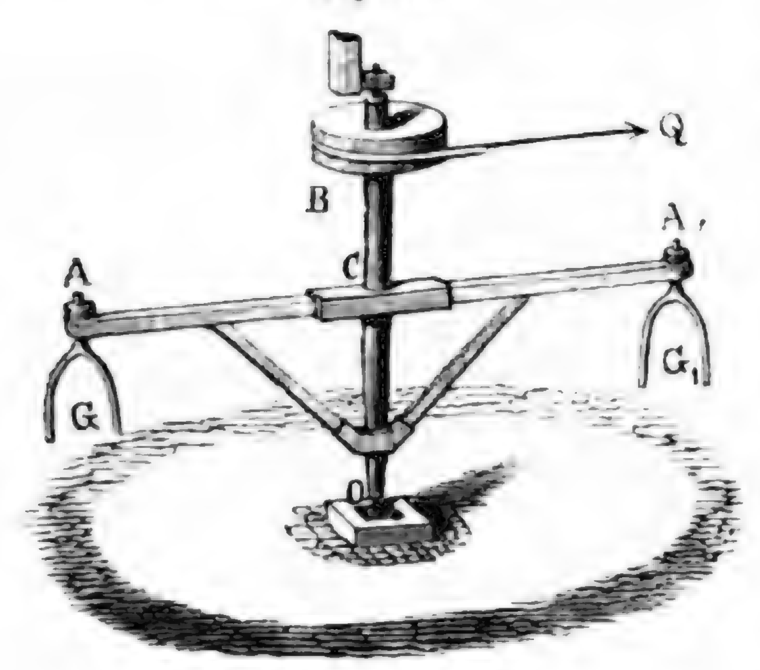
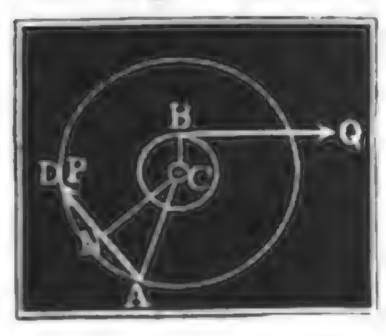


Fig. 170.



Stehende Welle

oder annähernd $a_1 = a - \frac{d^2}{8a}$.

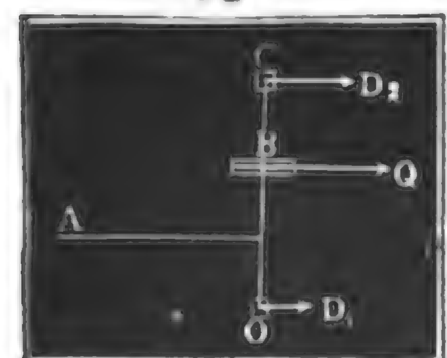
Erfahrungsmäßig kann man annehmen, daß ein Arbeiter bei täglich 8 Stunden Arbeitszeit am Göpel mit $25\frac{1}{2}$ Pfund Kraft und 1,9 Fuß Geschwindigkeit arbeite, also ein tägliches Arbeitsquantum von

25,5 . 1,9 . 28800 = 48,45 . 28800 = 1'395360 Fußpfund

verrichte; daß dagegen ein Pferd an eben dieser Maschine bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit und bei einer Geschwindigkeit von 2,9 Fuß (im Schritt) eine Kraft von 95 Pfund ausübe, also täglich 95 . 2,9 . 28800 = 275,5 . 28800 = 7'934400 Fußpfund Arbeit verrichten könne.

Die Kraft am Göpel ist, wie bei jeder Radwelle, wenn die Last Q am Hebelarme $CB = b$ wirkt, $P = \frac{b}{a} Q$. Nun entsteht aber noch eine Reibung unten am Stifte und eine Reibung am Umfange des Stiftes und Zapfens, daher fällt mit Berücksichtigung beider die Kraft noch etwas größer aus. Ist G das Gewicht der armirten Göpelwelle und r_1 der Halbmesser ihres Stiftes, so hat man das statische Moment der Reibung am Stifte (I. §. 171) $= \frac{2}{3} \varphi G r_1$. In der Regel liegt der Angriffspunkt B der Last (Fig. 171) nicht mitten zwischen dem Zapfen C und dem Stifte O, sondern er ist dem einen oder dem anderen näher; daher haben denn auch beide ungleiche Theile von der Last Q aufzunehmen und es sind deshalb auch dieselben nicht von gleicher Stärke zu machen.

Fig. 171.



Steht der Lastpunkt vom unteren Zapfen um $BO = l_1$ und vom oberen um $BC = l_2$ ab und bezeichnet man die ganze Länge $CO = l_1 + l_2$ der stehenden Welle durch l, so hat man den Druck am unteren Zapfen: $D_1 = \frac{l_2}{l} Q$, und den Druck am oberen $D_2 = \frac{l_1}{l} Q$, wie leicht zu finden ist, wenn man einmal C und ein anderes Mal O als Stützpunkt eines Hebels CBO ansieht. Deshalb ist denn auch die Summe der statischen Momente der Seitenreibungen am Zapfen und am Stifte $= \varphi D_1 r_1 + \varphi D_2 r_2 = \frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l} \cdot \varphi Q$, u. die Kraftgleichung des Göpels:

$$Pa = Qb + \frac{2}{3}\varphi G r_1 + \varphi Q \cdot \frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l}.$$

Anmerkung 1. Von der Anwendung der Göpel zum Fördern ist im dritten Theile die Rede.

Anmerkung 2. Französische Schriftsteller führen an, daß ein Pferd im Trabe am Göpel täglich $4\frac{1}{2}$ Stunden mit 30 Kilogrammen = 64 Pfund Kraft und 2 Meter = 6,4 Fuß Geschwindigkeit arbeiten kann, und so täglich 6'635520 Fußpfund Arbeit verrichtet. Wenden wir die Gerstner'sche Formel an, setzen wir

Stehende Welle.

$K = 120$ Pfund, $c = 4$ Fuß, $v = 6{,}4$ Fuß, $t = 8$ Stunden und $z = 4\frac{1}{2}$ Stunden, so erhalten wir die Kraft $P = \left(2 - \frac{6{,}4}{4}\right)\left(2 - \frac{4{,}5}{8}\right) . 120 = 0{,}4 . 1{,}4375 . 120$ $= 66$ Pfund, und daher die tägliche Leistung $= 66 . 6{,}4 . 4{,}5 . 3600 = 7'153920$ Fußpfund, also in ziemlicher Uebereinstimmung mit dieser Angabe. Nehmen wir aber die oben angegebene Geschwindigkeit 2,9 Fuß im Schritte an, so erhalten wir nach **Gerstner** die Kraft viel größer, nämlich $\left(2 - \frac{2{,}9}{4}\right) . 120 = 1{,}275 . 120$ $= 153$ Pfund, und daher die tägliche Leistung $443{,}7 . 28800 = 12'778560$ Fußpfund.

Anmerkung 3. Die Kräfte der Pferde, wenn diese an gegenüberstehenden Schwengeln wirken, vergrößern den Zapfendruck um nichts, sind aber die Pferde nur an einem Schwengel angespannt, so trägt ihre Kraft etwas zur Vergrößerung des Zapfendruckes bei, es ist nämlich, einer Abhandlung des Verfassers in den polytechnischen Mittheilungen Band I. zufolge, statt der Last Q,

$Q\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{P}{Q}\right)^2\right] = Q\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right]$ einzusetzen, und daher

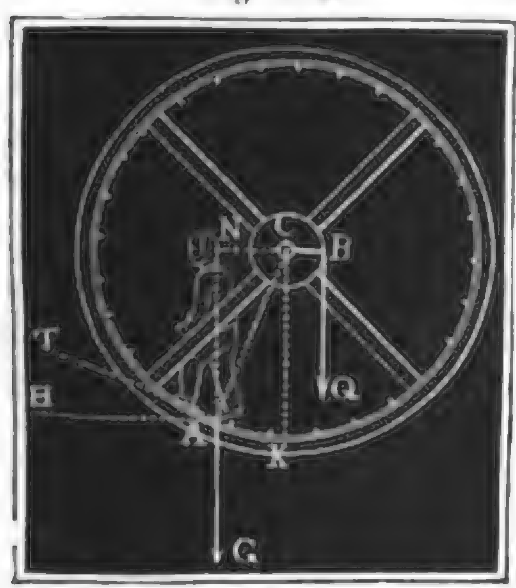
$D_1 = \frac{l_2}{l}\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q$, und $D_2 = \frac{l_1}{l}\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q$ anzunehmen, so daß das Moment der Seitenwirkung sich

$$F = \varphi \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)\right]\left(\frac{r_1 l_2 + r\, l_1}{l}\right) Q \text{ herausstellt.}$$

Tret- und Laufrad.

§. 86. Zuweilen werden Maschinen durch die Gewichte von Menschen oder Thieren in Bewegung gesetzt, indem diese an dem Umfange eines Rades emporzusteigen suchen. Solche Maschinen heißen im Allgemeinen **Treträder** (franz. treuils à tambour; engl. tread-mills); doch hat man dieselben von sehr verschiedenen Constructionen. Das **Laufrad** (franz. treuil de tambour) besteht sowie das **Tretrad** (franz. treuil à échelons) aus zwei Radkränzen, welche durch Arme mit der Welle und unter einander durch einen Boden verbunden sind; nur steht bei dem ersten der Arbeiter im Innern des Rades, und bei dem zweiten auf dem äußeren Umfange desselben. Um dem Arbeiter einen sicheren Stand zu verschaffen und die Kraft desselben auf das Rad überzutragen, ist der Boden des Laufrades (Fig. 172) in je $1\frac{1}{2}$ Fuß Entfernung mit Latten beschlagen, der Raum zwischen den Kränzen des Tretrades (Fig. 173 auf folgd. Seite) aber mit, Stufen oder Staffeln bildenden Schaufeln ausgerüstet. Das **Sprossenrad** (franz. treuil à chevilles), Figur 174 auf folgd. Seite, besteht nur aus einem Kranze und hat, statt der Schaufeln, durch den Kranz gesteckte Bolzen, an denen sich der Arbeiter anhält

Fig. 172.



Tret- und Laufrad.

wie an den Sprossen einer Leiter. Bei dem letzten Rade steht der Arbeiter ziemlich in der halben Radhöhe, und es wirkt daher derselbe mit seinem

Fig. 173.

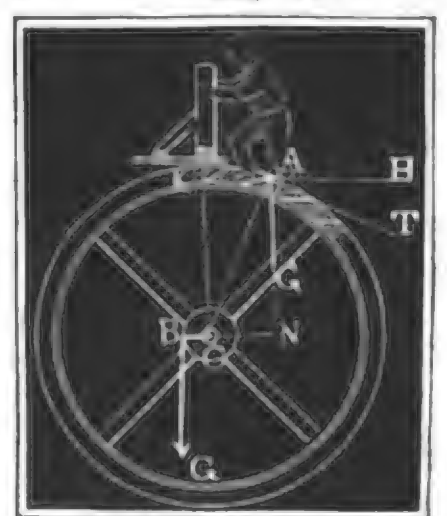
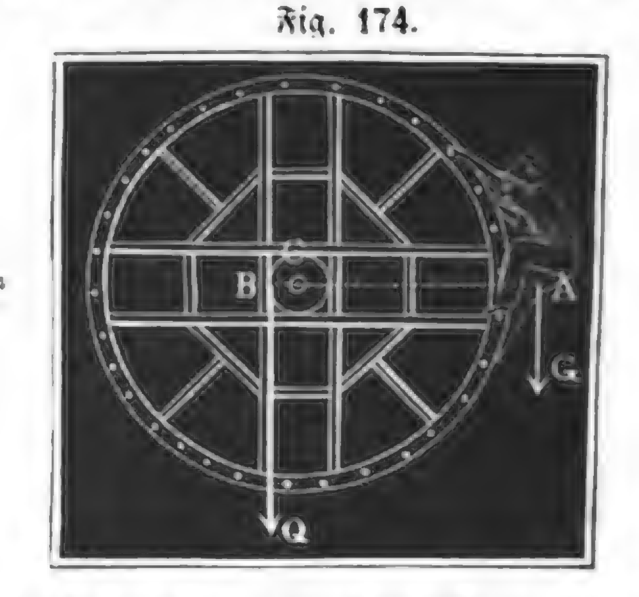


Fig. 174.



ganzen Gewichte G an einem den Radhalbmesser noch übertreffenden Hebelarme $CA = a$; bei dem Tret- und Laufrade hingegen steht derselbe um einen spitzen Winkel $ACK = \alpha$ vom Radobersten oder Raduntersten ab, und es ist deshalb der Hebelarm seines Gewichtes G kleiner als der Radhalbmesser $CA = a$, nämlich $CN = a_1 = CA\ sin.\ CAN = a\ sin.\ \alpha$. Dafür ist aber auch die Anstrengung des Arbeiters am Sprossenrade größer als die am Tret- oder Laufrade; sie entspricht dort der Kraft zum Hinaufsteigen auf einer vertikalen Leiter, hier aber der Kraft zum Aufsteigen auf einer durch die Tangente AT gegebenen schiefen Ebene mit dem Steigwinkel $TAH = CAN = \alpha$. Es ist also die Anstrengung P dort $= G$, hier aber $= G\ sin.\ \alpha$. Wirkt die Last Q am Hebelarme $CB = b$, so hat man für das Sprossenrad $Ga = Qb$, für das Tret- und Laufrad aber $G\ a\ sin.\ \alpha = Qb$; oder, indem man die Kraft oder Anstrengung einführt, für beide Maschinen, sowie für den Haspel und Göpel, $Pa = Qb$. Es gewährt also eine Tretmaschine in mathematischer Beziehung keinen Vorzug vor den Haspeln und Winden; es verrichtet aber der Mensch an derselben mehr tägliche Leistung als an anderen Maschinen und insofern ist die Anwendung einer dieser Maschinen immer von Vortheil. Die Anwendung von Thieren bei diesen Maschinen ist nicht von Vortheil, nicht allein weil die vierfüßigen Thiere, und zumal die Pferde, beim Steigen weniger zu leisten vermögen, sondern auch deshalb, weil sich die Thiere hier weniger leicht anstellen lassen und leicht Gefahr laufen, sich zu beschädigen oder zu verunglücken.

Man rechnet, Erfahrungen zufolge, daß ein Mensch bei 8 Stunden Arbeitszeit mit 128 Pfund Kraft- und mit 0,48 Fuß Geschwindigkeit am Tretrade arbeite, wenn er in der Nähe des Radmittels wirkt, daß er aber mit $25^2/_3$ Pfund Kraft und $2^1/_4$ Fuß Geschwindigkeit arbeite, wenn

sein Standpunkt 24^0 vom Radtiefsten oder Radhöchsten absteht. Es leistet demnach ein Arbeiter täglich auf die erste Weise: $128 \cdot 0{,}48 \cdot 28800 = 1'769000$ Fßpfd., und auf die zweite: $25^2/_3 \cdot 2^1/_4 \cdot 288 = 1'663000$ Fußpfund. Pferde und andere vierfüßige Thiere arbeiten hier mindestens nicht mehr als an der stehenden Welle. Tret- und Laufrad.

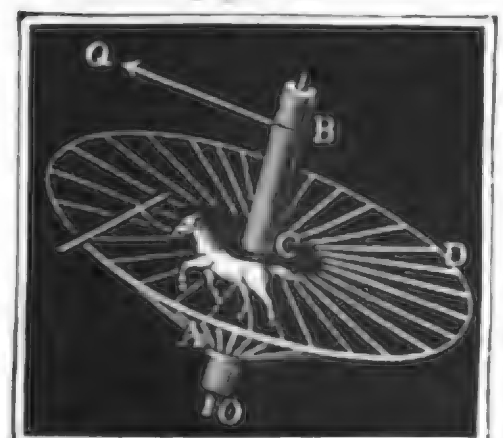
Ein Theil des Vortheiles, welchen die Tret- und Laufräder vor dem Haspel oder der Winde haben, geht wieder durch die Zapfenreibung verloren, die bei diesen Rädern größer ist, da sie viel schwerer ausfallen als Haspel und Winden. Ist nG das Gewicht der Arbeiter, G_1 das Gewicht der Maschine, und wirkt die angehängte Last Q vertikal abwärts, so hat man den Zapfendruck $D = nG + G_1 + Q$, und bezeichnet nun noch r den Zapfenhalbmesser, so hat man das statische Reibungsmoment

$$= \varphi\,(nG + G_1 + Q)\,r.$$

sowie die Kraftformel: $nG\,a\,sin.\,\alpha = Qb + \varphi\,(nG + G_1 + Q)\,r$. Ist die Last gegeben, so kann man hiernach den Steigwinkel α finden, nämlich $sin.\,\alpha = \dfrac{Qb + \varphi(nG + G_1 + Q)\,r}{n\,G\,a}$, oder die nöthige Zahl der Arbeiter: $n = \dfrac{Qb + \varphi(G_1 + Q)\,r}{G\,(a\,sin.\alpha - \varphi r)}$. Am vortheilhaftesten wirken die Menschen, wenn ihre Kraft $nP = nG\;sin.\,\alpha = nK + \dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{W}{2}$ also $sin.\,\alpha = \left(K + \dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{W}{2\,n}\right) : G$ ist.

§. 87. In Oekonomien, Brauereien u. s. w. findet man zuweilen die in Fig. 175 abgebildete Tretscheibe angewendet. Man läßt auf derselben die Pferde oder Ochsen nur auf kurze Zeit wirken. Sie hat den Vorzug vor anderen Maschinen, daß man das arbeitende Thier ohne Aufsicht lassen kann. Die Wirkung der Thiere ist übrigens genau dieselbe wie bei dem Tret- und Laufrade, wenn man das Thier in der Nähe des horizontalen Halbmessers arbeiten läßt. Diese Maschine besteht aus einer Welle BO, deren Axe 20 bis 25^0 von der Richtung der Schwere abweicht, und aus einer mit radiallaufenden Latten beschlagenen Scheibe ACD von 20 bis 25 Fuß Halbmesser, welche winkelrecht auf der Welle aufsitzt, und deshalb eine Neigung von 20 bis 25^0 gegen den Horizont hat. Steht das arbeitende Thier um den horizontalen Halbmesser $CA = a$ von der Wellenaxe ab, und ist der Neigungswinkel der Scheibe, sowie der Steigwinkel des Pferdes, $= \alpha$, so hat man Tretscheibe.

Fig. 175.



Tretscheibe. die Umdrehungskraft $P = G \sin. \alpha$, und daher wie beim Tret- und Laufrade, das Umdrehungsmoment $= Pa = G\, a \sin. \alpha$. Wirkt nun noch die Last Q am Hebelarme b, so hat man ihr Moment $= Q b$, ist ferner G_1 das Gewicht der armirten Maschine und bezeichnet r die Halbmesser ihrer Zapfen, so hat man das statische Moment der Reibung an der Basis $= \frac{2}{3} \varphi\, (G + G_1) \cos. \alpha . r$ und das Moment der Seitenreibung $= \varphi\, [(G + G_1) \sin. \alpha - Q]\, r$, weil sich das Gewicht $G + G_1$ in die Seitenkraft $(G + G_1) \cos. \alpha$ nach der Richtung der Axe und in die Seiten kraft $(G + G_1) \sin. \alpha$ nach der Fallrichtung der Scheibe zerlegt, Q aber der letzten Kraft entgegenwirkt. Es folgt hiernach

$$G\, a \sin. \alpha = Q\, (b - \varphi\, r) + \varphi\, (G + G_1)\, (\tfrac{2}{3} \cos. \alpha + \sin. \alpha)\, .\, r.$$

Beispiel. Man will durch ein 20 Fuß hohes Tretrad eine an einem Hebelarme von 0,8 Fuß wirkende Last von 900 Pfund heben, und sucht die nöthige Zahl der Arbeiter. Schätzen wir das Gewicht des belasteten Rades zu 5000 Pf., nehmen wir den Zapfenhalbmesser $2\frac{1}{2}$ Zoll, und den Reibungscoefficienten 0,075 an, so erhalten wir das statische Lastmoment $= 0{,}8 . 900 + 0{,}075 . \frac{5}{24} . 5000$ $= 720 + 78 = 798$ Fußpfund; und daher die nöthige Kraft am Umfange des Rades: $P = \frac{798}{10} = 79{,}8$ Pfund. Nun übt aber ein Arbeiter bei circa 24° Abstand vom Radscheitel eine Kraft von $25\frac{2}{3}$ Pfund aus; es wird daher die nöthige Arbeiterzahl $= \frac{79{,}8}{25\frac{2}{3}} = 3$ ausreichend, und nun zu erwarten sein, daß diese eine tägliche Leistung von $3 . 1663000 = 4989000$ Fußpfund liefern und demnach die Last Q von 900 Pfund täglich $\frac{4989000}{900} = 5890$ Fuß hoch heben, oder z. B. täglich $\frac{5980}{200} = 30$ mal 900 Pfund auf die Höhe von 200 Fuß fördern.

Drittes Kapitel.

Von dem Ansammeln, sowie von dem Zu- und Abführen des Aufschlagewassers.

Wasserleitungen. §. 88. Das Aufschlagewasser (franz. l'eau motrice; engl. the moving water) d. i. das Wasser, wodurch Maschinen in Bewegung gesetzt werden, nimmt man meistens aus Bächen und Flüssen, oft aber auch aus Seen und Teichen und nur selten unmittelbar aus Quellen. In den meisten Fällen kann die Maschine nicht unmittelbar am Fassungspunkte des Wassers aufgestellt werden, sondern es ist dieselbe hiervon mehr oder weniger entfernt, und daher fast immer eine Wasserleitung (franz.

conduite d'eau; engl. conduit of water) nöthig, um das Aufschlagewasser vom Fassungspunkte nach der Maschine zu führen. Die Wasserleitungen sind entweder oben offen oder ringsum verschlossen. Zu den offenen Wasserleitungen gehören die Canäle, Gräben und Gerinne, zu diesen aber die Röhrenleitungen. Canäle (franz. und engl. canals) sind die größeren, meist schiffbaren, Gräben (franz. fosses; engl. ditches) aber die kleineren, stets unschiffbaren aus Mauern, Steinen, Erde oder Sand gebildeten, Gerinne (Spundstücke) (franz. auges, rigoles; engl. channels) endlich die aus Holz, Eisen oder Steinen künstlich zusammengesetzten oben offenen Wasserleitungen. Die Röhrenleitungen (franz. tuyaux de conduite; engl. pipes, conduits) bestehen aus cylindrisch oder prismatisch geformten Röhren von Eisen, Holz, Thon, Steinen, Glas u. s. w. In ihnen führt man meist nur kleinere Wasserquanta ab. Uebrigens haben sie vor den offenen Wasserleitungen den Vorzug, daß sie mit beliebigem Steigen und Fallen angelegt werden können, während die offenen Wasserleitungen vom Fassungspunkte aus stets fallen müssen. Es lassen sich daher durch Röhrenleitungen Thäler, Schluchten und Anhöhen überschreiten, ohne Ueberbrückungen oder Unterfahrungen nöthig zu haben. Um dagegen mit oben offenen Wasserleitungen große Umwege zu vermeiden, ist es nöthig, bei Ueberschreitung von Vertiefungen oder Erhöhungen der Erdoberfläche, in welcher diese Leitungen gewöhnlich eingeschnitten sind, sogenannte Aquäducte oder Röschen (unterirdische Canäle) anzulegen. Wasserleitungen.

§. 89. Die fließenden Wasser, aus denen man den Aufschlag für eine Maschine nimmt, sind Bäche (franz. ruisseaux; engl. brooks) oder Flüsse (franz. rivières; engl. rivers). Die lebendige Kraft der fließenden Wasser ist — bei der mäßigen Geschwindigkeit von 1 bis 6 Fuß — meist nicht hinreichend, um sie zum Umtriebe von Maschinen benutzen zu können; um dieselbe zu erhöhen, oder um das Wasser durch sein Gewicht wirken lassen zu können, ist es daher nöthig, das Wasser aufzustauen und ein Gefälle (franz. chut; engl. head) zu erzeugen. Dieses Aufstauen des Wassers erfolgt aber durch Wehre (franz. barrages; engl. bars, weirs), d. i. durch quer über einen Bach oder Fluß weggehende Dämme (franz. digues; engl. dams). Man unterscheidet aber Ueberfallwehre oder Ueberfälle und Durchlaß- oder Schleusenwehre von einander. Während bei jenen das Wasser frei über der höchsten Schwelle oder Rippe wegfließen kann, wird es bei diesen durch aufgestellte Schutzbretter (Fallschützen) noch über der Wehrkappe aufgestaut. In der Regel will man durch die Ueberfallwehre das aufgestaute Wasser oder einen Theil desselben zum Eintritt in einen nahe oberhalb des Wehres einmündenden Canal nöthigen, um es durch diesen nach der Umtriebsmaschine zu führen, wo- Wehre.

Wehre. gegen man mit den Durchlaßwehren beabsichtigt, dem Wasser eine erhöhte lebendige Kraft zu ertheilen und dadurch die unmittelbar unter dem Wehre befindliche Maschine in Bewegung zu setzen.

Bei größeren Flüssen und Strömen wendet man oft Dämme an, welche nicht über die ganze Breite des fließenden Wassers weggehen, um eine Aufstauung zu bewirken. Solche Dämme nennt man lichte Wehre, während man die den ganzen Strom absperrenden Wehre dichte Wehre zu nennen pflegt. Brückenpfeiler, Buhnen und andere das Querprofil eines fließenden Wassers verengende Einbaue sind ebenfalls als lichte Wehre (franz. barrages discontinus) anzusehen.

Was die am häufigsten vorkommenden Ueberfallwehre betrifft, so unterscheidet man vollkommene Ueberfälle (franz. déversoirs complets; engl. complete overfalls) von den unvollkommenen Ueberfällen oder Grundwehren (franz. déversoirs incomplets; engl incomplete overfalls). Bei jenen Wehren liegt die Ueberfallschwelle noch über der Oberfläche des Unterwassers, und es findet daher ein freier Ausfluß statt, bei diesen hingen liegt diese Schwelle unter dem Spiegel des abfließenden Wassers, es erleidet also ein Theil des überfließenden Wassers eine Rückwirkung vom Unterwasser.

Stauung. §. 90. Durch alle eben angeführte Einbaue erleidet das fließende Wasser eine Stauung (franz. remou; engl. swell), d. i. eine Erhöhung seines Wasserspiegels und eine damit nothwendiger Weise verbundene Geschwindigkeitsverminderung. Von besonderer Wichtigkeit sind aber die Stauhöhe und Stauweite (franz. hauteur et amplitude du remou; engl. hight and amplitude of swell). Jene ist die Höhe der Oberfläche des aufgestauten Wassers über dem ersten Wasserspiegel oder der Oberfläche des frei abfließenden Wassers unmittelbar vor dem Wehre, diese hingegen ist die Längenerstreckung des Aufstauens, vom Wehre aus aufwärts gemessen. Es ist nun eine wichtige Aufgabe für uns, zu ermitteln, in welchem Verhältnisse die Stauhöhe zu den Dimensionen des Wehres steht, und nach welchem Gesetze die Stauung von der Entfernung vom Wehre abhängt, und wo dieselbe als verschwindend angesehen werden kann.

Die Kenntniß dieser Verhältnisse ist aber nicht allein deshalb nothwendig, weil durch zu große oder zu weit sich erstreckende Stauungen leicht Ueberschwemmungen herbeigeführt, sondern auch weil durch dieselben die am fließenden Wasser aufwärts liegenden Etablissements durch Entziehung von Gefälle in ihrem Gange gestört werden können. Aus diesem Grunde werden denn auch neben den Wehren die sogenannten Aichpfähle oder Pegel (franz. marqueurs; engl. markers) eingesetzt, an welchen die Lage der Ueberfallschwelle angegeben wird, und deren Verrückung bei Strafe

verboten ist. Oft versieht man die Pegel mit einer Scala zum Ablesen der Wasserstände. Stauung.

Das mit erhöhter Geschwindigkeit von einem dichten Wehre herab- oder zwischen den Pfeilern eines lichten Wehres hindurchfließende Wasser nimmt, ehe es in die dem Gefälle des Flußbettes entsprechende gleichförmige Bewegung übergeht, eine wellenförmige und zum Theil eine wirbelnde Bewegung an, wodurch ihm sein Ueberschuß an bewegender Kraft entzogen wird. Durch die erhöhte Geschwindigkeit und durch die wirbelnde Bewegung des Wassers wird eine Reaction auf das Grundbette herbeigeführt, die oft sehr nachtheilige Folgen haben würde, wenn man das Grundbette zunächst unterhalb des Wehres nicht durch ein Steinpflaster u. s. w. schützte.

Das Wasserquantum eines Baches oder Flusses ist zu verschiedenen Zeiten verschieden, und man kann unterscheiden: Großwasser, welches nur auf kurze Zeit, nach starken Regengüssen u. s. w. eintritt, Mittelwasser, welches zumal im Herbst und Frühjahr und im Ganzen mindestens die Hälfte des Jahres vorzufinden ist, Kleinwasser, welches nur auf kurze Zeit im Sommer vorkommt und endlich Immerwasser, die kleinste, nur in sehr trockenen Jahren (z. B. im Sommer 1842) zu beobachtende Wassermenge. Es ist nun sehr zweckmäßig, wenigstens das Mittel- und Kleinwasser des Baches zum Umtriebe einer Maschinenanlage zu kennen, um hiernach nicht nur die Maschine, sondern auch das Wehr und die Gräben anordnen und construiren zu können. Aus diesem Grunde sind denn vor Allem nach einer der in I. §. 413, §. 414 u. s. w. angegebenen Methoden zu verschiedenen Zeiten Wassermessungen anzustellen. Es ist nun eine Regel, das Wasser durch Wehre nicht so hoch aufzustauen, daß es zur Zeit des Großwassers nicht übertrete und die Umgegend überschwemme.

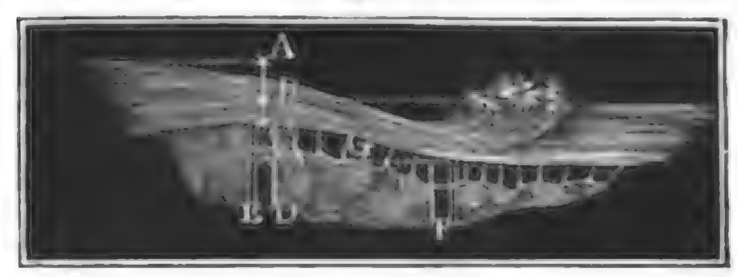
§. 91. Für das Maschinenwesen sind die Ueberfallwehre die wichtigsten. Sie bilden entweder einen geraden, winkelrecht gegen den Stromstrich gerichteten Damm, oder sie bestehen aus zwei gegen den Strom gerichteten und in der Mitte zusammenstoßenden Dämmen, deren Spitze nach Befinden durch einen kurzen Zwischendamm abgeschnitten oder abgerundet ist, oder sie sind kreisbogenförmige, mit der Convexität der Bewegung des Wassers entgegengerichtete Dämme. Die Wehre werden von Holz, oder von Steinen, oder von beiden zugleich erbaut. Sie können selten auf festes Gestein gegründet werden, sondern man muß dieselben meist auf einen Pfahlrost betten. Die Querprofile ganz oder theilweise hölzerner Wehre haben mehr oder weniger die Form eines Fünfeckes *ABCDE*, Fig. 176, bei welchem *AB* die Brust, *BC* die Vordecke, *CD* Wehrbau.

Fig. 176.



Wehrbau. die Abschußdecke, *DE* der Rücken, *EA* aber die Sohle und *C* die Ueberfallsschwelle oder der Sattel-, auch Wehrbaum genannt wird. Die Querprofile steinerner Wehre werden in der Regel von oben durch krumme Linien gebildet, die sich an das Fünfeck mehr oder weniger anschließen, um den Abfluß des Wassers zu erleichtern.

Fig. 177.



Ein unvollkommener Ueberfall, wie Fig. 177, besteht aus einer Reihe von quer über das Bette weggehenden Pfählen *D* mit dem darüber liegenden Fachbaume *C*, ferner aus einer Spundwand *E* vor der Pfahlreihe, aus einer zweiten, tiefer unten eingerammten Pfahlreihe *F* und aus einem Steinpflaster *G* zwischen beiden Pfahlreihen. Das vollkommene Ueberfallwehr in Fig. 178 ruht auf einem Pfahlroste *DEF* mit zwei Spundwänden *G* und *H*, und ist aus großen Steinen gewölbförmig mit hydraulischem Mörtel aufgemauert. Um das Schußbette *HK* vor dem Ausspülen sicher zu stellen, ist es mit großen Steinen gepflastert und noch durch eine Pfahlreihe *K* nach unten begrenzt.

Fig. 178.

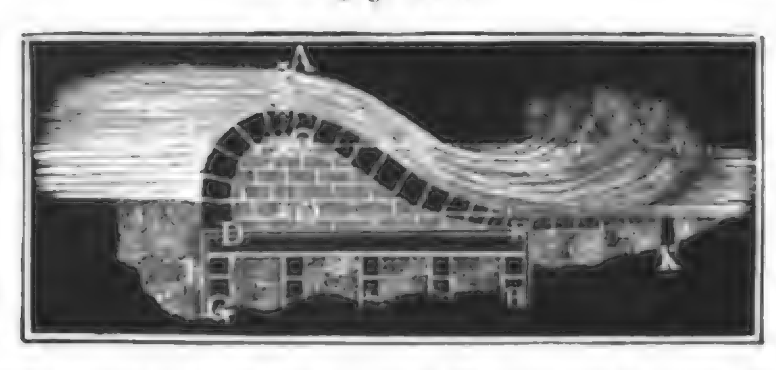


Fig. 179.

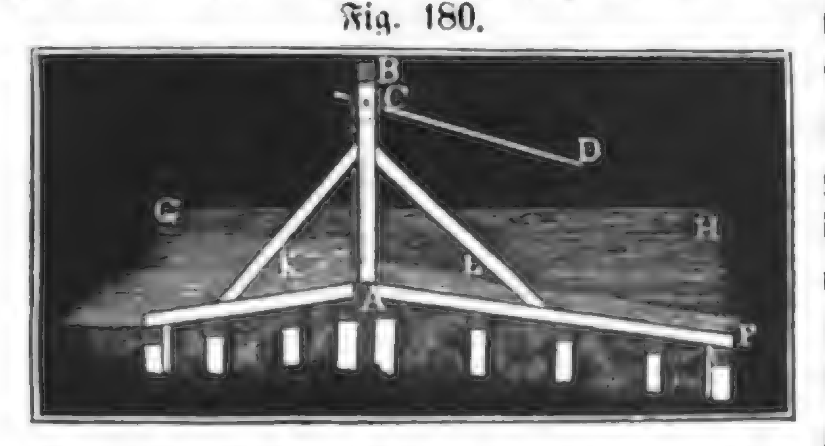


Die Construction eines hölzernen Wehres ist in Fig. 179 ersichtlich. Hier ist *AB* eine aus über einander liegenden Balken bestehende Wand, *A* der Wehrbaum, *CD* und $C_1 D_1$ sind Pfahlreihen zu beiden Seiten dieser Wand, *EF* und *GH* zwei andere Pfahlreihen, nach außen zu mit Spundwänden bekleidet und oben durch Schwellen *E* und *G* mit einander in Verbindung gesetzt, *CE* und C_1G sind Streben, welche den Wehrbaum *A* mit den Schwellen *E* und *G* verbinden und noch mit Bohlen überdeckt sind. Die inneren Räume werden ausgemauert oder mit Thon ausgeschlagen. Das Sturzbette *K*

Digitized by Google

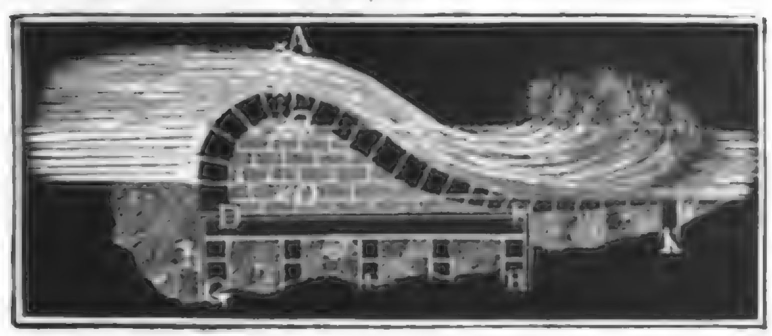
unterhalb des Wehres ist noch ausgepfählt und mit großen Steinen gepflastert Bei L sind die Schutzbretter an dem Kopfe des Aufschlagewassergrabens ersichtlich. Ein Schleusenwehr ist endlich noch in Fig. 180 abgebildet. A ist der Fachbaum, AB sind die in ihm eingezapften Griessäulen, zwischen welchen sich die Schützen in Falzen bewegen. Die Vorrichtungen zum Aufziehen der Schützen sind sehr mannichfaltig. In der Figur besteht dieselbe in einer Art Kreuzhaspel CD, und es hängt hier das Schutzbrett mittels Ketten an demselben. Von dem Fachbaume A aus neigen sich das Vor- und Hinterfluther AE und AF abwärts, beide ruhen aber auf einem Pfahlroste, sowie der Fachbaum auf einer Reihe von Grundpfählen; um das Eindringen des Wassers zu verhüten, ist dieser Pfahlrost durch ein Paar Spundwände geschlossen. Zu beiden Seiten stehen noch die aus starken Bohlen gebildeten und sich gegen lange Pfähle stützenden Seitenwände GH. Noch sind die mittleren Griessäulen mit Streben K, L gestützt, wovon die oberen (K) zugleich mit als Eisbrecher dienen. Wehrbau.

Fig. 180.



§. 92. Mit Hülfe der in der Hydraulik vorgetragenen Lehren lassen sich nun die Stauverhältnisse bei Wehren ohne Schwierigkeiten ermitteln. Ist bei dem vollkommenen Ueberfalle (Fig. 181) h die Druckhöhe AB, b die Breite und k die der Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$, so hat man die Wassermenge des Ueberfalles (I. §. 355): $Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} [(h+k)^{3/2} - k^{3/2}$; ist nun umgekehrt diese Wassermenge Q bekannt, so folgt die entsprechende Druckhöhe über der Ueberfallschwelle: Stauhöhe.

Fig. 181.



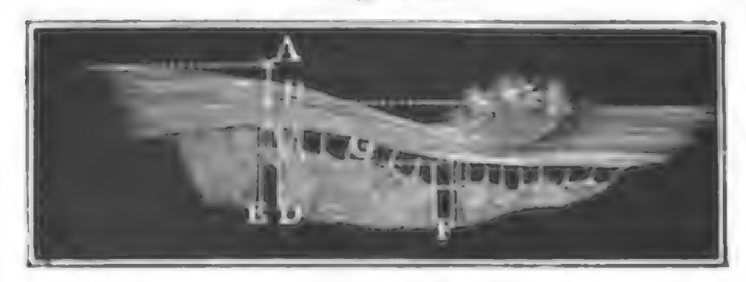
$$h = \left(\frac{\frac{3}{2} Q}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2}\right)^{2/3} - k.$$

Um nun die einer gegebenen Stauhöhe $AC = h_1$ entsprechende Wehrhöhe $BO = x$ zu finden, setzen wir $AC + CO = AB + BO$, oder wenn wir die alte Wassertiefe oder die Tiefe CO des Unterwassers durch a be-

Digitized by Google

Aufstau. zeichnen, $h_1 + a = h + x$, und es ergiebt sich nun $x = a + h_1 - h$. Bei etwas hoher Aufstauung, wo x mindestens zwei Fuß beträgt, kann man die Geschwindigkeitshöhe k des ankommenden Wassers unbeachtet lassen und daher $x = a + h_1 - \left(\frac{{}^3\!/_2 Q}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$ setzen, und es ist vorläufigen Berechnungen der hierüber vom Verfasser angestellten Versuche zufolge, $\mu = 0{,}80$ anzunehmen. Bei dem unvollkommenen Ueberfall, Fig. 182, ist die Rechnung complicirter, weil sich hier zwei verschiedene Ausflußverhältnisse mit einander combiniren. Es ist

Fig. 182.



nämlich hier die Wasserhöhe $AC = h$ über der Schwelle größer als die Stauhöhe $AB = h_1$, und es fließt daher nur das Wasser oberhalb B frei aus, dagegen das Wasser unterhalb B mit der Druckhöhe $AB = h_1$. Es ist die durch AB fließende Wassermenge: $Q_1 = {}^2\!/_3 \mu b \sqrt{2g}\,[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}]$, und das durch $BC = h - h_1$ strömende Wasserquantum:

$$Q_2 = \mu b (h - h_1) \sqrt{2g}\,(h_1 + k)^{1/2},$$

und hiernach das ganze Abflußquantum $Q_1 + Q_2$ zu setzen:

$$Q = \mu b \sqrt{2g}\left[{}^2\!/_3 [(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}] + (h - h_1)(h_1 + k)^{1/2}\right].$$

Aus dem Wasserquantum Q und der Stauhöhe h_1 folgt nun die Wasserhöhe über dem Fachbaume:

$$h = h_1 + \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g\,(h_1 + k)}} - {}^2\!/_3 \cdot \frac{(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}}{(h_1 + k)^{1/2}},$$

woraus sich dann die Wehrhöhe $CO = x = a + h_1 - h$ ergiebt. Es ist übrigens $h > h_1$, also der Ueberfall ein unvollkommener, wenn:

$$Q > {}^2\!/_3\, \mu b \sqrt{2g}\,[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}].$$

Beispiel. Ein Bach von 30 Fuß Breite und 3 Fuß Tiefe führt 310 Cubikfuß pr. Sec. Wasser und soll durch ein Ueberfallwehr $4^1/_2$ Fuß höher aufgestaut werden; man sucht die erforderliche Wehrhöhe. Da die Aufstauung ziemlich groß ist, so können wir erwarten, daß zur Berechnung der gesuchten Höhe die einfache Formel $x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b\sqrt{2g}}\right)^{2/3}$ genügen werde. Es ist aber in dieser Formel $a = 3$, $h_1 = 4{,}5$, $Q = 310$, $b = 30$, $\mu = 0{,}80$ und $\sqrt{2g} = 7{,}906$ einzusetzen, weshalb daher die Wehrhöhe folgt:

$$x = 3 + 4{,}5 - \left(\frac{3 \cdot 310}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 30 \cdot 7{,}906}\right)^{2/3} = 7{,}5 - \left(\frac{31}{12{,}65}\right)^{2/3} = 7{,}5 - 1{,}82$$
$$= 5{,}68 \text{ Fuß},$$

und daher der Ueberfall wirklich ein vollkommener, wie vorausgesetzt wurde. Sollte das Wasser nur 2 Fuß aufgestaut werden, so hätte man der letzten For-

Digitized by Google

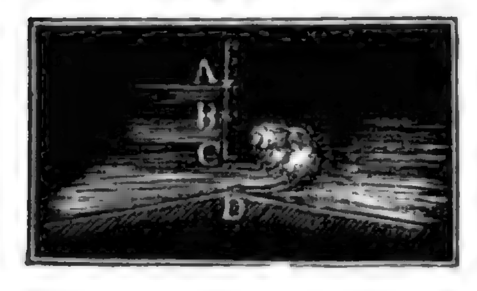
mel zufolge $x = 3 + 2 - 1{,}82 = 3{,}18$ Fuß, also den Ueberfall noch vollkommen. Um endlich nur $1\frac{1}{2}$ Fuß aufzustauen, ist auf jeden Fall nun nur ein unvollkommener, d. h. nicht aus dem Niveau des Unterwassers hervorragender Wehrdamm nöthig. Wenden wir die vollständige Formel an, und setzen wir in ihr $k = \frac{c^2}{2g} = 0{,}016\left(\frac{Q}{(h+h_1)b}\right)^2 = 0{,}016\left(\frac{310}{4{,}5\,.\,30}\right)^2 = 0{,}016\,.\,5{,}27$ $= 0{,}084$ Fuß, μ aber wieder $= 0{,}80$, so erhalten wir: Stauhöhe.

$$h - h_1 = \frac{310}{0{,}8\,.\,30\,.\,7{,}906\sqrt{1{,}584}} - \frac{2}{3}\,.\,\frac{(1{,}584)^{3/2} - (0{,}084)^{3/2}}{1{,}584^{1/2}}$$
$$= 1{,}30 - 1{,}06 + 0{,}01 = 0{,}25 \text{ Fuß.}$$

Es muß also die Ueberfallschwelle $\frac{1}{4}$ Fuß oder 3 Zoll unter der Oberfläche des Unterwassers stehen und demnach das Wehr selbst die Höhe $x = a + h - h_1$ $= 3{,}25$ Fuß erhalten.

§. 93. Die Stauverhältnisse bei einem Durchlaßwehre sind nach der Theorie des Ausflusses durch Schutzöffnungen zu beurtheilen. Es können hier drei Fälle vorkommen; entweder fließt das Wasser frei aus, oder es fließt unter Wasser aus, oder es fließt theils frei, theils unter Wasser aus. Beim freien Ausfluß, wie er z. B. bei dem in Fig 180 abgebildeten Schleusenwehre vorkommt, hängt die Ausflußgeschwindigkeit nur von der Druckhöhe h ab, welche von der Mitte der Schutzöffnung bis zum Wasserspiegel zu messen ist. Ist dann noch a die Oeffnungshöhe und b die Oeffnungsbreite, so hat man $Q = \mu a b \sqrt{2gh}$, und daher umgekehrt $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu a b}\right)^2$, oder mit Berücksichtigung der Geschwindigkeitshöhe k des ankommenden Wassers: $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu a b}\right)^2 - k$. Für die Oeffnungshöhe hat man die Formel: $a = \frac{Q}{\mu b\sqrt{2gh}}$, oder wenn die Stauhöhe h_1 über der Schwelle gegeben ist, $a = \frac{Q}{\mu b\sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a}{2}\right)}}$.

Fig. 183.



Versuchen des Verfassers zufolge, läßt sich hier $\mu = 0{,}60$ setzen. Staut das Unterwasser bis zur Schütze zurück, wie z. B. in Fig. 183 vorgestellt wird, so hat man den Niveauabstand $AB = h$ als Druckhöhe einzuführen und die obige Formel zu gebrauchen. Es ist also auch hier die einer gegebenen Stauhöhe h entsprechende Oeffnungshöhe: $a = \frac{Q}{\mu b\sqrt{2gh}}$.

Aufstau.

Fig. 184.



Wenn endlich das Niveau des Unterwassers innerhalb der Mündung liegt, so fließt ein Theil des Wassers frei, und ein anderer Theil unter Wasser aus. Ist die Stauhöhe oder der Niveauabstand AB beider Wasserspiegel, Fig. 184, $= h$, die Höhe BC des über dem Unterwasserspiegel befindlichen Theiles der Mündung $= a_1$, und die Höhe BD des unter diesem Spiegel liegenden Mündungsstückes $= a_2$, so hat man die Wassermenge für den ersten Theil $Q_1 = \mu a_1 b \sqrt{2g\left(h - \frac{a_1}{2}\right)}$, und für den zweiten: $Q_2 = \mu a_2 b \sqrt{2gh}$; daher die ganze Abflußmenge:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \mu b \sqrt{2g}\left(a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} + a_2 \sqrt{h}\right).$$

Aus der Abflußmenge Q, Stauhöhe h, und der Tiefe a_2 der Wehrkappe unter dem Unterwasserspiegel ergiebt sich der Abstand des Schutzbrettes von eben diesem Spiegel:

$$a_1 = \left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}} - a_2 \sqrt{h}\right) : \sqrt{h - \frac{a_1}{2}}.$$

Beispiele. 1) Wie hoch sind die Schutzbretter eines Schleusenwehres, Fig. 178, zu ziehen, das eine Wassermenge von 250 Cubikfuß abführen soll, bei einer Breite $b = 24$ Fuß und einem Wasserstande $h_1 = 5$ Fuß über der Ueberfallsschwelle? Bei freiem Abflusse ist:

$$a = \frac{250}{0{,}6 \,.\, 24 \,.\, 7{,}906 \sqrt{5 - \frac{a}{2}}} = \frac{2{,}196}{\sqrt{5 - \frac{a}{2}}},$$

annähernd ist $a = 1$, daher: $\sqrt{5 - \frac{a}{2}} = \sqrt{4{,}5} = 2{,}121$, und genauer die gesuchte Oeffnungshöhe $a = \frac{2{,}196}{2{,}121} = 1{,}035$ Fuß $= 12{,}4$ Zoll. 2) Welcher Schützenzug ist bei dem in Fig. 184 abgebildeten Wehre nöthig, um 120 Cubikfuß Wasser pr. Sec. unter einer Druckhöhe von 1,5 Fuß bei 30 Fuß Mündungsweite abfließen zu lassen. Hier findet Ausfluß unter Wasser statt, und es ist daher $a = \frac{120}{0{,}6 \,.\, 30 \,.\, 7{,}906 \sqrt{1{,}5}} = 0{,}689$ Fuß $= 8\frac{1}{4}$ Zoll. 3) Man will die Wassermasse bestimmen, welche durch eine Schutzöffnung, wie Fig. 136, strömt, deren Weite $b = 18$ Fuß, Höhe $CD = a_1 + a_2 = 1{,}2$ Fuß ist, wenn die Druckhöhe $AB = h = 2$ Fuß, und der Wasserstand über der Schwelle, $a_2 = 0{,}5$ Fuß beträgt. Man hat hier $\mu b \sqrt{2g} = 0{,}6 \,.\, 18 \,.\, 7{,}906 = 85{,}38$, ferner $a_2 \sqrt{h} = 0{,}5 \sqrt{2} = 0{,}707$ und $a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} = 0{,}7 \sqrt{1{,}65} = 0{,}899$, daher die fragliche Wassermenge $Q = 85{,}38\ (0{,}707 + 0{,}899) = 85{,}38 \,.\, 1{,}606 = 137{,}1$ Cubikfuß.

Digitized by Google

§. 94. Die Stauverhältnisse bei lichten Wehren, Brückenpfeilern und Buhnen sind fast ebenso zu ermitteln, wie die bei Ueberfällen. Bei dem lichten Wehre BE, Fig. 185, erfolgt dadurch eine Aufstauung, daß die Flußbreite AC hinter dem Wehrdamme in die kleinere Breite AB übergeht. Wenn nun der Seitencanal D ganz geschlossen ist (was wir der Sicherheit wegen voraussetzen wollen), so muß das ganze Wasser Q durch den verengten Raum AB hindurchfließen. Setzen wir nun die Breite $AB = b$, die Stauhöhe AB_1, Fig. 186, $= h$, und die Höhe B_1C_1 des Unterwassers $= a$, so hat man die frei über dem Unterwasser ausfließende Wassermenge: $Q_1 = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2gh^3}$, und das im Unterwasser abfließende Wasserquantum $Q_2 = \mu b a \sqrt{2gh}$, daher das ganze Abflußquantum $Q = \mu b \sqrt{2gh}\, (\frac{2}{3} h + a)$. Umgekehrt folgt daher die einer gegebenen Stauhöhe h entsprechende Breite des Abflußwassers:

Aufstau.

Fig. 185.

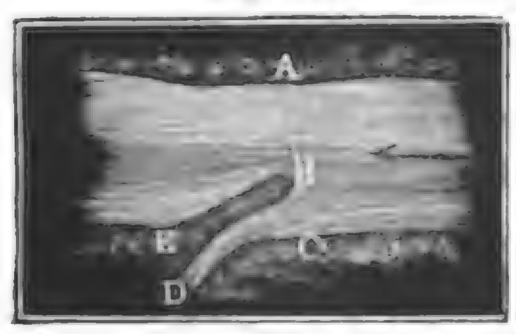
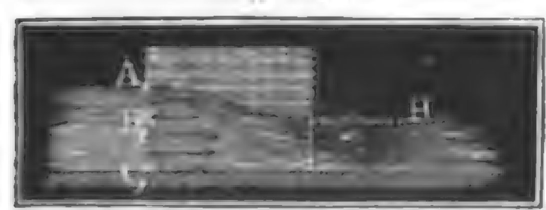


Fig. 186.



$$b = \frac{Q}{\mu (\frac{2}{3} h + a) \sqrt{2gh}}.$$

Ist die Aufstauung (h) klein, oder die Geschwindigkeit des Wassers groß, so muß man die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers berücksichtigen. Bezeichnet wieder k die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers, so hat man:

$$Q_1 = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}\, [(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] \text{ und } Q_2 = \mu b a \sqrt{2g(h + k)},$$

und daher:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} [\frac{2}{3}[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + a (h + k)^{1/2}],$$

also umgekehrt:

$$b = \frac{Q}{\mu \sqrt{2g} [\frac{2}{3}\, [(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] + a (h+k)^{1/2}]}.$$

Während bei der freien Bewegung des Wassers in Flußbetten die Geschwindigkeit im Wasserspiegel am größten ist und dieselbe nach dem Boden zu immer mehr und mehr abnimmt (I. §. 398), findet bei dem durch irgend eine Ursache aufgestauten Wasser ein anderes Verhältniß statt, es nimmt nämlich hier die Geschwindigkeit von der Oberfläche des Oberwassers allmälig zu bis zur Oberfläche des Unterwassers, und von da an bis zur Sohle nur wenig ab; es findet also eine Geschwindigkeitsveränderung statt, wie sie durch die Pfeile in Fig. 186 angedeutet wird. Die

Digitized by Google

Aufstau Richtigkeit dieses Verhältnisses folgt aber daraus, daß das Wasser über dem Unterwasserspiegel unter einer von o bis h wachsenden, unter demselben aber unter der constanten Druckhöhe h abfließt, während bei der ungehinderten Bewegung die Druckhöhe in allen Tiefen = Null ist.

Diese Formel findet ihre Anwendung auch bei Brückenpfeilern, wenn man hier unter b die Summe der Strombreiten zwischen den Pfeilern versteht. Um die den Pfeilern und dem Grundbette nachtheilige Wellen- und Wirbelbewegung des Wassers zwischen den Pfeilern und hinter denselben so viel wie möglich zu vermeiden, sind Vorder- und Hintertheil der Brückenpfeiler, Fig. 187, zuzuschärfen oder abzurunden. Ist das Vordertheil stumpf zugeschärft, so hat man $\mu = 0{,}90$ zu nehmen, ist es aber spitz zugeschärft oder halbcylindrisch geformt, so kann man $\mu = 0{,}95$ annehmen, und ist dasselbe gar elliptisch geformt, oder, wie in Fig. 187, aus zwei Kreisbögen zusammengesetzt, so fällt μ sogar 0,97 oder nahe 1 aus. (S. Gauthey's Traité de la construction des ponts, T. I.)

Fig. 187.



Anmerkung. Wenn der das Querprofil eines fließenden Wassers verengende Einbau, z. B. eine Buhne, nicht aus dem Wasser hervorragt, so kann man das ganze Wasserquantum Q aus drei Theilen zusammensetzen. Liegt die Dammkappe EF, Fig. 188, unter dem Unterwasserspiegel CD, so haben wir das durch das Querprofil $ABDC$ abfließende Wasserquantum, wenn h die Stauhöhe und b die Breite AB des ganzen Querprofiles bezeichnet:

Fig. 188.



$$Q_1 = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[(h + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right],$$

ferner das durch das übrige über dem Einbaue und unter constantem Drucke h abfließende Wasserquantum, wenn a die Tiefe GH des Unterwassers, b_1 die Breite EF des Einbaues, und a_1 die Höhe EH des Einbaues bezeichnet:

$$Q_2 = \mu b_1 (a - a_1) \sqrt{2g(h + k)},$$

und endlich das übrige neben dem Einbau unter dem constanten Drucke h abfließende Wasser: $Q_3 = \mu b_2 a \sqrt{2g(h + k)}$, es ist also:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[(h + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] + \mu \left[ba - b_1 a_1\right] \sqrt{2g(h + k)},$$

und es läßt sich hiernach auch die einer gegebenen Stauhöhe entsprechende Höhe oder Breite des Einbaues berechnen. Ist hingegen $C_1 D_1$ der Unterwasserspiegel, steht also die Dammkappe über dem Unterwasser, so hat man:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b_1 \sqrt{2g} \left[(a + h - a_1 + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right]$$
$$+ \frac{2}{3} \mu b_2 \sqrt{2g} \left[(h + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] + \mu a b_2 \sqrt{2g(h + k)}.$$

Beispiel. Welche Breite BC ist dem Damme BE (Fig. 185) zu geben, damit durch ihn der 550 Fuß breite, 8 Fuß tiefe und 14000 Cubikfuß liefernde Fluß AC um $\frac{3}{4}$ Fuß höher gestaut werde? Es ist:

Digitized by Google

$$k = 0{,}016 \left(\frac{14000}{550.8}\right)^2 = 0{,}016 \,.\, 3{,}18^2 = 0{,}162,$$

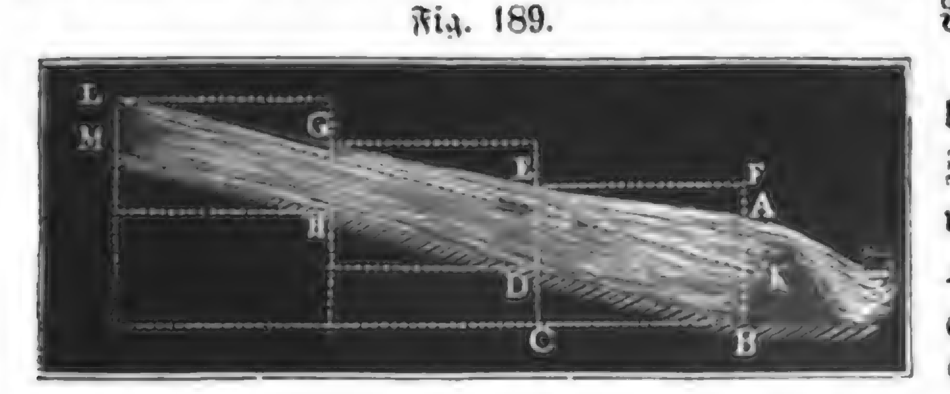
nehmen wir nun noch $\mu = 0{,}9$, so erhalten wir die Breite des verengten Wasserstromes: $b = \frac{14000}{0{,}9 \,.\, 7{,}906\, [^2/_3 (0{,}912^{3/2} - 0{,}162^{3/2}) + 8 \,.\, 0{,}912^{1/2}]}$

$$= \frac{14000}{7{,}1 \,.\, 15\,(0{,}537 + 7{,}639)} = \frac{14000}{7{,}1 \,.\, 15 \,.\, 8{,}176} = 240{,}7 \text{ Fuß},$$

daher die gesuchte Dammerstreckung $= 550 - 240{,}7 = 309{,}3$ Fuß.

§ 95. Wir haben nun die andere wichtige Frage zu beantworten: Stauweite. Nach welchem Gesetze nimmt die Stauhöhe oberhalb des Wehres mit der Entfernung ab? Ohne uns auf besondere Formeln oder Theorien einzulassen, können wir bei Lösung dieser Aufgabe die in I. §. 405 und §. 406 abgehandelte Theorie der ungleichförmigen Bewegung des Wassers in Flußbetten sogleich zur Anwendung bringen. Zu diesem Zwecke denken wir uns von dem Wehre ABK, Figur 189, aus die aufgestaute Strecke in Stücke zerschnitten, und führen nun die Rechnung für jedes Stück einzeln durch. Ist nun a_0 die Wassertiefe AB am Wehre, a_1 die Tiefe DE am Anfange eines solchen Stückes $ABDE$, F_0 der Querschnitt des fließenden Wassers am Wehre, F_1 der Querschnitt desselben bei DE, Q das Wasserquantum, p der mittlere Umfang des Querprofiles auf dieses Streckenstück, und α der Neigungswinkel DBC des Grundbettes, so hat man nach §. 406 die entsprechende Länge BD des Stückes, wenn man dort a_0 und a_1, sowie F_0 und F_1 unter einander vertauscht:

Fig. 189.



$$l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin. a - \zeta \,.\, \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}.$$

Bezeichnet a_2 die Wassertiefe GH am Anfange eines zweiten Stückes $DEGH$, F_2 den Querschnitt desselben und p_1 den mittleren Umfang des Wasserprofiles dieses Stückes, so hat man für die Länge DH dieses Stückes: $l_1 = \frac{a_1 - a_2 - \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin. a - \zeta\, \frac{p_1}{F_1 + F_2}\left(\frac{1}{F_1^2} + \frac{1}{F_2^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}.$

Wenn man nun so fortfährt, nämlich willkürliche Abnahmen $a_0 - a_1$,

Digitized by Google

Stauweite. $a_1 - a_2$, $a_2 - a_3$ u. s. w. der Wassertiefen annimmt, und hieraus die Querschnitte F_1, F_2, F_3 u. s. w., sowie die mittleren Umfänge berechnet, so bekommt man durch diese Formel die entsprechenden Abstände l, l_1, l_2 und also auch die Entfernungen l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. s. w. vom Damme.

Um die einer gegebenen Entfernung x entsprechende Wassertiefe y zu finden, kann man entweder auf die nach der eben gezeigten Methode gefundenen Werthe l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. s. w. das Interpolationsverfahren anwenden, oder sich folgender, ebenfalls in I. §. 406 gegebenen Näherungsformel bedienen: $a_0 - a_1 = \dfrac{\left(sin.\alpha - \zeta \cdot \dfrac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \dfrac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \dfrac{2}{a_0} \cdot \dfrac{v_0^2}{2g}} l.$

Führt man hierin für b_0 die Breite, für p_0 den Umfang und für v_0 die Geschwindigkeit am Wehre ein, so giebt diese Formel die Abnahme $(a_0 - a_1)$ der Stauhöhe auf die erste kurze Strecke l über dem Wehre; ebenso erhält man für eine folgende kurze Strecke l_1 diese Abnahme:

$a_1 - a_2 = \dfrac{\left(sin.\alpha - \zeta \cdot \dfrac{p_1}{a_1 b_1} \cdot \dfrac{v_1^2}{2g}\right)}{1 - \dfrac{2}{a_1} \cdot \dfrac{v_1^2}{2g}} l_1$, u. s. w, und es läßt sich endlich für eine gegebene Entfernung $l + l_1 + l_2 + \ldots$ die entsprechende Wassertiefe: $a_0 - (a_0 - a_1) - (a_1 - a_2) - \ldots$ berechnen.

Beispiele. 1) In einem 80 Fuß breiten und 4 Fuß tiefen Flusse, welcher 1400 Cubikfuß Wasser führt, soll ein Wehr eingebaut werden, um das Wasser 3 Fuß hoch aufzustauen; man sucht nun die Stauverhältnisse oberhalb des Wehres. Ohne Aufstauung ist die Geschwindigkeit des Wassers $c = \dfrac{1400}{80.4} = \dfrac{35}{8} = 4{,}375$ Fuß, daher nach der Tabelle in I., Seite 602, der Widerstandscoefficient $\zeta = 0{,}00775$, und die Neigung des Grundbettes: $sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \dfrac{p}{F} \cdot \dfrac{c^2}{2g}$, setzen wir nun $p = 84$, $F = 80.4 = 320$, $c = 4{,}375$ und $\dfrac{1}{2g} = 0{,}016$ ein, so bekommen wir die Neigung: $sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \dfrac{84}{320} \cdot 0{,}016 \cdot (4{,}375)^2 = 0{,}0006230$.

Die Wassertiefe unmittelbar am Wehre ist $4 + 3 = 7$ Fuß, bestimmen wir nun aber die Entfernungen, wo diese Tiefe nur 6½, 6, 5½, 5 Fuß u. s. w. beträgt. Setzen wir zunächst in der Formel

$l = \dfrac{a_0 - a_1 - \left(\dfrac{1}{F_1^2} - \dfrac{1}{F_0^2}\right)\dfrac{Q^2}{2g}}{sin.\alpha - \zeta \cdot \dfrac{p}{F_0 + F_1}\left(\dfrac{1}{F_0^2} + \dfrac{1}{F_1^2}\right)\dfrac{Q^2}{2g}}$, $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $F_0 = 80.7 = 560$, $F_1 = 80.6{,}5 = 520$, $Q = 1400$, $sin.\alpha = 0{,}000623$, p etwa $= 89$, und ζ, der mittleren Geschwindigkeit $\dfrac{2Q}{F + F_1} = \dfrac{2800}{1080} = 2{,}59$ Fuß entsprechend, $= 0{,}00796$,

so erhalten wir die entsprechende Entfernung Stauweite.

$$l = \frac{0,5 - (0,0000036982 - 0,0000031888) \,.\, 31360}{0,000623 - 0,00796 \frac{89}{1050} (0,0000036982 + 0,0000031888) \,.\, 31360}$$

$$= \frac{0,5 - 0,0160}{0,000623 - 0,0001417} = \frac{484000}{481,3} = 1005,6 \text{ Fuß.}$$

Um nun die einer Senkung des Wasserspiegels von 1 Fuß zukommende Erstreckung zu finden, setzen wir zwar wieder $a_0 - a_1 = 0,5$, aber dagegen $F_0 = 520$, $F_1 = 80 \,.\, 6 = 480$, $p = 88$, und, der mittleren Geschwindigkeit $\frac{2800}{1000} = 2,80$ Fuß entsprechend, $\zeta = 0,00792$. Hiernach folgt, durch die nämliche Formel die Länge der Flußstrecke, innerhalb welcher die Wassertiefe von 6,5 auf 6 Fuß sinkt,

$$l = \frac{0,5 - 0,0000006421 \,.\, 31360}{0,000623 - 0,00792 \,.\, \frac{88}{1000} \,.\, 0,0000080385 \,.\, 31360}$$

$$= \frac{480000}{44731} = 1073,1 \text{ Fuß.}$$

Es ist also 1005,6 + 1073,1 = 2078,7 Fuß oberhalb des Wehres das Wasser nur noch 6 Fuß tief, oder es beträgt die Stauung daselbst nur noch 2 Fuß.

Setzen wir nun wieder $a_0 - a_1 = 0,5$, $F_0 = 480$, $F_1 = 440$, $p = 87$ und $\zeta = 0,00787$, so erhalten wir die entsprechende Längenerstreckung

$$l = \frac{0,5 - 0,0258}{0,000623 - 0,00022185} = \frac{474200}{401,15} = 1182,1 \text{ Fuß.}$$

Ebenso erfolgt für eine weitere Senkung von ½ Fuß die entsprechende Strecke $l = \frac{465980}{335,65} = 1388,3$ Fuß. Es ist also 2078,7 + 1182,1 + 1388,3 = 4649,1 Fuß oberhalb des Wehres die Aufstauung noch 1 Fuß, oder die Wassertiefe 5 Fuß. Für 4½ Fuß Wassertiefe bestimmt sich die Entfernung $l = \frac{45400}{240,47} = 1888,0$ Fß.;

für 4¼ Fuß Wassertiefe ist ferner $l = \frac{220710}{140,97} = 1565,6$ Fuß;

für 4,1 Fuß Wassertiefe $l = \frac{129785}{55,53} = 2331,8$ Fuß,

und für 4,0 Fuß Tiefe, $l = \infty$; es ist also 4649,1 + 1888,0 + 1565,6 + 2331,8 = 10434,5 Fuß oberhalb des Wehres die Stauhöhe noch $^1/_{10}$ Fuß, und nimmt weiter hinauf unendlich langsam ab.

2) Wie groß ist die Stauhöhe 2500 Fuß oberhalb des im vorigen Beispiele behandelten Wehres? Nach der vorigen Rechnung ist 2078,7 Fuß oberhalb des Wehres noch 2 Fuß Stauhöhe, es fragt sich also, wie viel auf 2500 — 2078,7 = 421,3 Fuß Erstreckung die Stauhöhe abnimmt. Nun beträgt aber nach oben die einer ferneren Senkung von 0,5 Fuß entsprechende Erstreckung = 1182,1 Fuß, es läßt sich daher für jeden Fuß Länge, $\frac{0,5}{1182,1}$ Fuß Senkung, also für 421,3 Fuß Länge dieselbe $= \frac{0,5 \,.\, 421,3}{1182,1} = 0,178$ Fuß und folglich die Stauhöhe, 2500 Fuß oberhalb des Wehres, $= 2 - 0,178 = 1,822$ Fuß, die Wassertiefe aber = 5,822 Fuß setzen.

Stauweite. Rechnen wir nach der zweiten Formel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}} l,$$ und setzen wir hierin erst $l = 800$, $p_0 = 89$, $a_0 = 7$, $a_0 b_0 = 560$, $v_0 = \frac{1400}{560} = 2{,}5$ und $\zeta = 0{,}007985$, so erhalten wir die entsprechende Senkung

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}007985 \cdot \frac{89}{560} \cdot 0{,}1}{1 - {}^2/_7 \cdot 0{,}1}\right) \cdot 800 = \frac{0{,}0004961 \cdot 800}{0{,}9714}$$
$$= 0{,}409 \text{ Fuß}.$$

Setzen wir nun wieder $l = 800$, $p = 88$, $a_0 = 7 - 0{,}409 = 6{,}591$, $a_0 b_0 = 527{,}3$, $v_0 = \frac{1400}{527{,}3} = 2{,}655$ und $\zeta = 0{,}00795$, so erhalten wir die Senkung

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}00795 \cdot \frac{88}{527{,}3} \cdot 0{,}1128}{1 - \frac{2}{6{,}591} \cdot 0{,}1128}\right) \cdot 800$$

$$= \frac{0{,}000623 - 0{,}00014964}{0{,}9658} \cdot 800 = \frac{0{,}0004735 \cdot 800}{0{,}9658} = 0{,}392 \text{ Fuß}.$$

Fahren wir so fort, und setzen wir jetzt $l = 900$, $p = 87$, $a_0 = 6{,}591 - 0{,}392 = 6{,}199$, $a_0 b_0 = 496$, $v_0 = \frac{1400}{496} = 2{,}82$ und $\zeta = 0{,}00791$, so erhalten wir die Senkung

$$a_0 - a_1 = \frac{0{,}0004464 \cdot 900}{0{,}959} = 0{,}419 \text{ Fuß};$$

es ist also 800 + 800 + 900 = 2500 Fuß oberhalb des Wehres die Wassertiefe noch 6,199 — 0,419 = 5,780 Fuß. Nach der vorigen Rechnung ist sie 5,882 Fuß, d. i. 0,042 Fuß = ½ Zoll größer.

Wasserschwelle. §. 96. Wenn wir die Gleichung für die von dem vertikalen Längendurchschnitt des aufgestauten Wasserspiegels gebildete **Staucurve**, nämlich: $a_0 - a_1 = \left(\frac{sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}}\right) l$ etwas näher betrachten, so werden wir mit mehreren merkwürdigen Verhältnissen des Aufstauens bekannt. In dem Bruche $\frac{sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}}$ nähern sich Zähler und Nenner immer mehr und mehr der Null, je größer die Geschwindigkeit v ist, und je nachdem nun der erstere oder letztere zuerst Null wird, stellt sich

$$l = \frac{(a_0 - a_1)\left(1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}\right)}{0} = \infty, \text{ oder}$$ Wasserschwelle.

$$l = \frac{(a_0 - a_1) \cdot 0}{sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}} = 0$$

heraus. Man sieht hieraus, daß im ersten Falle der Theil l und also auch die ganze Stauweite unendlich groß wird, daß dagegen im zweiten Falle der Theil l Null ausfällt, und also mit ihm die ganze Aufstauung beendigt ist. Das erste Nullwerden tritt aber ein, so wie $\zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g} = sin.\alpha$, also die Geschwindigkeit des aufgestaueten Wassers unendlich wenig von der Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2g\,F\,sin.\alpha}{\zeta p}}$ des unaufgestauten gleichförmig zufließenden Wassers verschieden ist, und das zweite stellt sich heraus, so wie $\frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g} = 1$, oder $\frac{v^2}{2g} \doteq \frac{a}{2}$, also die Geschwindigkeitshöhe der halben Wassertiefe gleich wird. Es findet also die erste Art des Anschlusses statt, wenn die Geschwindigkeitshöhe des unaufgestauten Wassers kleiner als die halbe Tiefe des unaufgestauten Wassers ist, und dagegen die zweite Art,

Fig. 190.

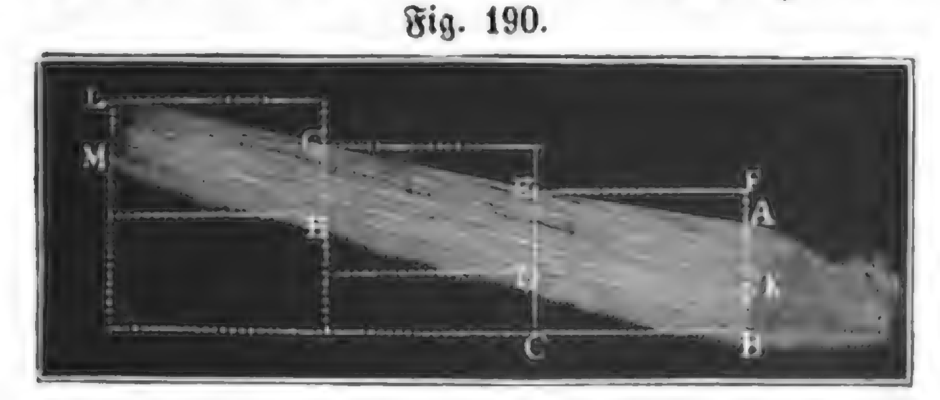
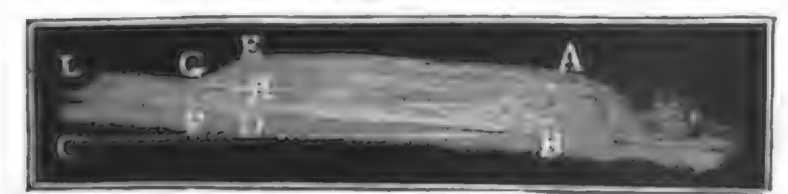


Fig. 191



wenn die Geschwindigkeitshöhe die halbe Wassertiefe übertrifft. Während dort der Wasserspiegel eine hohle Fläche wie $AEGL$, Fig. 190, bildet, hat er hier eine erhabene Gestalt, wie AEG, Fig. 191, und bildet bei EG einen Sprung oder eine Schwelle.

Setzen wir nun in $sin.\alpha = \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$, $\frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2}$, $F = ab$ und p, wenn auch nur annähernd, $= b$, so erhalten wir $sin.\alpha = \frac{1}{2}\zeta$; es ist also ein Sprung zu erwarten, wenn der Abhang α größer ist als der halbe

Wasserschwelle.

Reibungscoefficient, oder $\zeta = 0{,}008$ gesetzt, wenn $\alpha > 0{,}0034$ oder $\alpha > {}^1/_{250}$. In der Regel haben Flüsse und Kanäle einen kleineren Abhang, daher kommt denn auch bei ihnen die gedachte Wasserschwelle nicht leicht vor.

Die Höhe $EH = x$ des Sprunges ergiebt sich aus der Geschwindigkeit v des ankommenden und aus der Geschwindigkeit v_1 des fortfließenden Wassers, indem man setzt: $x = \frac{v^2 - v_1^2}{2g}$, oder da $av = (a + x)\, v_1$, also $v_1 = \left(\frac{a}{a+x}\right) v$ ist, $x = \left[1 - \left(\frac{a}{a+x}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}$, endlich die Auflösung vollkommen beendigt:

$x = \frac{v^2}{4g} - a + \sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(a + \frac{v^2}{8g}\right)}$. Hiernach fällt sehr richtig für $\frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2}$, $x = -{}^3/_4 a + {}^3/_4 a = 0$ aus, dagegen für $\frac{v^2}{2g} = a$,

$$x = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5} = 0{,}618\, a, \text{ für } \frac{v^2}{2g} = 2a,$$
$$x = a\sqrt{3} = 1{,}732\, a \text{ u. s. w.}$$

Anmerkung 1. Die eben behandelte Wasserschwelle beobachtete zuerst Bidone in einem nur 12 Zoll breiten Gerinne mit dem mittleren Neigungsverhältnisse $\alpha = 0{,}033$. Es bildet sich dieselbe aber nicht allein beim aufgestauten Wasser, sondern auch in dem Falle, wenn, wie Fig. 192 vor Augen führt, die Neigung des Gerinnes oder Flußbettes sich ändert, wie der Verfasser oft Gelegenheit gehabt hat, zu beobachten. Ist das Neigungsverhältniß des oberen Theiles größer als ${}^1/_{250}$ und das Neigungsverhältniß des unteren kleiner, so bildet sich an dem Wechsel oder der Uebergangsstelle stets ein Sprung, in welchem die der größeren Neigung entsprechende kleinere Wassertiefe in die der kleineren Neigung entsprechende größere Wassertiefe übergeht.

Fig. 192.

Anmerkung 2. Eine empirisch gefundene Gleichung für die Staucurve giebt der Franzose Saint-Guilhem; eine genauere Gleichung für dieselbe hat aber der Verfasser entwickelt. In Betreff beider wird ausführlich gehandelt in der allgemeinen Maschinenencyclopädie, Artikel »Bewegung des Wassers«.

Nach der Formel des Verfassers ist

$$\alpha x = h - y + {}^1/_3 \left(a - \frac{c^2}{g}\right) \left[Ln. \sqrt{\frac{1 + \frac{3a\,(a+y)}{y^2}}{1 + \frac{3a\,(a+h)}{h^2}}} - \sqrt{3}\ .\ arc. \left(tang. = \frac{a\,(h-y)\sqrt{3}}{6a^2 + 3a\,(h+y) + 2hy}\right)\right],$$

wenn α den Abhang des Flußbettes, a die Wassertiefe und c die Geschwindigkeit des Wassers vor der Aufstauung, ferner h die Stauhöhe am Wehre und y die Stauhöhe im Abstande x vom Wehre bezeichnen.

Digitized by Google

Für einen sehr kleinen Werth von y hat man annähernd Wasserschwelle.

$$x = \frac{h - \frac{1}{3}\left(a - \frac{c^2}{g}\right) Ln.\, y}{\alpha}.$$

Z. B. für $h = 3$, $a = 4$, $c = 4{,}375$, $\alpha = 0{,}000623$ und $y = 0{,}1$ ist

$$x = \frac{3 + \frac{1}{3}(4 - 0{,}06125)\, Ln.\, 10}{0{,}000623} = \frac{3 + 1{,}3129\ .\ 2{,}3026}{0{,}000623} = \frac{60230}{6{,}23}$$

$= 9668$ Fuß.

Im Beispiele (1) des vorigen Paragraphen wurde $x = 10434{,}5$ Fuß gefunden.

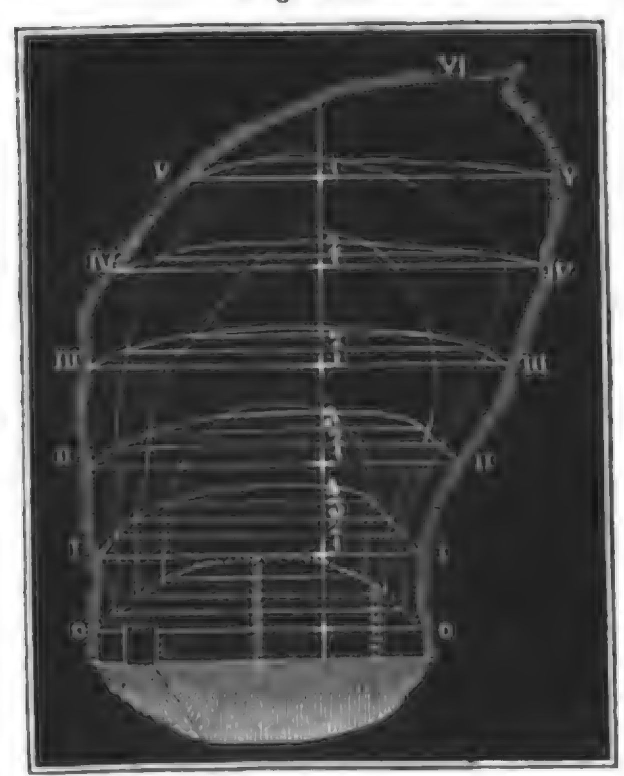
§. 97. In wasserarmen Gegenden und an Orten, wo große Maschinenkräfte in Anspruch genommen werden, wie z. B. in Bergwerksrevieren ist die Anlegung von **Teichen** (franz. étangs; engl. ponds, pools) d. i. von großen Wasserbehältern, die sich zur Zeit des Wasserüberflusses von selbst füllen, und bei eintretendem Wassermangel geleert werden können, von der größten Wichtigkeit. Man legt in der Regel Teiche in Schluchten und Thälern an, um nicht allein das Regenwasser, sondern auch die in diesen Vertiefungen fließenden Quellen und Bäche aufnehmen zu können. Dann läßt sich auch die künstliche Umschließung des Teichraumes durch einen einzigen Damm bewirken, den man quer über das Thal von einem Gehänge bis zum anderen führt, indem die ansteigende Thalsohle und die beiden Thalgehänge die übrige Umfassung des Teiches abgeben. Ein Teich hat um so mehr Nutzen, je kleiner die Oberfläche und je kürzer der Damm desselben bei bestimmtem Fassungsraume ist. Es ist daher für den Teichraum diejenige Stelle im Thale auszusuchen, wo die Gehänge mehr steil als flach sind und für den Damm der Ort, wo das Thal mehr eng als weit ist. Nur in weiten Thälern hat man die Teiche zuweilen mit zwei Dämmen, oder mit einem Hauptdamme und zwei Flügeldämmen zu umschließen. Localverhältnisse bestimmen zwar in der Regel den Ort für eine Teichanlage, jedoch ist zu berücksichtigen, daß tieferliegenden Teichen ein größeres **Sammelrevier**, und daher auch ein größerer Wasserzufluß zukommt, dieselben aber auch weniger Gefälle für die Maschinen übrig lassen, daß dagegen hochliegenden Teichen weniger Wasser zufließt, sie dafür aber mehr Gefälle gewähren. Derjenige Teich ist auf jeden Fall der vollkommenste, bei welchem das Product aus dem Wasserzufluß und dem Gefälle zwischen dem Teiche und der tiefer unten im Thale stehenden Maschinenanlage ein Maximum ist. Uebrigens kann man durch Anlegung von Gräben und Röschen das Sammelrevier eines Teiches erweitern. Noch hat man bei einer Teichanlage auf die Beschaffenheit des Teichgrundes Rücksicht zu nehmen, und dabei den Grund zu vermeiden, welcher das Wasser nicht hält, z. B. zerklüftetes Gestein, Kalkschlotten, Flug- und Triebsand, tiefen Sumpf, Morast u. s. w. Durch Aussetzen mit Lehm und Rasen oder Ausrammen mit einem Gemenge aus feinem Sande und guten

Teiche.

Teiche Thon kann man oft die Wasserdichtigkeit eines Teichgrundes hervorbringen. Sind die Gehänge nicht wasserdicht oder leisten sie dem Wasser nicht hinreichenden Widerstand, so muß man sie durch Thon- oder Rasenschichten, Mauern u. s. w. schützen.

Der Werth eines Teiches hängt noch vorzüglich von dem Flächen- und Fassungsraume desselben ab. Um Beides zu finden, ist eine besondere Aufnahme nöthig. Hierzu gehört aber, daß man mit Hülfe eines Meßtisches die Endpunkte I, II, III u. s. w. Fig. 193, von, im Teichspiegel anzunehmenden Parallelen abschneidet, und nun mit einer Stange und mit Hülfe eines Nivellirinstrumentes mehrere Tiefen in durch diese Parallelen zu legenden Querprofilen abmißt. Durch jene Endpunkte bestimmen sich die Parallelen und durch diese Tiefen die entsprechenden Querprofile selbst, und hieraus lassen sich die in Frage stehenden Räume berechnen. Sind b_0, b_1, b_2 ... b_n die n Breiten 0 — 0, I — I, II — II u. s. w. und ist der Abstand zwischen je zwei Parallelen $= a$, so hat man die Oberfläche des Teiches:

Fig. 193.



$$G = [b_0 + b_n + 4(b_1 + b_3 + \dots + b_{n-1}) + 2(b_2 + b_4 + \dots + b_{n-2})] \cdot \frac{a}{3}.$$

Sind ebenso F_0, F_1, F_2 u. s. w. die den Breiten b_0, b_1, b_2 u. s. w. entsprechenden Querprofile, so hat man das Teichvolumen:

$$V = [F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \dots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \dots + F_{n-2})] \cdot \frac{a}{3}.$$

Uebrigens lassen sich auch mit Hülfe dieser Regeln die jeder Wassertiefe entsprechenden Fassungsräume berechnen, indem man sich den ganzen Teich durch Horizontalebenen in Schichten zerlegt denkt.

Anmerkung. Von der Aufnahme und Berechnung der Teiche handelt speciell der »Ingenieur«; einen besonderen Aufsatz hierüber findet man aber in der gleichbenannten Zeitschrift »der Ingenieur«, Heft I., 1846, Freiberg 2c.

Teichdämme. §. 98. Die Teichdämme führt man in der Regel aus Erde, selten aber aus Steinen auf. Man versieht sie mit einer dicken Lehmbrust, um das Eindringen des Wassers zu verhindern, und bekleidet diese wohl noch mit einer Mauer, der sogenannten Terrassenmauer, um die nachtheiligen Wirkungen des Wellenschlages auf den Damm zu schwächen. Außer-

Digitized by Google

dem erhält der Teichdamm noch einen mit Lehm oder Rasen dicht auszuschlagenden **Grundgraben**, welcher vorzüglich dazu dient, das Wasser zurückzuhalten. Man geht mit diesem Graben bis auf festen Grund, z. B. bis auf festes Gestein oder dichten Lehmboden herab, oder wenn dieser nicht zu erlangen ist, wie z. B. bei sandigem oder grandigem Erdboden, man verschafft sich durch einzuschlagende Pfähle einen festen Grund. Die Tiefe eines Grundgrabens hängt von der Beschaffenheit des Erdbodens ab, bei festem und dichtem Gestein reichen oft 5 Fuß Tiefe hin, wogegen man bei zerrissenem oder lockerem Boden 20 Fuß Tiefe nöthig haben kann. Nachtheilig können zumal Klüfte, Gestein-Schichtungen und Steinscheidungen werden, indem sie das Wasser unter oder neben dem Damme durchlassen. Um dieses zu verhindern, hat man den Grundgraben sehr tief auszuheben, und ihn an den Gehängen weit hinauszuführen. Die Hauptform eines Teichdammes stimmt mit dem in Fig. 194 abgebildeten Körper von trapezoidalem Querschnitte EK oder FL überein. Die obere Fläche AC ist die **Dammkappe**, die dem Wasser zugekehrte Seite $ABGH$ die **Brust** und die gegenüberliegende Seite der **Rücken**; es ist ferner KME das **Mittelstück**, ANH der eine und BMC der andere **Dammflügel**. Was die Dimensionen des Dammes betrifft, so macht man die obere Dammbreite $AD = BC$ nicht unter 10 Fuß, und wenn ein Weg über sie gelegt ist, nicht unter 20 Fuß, es ist aber auch Regel, diese Breite mindestens der Dammhöhe gleich zu machen. Giebt man nun der Brust und dem Rücken 45^0 Böschung, so fällt die untere Dammbreite dreimal so groß aus als die Dammhöhe oder obere Dammbreite. Manchen Dämmen giebt man aber 30 bis 40^0 Böschung, weshalb bei ihnen ein noch größeres Verhältniß der unteren Breite zur Höhe sich herausstellt. Die Dammhöhe ist sehr verschieden; man hat im hiesigen Bergrevier 15 bis 35 Fuß hohe Dämme. Wegen des Wellenschlages ist es nothwendig, die Dämme 2 bis 3 Fuß höher zu machen als der Wasserspiegel zu stehen kommt. In Fig. 195 ist das

Teichdämme.

Fig. 194.

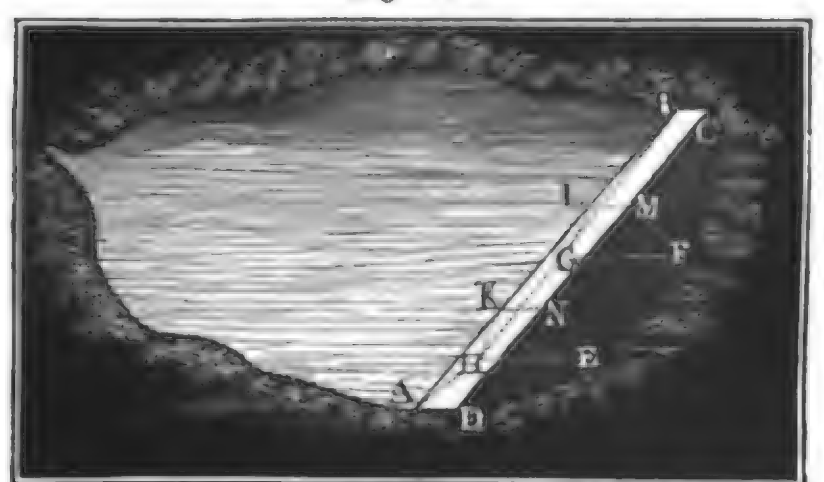
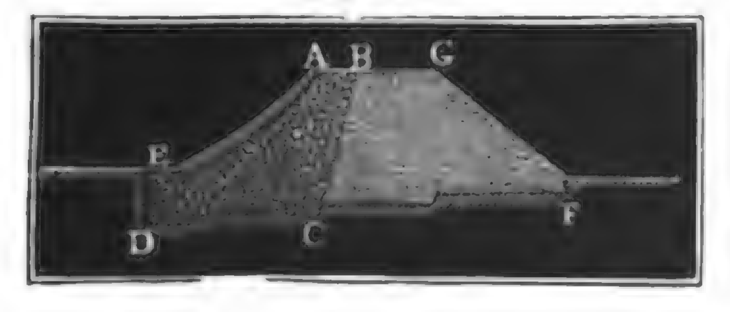


Fig. 195.



Digitized by Google

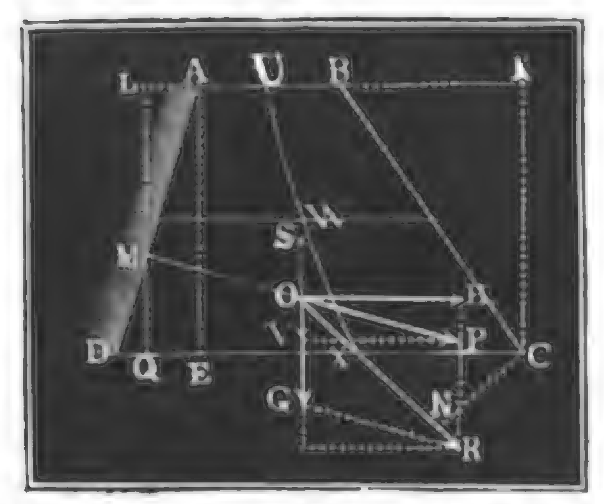
Teichdämme. Querprofil eines Teichdammes abgebildet. $ABCE$ ist die bis auf festen Grund herabgehende festgestampfte Lehmbrust, $BGFC$ aber der aus Schutt bestehende Hinterdamm, und AE die oben 2 Fuß und unten 4 Fuß dicke und ausgebauchte Terrassenmauer.

Anmerkung 1. Bezeichnet l die obere und l_1 die untere Länge, b die obere und b_1 die untere Breite, h aber die Höhe eines Teichdammes wie Fig. 194, so ist das Volumen desselben: $V = [l b_1 + l_1 b + 2(l b + l_1 b_1)] \frac{h}{6}$. (S. I., §. 115.) Bei Anwendung dieser Formel zur Berechnung der Dammmasse ist zu berücksichtigen, daß die festgestampfte Erde noch nicht ganz die Hälfte des Volumens der lockeren Erde einnimmt.

Anmerkung 2. Einer der größten Teiche im Freiberger Bergreviere ist der untere Großhartsmannsdorfer Teich. Er hat einen Flächenraum von 32692 Quadratruthen (Sächs. Maaß) und einen Fassungsraum von 60'669000 Cubikfuß oder 60,19 wöchentliche Rad Wasser, jedes Rad zu 100 Cubikfuß pr. Min.; d. h. dieser Teich gewährt ohne allen Zufluß 60 Wochen lang in jeder Minute 100 Cubikfuß Wasser. Der Damm dieses Teiches ist 1276 Ellen lang, oben 30, unten 82 Ellen breit und $14\frac{3}{4}$ Ellen hoch, doch beträgt die höchste Anspannung nur 13 Ellen 7 Zoll. In Rußland, und namentlich am Ural, hat man jedoch noch viel größere Teichanlagen.

Stabilität der Teichdämme. §. 99. Die Teichdämme sind dem Drucke und zuweilen sogar dem Stoße des Wassers ausgesetzt, es ist daher nöthig, ihnen hinreichende Dimensionen zu ertheilen, damit sie durch ihr Gewicht diesen Wirkungen widerstehen und weder umgestürzt noch fortgeschoben werden. Die Verhältnisse des Fortschiebens haben wir schon früher (I. §. 280) kennen gelernt; es bleibt daher nur noch die Stabilität eines Teichdammes in Hinsicht auf das Kippen zu untersuchen übrig. Das Wasser übt gegen die Brustfläche AD eines Teichdammes $ABCD$, Fig. 196, einen Normaldruck $OP = P$ aus, dessen Angriffspunkt M um LM oder $\frac{2}{3}$ der Tiefe $CK = \frac{2}{3} h$ vom Wasserspiegel absteht (I. §. 303). Für ein Dammstück von der Länge $= 1$ ist dieser Druck $P = AD . 1 . \gamma . \frac{h}{2}$, wenn γ die Dichtigkeit des Wassers bezeichnet. Der horizontale Component dieses Druckes ist aber

Fig. 196.



$H = h . 1 . \gamma . \frac{h}{2} = \frac{1}{2} h^2 \gamma$, und der vertikale Component, wenn m die relative, also mh die absolute Böschung DE der Brustfläche bezeichnet, $V = m h . 1 . \gamma . \frac{h}{2} = \frac{1}{2} m h^2 \gamma$. Das im Schwerpunkte S des trape-

zoidalen Querschnittes $ABCD$ angreifende Gewicht des Dammstückes von der Länge $= 1$ ist, wenn γ_1 die Dichtigkeit der Dammmasse, b die Kappenbreite AB und n die relative, also nh die absolute Hinterböschung bezeichnet, $G = \left(b + \frac{m+n}{2} h\right) h \gamma_1$. Aus P und G oder H, V und G entspringt aber eine Mittelkraft $OR = R$ deren statisches Moment $CN \, . \, R$ in Hinsicht auf die Hinterkante C des Dammes die Stabilität desselben ausdrückt. Denken wir uns P und also auch H und V in M angreifend, so erhalten wir das statische Moment von $P =$ statisches Moment von H minus statisches Moment von V

Stabilität der Teichdämme.

$= \frac{1}{2} h^2 \gamma \, . \, \overline{MQ} - \frac{1}{2} m h^2 \gamma \, . \, \overline{CQ} = \frac{1}{2} h^2 \gamma (\overline{MQ} - m \, . \, \overline{CQ})$
$= \frac{1}{2} h^2 \gamma [\frac{1}{3} h - m (n h + b + \frac{2}{3} m h)]$; nun ist aber das in entgegengesetzter Richtung wirkende statische Moment von G,

$$= \tfrac{1}{2} nh^2\gamma_1 \, . \, \tfrac{2}{3} nh + bh\gamma_1 \left(nh + \frac{b}{2}\right) + \tfrac{1}{2} mh^2\gamma_1 (nh + b + \tfrac{1}{3} mh)$$

$$= h\gamma_1 (\tfrac{1}{3} n^2h^2 + nbh + \tfrac{1}{2} b^2 + \tfrac{1}{2} mnh^2 + \tfrac{1}{2} mbh + \tfrac{1}{6} m^2h^2)$$

$$= h\gamma_1 \left[\left(\frac{m^2 + 2n^2}{3} + mn\right)\frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right) bh + \tfrac{1}{2} b^2\right];$$ es folgt daher die Stabilität des Teichdammes:

$$S = h \left(\left[\left(\frac{m^2 + 2n^2}{3} + mn\right)\frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right) bh + \tfrac{1}{2} b^2\right] \gamma_1 - [\tfrac{1}{3} h - m (nh + b + \tfrac{2}{3} mh)] \frac{h}{2} \gamma\right).$$

Um nun den Punkt X anzugeben, in welchem die Widerstandslinie UWX die Sohle CD des Dammes durchschneidet, bestimmen wir die Entfernung CX dieses Punktes von der Kante C, indem wir setzen: $\frac{CX}{CN} = \frac{OR}{HR} = \frac{R}{V + G}$. Es ist hiernach

$$CX = a = \frac{CN \, . \, R}{V + G} = \frac{S}{G + V} = \left(\left[\left(\frac{m^2 + 2n^2}{3} + mn\right) \frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right) bh + \tfrac{1}{2} b^2\right] \gamma_1 + \left[\left(\frac{2m^2 - 1}{3} + mn\right) h + mb\right] \frac{h}{2} \gamma\right)$$

$$: \left(\left[\left(\frac{m + n}{2}\right) h + b\right] \gamma_1 + \tfrac{1}{2} m h \gamma\right);$$ oder

$$a = \frac{[(m^2 + 2n^2 + 3mn) h^2 + (2n + m) \, . \, 3bh + 3b^2] \gamma_1 + [(2m^2 - 1 + 3mn) h + 3mb] h \gamma}{3 ([(m + n) h + 2b] \gamma_1 + m h \gamma)}.$$

Mit Hülfe dieser Formel kann man auch andere Punkte W u. s. w. in der Widerstandslinie finden, wenn man für h beliebige Dammhöhen einführt, also die Stabilität einzelner, durch Horizontalebenen begrenzter Dammstücke in's Auge faßt.

Stabilität der Teichdämme.

Für einen Damm ohne Böschung ist $m = n = o$, daher $a = \frac{3b^2\gamma_1 - h^2\gamma}{6b\gamma_1} = \frac{1}{2}b - \frac{h^2\gamma}{6b\gamma_1}$ (vergl. II. §. 10). Bei einem Damme mit 45° Böschung zu beiden Seiten ist $m = n = 1$, daher $a = \frac{3(2h^2 + 3bh + b^2)\gamma_1 + (4h + 3b)h\gamma}{3[2(b + h)\gamma_1 + h\gamma]}$; ist nun noch $b = h$, so hat man $a = \frac{18\gamma_1 + 7\gamma}{4\gamma_1 + \gamma} \cdot \frac{h}{3}$, nimmt man endlich $\gamma_1 = 2\gamma$ an, so erhält man $a = \frac{43}{27}h = \frac{43}{27}b$, oder, da dann die untere Dammbreite $b_1 = 3b$, also $b = \frac{1}{3}b_1$ ist, $a = \frac{43}{81}b_1$. Nach Vauban ist hinreichende Sicherheit vorhanden, wenn $a = \frac{5}{9} \cdot \frac{b_1}{2} = \frac{5}{18}b_1$ (s. II. §. 11); im letzten Falle wäre also eine übermäßige Sicherheit vorhanden. Am angemessensten für Teichdämme möchte es jedoch sein, mindestens $a = 0{,}4\,b_1$ zu machen, also die Widerstandslinie 4 Zehntel der unteren Breite von der Hinterfläche abweichen zu lassen.

Beispiel. Man soll die Widerstandslinie für einen Teichdamm angeben, dessen vordere Böschung $m = 1$, hintere Böschung $n = \frac{1}{2}$ und Dammkappenbreite $b = 10$ Fuß ist, vorausgesetzt, daß die Dammmasse das specifische Gewicht = 2 hat. Hier ist $a = \frac{2(3h^2 + 60h + 300) + (\frac{5}{2}h + 30)h}{3(3h + 40 + h)} = \frac{1200 + 300h + 17h^2}{24(10 + h)}$; es stellt sich daher heraus: für $h = 0$, $a = 5$ Fuß, für $h = 5$ Fuß, $a = \frac{3125}{360} = 8{,}68$ Fuß, für $h = 10$ Fuß, $a = \frac{5900}{480} = 12{,}29$ Fuß, für $h = 15$ Fuß, $a = \frac{9525}{600} = 15{,}87$ Fuß, für $h = 20$ Fuß, $a = \frac{14000}{720} = 19{,}44$ Fuß u. s. w. Für eine sehr groß Dammhöhe läßt sich $a = \frac{17h}{24}$ und $b = \frac{3}{2}h$, also $\frac{a}{b} = \frac{34}{72}$ setzen. Da $\frac{34}{72}$ schon größer als 0,4 ist, so würde dieser Damm selbst bei einer unendlichen Höhe sicher vor dem Kippen sein.

Anmerkung. Nach der Formel $b = \frac{3h - a}{2}$ im Beispiel I. §. 303 ist, wenn man $a = mh$ setzt, $2b = (3 - m)h$, daher $h = \frac{2b}{3 - m}$, also im letzten Beispiele, wo $m = 1$ ist, $h = b = 10$ Fuß zu machen.

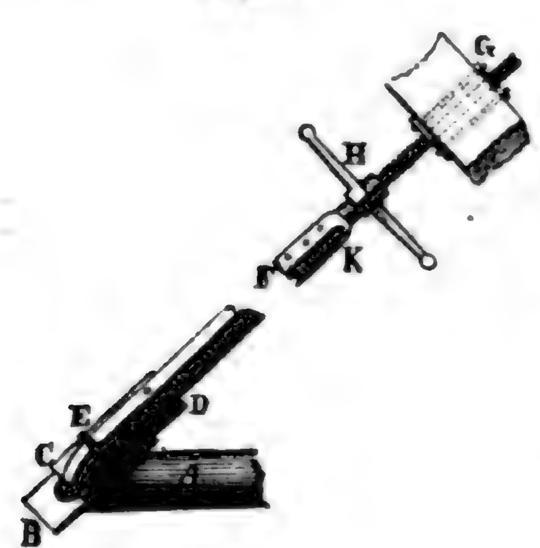
Ablassen der Teiche.

§. 100. Zum Ablassen des Wassers aus den Teichen dienen die Teichgerinne und die Fluther. Jene gehen durch den Teichdamm hindurch und dienen zum regelmäßigen Abzapfen, diese aber sind bloße Einschnitte im Damme und haben den Zweck, das im Uebermaaße zufließende Wasser eines bereits gefüllten Teiches abzuleiten. Zuweilen hat ein Teich mehrere Teichgerinne und mehrere Fluther. Das tiefste oder im tiefsten Punkte des Teiches einmündende Gerinne wird in der Regel nur beim gänzlichen

Ablassen und Fischen des Teiches geöffnet, und heißt deshalb das **Fischgerinne**; das höher liegende Gerinne hingegen endigt sich in dem Graben, durch welchen das Wasser auf die Maschinen geführt wird, und heißt deshalb das **Mühl-** oder **Maschinengerinne**. Bei tiefen Teichen ist es sehr zweckmäßig, zwei oder mehrere, in verschiedenen Höhen einmündende Maschinengerinne anzuwenden, und das Wasser, so lange es geht, immer durch das höhere Gerinne abzulassen, um so viel wie möglich Gefälle für die Maschinen übrig zu behalten. Ablassen der Teiche.

Die Teichgerinne sind entweder hölzern, oder steinern oder eisern; die letzten sind die besten. Man verwendet dazu gußeiserne Röhren von 1 bis 2 Fuß Weite. Zum Reguliren des Abflusses dient der **Zapfen** oder **Striegel**. Die in neuerer Zeit hier in Anwendung gebrachten Striegel haben eine Einrichtung, wie sie Fig. 197 vor Augen führt.


Fig. 197.



Es ist hier A der Kopf des Teichgerinnes mit der außen abgeschliffenen Kopfplatte B, CD ein innen abgeschliffener gußeiserner Schieber, EF die bis auf die Dammkappe hinaufführende **Striegelstange** oder der **Striegelschaft**, E eine mit dem Schieber fest verbundene und über die Kopfplatte weggreifende Schiene, wodurch der Schieber gegen die Kopfplatte gedrückt wird; es ist ferner G ein starker Steg über der Teichkappe und innerhalb des Teichhäuschens, GH eine Schraubenspindel, welche durch eine in dem Stege festsitzende Mutter hindurchgeht, bei K durch ein Gewinde mit dem Zapfenschaft verbunden ist, und durch einen Schlüssel H in Umdrehung gesetzt werden kann. Es ist nun leicht zu ermessen, wie durch diese Umdrehung der Schieber mittels seines Schaftes gehoben oder gesenkt, oder die Eintrittsöffnung in das Teichgerinne vergrößert oder verkleinert werden kann.

Das Teichgerinne muß einen Querschnitt erhalten, welcher selbst bei dem niedrigsten Wasserstande und bei vollständiger Eröffnung noch das erforderliche Wasserquantum hindurchläßt. Ist Q die pr. Sec. abzulassende Wassermenge, h die gegebene kleinste Druckhöhe, l die Länge, d die Weite des Teichgerinnes, ζ_1 der Widerstandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient für die Bewegung in dem Teichgerinne, so hat man nach

I. §. 367, $d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_1)\, d + \zeta l}{2gh} \cdot \left(\frac{4\,Q}{\pi}\right)^2}$, oder einfacher

Ablassen der Teiche. $d = 0{,}4817 \sqrt[5]{[(1+\zeta_1)\, d + \zeta l]\, \frac{Q^2}{h}}$. Wenn man nun ζ_1 aus der Tabelle in I. §. 360 und ζ aus der Tabelle in I. §. 366 wählt, so läßt sich hiernach auf dem Wege der Näherung die gesuchte Gerinnweite berechnen. Bei höherem Wasserstande ist ein Theil der Eintrittsmündung durch den Schieber zu verschließen, weshalb nun nach I. §. 373 ein größerer Widerstandscoefficient für den Eintritt einzuführen ist. Ist die Eintrittsöffnung sehr klein, so füllt endlich das Wasser das Teichgerinne gar nicht mehr aus, und es ist dann einfach der Inhalt dieser Einmündung: $F = \frac{Q}{\mu \sqrt{2\,gh}} = \frac{(1+\sqrt{\zeta_1})\, Q}{\sqrt{2\,gh}}$, wo ζ_1 ebenfalls aus §. 360 genommen werden muß. Mit Hülfe der Seite 218 u. s. w. im »Ingenieur« mitgetheilten Kreissegmententabelle, läßt sich hieraus die Schieberstellung selbst finden.

Die Fluther oder Fluthbetten werden wegen der leichteren Ableitung des Wassers nahe an den Gehängen in dem Damme eingeschnitten. Sie sind höchstens 5 Fuß tief, 10, 20 und mehr Fuß lang und erhalten, wie die Wehre, ein steinernes Bette. Uebrigens rüstet man sie noch mit Schützen und Rechen aus.

Beispiele. 1) Welche Weite ist einem Teichgerinne von 100 Fuß Länge zu ertheilen, welches bei 1 Fuß Druckhöhe noch 10 Cubikfuß Wasser pr. Sec. abführt? Führen wir den einer Dammneigung von 40° entsprechenden Coefficienten $\zeta_1 = 0{,}870$ und den einer Geschwindigkeit von 5 Fuß entsprechenden Coefficienten $\zeta = 0{,}022$ ein, so erhalten wir die Formel $d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}870\, d + 2{,}2) \,.\, 100}$, welcher $d = 1{,}7$ so ziemlich entspricht, denn setzt man rechts $d = 1{,}7$, so folgt links: $d = 0{,}4817 \,.\, \sqrt[5]{537{,}9} = 1{,}694$. Es ist also hiernach ein Gerinne von $1{,}7 \,.\, 12 = 20{,}4$ Zoll anzuwenden. 2) Wie tief ist der Schieber zu stellen, damit das vorige Gerinne bei 16 Fuß Druckhöhe ebenfalls nur 10 Cubikfuß Wasser liefert? Nehmen wir an, daß hier das Gerinne nicht vollfließt, so haben wir

$$F = \frac{(1+\sqrt{\zeta_1})\, Q}{\sqrt{2gh}} = \frac{(1+\sqrt{0{,}87}) \,.\, 10}{7{,}906 \,.\, \sqrt{16}} = \frac{19{,}327}{7{,}906 \,.\, 4} = 0{,}611 \text{ Quadratfuß.}$$

Dieses Segment vom Halbmesser $\frac{1{,}7}{2}$ auf den Halbmesser 1 reducirt, fällt nun $= 0{,}611 \cdot \frac{4}{2{,}89} = 0{,}846$ aus, und es giebt nun die Segmententabelle im »Ingenieur« die entsprechende Bogenhöhe oder Schieberstellung:

$$= 0{,}629 \,.\, \frac{1{,}7}{2} = 0{,}535 \text{ Fuß} = 6{,}42 \text{ Zoll.}$$

Kanäle. § 101. Man führt das Wasser in Kanälen oder Gerinnen aus den Wehren, Teichen und anderen Sammelapparaten nach dem Punkte des Bedarfes, d. i. nach den Maschinen, welche es in Bewegung setzen soll. Die Kanäle werden in der Regel in die natürliche Erdoberfläche

eingeschnitten, zuweilen aber auch in einen künstlich aufgeworfenen Damm Kanäle gebettet; sie werden ferner mittels Brücken (Aquäducte) in größerer Höhe über der Erdoberfläche oder unterirdisch (in Röschen) unter derselben fortgeführt. Das Bette wird entweder durch natürliche Erde, Sand oder Steine, oder durch künstlichen Mörtel gebildet, oder es wird ausgemauert, oder es besteht dasselbe in einem hölzernen, steinernen oder eisernen Gerinne Das Querprofil eines Kanales ist ein geradliniges oder wenig gebauchtes Trapez, das eines Gerinnes aber in der Regel ein Rechteck. Das Nöthigste über die zweckmäßigste Form der Querprofile ist bereits in I. §. 400 u. s. w. abgehandelt worden. Die Querprofile bei Aufschlagkanälen sind in der Regel im Mittel $1\frac{1}{2}$ bis 3 mal so lang als tief, bei

Fig. 198.

Schifffahrtskanälen aber ist ihre Tiefe 5 bis 10 mal in ihrer mittleren Länge enthalten. Mit Mörtel ausgemauerten Kanälen giebt man wenig oder gar keine Böschung, Kanäle mit Trockenmauerung giebt man $\frac{1}{2}$ Böschung, in dichter Erde ausgehobene Kanäle erhalten aber die Böschung 1 und in Sand und lockere Erde ausgehobene Kanäle die Böschung 2. Die

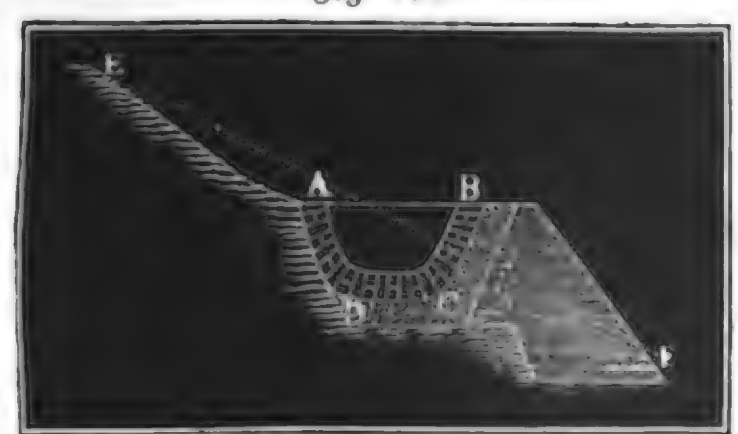


Fig. 199.

Construction eines Kanales in einem nicht wasserdichten Boden, führt Fig. 198 vor Augen. Hier sind die Seiten und der Boden 1 bis 2 Fuß dick mit Lehm ausgerammelt, und wenig geböschte Seitenmauern AD und BC von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß Dicke angesetzt. Wird der Kanal an einem Gehänge EF, Fig. 199, hingeführt, so schneidet

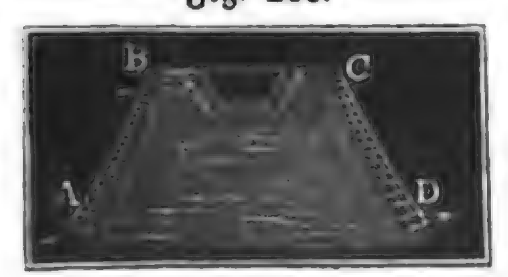


Fig. 200.

man ihn nur zum Theil ein und benutzt die ausgehobene Erde zur Bildung des übrigen Theiles. Um die Sohle CD zu schützen, ist dieselbe, wie die Seiten, ausgemauert. Höhere Dämme, auf welchen Kanäle fortgeführt werden, versieht man mit Futtermauern AB und CD, Fig. 200. Unterirdische Kanäle stehen entweder in festem Gesteine, oder sind ausgemauert, wie Fig. 201 (auf folg. Seite) vor Augen führt. Um Röschen begehen zu können, erhalten dieselben eine angemessene Höhe und ein auf Stegen

Digitized by Google

Kanäle *AB* liegendes Laufbrett *C*. Ein hölzernes Gerinne oder Spundstück ist in Fig. 202 abgebildet. Dasselbe besteht aus den durch Pfosten gebildeten Borden oder Seitenwänden *AA*, aus dem durch Bretter gebildeten und auf Tragleisten *C* ruhenden Boden *B*, und wird durch Geviere, wie

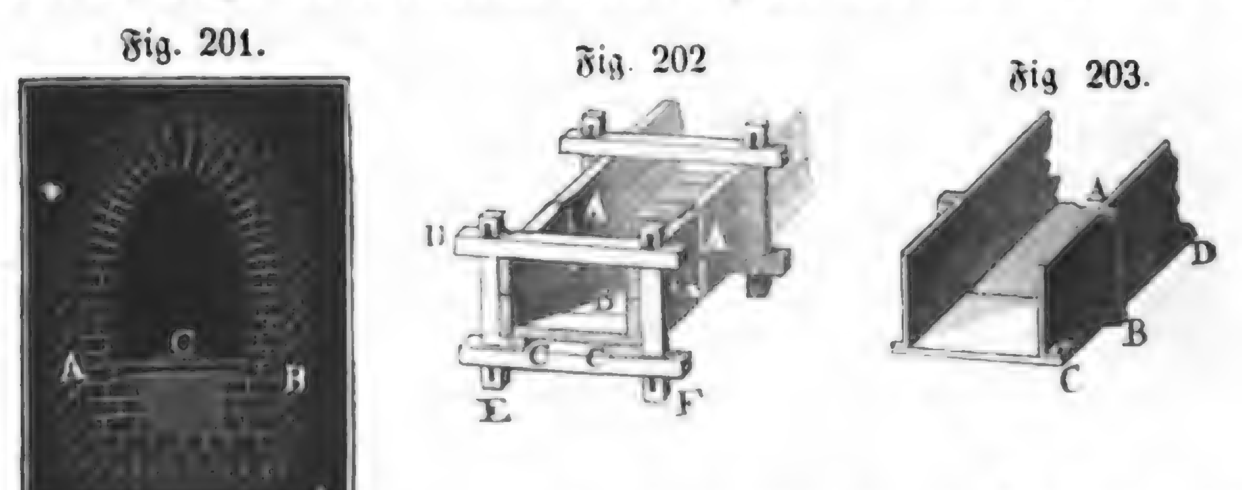
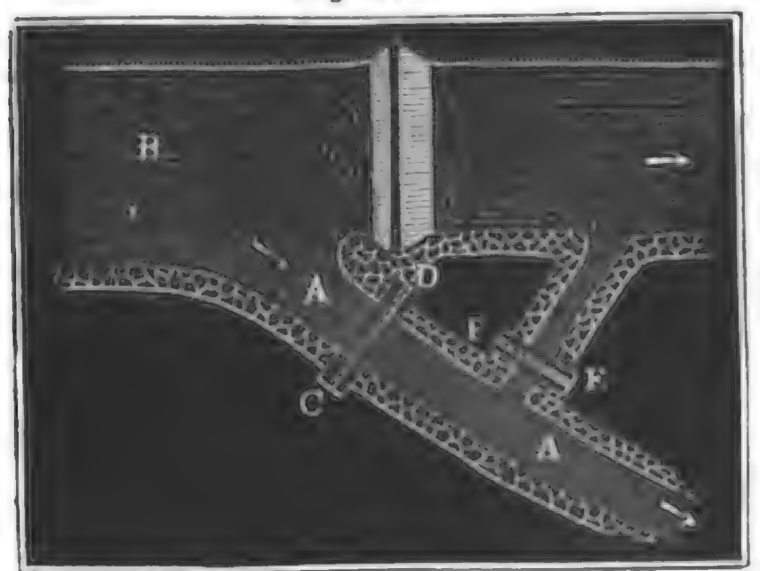


Fig. 201. Fig. 202 Fig. 203.

DEFG zusammengehalten. Die Verdichtung in den Stoßfugen wird durch feines Moos oder durch Kitt u. s. w. bewirkt. Die Construction gußeiserner Gerinne ist aus Fig. 203 ersichtlich. Hier sind die Seitenwände mit Lappen wie *AB*, *BC* u. s. w. versehen, und es erfolgt die Zusammensetzung durch Schrauben, welche durch je zwei Lappen hindurchgehen.

Die Einmündung eines Kanales *AA*, Fig. 204, in einen Fluß *B* ist durch allmälige Erweiterung und Abrundung zu bewirken, die Ufer sind durch Mauerung und durch eine zwischen Lehmrammelung stehende Spundwand *CD* vor den zerstörenden Wirkungen des fließenden Wassers zu schützen. Uebrigens läßt sich das Schützenwerk, welches zum Reguliren des Wassers dient, gleich in das Bundwerk der Spundwand oder sogenannten Verheerdung einsetzen. Um das durch besondere Umstände, z. B. durch starke Regengüsse, Thaufluthen u. s. w. herbeigeführte Ueberlaufen oder Ueberfüllen der Kanäle zu verhindern, sind noch Ablässe, Abschläge oder Fluther anzubringen. Diese sind kurze, seitwärts einmündende Kanäle mit einem starken Gefälle. Man schützt dieselben durch Mauerung, Lehmrammelung und Verheerdung wie *EF*, Fig. 204, und sperrt sie für gewöhnlich durch eingesetzte Pfosten oder bewegliche Schützen.

Fig. 204.

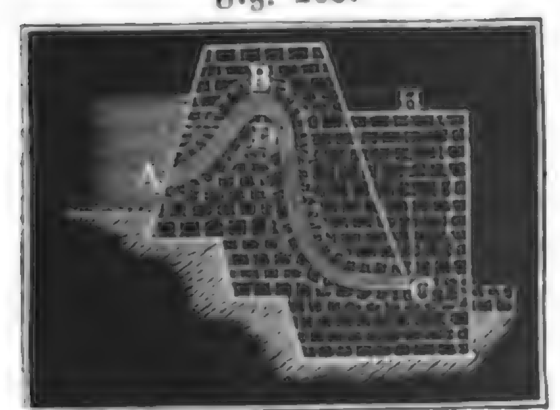


Um endlich noch das

Digitized by Google

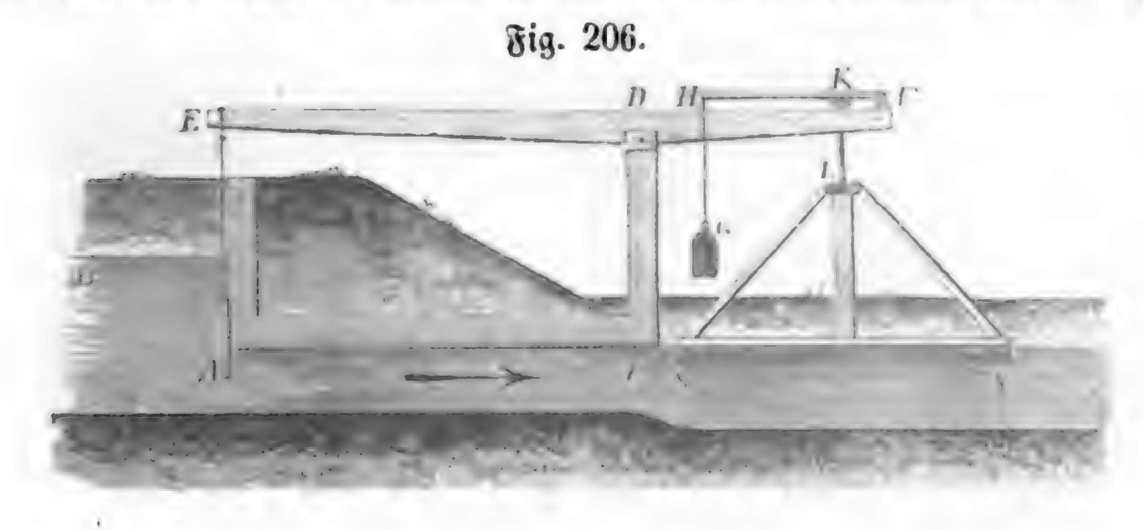
nöthige Ablassen des Wassers aus Kanälen von selbst ohne Beihülfe eines Aufsehers zu bewirken, wendet man besondere Mechanismen, wie z. B. Schwimmer an, welche beim Anschwellen des Wassers im Kanale steigen und dabei die meist in einer Klappe oder Thüre bestehende Schütze öffnen, oder man bedient sich eines Kastens, in welchen Wasser einfließt, wenn dasselbe im Kanale eine gewisse Höhe überschritten hat, und welcher beim Niedersinken die Abflußklappe öffnet. Am einfachsten ist aber der Heber *ABC*, Fig. 205, mit einer Luftröhre *DE*. So wie der Wasserspiegel im Kanale in das Niveau des Heberscheitels *B* kommt, so füllt sich derselbe ganz mit Wasser und es fließt dasselbe bei *C* mit gefülltem Querschnitte und unter einer Druckhöhe ab, welche der Tiefe *CH* der Ausmündung *C* unter dem Wasserspiegel gleichkommt. Sinkt aber das Wasser wieder bis zur Luftröhre, so dringt Luft ein, und es endigt sich dadurch der Ausfluß. Füllt das Wasser nur einen Theil des höchsten Röhrenquerschnittes *BD* aus, so tritt natürlich nur das Ausflußverhältniß eines Ueberfalles ein. Kanäle.

Fig. 205.



Anmerkung. Eine sich selbst stellende Schütze ist in Fig. 206 abgebildet. Es ist hier die Schütze *A*, welche das aus *B* nach *C* abfließende Wasser reguliren soll, an einem um *D* drehbaren Hebel *EF* aufgehangen, der mit einem auf dem abfließenden Wasser *CC* ruhenden Schwimmer *SS* in Verbindung steht. Steigt das Wasser *CC*, und mit ihm *SS*, so sinkt die Schütze *A*, und fällt *CC*, so wird *A* mittels *SS* gehoben; im ersten Falle wird aber die Ausflußmenge bei *A* vermindert, und im zweiten vergrößert, jedenfalls also die dem Steigen oder Sinken von *SS* entsprechende Zu- oder Abnahme des Abflußwassers wieder aufgehoben. Um die Wirkung des Schwimmers auf den Hebel aufzuheben, wenn die Schütze *A* geschlossen und *CC* in Folge von Regengüssen angeschwollen ist, läßt man die Schwimmer mittels eines Bolzens *KL* auf einen Hebel *FH* wirken, der durch ein Gewicht *G* niedergezogen wird.

Fig. 206.



Kanäle. §. 102. Die Geschwindigkeit des Wassers in einem Kanale soll eine mittlere sein; nicht zu klein, weil sich außerdem derselbe leicht verschlämmt oder versandet, und nicht zu groß, weil sonst das Bette nicht hinreichenden Widerstand leistet, und weil eine große Geschwindigkeit ein zu großes Gefälle für den Kanal in Anspruch nimmt und es der Maschine entzieht. Um das Absetzen von Schlamm zu verhindern, soll die mittlere Geschwindigkeit mindestens 7 bis 8 Zoll übertreffen, da wo aber das Absetzen von Sand zu befürchten ist, soll man dieselbe nicht unter $1\frac{1}{4}$ Fuß zulassen. Was die Maximalgeschwindigkeit des Wassers in Kanälen anlangt, so hängt diese von der Beschaffenheit des Bettes ab; damit dieses nicht angegriffen wird, darf die Geschwindigkeit am Boden nicht überschreiten:

bei schlammigem Boden: $\frac{1}{4}$ Fuß,
bei thonigem Boden: $\frac{1}{2}$ Fuß,
bei sandigem Boden: 1 Fuß,
bei kiesigem Boden: 2 Fuß,
bei grobsteinigem Boden: 4 Fuß,
bei einem Boden von Conglomerat oder Schiefer: 5 Fuß,
bei einem Boden von geschichtetem Gesteine: 6 Fuß,
bei einem Boden von hartem und ungeschichtetem Gesteine: 10 Fuß.

Wenn nun auch die Geschwindigkeit am Boden kleiner ist als die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile, so wird es doch der Sicherheit wegen gut sein, selbst mit der letzteren die eben angegebenen Grenzen nicht zu überschreiten.

Aus der angenommenen mittleren Geschwindigkeit c und aus dem fortzuführenden Wasserquantum Q ergiebt sich nun der Inhalt des Querprofiles F, und hieraus wieder der Umfang p des Wasserprofiles; setzt man nun diese Werthe in die Formel $\delta = \frac{h}{l} = \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$ (s. I. §. 403 u. s. w.) ein, so bekommt man den erforderlichen Abhang δ des Kanales, aus dem sich wieder das Gefälle auf die ganze Kanallänge l, $h = \delta l$ ergiebt.

Hiernach erhält man allerdings unter verschiedenen Verhältnissen sehr verschiedene Abhänge; da indessen, ζ im Mittel $= 0{,}007565$, c in der Regel zwischen 1 und 5 Fuß und bei Aufschlagkanälen $\frac{p}{F}$ zwischen $\frac{1}{5}$ und 2 gelegen ist, so folgen die Grenzen der Abhänge bei diesen Kanälen: $0{,}007565 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot 0{,}016 = 0{,}000024$ und $0{,}007565 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 0{,}016 = 0{,}00605$.

Den Abzugskanälen giebt man ein größeres Gefälle, um eine größere Geschwindigkeit zu erzeugen und das Wasser, nachdem es gewirkt hat, schnell von der Umtriebsmaschine zu entfernen.

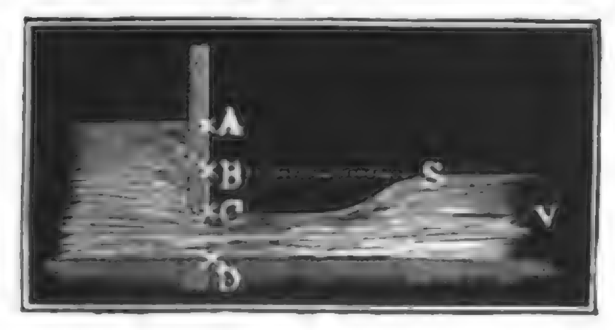
Anmerkung 1. Hiesigen Aufschlaggräben giebt man 0,00025 bis 0,0005, den Abzugsgräben aber 0.001 bis 0,002 Abhang. Die ursprünglich römische Wasserleitung zu Arcueil bei Paris hat $\delta = 0{,}000416$, die New-River-Wasserleitung in London aber $\delta = 0{,}00004735$ u. s. w. Kanäle.

Anmerkung 2. Plötzliche Richtungs- und Querschnittsveränderungen sind bei einem Kanale zu vermeiden, weil dadurch nicht nur Gefälle verloren geht, sondern auch nachtheilige Wirkungen auf das Bette desselben entstehen. Wenn man Kanäle an Gehängen hinführt, so sind Krümmungen nicht zu vermeiden, und es ist dann wenigstens dafür zu sorgen, daß dieselben große Halbmesser oder größere Querschnitte erhalten.

Anmerkung 3. Durch das Ansetzen von Schlamm, Sand und Eis, sowie durch Einwachsen von Wasserpflanzen, wie Schilf u. s. w. wird das Querprofil der Kanäle verengt, und dadurch ebenfalls ein Gefällverlust herbeigeführt. Man soll daher die Kanäle von Zeit zu Zeit von solchen Hindernissen befreien, übrigens aber die Bildung derselben, zumal durch Bedeckung der Kanäle zu verhindern suchen. Endlich verliert ein Kanal auch Wasser durch Verdunstung und Versickerung, gewinnt aber auch wieder durch den Regen. Sichere Angaben lassen sich jedoch hierüber nicht machen.

§. 103. Der Eintritt des Wassers in einen Kanal ist entweder **frei** oder durch eine **Schütze** zu reguliren. Tritt das Wasser frei aus dem Wehrteiche oder einem Reservoir, worin es als stillstehend anzunehmen ist, so bildet sich eine Senkung des Wasserspiegels, welche auf die Erzeugung der Geschwindigkeit des Wassers im Kanale verwandt wird, daher $= \frac{v^2}{2g}$ ist, und allemal vom ganzen Kanalgefälle abgezogen werden muß. Bei mittleren Geschwindigkeiten von 3 bis 4 Fuß beträgt jedoch diese Senkung nur $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll. Wird der Eintritt des Wassers in einen Kanal durch ein Schutzbrett regulirt, so sind zwei Fälle von einander zu unterscheiden. Entweder fließt das Wasser frei durch die Schutzöffnung, oder es fließt unter dem die Vorderfläche des Schutzbrettes zum Theil bedeckenden Unterwasser aus. In der Regel ist die Höhe des im Graben fortfließenden Wassers größer als die Oeffnungshöhe und es bildet sich deshalb in einer gewissen Entfernung vor der Schütze AC, Figur 207, ein Sprung S. Die Höhe $BC = x$ dieses Sprunges bestimmt sich aber aus der Geschwindigkeit v des fortfließenden und aus der Geschwindigkeit v_1 des ankommenden Wassers mittels der Formel: Schützen.

Fig. 207.



$x = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, und zieht man diese Höhe von der die Geschwindigkeit v_1 erzeugenden Druckhöhe $AC = h = \frac{v_1^2}{2g}$ ab, so bleibt das zur Er-

Schützen. zeugung der Anfangsgeschwindigkeit v verwendete Gefälle $AB = h_1 = h - x = \frac{v_1^2}{2g} - \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{v^2}{2g}$ und zwar genau so groß wie beim freien Eintritt. Da die Mündung nie vollkommen glatt und abgerundet ist, so wird sie allerdings noch ein Hinderniß darbieten und das Gefälle noch um 10 oder mehr Procent vergrößern.

Setzen wir den Inhalt des Querschnittes vom fortfließenden Wasser $= G$ und den der Oeffnung $CD, = F$, so erhalten wir $Gv = Fv_1$ und daher die Sprunghöhe $x = a - a_1, = \left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right]\frac{v_1^2}{2g}$, oder für $\frac{v_1^2}{2g}$ die Geschwindigkeits- oder Druckhöhe $AC = h$ eingeführt, $x = \left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right] h$. Ist die Differenz $x = a - a_1$ der Wasserhöhen a und a_1 kleiner als $\left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right]\frac{v_1^2}{2g}$, so zieht sich der Sprung S noch stromabwärts, ist sie aber größer, so zieht er sich aufwärts, so daß zuletzt der in Fig. 208 abgebildete Ausfluß unter Wasser herbeigeführt wird.

Fig. 208.



Hier wird die Druckhöhe $AB = h$ nicht allein auf die Erzeugung der Geschwindigkeit v des fortfließenden Wassers, sondern auch auf die Ueberwindung des Hindernisses verwendet, welches sich herausstellt, wenn die Geschwindigkeit v_1 in der Mündung plötzlich in die Geschwindigkeit v im Kanale verwandelt wird. Setzen wir den Inhalt der Mündungsfläche $= F$ und den Querschnitt des Kanales $= G$, so haben wir die durch diesen Uebergang verlorene Druckhöhe

$$= \frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

und daher das Gefälle $AB = h = \frac{v^2}{2g} + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$, d. i.

$$h = \left[1 + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}.$$

Man sieht, daß dieses Gefälle oder der Niveauabstand des Wassers vor und hinter dem Schutzbrette um so größer ausfällt, je kleiner die Schutzöffnung F in Ansehung des Kanalquerschnittes G ist.

Beispiel. Ein Kanal hat 5 Fuß mittlere Breite und liefert bei 3 Fuß Tiefe 45 Cubikfuß Wasser pr. sec.; wenn nun seine Speisung durch eine 4 Fuß weite und 1 Fuß hohe Schutzöffnung erfolgt, um wie viel wird das Wasser hinter dem

Digitized by Google

Schutzbrette tiefer stehen als vor demselben? Es ist $G = 5 . 3 = 15$ Quadratfuß und $F = 4 . 1 = 4$ Quadratfuß; ferner $v = {}^{45}/_{15} = 3$ Fuß und Schützen.

$$v_1 = \frac{3 . 15}{4} = {}^{45}/_{4} = 11^1/_4 \text{ Fuß}.$$

Da nun $\left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right]\frac{v_1^2}{2g} = [1 - ({}^4/_{15})^2] . 2{,}02 = 1{,}88$ Fuß kleiner als $a - a_1 = 3 - 1 = 2$ Fuß ist, so wird ein freier Ausfluß nicht statt finden können. Die Formel $h = \left[1 + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}$ giebt den gesuchten Niveauabstand $h = (1 + 2{,}75^2) . 0{,}144 = 8{,}56 . 0{,}144 = 1{,}23$ Fuß, welcher jedoch wegen der Hindernisse in der Mündung mindestens noch 10 Procent größer sein kann.

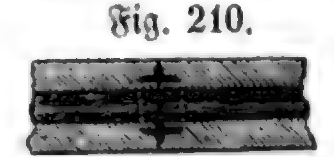
§. 104. **Röhrenleitungen** dienen in der Regel nur zur Fortleitung kleiner Wassermengen, wie sie etwa zum Speisen einer Wassersäulenmaschine mit hohem Gefälle nöthig sind. Da sie rings umschlossen sind, so kann man sie nicht bloß fallend, sondern auch steigend legen. Auch kann das Neigungsverhältniß ein ganz beliebiges sein, wenn nur die Ausmündung unter, und der höchste Punkt der Leitung noch nicht 1 Atmosphäre (32,84 Fuß) über, besser aber ebenfalls unter der Einmündung liegt. Durch Röhrenleitungen lassen sich also Thäler und Anhöhen überschreiten ohne Brücken und Röschen zu erfordern. Die **Leitungsröhren** sind aus Holz, oder gebranntem Thon, Stein, Glas, Eisen, Blei u. s. w. Am häufigsten kommen die Holz- und Eisenröhren vor, nächstdem aber die Steinröhren. Leitungsröhren.

Zu den hölzernen Leitungsröhren verwendet man gewöhnlich Nadelholz, weil sich daraus gerade Röhren von 12 bis 20 Fuß Länge schneiden lassen. Die Weite der Bohrung beträgt $1^1/_2$ bis 8 Zoll, sie soll übrigens ein Drittel des Röhrendurchmessers nicht übertreffen. Die Verbindungsweisen der Röhren unter einander sind aus den Figuren 209 und 210 zu ersehen.

Fig. 209.



Fig. 210.



Figur 209 zeigt eine conische Verzapfung mit einem eisernen Ringe und einer Einlage von getheertem Hanf oder getheerter Leinwand. Figur 210 zeigt eine Verbindung mit einer eisernen Büchse, welche mit ihren schneidigen Ringen in beide Röhrenenden 1 bis 2 Zoll tief eindringt. Die steinernen Röhren sind 5 bis 6 Fuß lang, sie werden stumpf zusammengestoßen, mit einem Kitte oder hydraulischen Mörtel und einem über beide Röhrenenden weggreifenden eisernen Ringe verbunden.

Die eisernen Röhren zeichnen sich durch große Festigkeit und Dauerhaftigkeit vor allen anderen Röhren aus. Sie werden von sehr verschiedenen Weiten und mindestens $^1/_2$ Zoll Stärke 5 bis 10 Fuß lang gegossen. Man muß sie vor dem Gebrauche einer hydrostatischen Prüfung unterwerfen. Um sie vor der Oxydation von innen zu schützen, werden diesel-

Leitungs- röhren

ben ausgepicht, oder überfirnißt, oder gar mit hydraulischem Mörtel bestrichen. Uebrigens ist die Wandstärke von der Weite und vom Drucke abhängig und nach I. §. 306 zu bestimmen. Die Zusammensetzung der eisernen Röhren erfolgt mittels Kränzen und Schrauben, wie Fig. 211

Fig. 211.

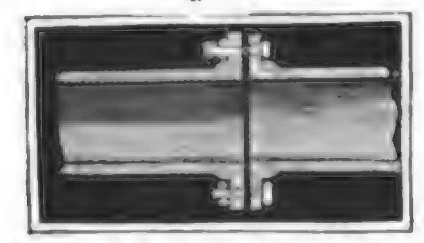
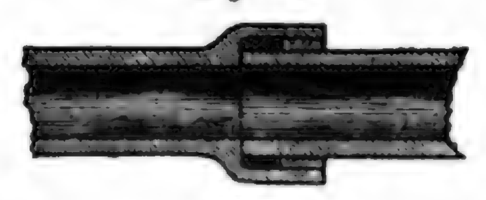


Fig. 212.



vor Augen führt, oder mittels Schnauzen, wie Fig. 212 zeigt, oder mittels Ringen (Sätteln), welche, wie Fig. 213 andeutet, über die stumpf zusammengestoßenen Enden von je zwei Röhren weggreifen. Zur Verdichtung dient Leder, Filz, Blei, Eisenkitt oder Holz, welches letztere in Keilform in die Fugen einzutreiben ist. Zuweilen setzt man auch noch schwache Eisen- oder Kupferringe so inwendig an, daß sie über beide Röhrenenden weggreifen. Hölzerne und steinerne Röhren lassen sich ebenfalls durch Schnauzen mit eisernen Röhren verbinden. Noch hat man auch Verbindungen mit der Nuß, wie Fig. 214, durch welche sich die Röhren unter beliebigen Winkeln zusammenstoßen lassen.

Fig. 213.

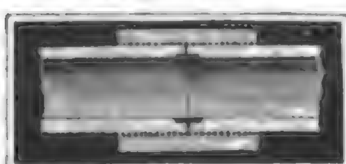


Fig. 214.

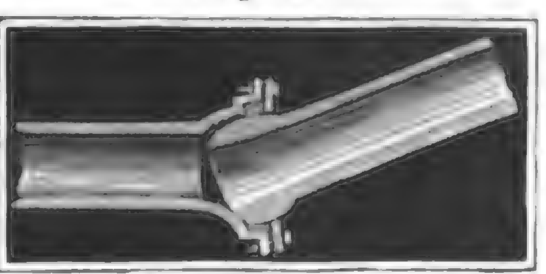


Fig. 215.



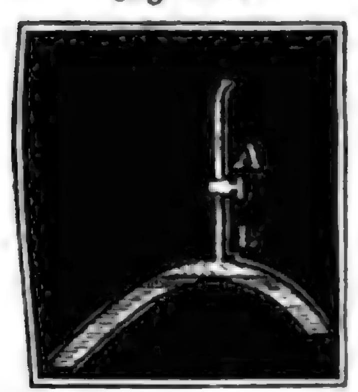
Liegen die gußeisernen Röhren nicht tief unter oder wohl gar über der Erde, so erleiden dieselben mit dem Wetter Temperaturveränderungen, die wieder eine Ausdehnung oder Verkürzung der Röhren zur Folge haben. Um nun aber die nachtheiligen Folgen dieser Veränderung, wie z. B. das Zersprengen der Röhren, zu vermeiden, müssen sogenannte Compensationsröhren, wie Fig. 215, in die Leitung eingesetzt werden. Die Längenausdehnung des Gußeisens ist bei jedem Grad Wärmezunahme $= 0{,}0000111$; folglich die Längenausdehnung bei 50^0 Temperaturzunahme (vom tiefsten Winterfroste bis zur höchsten Sommerhitze) $= 50 \cdot 0{,}0000111 = 0{,}000555$; ist nun die Leitungsröhre $1/_{0{,}000555} = 1800$ Fuß lang, so nimmt dieselbe folglich um 1 Fuß an Länge zu bei dieser Temperaturveränderung. Diese Ausdehnung wird nun durch die Compensationsröhre A wieder ausgeglichen, indem sich die folgende Röhre B in ihr verschiebt. Damit dies ungehindert geschehen könne, wird das Ende dieser Röhre abgedreht, und der

Digitized by Google

Verschluß durch eine mit einem Polster gefüllte Stopfbüchse C hervorgebracht. In der Regel bringt man auf 300 Fuß Länge eine Compensationsröhre an. Leitungsröhren.

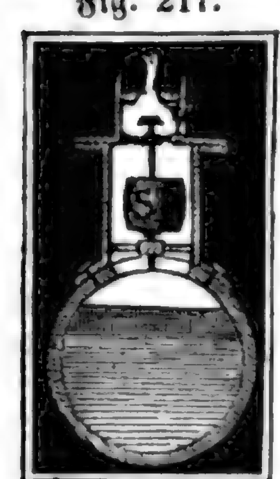
§. 105. Nicht immer lassen sich Röhrenleitungen gerade fortführen, sondern man muß sie bald zur Seite, bald auf-, bald abwärts steigend legen. Es ist hierbei aber stets die Regel zu befolgen, plötzliche Richtungsänderungen, also Knieröhren, gänzlich zu vermeiden, krummen Röhren aber große Krümmungshalbmesser oder auch eine größere Weite zu geben. Uebrigens sind plötzliche Querschnittsveränderungen ebenfalls zu vermeiden, und so wie bei Ein- und Ausmündungen der Röhrenleitung durch Abrundungen allmälige Uebergänge aus einem Querschnitt in einen anderen zu bewirken.

Fig. 216.



Aufwärtsgehende Krümmlinge, Fig. 216, haben den Nachtheil, daß sich die Luft L in ihnen ansammelt, die den Querschnitt verengt, und wenn sie sich in großer Menge angehäuft hat, denselben ganz einnimmt, und dadurch die Bewegung des Wassers ganz verhindert. Um diese Anhäufung zu verhindern, setzt man senkrechte Röhren AL, sogenannte Luftständer, Windstöcke (fr. ventouses; engl. wind-pipes), Fig. 216 auf, durch die sich die Luft oder andere sich aus dem Wasser entwickelnde Gase entfernen können. Um sie nicht zu lang machen zu dürfen, verschließt man dieselben mit einem Hahne, der von dem Röhrenwärter von Zeit zu Zeit und jedes Mal so lange zu öffnen ist, bis sich alle Luft entfernt hat, und nur Wasser ausströmt. Um selbst dieses Oeffnen durch Menschenhände unnöthig zu machen, wendet man Windstöcke mit Schwimmer wie Fig. 217 an. Hier ist das abschließende Ventil V mit einem hohlen Schwimmer S aus Blech verbunden, der, so lange Wasser im Raume über dem Röhrenscheitel ist, nach oben zu steigen sucht und das Ventil zuhält, dagegen aber niederfällt, und das Ventil öffnet, wenn dieser Raum mit Luft ausgefüllt ist

Fig. 217.



So wie sich an den höchsten Stellen einer Röhrenleitung Luft ansammelt, ebenso setzt sich an den tiefsten Punkten derselben Schlamm, Sand u. s. w. nieder. Um diese Niederschläge von Zeit zu Zeit zu entfernen, bringt man an diesen Stellen Ausgußröhren oder Schlammkästen (Wechselhäuschen) an. Die Ausgußröhren münden seitwärts in die Röhre ein, und sind für gewöhnlich durch Hähne oder Stöpsel verschlossen. Die Schlammkästen sind Gefäße, in welche die beiden Theile der Röhrenleitung einmünden, durch die also das Wasser mit verminderter

Leitungsröhren. Geschwindigkeit hindurchströmen muß. Das Absetzen des Schmandes wird nicht allein durch die langsame Bewegung des Wassers, sondern wohl auch durch eingesetzte Siebe oder Scheidewände erleichtert. Durch Oeffnen eines Spundes im Boden lassen sich diese Kästen von Zeit zu Zeit vom Bodensatze reinigen. Ueberdies ist es nöthig, in Distanzen von 100 oder mehr Fuß Spunde an der Röhrenleitung anzubringen, um das Untersuchen und Reinigen der Röhren zu erleichtern. Das Reinigen erfolgt aber durch Auslassen des Wassers, durch Einführen von Gestängen aus Holz oder Eisen, und das Ablösen von Kalkkrusten durch Salzsäure, und durch Einführen eines birnförmigen Eisens, der sogenannten Rohrbirne. Die Anwendung von Piezometern (s. I. §. 371) ist ebenfalls zu empfehlen.

Zur Regulirung des Wassers in Röhren sind noch Hähne, Schieber oder Ventile nöthig. Die Wirkungen dieser haben wir in I. §. 377 u. s. w. kennen gelernt. Um endlich noch die Wirkungen der Stöße beim schnellen Schließen einer solchen Vorrichtung zu schwächen, ist es nützlich, durch Gewichte beschwerte Ventile anzubringen, die sich nach außen öffnen, so wie der Druck eine gewisse Grenze überschreitet.

Anmerkung. Ausführlich über Wasserleitungen wird gehandelt in Genieys' Essai sur les moyens de conduire, d,élever et de distribuer les eaux, ferner über Röhrenleitungen insbesondere in Hagen's Wasserbaukunst, Theil I., in Gerstner's Mechanik, Theil II. Auch in Bornemann's Hydrometrie.

§. 106. Die Bewegungsverhältnisse des Wassers in einer Röhrenleitung haben wir bereits kennen gelernt. Ist h das Gefälle, l die Länge, d die Weite einer Leitung, ζ_1 der Widerstandscoefficient beim Eintritt, ζ der Reibungscoefficient, sind ζ_2 u. s. w. aber die übrigen Widerstandscoefficienten beim Durchgang durch Krümmungen, Hähne u. s. w., und ist endlich v die Ausflußgeschwindigkeit, so hat man

$$h = \left(1 + \zeta_1 + \zeta\,\frac{l}{d} + \zeta_2 + \cdots\right)\frac{v^2}{2g},$$

oder wenn Q die Wassermenge bezeichnet,

$$h = \left(1 + \zeta_1 + \zeta\,\frac{l}{d} + \zeta_2 + \cdots\right)\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2gd^4}.$$

Man sieht hieraus, daß zum Fortführen einer gewissen Wassermenge Q um so weniger Gefälle erfordert wird, je größer die Weite der Leitung ist. Wendet man statt einer Röhre deren zwei an, welche zusammen ebenso viel Querschnitt haben als die einfache und lassen wir von jeder die halbe Wassermenge der einfachen fortführen, so ist das erforderliche Gefälle:

$$h_1 = \left(1 + \zeta_1 + \zeta\,\frac{l}{d\sqrt{1/2}} + \zeta_2 + \cdots\right)\left(\frac{2Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,(d\sqrt{1/2})^4}$$

$= \left(1 + \zeta_1 + \zeta \cdot \frac{l\sqrt{2}}{d} + \zeta_2 + \cdots\right)\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,d^4}$; es ist also in die-

serm Falle das Gefälle größer, und daher mechanisch vollkommener statt mehrerer Röhren nur eine anzuwenden, deren Querschnitt so groß ist als die Querschnitte der einzelnen Röhren zusammen. Leitungs-röhren.

Sehr zusammengesetzt fallen die Rechnungen für ganze Wasserleitungssysteme aus, wo sich die Röhrenleitungen in Zweige theilen, die sich nach Befinden wieder weiter verzweigen u. s. w. Auch kommt es vor, daß sich zwei oder mehrere Zweige einer Wasserleitung vereinigen, wenn sie z. B. das Wasser von verschiedenen Quellen auf eine Maschine führen. Der Gang bei diesen Rechnungen ist wenigstens im Allgemeinen aus Folgendem zu ersehen. Erfolgt die Theilung des Wassers in einem Reservoir, welches viel weiter als die Hauptröhre ist, so kommt das Wasser in demselben wieder zur Ruhe und es wird also hier die ganze lebendige Kraft desselben getödtet, die gleichwohl beim Eintritt in die Zweigröhren wieder nöthig ist. Derselbe Kraftverlust tritt auch ein, wenn sich mehrere Zweige in einem Sammelreservoir vereinigen, aus dem das Wasser wieder durch eine Hauptröhre fortgeführt wird. In diesem Falle läßt sich die Rechnung für die Haupt- und für jede Zweigröhre besonders machen, weshalb etwas Weiteres hierüber nicht zu sagen ist. Damit das Theilen oder Ansammeln des Wassers in solchen Zwischenreservoirs nur zu mäßigen Gefälleverlusten führe, ist es nöthig, diese Behälter so hoch zu stellen, daß die Geschwindigkeit des Wassers in jeder der Röhren eine mittlere bleibe. Bei der einfachen Verzweigung oder Gabelung ist es mechanisch vortheilhaft, die Anordnung so zu treffen, daß sich das Wasser in allen Röhren mit einerlei Geschwindigkeit bewege. Wenn nun noch die Gabelung im richtigen Verhältnisse gekrümmt ist, so daß eine plötzliche Richtungsänderung bei dem Uebertritte des Wassers aus der Hauptröhre in eine Zweigröhre nicht vorkommt, so läßt sich annehmen, daß hierbei ein Verlust an Druck oder lebendigem Gefälle nicht statt finde. In dem in Fig. 218 ab-

Fig. 218.



gebildeten Falle sei h das Gefälle BC, l die Länge und d die Weite der Hauptröhre AC, ferner h_1 das Gefälle D_1E_1, l_1 die Länge und d_1 die Weite der einen, sowie h_2 das Gefälle D_2E_2, l_2 die Länge und d_2 die

Leitungs-röhren. Weite der anderen Zweigröhre, noch seien c, c_1, c_2 die Geschwindigkeiten des Wassers in diesen drei Röhren, endlich aber sei ζ_1 der Widerstandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient des Wassers. Dann können wir für den Röhrenstrang ACE_1 setzen:

$$1)\ F_1E_1 = BC + D_1E_1 = h + h_1 = \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} + \left(1 + \zeta\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{c_1^2}{2g},$$

und für den Röhrenstrang ACE_2:

$$2)\ F_2E_2 = BC + D_2E_2 = h + h_2 = \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} + \left(1 + \zeta\frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2g}$$

Nun ist die Wassermenge $Q = \frac{\pi d^2}{4} c$ der Hauptröhre gleich der Summe von den Wassermengen $Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1$ und $Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$ der beiden Zweigröhren, es ist also noch zu setzen:

$$3)\ d^2 c = d_1^2 c_1 + d_2^2 c_2.$$

Mit Hülfe dieser drei Gleichungen lassen sich auch drei Größen bestimmen. Der gewöhnlichste Fall möchte aber der sein, daß die Gefälle, Längen und Wassermengen gegeben sind und nach den Röhrenweiten gefragt wird. Nehmen wir nun noch für die Geschwindigkeit c in der Hauptröhre einen gewissen Werth an, so erhalten wir auch die Weite dieser Röhre durch die Formel $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}}$ und man hat es nur noch mit der Auflösung der Gleichungen

$$2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2 = \left(1 + \zeta\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{4Q_1}{\pi d_1^2}\right)^2 \text{ und}$$

$$2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2 = \left(1 + \zeta\frac{l_2}{d_2}\right)\left(\frac{4Q_2}{\pi d_2^2}\right)^2 \text{ zu thun.}$$

Durch Umformung bekommen wir ähnliche Gleichungen zur Bestimmung der Weiten d_1 und d_2 wie in I. §. 367, nämlich

$$\zeta\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{1}{d_1^4} = \left[2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2\right]\left(\frac{\pi}{4Q_1}\right)^2 \text{ und}$$

$$\zeta\cdot\frac{l_2}{d_2^5} + \frac{1}{d_2^4} = \left[2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2\right]\left(\frac{\pi}{4Q_2}\right)^2;$$

wir können daher auch wie dort

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_1 + d_1}{2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2}\cdot\left(\frac{4Q_1}{\pi}\right)^2} \text{ und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_2 + d_2}{2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2}\cdot\left(\frac{4Q_2}{\pi}\right)^2}$$ setzen, und um die

Digitized by Google

ersten Näherungswerthe zu erhalten, anfangs d_1 und d_2 unter dem Wurzelzeichen vernachlässigen. Fallen c_1 und c_2 sehr verschieden von c aus, so hat man noch auf die Veränderlichkeit des Reibungscoefficienten ζ Rücksicht zu nehmen, ihm für jede der drei Röhren besondere Werthe beizulegen und hiermit die Bestimmung von d_1 und d_2 zu wiederholen. Leitungsröhren.

Beispiel. Eine Röhrenfahrt, welche aus einer Haupt- und zwei Zweigröhren bestehen soll, ist dazu bestimmt, in einem Zweige 15 und im anderen 24 Cubikfuß Wasser pr. Min. fortzuleiten, und es hat sich durch ein Nivellement ergeben, daß die Hauptröhre bei 1000 Fuß Länge 4 Fuß, die erste Zweigröhre bei 600 Fuß Länge 3 Fuß und die andere Zweigröhre bei 200 Fuß Länge 1 Fuß Gefälle erhalten kann, welche Weiten müssen die einzelnen Röhren erhalten? Wenn wir dem Wasser in der Hauptröhre $2\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit lassen wollen, so müssen wir derselben die Weite $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}} = \sqrt{\frac{4 \,.\, 39}{{}^5/_2 \,.\, 60\pi}} = \sqrt{\frac{26}{25\pi}}$ $= 0{,}5754$ Fuß $= 6{,}9$ Zoll geben. Nehmen wir nun (nach I. Seite 522) den Widerstandscoefficienten für den Eintritt $\zeta_1 = 0{,}505$, den Reibungscoefficienten aber (nach I. Seite 533) der Geschwindigkeit $c = 2{,}5$ Fuß entsprechend, $\zeta = 0{,}0253$, ferner $2g = 62{,}5$ und $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1{,}621$, so erhalten wir für die Weiten der Zweigröhre:

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \,.\, 600 + d_1}{62{,}5 \,.\, 7 - (0{,}505 + 0{,}0253 \,.\, 1738) \,.\, {}^{25}/_{4}} \cdot 1{,}621 \cdot ({}^{15}/_{60})^2}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{15{,}18 + d_1}{437{,}50 - 277{,}98} \cdot 0{,}1013} = \sqrt[5]{\frac{15{,}18 + d_1}{1574{,}6}} \text{ und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \,.\, 200 + d_2}{312{,}5 - 277{,}98} \cdot 1{,}621 \cdot ({}^{24}/_{60})^2} = \sqrt[5]{\frac{5{,}06 + d_2}{133{,}09}}.$$

Vernachlässigen wir erst d_1 und d_2 unter den Wurzelzeichen, so erhalten wir die Näherungswerthe $d_1 = \sqrt[5]{\frac{15{,}18}{1574{,}6}} = 0{,}395$ Fuß und $d_2 = \sqrt[5]{\frac{5{,}06}{133{,}09}}$ $= 0{,}520$ Fuß; führen wir nun diese Werthe rechts ein, so erhalten wir genauer $d_1 = \sqrt[5]{\frac{15{,}575}{1574{,}6}} = 0{,}3972$ Fuß und $d_2 = \sqrt[5]{\frac{5{,}580}{133{,}09}} = 0{,}5303$ Fuß. Es entspricht aber der Weite $d_1 = 0{,}3972$ die Geschwindigkeit

$$c_1 = {}^{15}/_{60} \cdot \frac{4}{\pi d_1^2} = \frac{1}{0{,}3972^2 \,.\, \pi} = 2{,}017 \text{ Fuß},$$

und der Weite $d_2 = 0{,}5303$ die Geschwindigkeit

$$c_2 = {}^{24}/_{60} \cdot \frac{4}{\pi \,.\, 0{,}5303^2} = 1{,}811 \text{ Fuß},$$

daher ist richtiger für die erste Zweigröhre $\zeta = 0{,}0263$ und für die zweite $\zeta = 0{,}0270$ zu setzen, weshalb nun sehr scharf

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0263 \,.\, 600 + 0{,}3972}{1574{,}6}} = \sqrt[5]{\frac{16{,}1772}{1574{,}6}} = 0{,}400 \text{ Fuß} = 4{,}8 \text{ Zoll, und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0270 \,.\, 200 + 0{,}5303}{133{,}09}} = \sqrt[5]{\frac{5{,}9303}{133{,}09}} = 0{,}537 \text{ Fuß} = 6{,}44 \text{ Zoll}$$

sich ergiebt.

Viertes Kapitel.

Von den vertikalen Wasserrädern.

Wasserkraft. §. 107. Das Wasser wirkt als Motor, oder setzt Maschinen in Bewegung, entweder durch sein Gewicht, oder durch seine lebendige Kraft, und im letzteren Falle wieder entweder drückend oder stoßend. Bei der Wirkung des Wassers durch sein Gewicht, wird es von einer mit der Maschine fest verbundenen niedergehenden Fläche getragen, bei der Wirkung durch seine lebendige Kraft bewegt es sich meist gegen eine in horizontaler Richtung ausweichende, mit der Maschine ebenfalls in fester Verbindung stehende Fläche. Ist Q das Wasserquantum (also $Q\gamma$ das Gewicht desselben), welches pr. Sec. zur Wirkung kommt, und h das Gefälle, oder die senkrechte Höhe, von welcher dasselbe bei der Wirkung durch sein Gewicht herabsinkt, so verrichtet es die mechanische Arbeit oder Leistung $L = Q\gamma \cdot h = Qh\gamma$. Ist hingegen c die Geschwindigkeit, mit welcher es gegen die Maschine anrückt, so hat man die Leistung, welche es durch seine lebendige Kraft verrichten kann,

$$L = Q\gamma \cdot \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g}\, Q\gamma.$$

Damit das Wasser aus der Ruhe in die Geschwindigkeit c versetzt werde, erfordert es ein Gefälle oder Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2g}$; und man kann daher auch im zweiten Falle $L = hQ\gamma$ zu setzen. Es ist also stets das Arbeitsvermögen des Wassers, sowie das eines festen Körpers, ein Product aus seinem Gewichte und aus der Höhe, von welcher es herabsinkt.

Zuweilen wirkt das Wasser durch sein Gewicht und durch seine lebendige Kraft zugleich, indem es während seiner Wirkung von der Höhe h herabsinkt, und seine Geschwindigkeit c zusetzt. Dann ist natürlich auch die mechanische Arbeit

$$L = Q\gamma \cdot h + Q\gamma \cdot \frac{c^2}{2g} = \left(h + \frac{c^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Die effective Leistung Pv einer hydraulischen Maschine ist allerdings stets kleiner als die eben angegebene disponible mechanische Arbeit $Qh\gamma$, weil noch manche Verluste vorkommen. Erstens kommt oft nicht alles Wasser zur Wirkung, zweitens geht in der Regel ein Theil von dem Gefälle verloren; drittens hält das Wasser, indem es die Maschine verläßt, noch eine gewisse lebendige Kraft zurück, und viertens treten noch

andere Nebenhindernisse, wie Reibung u. s. w. hinzu. Es ist hiernach der **Wirkungsgrad** einer hydraulischen Umtriebsmaschine: $\eta = \frac{Pv}{Qh\gamma}$ zu setzen, und nun die Güte oder Zweckmäßigkeit einer solchen Maschine um so größer, je mehr sich diese Verhältnißzahl der Einheit nähert. Wasserkraft.

Aus der allgemeinen Formel $L = Qh\gamma$ ist übrigens zu ersehen, daß Gefälle und Wasserquantum gleichen Antheil an der Leistung einer Maschine haben, daß z. B. das doppelte Gefälle ebenso gut die Leistung verdoppelt als das zweifache Wasserquantum, auch daß von zwei Maschinen einerlei Wirkung zu erwarten ist, wovon die eine dreimal so viel Aufschlagewasser hat als die andere, die wieder dreimal so viel Gefälle benutzt als diese.

Beispiel. Einer Maschine stehen 12 Cubikfuß Wasser pr. Sec. und 10 Fuß Gefälle zu Gebote, sie benutzt aber von demselben nur 8,5 Fuß, und das Wasser verläßt dieselbe mit 9 Fuß Geschwindigkeit, endlich verliert dieselbe noch 750 Fußpfund an Reibung. Man soll den Wirkungsgrad dieser Maschine angeben. Es ist die disponible Leistung $L = 12 \cdot 10 \cdot 66 = 7920$ Fußpfund, ferner die Leistung, welche dem benutzten Gefälle entspricht, $= 12 \cdot 8{,}5 \cdot 66 = 6732$ Fußpfund, die durch die lebendige Kraft des fortfließenden Wassers verlorene Arbeit $= 0{,}016 \cdot 9^2 \cdot 12 \cdot 66 = 1026{,}4$ Fußpfund, die durch die Reibung consumirte Arbeit war aber $= 750$ Fußpfund; es ist daher die effective Leistung dieser Maschine $Pv = 6732 - (1026{,}4 + 750) = 6732 - 1776{,}4 = 4955{,}6$ Fußpfund, und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{4955{,}6}{7920} = 0{,}626$.

§. 108. Die **hydraulischen Umtriebsmaschinen** sind entweder **Radmaschinen (Wasserräder)** oder **Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen)**. Die **Wasserräder** (franz. roues hydrauliques; engl. water-wheels) sind durch Wasserkraft in Bewegung gesetzte Radwellen (s. I. §. 152). Die **Wassersäulenmaschinen** (franz. machines à colonne d'eau; engl. pressure-engines) bestehen im Wesentlichen in einer Wassersäule (mit Wasser angefüllten Röhre), und in einer Fläche (einem Kolben), welche durch den Druck der Wassersäule in Bewegung gesetzt wird. Wasserräder.

Man unterscheidet **vertikale Wasserräder** (franz. roues hydrauliques verticales; engl. vertical water-wheels), d. h. solche mit horizontaler Axe, von den **horizontalen Wasserrädern** (franz. roues hydrauliques horizontales; engl. horizontal water-wheels), oder den Wasserrädern mit vertikaler Axe.

Die vertikalen Wasserräder, von denen zunächst die Rede ist, sind entweder **oberschlägige** (franz. roues en dessus; engl. overshot water-wheels), oder **mittelschlägige** (franz. roues de côté; engl. middle-shot water-wheels), oder **unterschlägige Wasserräder** (franz. roues en dessous; engl. undershot water-wheels). Bei den Rädern der er-

Wasserräder. steren Art trifft das Wasser die höheren Punkte des Rades, bei denen der zweiten Art fällt es in der Nähe des Radmittels ein, und bei den unterschlägigen Rädern kommt das Wasser nahe am Fuße bei dem Rade an. Bei den oberschlägigen Wasserrädern wirkt das Wasser vorzüglich durch sein Gewicht, bei den unterschlägigen Rädern aber in der Regel durch seine, der Trägheit entsprechende lebendige Kraft, und bei den mittelschlägigen Rädern wirkt es meist durch Gewicht und Trägheit zugleich. Die unterschlägigen Wasserräder hängen entweder frei im unbegrenzten Wasser, oder sie sind von Gerinnen eingeschlossen. Die im unbegrenzten Wasser hängenden Räder heißen Schiffmühlenräder (franz. roues pendantes; engl. ship-mills wheels). Die übrigen unterschlägigen Wasserräder hängen entweder im geraden Gerinne (franz. coursier rectiligne; engl. strait channel) oder in einem (kreisförmigen) Kropfgerinne (franz. coursier circulaire; engl. circular channel).

Uebrigens giebt es auch mittelschlägige Räder im Kropfgerinne, und diese heißen dann gewöhnlich Kropfräder (franz. roues de côté; engl. breast wheels).

Endlich sind noch von den übrigen Wasserrädern die Ponceleträder zu unterscheiden, bei welchen das Wasser nur durch Druck wirkt, indem es an krummen Flächen auf- und hinabsteigt.

Zellenräder. §. 109. Jedes vertikale Wasserrad besteht aus einer hölzernen oder eisernen Welle mit zwei Zapfen, ferner aus zwei (seltener ein, drei oder mehr) ringförmigen Kränzen, und aus mehr oder weniger radial-laufenden Armen, welche die Kränze mit der Welle verbinden, ferner aus den Schaufeln zwischen den Kränzen und endlich, nach Befinden noch, aus einem Boden, der sich an die innern Kranzumfänge cylindrisch anschließt. Die Schaufeln theilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in Abtheilungen, und wenn die Schaufeln mehr tangential als radial gestellt sind, so bilden diese Abtheilungen wasserhaltende Tröge oder sogenannte Zellen. Hiernach hat man denn auch in Hinsicht auf Construction zweierlei Wasserräder, nämlich Schaufelräder (franz. roues à aubes; engl. wheels with floats) mit mehr radial gestellten Schaufeln, und Zellenräder (franz. roues à augets; engl. wheels with buckets) mit trogförmigen Zellen. Die letzteren kommen in allen den Fällen vor, wenn das Wasser durch sein Gewicht wirkt, also bei den ober-, rücken-, und nach Befinden mittelschlägigen Wasserrädern. Zunächst ist die Rede von den oberschlägigen Wasserrädern. Das Wasser wird dem Rade durch ein Gerinne zugeführt, und sein Ausfluß durch eine Schütze am Ende des letzteren regulirt; es fällt hier in der Nähe des Radscheitels, nämlich in der ersten, zweiten oder dritten Schaufel, vom Scheitel ausgegangen, ein. Ist nun das Rad einmal in Umdrehung gesetzt,

so füllen sich alle unter der Schützenmündung vorbeigehende Zellen zum Theil mit Wasser, das erst in der Nähe des Radfußes wieder aus den Zellen heraustritt, so daß immer auf der einen Seite des Rades eine gewisse Anzahl von Zellen mit Wasser gefüllt ist, das nun durch sein Gewicht die stete Umdrehung des Rades im Kreise unterhält. Die oberschlägigen Räder kommen bei 8 bis 40 Fuß Gefälle und 3 bis 25 Cubikfuß Aufschlagewasser pr. Sec. vor. Dem kleinsten Gefälle und kleinsten Wasserquantum entspricht die kleinste Leistung von 3 bis 5 Pferdekräften, dem größten Gefälle und größten Aufschlag aber die größte Leistung von 130 Pferdekräften; im letzteren Falle ist es jedoch zweckmäßiger zwei Räder anzuwenden, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft zu schwerfällig ausfallen. Zellenräder.

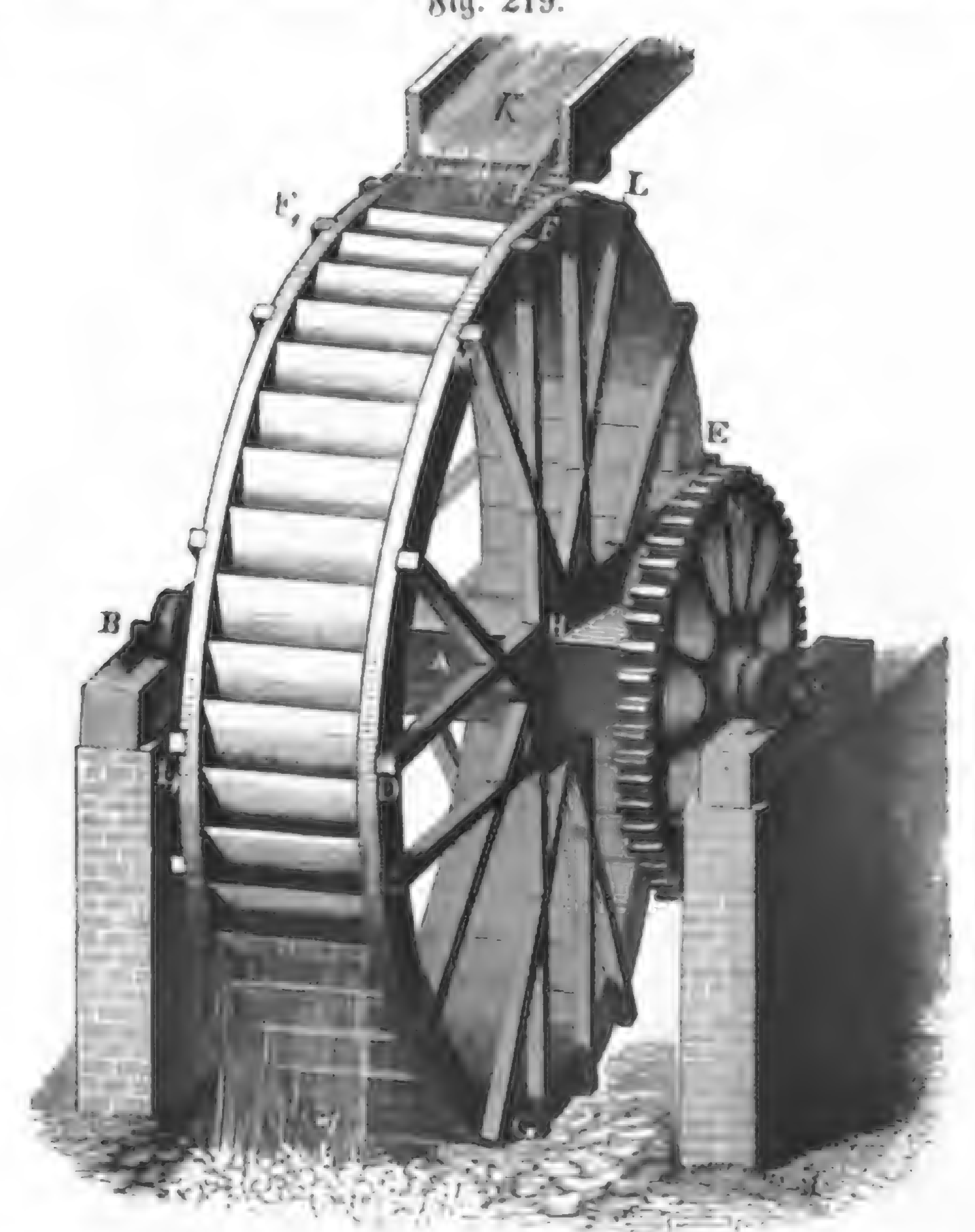
Das Gefälle eines Wasserrades ist vom Wasserspiegel im Aufschlaggerinne, oder vor der Schütze, bis zur Oberfläche des Unterwassers zu nehmen, dessen Höhe von dem Wasserquantum, der Breite und dem Gefälle des Abzugsgrabens abhängt. Um an Wirkung so wenig wie möglich zu verlieren, soll das Radtiefste unmittelbar über dem Unterwasserspiegel stehen, weshalb denn auch das Gefälle von der Oberfläche des Oberwassers bis zum Radtiefsten gemessen wird. Nur dann, wenn der Rückstau und das Waten des Rades zu befürchten ist, hängt man das Rad etwas höher, so daß sein Tiefstes noch $\frac{1}{2}$ bis 1 Fuß von dem Unterwasser absteht oder freihängt.

§. 110. Man baut die Wasserräder aus Holz, oder aus Eisen, oder theils aus Holz, theils aus Eisen. Die Art und Weise, wie die Radarme mit der Welle verbunden sind, ist sehr verschieden. Bei den ganz hölzernen Rädern hat man gewöhnlich sogenannte Armgeviere, welche die zu diesem Zwecke vierkantig gearbeitete Welle umfassen; seltener sind die Arme durch die zu diesem Zwecke durchlochte Welle hindurchgesteckt. Die erste Art von Rädern nennt man Sattelräder, die zweite Art Sternräder. Letztere Construction kommt nur bei leichten oder schwachen Rädern vor. Bei hohen Rädern reichen die Armgeviere nicht aus, es müssen daher noch andere Arme, sogenannte Helfarme, zwischen die, die Armgeviere bildenden Arme, oder sogenannte Hauptarme, eingesetzt werden. Die letztere Construction kommt bei dem in Fig. 219 auf folgender Seite abgebildeten Rade vor. Man baut beim sächsischen Bergbau solche Räder zum Umtriebe der Pochwerke, Kunstgezeuge u. s. w. von 20 bis 50 Fuß Höhe. In dieser Zeichnung ist A die Welle, B und C sind deren Zapfen, DE, FG u. s. w. die Hauptarme, HM, HL u. s. w. aber die Helfarme, welche bei H in den sogenannten Viertelstöcken eingesetzt sind. Ferner sind DFG und $D_1F_1G_1$ die Radkränze, und K ist das Aufschlaggerinne. Die Kränze sind aus zwei Holzringen zusammengesetzt, Radconstructionen.

Rad-constructionen

die aus 8 bis 16 einzelnen, 3 bis 5 Zoll dicken bogenförmig gearbeiteten Pfostenstücken, den sogenannten Felgen, bestehen. Die Arme sind unter

Fig. 219.



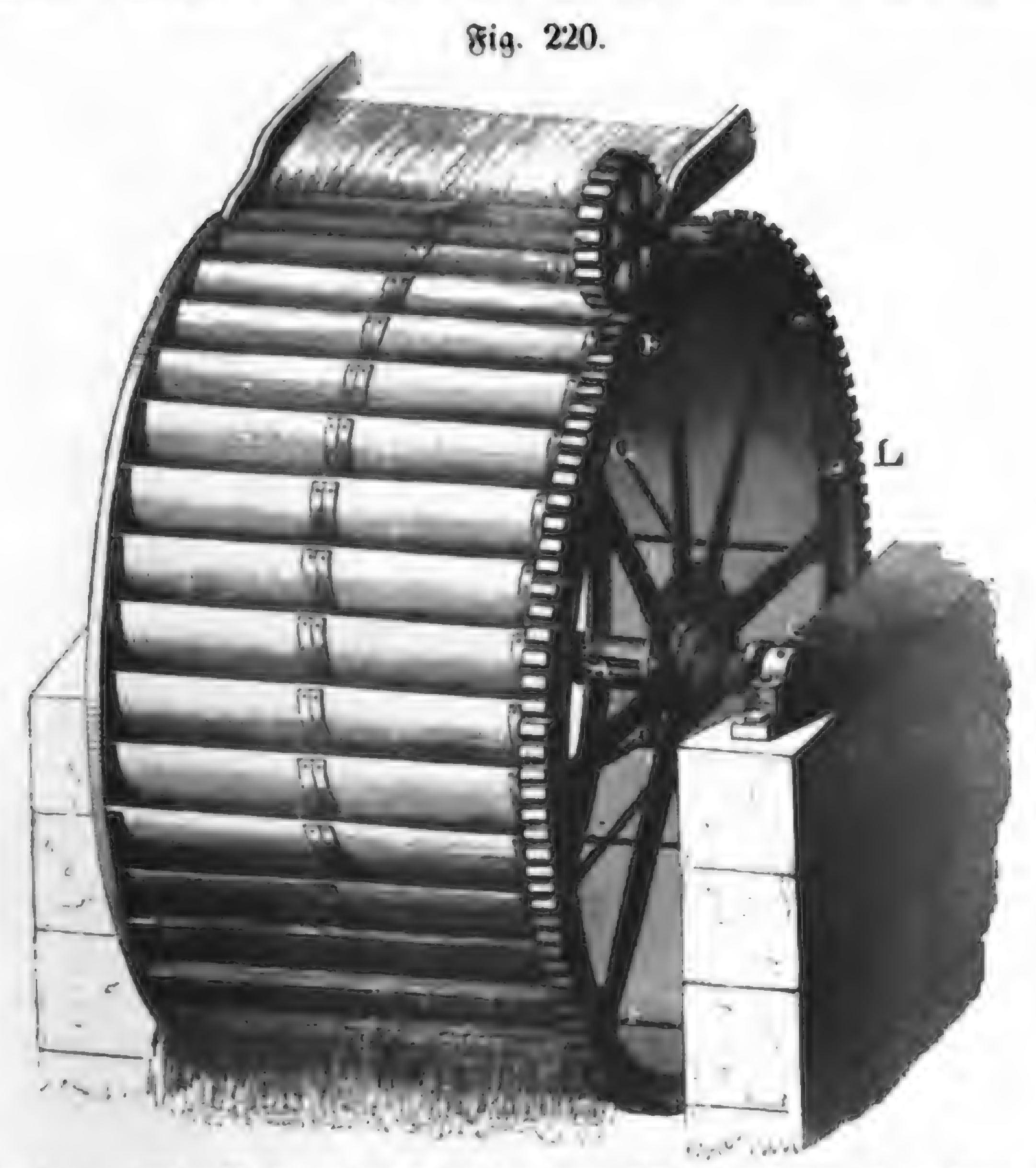
sich und mit den Kränzen durch Schrauben verbunden. Zur festen Verbindung der Kränze mit einander dienen die Hängenägel, oder lange Schraubenbolzen, welche durch beide Kränze und durch je zwei Radarme zugleich hindurchgehen. Um die Schaufeln einsetzen zu können, sind in die Innenflächen der Kränze sogenannte Larven eingeschnitten. Das Zahnrad N dient zur Transmission der Bewegung.

In Figur 220 auf nebenstehender Seite, ist ein eisernes Rad neuerer Construction abgebildet. Hier sind Scheiben oder Rosetten, wie BD, auf die Welle AC aufgesetzt, mit welchen die Arme BE, DF . . . durch Schrauben fest verbunden sind. Diese Räder werden in der Regel sehr weit gemacht, und erhalten deshalb außer den beiden Seitenkränzen noch einen dritten, mitten zwischen jenen. Dieser dritte Kranz ist nun noch durch Diagonalarme wie BG u. s. w., gestützt. Zur Befestigung des Ganzen sind noch Hängenägel durch je zwei Hauptarme hindurchgezogen.

Digitized by Google

Mit einem der äußeren Kränze ist das Zahnrad *ELF* verbunden, das in ein anderes Zahnrad *M* eingreift und dadurch eine Welle *MN* in Umdre- Rad-constructionen.

Fig. 220.



hung setzt. Die Schaufeln sind hier von Eisenblech, und werden mittels Schrauben auf Rippen befestigt, die an die inneren Seiten der Radkränze angegossen sind.

§. 111. Die Welle, die Wellzapfen und vorzüglich noch die Radarme müssen gewisse, dem Gewichte und der Kraft des Rades angemessene Dimensionen erhalten. Um diese zu finden, hat man aber vorzüglich das sechste Kapitel im dritten Abschnitte des ersten Theiles zu Rathe zu ziehen. Die Stärke der Wasserradwelle bestimmt sich entweder aus dem Kraftmomente des Rades bei Inbetrachtnahme der Torsionsfestigkeit, oder aus dem Gewichte des Rades bei Berücksichtigung der relativen Festigkeit, oder, noch besser, aus beiden zugleich. Radstärken.
In I. §. 218 haben wir für eine massive runde gußeiserne Welle, die das statische Kraftmoment Pa aufnimmt, und den Halbmesser r hat, angegeben: $Pa = 12600\, r^3$, wo aber r und a in Zollen auszudrücken sind; wir erhalten daher den Wellenhalbmesser $r = \sqrt[3]{\frac{Pa}{12600}}$ Zoll, also den

Radstärken. Durchmesser, und wenn wir überdies a in Fußen ausdrücken,
$d = \sqrt[3]{\frac{8 . 12\ Pa}{12600}} = \sqrt[3]{\frac{4\ Pa}{525}} = 0{,}197\ \sqrt[3]{Pa}$ Zoll. Nun ist aber die Leistung, welche dem Momente Pa entspricht, wenn u die Zahl der Umdrehungen des Rades pr. Min. ausdrückt: $L = Pv = P \cdot \frac{\pi u a}{30}$ Fußpfund, oder in Pferdekräften, $L = \frac{P . \pi u a}{30 . 510}$, daher ist $Pa = \frac{15300\, L}{\pi u}$ und
$d = 0{,}197 \sqrt[3]{\frac{15300}{\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 3{,}34 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll; der größeren Sicherheit wegen nimmt man jedoch $d = 16 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Centimeter oder
$d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll.

Für eine vierkantige Welle ist hingegen die Seite

$$s = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{8\sqrt{2}}} \cdot d = 0{,}94\, d \text{ d. i. } s = 5{,}75 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll.}$$

Macht man die Wellen hohl, so ist bei Benutzung der zuletzt angegebenen Coefficienten von den in I. § 218 gegebenen Formeln Gebrauch zu machen.

Hölzerne Wellen müssen eigentlich zweimal so stark gemacht werden als eiserne. Da sie aber durch die Befestigung der Zapfen geschwächt werden, so reicht diese Stärke meist noch nicht aus, und man macht deshalb die Stärke der Holzwellen viermal so groß als die Stärke ihrer Zapfen.

Ist das Zahnrad, welches die Kraft eines Wasserrades fortpflanzt, unmittelbar mit dem Wasserrade verbunden, wie z. B. in Figur 220, so erleidet die Welle eine schwächere Torsion durch das Kraftmoment, und es ist deren Stärke deshalb wohl nach dem Gewichte des Rades zu berechnen. Hierbei kann man sich aber der in I. §. 208 abgeleiteten Formel $Q\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right) = \frac{K}{6} \cdot bh^2$, in welcher für Q das Gewicht G des Rades, c die Länge desselben, l die Länge seiner Welle und l_1 und l_2 die Entfernung des Radmittels von beiden Zapfen bezeichnet, bedienen; es ist daher für eine quadratische Welle, die Seite

$$h = b = s = \sqrt[3]{\frac{6\,G}{K}\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}.$$

Führen wir für $\frac{K}{6}$ den kleinsten Werth 1000 Pfund ein und drücken wir l, l_1, l_2 und c in Fußen aus, so erhalten wir für vierkantige gußeiserne Wellen

$$s = 0{,}229 \sqrt[3]{G\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)} \text{ Zoll,}$$

dagegen die Stärke für runde gußeiserne Wellen, Axstärken.

$$d = s\sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}} = 1{,}193 \, . \, s = 0{,}272 \sqrt[3]{G\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}.$$

Hölzerne Wellen sind noch einmal so stark zu machen. Für lange Wellen berechnet man die Stärke sicherer nach der in I. §. 211 gegebenen Regel.

Die Zapfenstärke d_1 ergiebt sich, indem man die bekannte Festigkeitsformel (I. §. 200) $Pl = \frac{\pi}{4} r^3 K$ anwendet, und in ihr für $r = \frac{d_1}{2}$, für l aber die Länge des Zapfens, welche gewöhnlich der Stärke d_1 gleich ist, einführt. Hiernach erhält man die Zapfenstärke $d_1 = \sqrt{\frac{32}{\pi K}} \cdot P$, wofür in der Praxis für gußeiserne Zapfen
$d_1 = 0{,}048\sqrt{P}$ zu setzen ist, für P aber der Druck im Zapfen, also bei gleicher Entfernung der Zapfen vom Radmittel, das halbe Gewicht $\left(\frac{G}{2}\right)$ des Rades einzuführen ist. Nach Buchanan wäre

$$d_1 = 0{,}241 \sqrt[3]{P} \text{ Zoll.}$$

Was endlich noch die Radarme anlangt, so hat man dieselben hinreichend stark zu machen, um dem Umdrehungsmomente widerstehen zu können. Ist dieses Moment wieder $= Pa$ und die Zahl der Arme eines Armsystems $= n$, also bei zwei Armsystemen, die Zahl sämmtlicher Arme $= 2n$, so fällt das Moment, welches ein Radarm auszuhalten hat, $= \frac{Pa}{2n}$ aus. Bezeichnet nun noch b die Breite und h die Dicke eines Armes, und setzen wir die Armlänge dem Radhalbmesser a gleich, so erhalten wir nach I. §. 200 die Formel $\frac{Pa}{2n} = bh^2 \cdot \frac{K}{6}$, oder da $b = mh$, und zwar bei Eisen $= \frac{1}{5} h$ und bei Holz $\frac{5}{7} h$ genommen wird, $\frac{Pa}{2n} = mh^3 \cdot \frac{K}{6}$, und es folgt nun die gesuchte Armdicke, in der Umdrehungsebene gemessen, $h = \sqrt[3]{\frac{3Pa}{mnK}}$. Führt man die Leistung und die Umdrehungszahl des Rades ein, so ist hiernach für gußeiserne Arme $h = 10{,}4 \sqrt[3]{\frac{L}{nu}}$ Zoll zu setzen. Da die Wellendicke $d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ gefunden wurde, so ist hiernach auch $h = \frac{1{,}7\,d}{\sqrt[3]{n}}$, oder $\frac{h}{d} = \frac{1{,}7}{\sqrt[3]{n}}$, also für 4, 6, 8, 10, 12, 16 Arme

Radstärken. $\frac{h}{d} = 1{,}08;\ 0{,}94;\ 0{,}85;\ 0{,}79;\ 0{,}75;\ 0{,}67$. Aus h folgt nun die in der Radaxenrichtung gemessene Breite $b = \frac{1}{5}h$.

Bei Holzarmen ist $h = 13{,}6 \sqrt[3]{\frac{L}{nu}}$, und hiernach $b = \frac{5}{7}h$ zu berechnen.

Nach Redtenbacher läßt sich die Anzahl der Arme eines Armsystemes, deren aber ein Rad mindestens zwei hat, $n = 2\left(\frac{a}{3}+1\right)$ setzen. Ist ein Rad 8 Fuß oder noch breiter, so sind drei oder mehr Armsysteme in Anwendung zu bringen.

Beispiel. Ein eisernes Wasserrad von 35000 Pfund Gewicht hat eine Leistung von 40 Pferdekräften und macht in der Minute vier Umdrehungen, man sucht seine Hauptstärken. Die Stärke der massiven Welle ist $d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{40}{4}}$ $= 6{,}12 \,.\, 2{,}154 = 13{,}2$ Zoll; die ihrer Zapfen $d_1 = 0{,}048 \,.\, \sqrt{\frac{35000}{2}}$ $= 0{,}048 \,.\, 132{,}3 = 6\frac{1}{3}$ Zoll, wofür aber wegen des Abführens $\frac{1}{8}$ mehr, also 7 Zoll zu setzen sein möchte. Nach Buchanan's Formel ist $d_1 = 0{,}241 \sqrt[3]{17500}$ $= 0{,}241 \,.\, 26 = 6\frac{1}{4}$ Zoll. Für die eisernen Radarme ist endlich die Dicke, wenn man dem Rade zwei Armsysteme, jedes zu 12 Armen, giebt,

$h = \frac{1{,}7 \,.\, 13{,}2}{\sqrt{12}} = 10$ Zoll, und die Breite $b = \frac{1}{5} \,.\, 10 = 2$ Zoll.

Anmerkung. Ausführlicher über Wellen- u. Zapfenstärken handelt III., §. 3 u. s. w.

Welle und Zapfen. §. 112. Wir haben nun noch etwas specieller die Verbindung der Zapfen mit der Welle und der Auflagerung derselben in Pfannen abzuhandeln. Zu den Holzwellen nimmt man am liebsten Eichenholz, doch verwendet man hierzu auch oft Tannen- oder Fichtenholz. Für Stern- oder Rosettenräder bearbeitet man dieselben polygonal, für Sattelräder aber quadratisch. Die Zapfen sind entweder Spitzzapfen, wie Z, Fig. 221, oder Hakenzapfen, wie Fig. 222, oder Blattzapfen, wie Fig. 223, oder Ringzapfen, wie Fig. 224, oder Scheibenzapfen, wie Figur 225. Am häufigsten wendet man die Blattzapfen

Fig. 221.

A B Z

Fig. 222.

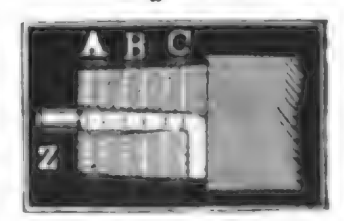


Fig. 223.

C Z D

Fig. 224.

Z

Fig. 225.

Z

Digitized by Google

an. Damit der Wellenhals gegen das Aufspringen gesichert werde, arbeitet man ihn conisch ab, und treibt drei eiserne Ringe von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll Dicke und $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll Breite auf. Die Blätter C, D bei den Blattzapfen sind 1 bis 3 Zoll dick und nur 1 Zoll schmäler als die Welle dick. Der Ringzapfen wird angewendet, wenn man ein Zahnrad nahe am Zapfen aufsetzen will. Die Scheibenzapfen kommen aber bei zu befürchtender großer Abnutzung vor. Die Spitz- und Hakenzapfen sind von Schmiedeeisen, die letzteren aber von Gußeisen. Welle und Zapfen.

Fig. 226.

Fig. 227.

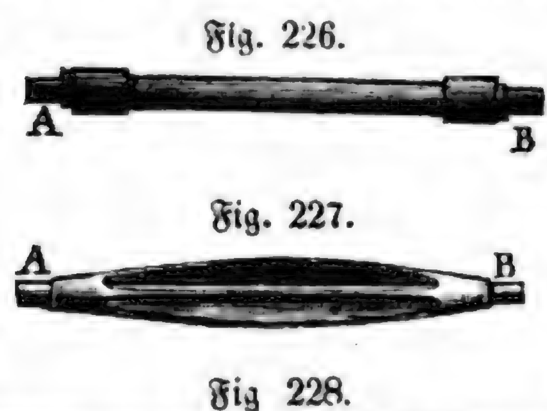
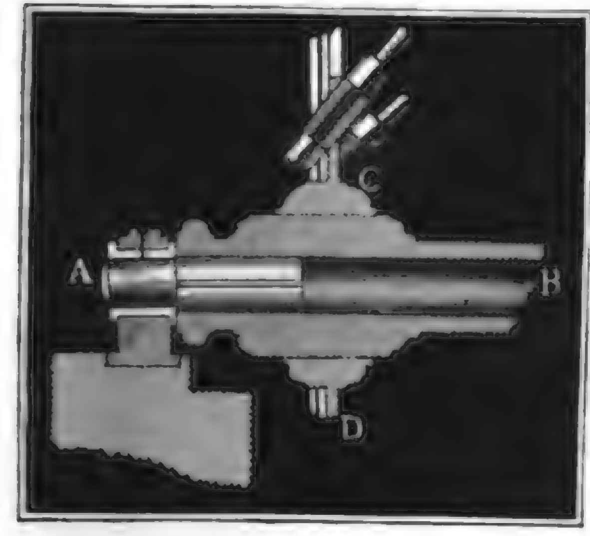


Fig 228.



Die gußeisernen Wellen sind entweder hohl oder massiv. Sie sind entweder rund oder polygon im Querschnitte und werden zur Erhöhung der Festigkeit mit Rippen oder Federn ausgerüstet. Bei den massiven Wellen bilden die übrigens genau abzudrehenden Zapfen mit der Welle ein Ganzes. In Fig. 226 ist eine einfach runde, in Fig. 227 aber eine gefiederte Welle und in Fig. 228 ist noch der Kopf einer hohlen eisernen Welle AB mit dem eingesetzten Zapfen und der aufgesetzten Rosette CD abgebildet.

Die Wellenzapfen ruhen in Lagern, welche, um das Rad bei seiner Umdrehung in sicherer Lage zu erhalten, auf starken Fundamenten oder Gestellen befestigt sein müssen. Es besteht deshalb ein Zapfenlager aus der Pfanne und dem Unterlager oder dem sogenannten Angewelle (Angewäge). Die Pfanne besteht gewöhnlich aus Gußeisen, selten aus Holz, Stein, Glas oder Rothguß (acht Theile Kupfer und ein Theil Zinn). Man hat übrigens offene und verschlossene Lager, Bock- und Hängelager.

Die Zusammensetzung eines Zapfenlagers mit hölzernem Angewäge ist aus Fig. 219 ersichtlich. Ein einfaches offenes gußeisernes Lager ist aber

Fig. 229.

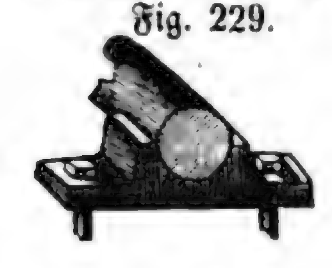


Fig. 230.

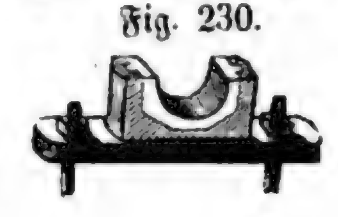


Fig. 231.



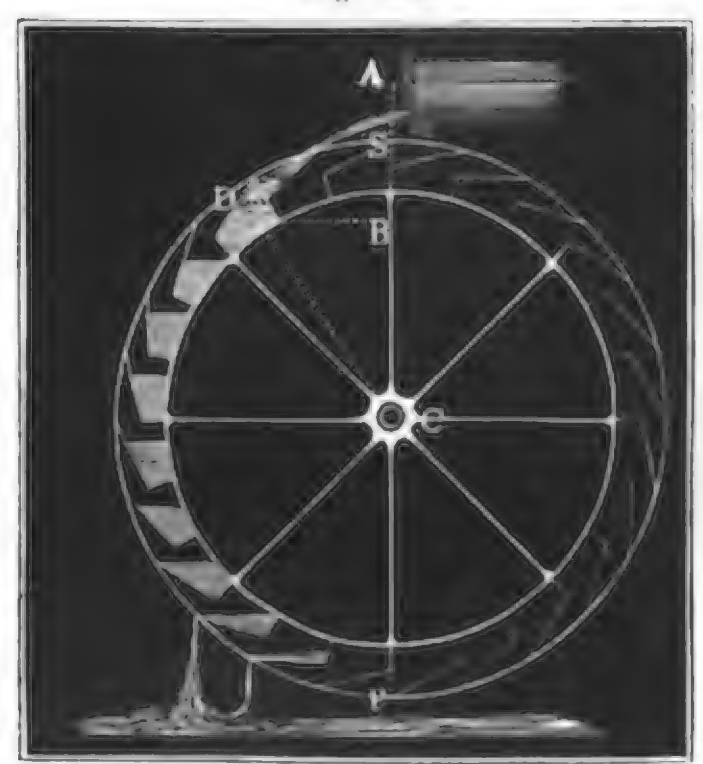
in Fig. 229 abgebildet. Ebenso zeigt Fig. 230 ein offenes Zapfenlager

Digitized by Google

Welle und Zapfen. mit metallenem Futter und Fig. 231 (s. vorige Seite) ein geschlossenes Lager mit Metallfutter und eisernem Deckel. Diese Zapfenlager werden durch Schraubenbolzen mit ihrer Sohlplatte auf die Holz- oder Steinunterlage befestigt. Im Deckel des Zapfenlagers ist noch ein Schmierloch angebracht. Auch werden zum leichteren Eindringen der Schmiere Kreuzgerinne in die Innenflächen des Deckels und Lagers eingeschnitten, und es wird wohl noch eine besondere Schmierbüchse aufgesetzt, welche vermittels eines wollenen Dochtes die Schmiere in das Schmierloch einführt.

Radverhältnisse. §. 113. Das erste Hauptelement eines Wasserrades ist dessen Umfangsgeschwindigkeit v, oder Umdrehungszahl u. Wir werden weiter unten sehen, daß wir oberschlägigen Wasserrädern eine kleine Umfangsgeschwindigkeit geben müssen. Bei manchen Rädern steigt allerdings dieselbe bis auf 10 Fuß, jedoch ist es besser, nur 5 Fuß Geschwindigkeit zu haben, dagegen aber auch unter $2\frac{1}{2}$ Fuß nicht herabzugehen. Die Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers hängt von der Radgeschwindigkeit v ab, und ist in einem bestimmten Verhältnisse größer als diese. Zur Erzeugung der Geschwindigkeit c ist ein Gefälle, wie in Fig. 232, $AB = h_1 = \frac{c^2}{2g}$, welches vom Totalgefälle $AF = h$ nur noch das eigentliche Radgefälle $BF = h_2 = h - h_1 = h - \frac{c^2}{2g}$ übrig läßt. Da selbst bei dem vollkommensten Ausfluß noch 6 Procent an lebendiger Kraft verloren gehen (s. I. §. 344), so möchte es rathsam sein, denselben hier 10 Procent anzunehmen, und daher das effective Gefälle für den Eintritt, $h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g}$, also $h_2 = h - 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g}$ zu setzen. Aus dem Radgefälle h_2 ergiebt sich nun noch die Radhöhe oder der Radhalbmesser $CF = CS = a$, indem wir den Winkel $SCD = \vartheta$, um welchen die Eintrittsstelle D vom Radscheitel S abweicht, als gegeben ansehen können. Es ist nämlich $h_2 = CF + CB = a + a \cos. \vartheta = (1 + \cos. \vartheta)\, a$, daher umgekehrt, der Radhalbmesser $a = \frac{h - h_1}{1 + \cos. \vartheta}$.

Fig. 232.



Digitized by Google

Aus dem Radhalbmesser a und der Umfangsgeschwindigkeit v ergiebt sich die Anzahl der Umdrehungen des Rades pro Min.: $u = \frac{30v}{\pi a}$. Radverhältnisse.

Oft giebt man auch die Umdrehungszahl u und hat hiernach a und v zu berechnen. Setzen wir hiernach $v = \frac{\pi u a}{30}$ und $c = \varkappa . \frac{\pi u a}{30}$, wo $\varkappa$ ein gegebenes Verhältniß $\frac{c}{v}$ ist, so erhalten wir

$$(1 + cos. \vartheta)\ a = h - \frac{1,1}{2g} . \left(\frac{\varkappa . \pi\ u\ a}{30}\right)^2,$$ und hieraus

$a = \frac{h - 0,000193\,(\varkappa u a)^2}{1 + cos. \vartheta}$. Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt

$$1)\ a = \frac{\sqrt{0,000772\,(\varkappa u)^2 h + (1 + cos. \vartheta)^2} - (1 + cos. \vartheta)}{0,000386\ (\varkappa u)^2}.$$

Hieraus folgt dann

$$2)\ v = \frac{\pi u a}{30} = 0,1047 . ua.$$

Beispiele. 1) Für ein Gefälle von 30 Fuß ist ein Rad zu construiren, welches 8 Fuß Umfangsgeschwindigkeit hat, und das noch einmal so schnell eintretende Wasser 12° unter dem Scheitel aufnimmt, welches ist der erforderliche Radhalbmesser und die Umdrehungszahl? Es ist $c = 2 . 8 = 16$ Fuß, daher $h_1 = 1,1 . 0,016 . 16^2 = 4,5$ Fuß und $a = \frac{30 - 4,5}{1 + cos. 12^0} = \frac{25,5}{1,978} = 12,9$ Fuß, endlich $u = \frac{30 . 8}{\pi . 12,9} = 5,92$. 2) Ist umgekehrt, die Umdrehungszahl $= 5$, so folgt bei dem nämlichen Gefälle und dem gegebenen Verhältnisse $\varkappa = 2$, der Radhalbmesser $a = \frac{\sqrt{2,316 + 3,9125} - 1,978}{0,0386} = \frac{0,5177}{0,0386} = 13,41$ Fuß; ferner die Umfangsgeschwindigkeit $v = 0,1047 . 5 . 13,41 = 7,02$ Fuß, die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 14,04$ Fuß, und endlich das Gefälle zur Erzeugung der letzten Geschwindigkeit, $h_1 = 1,1 . 0,016 . 14,04^2 = 3,47$ Fuß.

§. 114. Wichtige Radverhältnisse sind ferner noch die **Kranzbreite** und die **Radweite**. Die Kranzbreite (Radtiefe) macht man gewöhnlich 10 bis 12 Zoll, selten 14 bis 15 Zoll, und zwar nur deshalb, weil das Wasser bei einem Rade mit schmalem Kranze an einem größeren Hebelarme wirkt, als bei einem gleich hohen Rade mit breitem Kranze. Was dagegen die Radweite oder Radbreite anlangt, so hängt diese von dem dem Rade zu gebenden Fassungsraume ab. Ist d die Kranzbreite oder Radtiefe und e die Radweite, so hat man für den Querschnitt des vom Boden und von den Radkränzen gebildeten ringförmigen Fassungsraumes, $= de$; und ist noch v die Radgeschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite, so hat man den in der Secunde dem eintretenden Wasser dargebotenen Fassungsraum $= de . v$. Dieser Raum kann jedoch dem Aufschlagquantum Q pro Sec. nicht gleich

Rad-verhältnisse. sein, weil der Fassungsraum einer Radzelle nicht so groß ist, als der ganze zwischen je zwei Schaufeln befindliche Raum, und es auch wegen des zu zeitigen Ausfließens nicht zweckmäßig ist, die Zellen ganz mit Wasser anzufüllen; es ist daher $\varepsilon d e v = Q$, und $\varepsilon < 1$ zu setzen. In der Regel hat man diesen Coefficienten, den man auch den Füllungscoefficienten nennt, $\varepsilon = \frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{3}$. Jedenfalls bestimmt sich nun die gesuchte Radweite $e = \frac{Q}{\varepsilon d v}$, oder $v = \frac{\pi a u}{30}$ eingeführt,

$$e = \frac{30 Q}{\varepsilon \pi u a d} = 9{,}55 \frac{Q}{\varepsilon u a d},$$ oder für ε den mittleren Werth $\frac{1}{4}$ angenommen, $e = 38{,}2 \frac{Q}{u a d}$. Damit sehr hohe Räder nicht zu schmal ausfallen, nimmt man für sie ε wohl gar $\frac{1}{3}$.

Die Schaufelzahl n ist ein weiteres wichtiges Radelement. Es ist sogleich einzusehen, daß das Wasser länger im Rade zurückgehalten wird bei einer größeren Anzahl von Zellen, als bei weniger Schaufeln. Doch hat diese Zahl gewiß auch ihre Grenze, weil die Schaufeln wegen ihrer Dicke einen gewissen Raum in Anspruch nehmen, welcher dem Fassungsraume entzogen wird. Je mehr aber der Fassungsraum bei einem gewissen Aufschlage vermindert wird, desto zeitiger tritt das Wasser wieder aus dem Rade. Da die eisernen und zumal die Blechschaufeln dünner sind, als die hölzernen Schaufeln, so hat man hiernach eiserne Schaufeln in größerer Anzahl anzuwenden, als hölzerne. Uebrigens kann man als Regel befolgen, die Schaufeln höchstens so nahe an einander zu rücken, daß an der Stelle, wo das Wasser anfängt aus der Zelle abzufließen, die nächstfolgende Schaufel ABD, Fig. 233, noch nicht in das Wasser der vorangehenden eintaucht; denn rückt man die Schaufeln noch näher an einander, so vermindert die folgende Zelle den Fassungsraum der ersten, und es geht eben dadurch wieder verloren, was man auf der einen Seite gewinnt.

Fig. 233.



Gewöhnlich macht man die Zahl der Schaufeln $n = 5a$ bis $6a$, oder nach Langsdorf $n = 18 + 3a$; wo der Halbmesser a in Fußen gegeben sein muß; oder man macht die Entfernung zwischen je zwei Schaufeln $= 7\left(1 + \frac{d}{10}\right)$ Zoll. Aus der gegebenen oder gefundenen Schaufelzahl n folgt nun der Theilwinkel β, d. i. der Centriwinkel zwischen zwei benachbarten Schaufeln, $\beta = \frac{360^0}{n}$.

Digitized by Google

Beispiel. Wenn ein oberschlägiges Wasserrad bei 15 Fuß Halbmesser, 1 Fuß Kranzbreite und 10 Cubikfuß Aufschlag pro Sec., fünf Umdrehungen pro Min. machen soll, so hat man ihm die Weite $38{,}2 \cdot \frac{10}{5 \cdot 15 \cdot 1} = 5{,}1$ Fuß zu geben; und es ist die Entfernung zwischen je zwei Schaufeln $= 7\left(1 + \frac{12}{10}\right) = {}^{77}/_{5} = 15{,}4$ Zoll, also die Schaufelzahl $= \frac{2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 12}{15{,}4} = 73$, oder, wegen der leichteren Vertheilung, $= 72$, in Anwendung zu bringen, endlich ist der Theilwinkel $\beta = \frac{360}{72} = 5^{0}$ zu machen. Rad-verhältnisse.

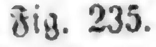
§. 115. Von großem Einflusse auf die Wirkung eines Wasserrades sind die Schaufelungsmethoden oder die Formen der Zellen. Die Schaufeln müssen so geformt und gestellt sein, daß sie das einfallende Wasser ungehindert in die Zellen eintreten lassen und darin so lange wie möglich, jedoch nicht bis auf die aufsteigende Seite des Rades zurückhalten. Von den sehr verschiedenen Schaufelformen und Schaufelstellungen entsprechen jedoch manche mehr, andere weniger diesen Forderungen. Uebrigens sind diese beiden Forderungen wenigstens zum Theil in Widerstreit, denn wenn man die Zellen sehr verschließt, so wird sowohl der Ein- als auch der Austritt des Wassers aus den Zellen erschwert. Bestehen die Schaufeln nur aus ebenen schief gegen den Radboden gestellten Brettern, wie AD, Fig. 234 vor Augen führt, so findet zwar ein sehr leichter Eintritt statt, aber es fällt auch das Wasser zu zeitig aus den Zellen, so daß ein bedeutender Verlust an Wirkung entsteht. Um diesen zeitigen Austritt zu beseitigen, müßte man die Schaufeln sehr breit und also den sogenannten Deckungswinkel ADE, unter welchem die Schaufel den inneren Radhalbmesser CD schneidet, sehr groß, d. i. nahe einem Rechtwinkel, gleich machen. Da dies die Ausführung erschwert, so zieht man es vor, die Schaufeln aus zwei Theilen zusammenzusetzen, oder der Zelle durch ein zweites Schaufelstück DB einen besonderen Boden zu geben. Man nennt nun in diesem Falle die gewöhnlich breitere Schaufel, welche eine Seitenwand der Zelle bildet, während der Radboden die andere ausmacht, sehr uneigentlich die Stoß- oder Setzschaufel, die den Boden der Zelle bildende meist schmälere Schaufel aber die Riegel- oder Kropfschaufel. In der Regel legt man die letztere radial, oder, jedoch weniger vortheilhaft, winkelrecht gegen die Stoßschaufel. Der Kreis, welcher sich durch die Punkte, in welchen Stoß- und Riegelschaufel zusammenstoßen, ergiebt, heißt der Theilkreis. Bei den älteren Constructionen findet man diesen immer in's Drittel gelegt, d. h. um $1/3$ der Kranzbreite von innen, also $2/3$ der- Schaufelungs-methoden.

Fig. 234.

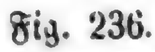


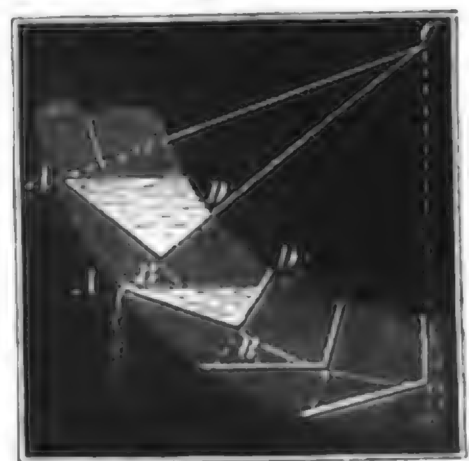
Schaufelungs-methoden.

selben vom äußeren Radumfange abstehend. Da aber der Fassungsraum einer Zelle um so größer ausfällt, je breiter die Riegelschaufel DB, Figur 235, oder je größer der Deckungswinkel ABE ist, so legt man in neuerer Zeit den Theilkreis in die Mitte der Kranzbreite. Der Fassungsraum


Fig. 235.




Fig. 236.



einer Zelle hängt dann auch nur von der Breite oder Lage (dem Deckungswinkel ABE) der Stoßschaufel ab. Die einfachste Schaufelconstruction ist nun diese, daß man das Ende A_1, Fig. 236, der Stoßschaufel A_1B_1 in die Verlängerung der nächstfolgenden Riegelschaufel DB legt, oder daß man die Stoßschaufel von den Schenkeln CA und CB des Theilwinkels $ACB = \beta = \frac{360^0}{n}$ begrenzen läßt. Diese Construction giebt jedoch nur bei sehr hohen und bei wenig tiefen Rädern hinreichende Deckung oder Schließung der Zellen, aus diesem Grunde läßt man denn jetzt meist und zwar bei nicht sehr hohen Rädern (von 35 bis 40 Fuß) die Stoßschaufel $\frac{5}{4}$ des Theilwinkels einnehmen, macht also den Bogen $A_1E_1 = \frac{5}{4}\, EE_1$, Fig. 233 oder 235. Aus dem Radhalbmesser $CA = a$ und dem Centriwinkel $ACB = \beta_1$, welcher die Stoßschaufel zwischen sich faßt, läßt sich der Deckungswinkel $ABE = \delta$ sehr leicht finden. Die Auflösung des Dreieckes ACB giebt, indem man $CB = CE - BE = a - \frac{b}{2}$ einführt,

$$tang.\ \delta = \frac{a\ sin.\ \beta_1}{\frac{d}{2} - a\,(1 - cos.\ \beta_1)},\ \text{annähernd} = \frac{2a\beta}{d - a\beta^2}.$$

Dreitheilige Schaufeln, wie $ABDE$, Fig. 237 (auf folg. Seite), geben unter übrigens gleichen Umständen mehr Fassungsraum, als zweitheilige, ohne eine größere Verengung zu haben. Es gewährt also die Anwendung dieser einen mechanischen Gewinn, wogegen sie die Ausführung erschwert. Am zweckmäßigsten sind allerdings die krummen oder theils ebenen, theils gekrümmten Schaufeln, Fig. 238 (auf folg. Seite), weil dieselben Zellen bei dem größten Fassungsraume die größte Weite geben.

Digitized by Google

Gußeisernen und blechernen Schaufeln wird man daher stets diese Formen geben. Man kann diese Schaufeln in einem einzigen Kreisbogen Schaufelungsmethoden.

Fig. 237.



Fig. 238.



AB bestehen lassen und das Centrum K desselben dadurch finden, daß man in der Mitte M der Sehne AB ein Perpendikel errichtet und an den Halbmesser CA den Winkel CAK trägt, unter welchem das äußere Schaufelende A den äußeren Radumfang schneiden soll.

Beispiel. Ein Rad von 30 Fuß Höhe und 10 Zoll Kranzbreite soll (nach Langsdorf's Regel) $= 18 + 3 . 15 = 63$, oder angemessener, 64 Schaufeln erhalten, und jede soll $\frac{5}{4}$ des Theilwinkels zwischen sich fassen, welches wird ihr Deckungswinkel sein? Es ist $\beta = \frac{360}{64} = 5\frac{5}{8}{}^0$, daher $\beta_1 = \frac{5}{4} . \frac{45}{8} = 7\frac{1}{32}{}^0$ $= 7^0, 1', 52'', 5$, und $tang. \delta = \dfrac{15\ sin.\ 7^0, 1', 52'', 5}{\frac{5}{12} - 15\ (1 - cos.\ 7^0, 1', 52'', 5)}$ $= \dfrac{36\ .\ 0{,}12241}{1 - 36\ .\ 0{,}00752} = \dfrac{4{,}40678}{0{,}72928}$, daher $\delta = 80^0, 36'$.

§. 116. Von nicht unbedeutender Wichtigkeit ist die Art und Weise, wie das Wasser auf ein Rad geführt wird. Man läßt entweder das Wasser aus dem Gerinne frei einfallen in das Rad, oder man spannt dasselbe durch eine sogenannte Spannschütze an, ehe es in das Rad tritt. Im ersten Falle hängt die Eintrittsgeschwindigkeit fast nur von der Fallhöhe ab, im zweiten hingegen kann diese durch die Druckhöhe regulirt werden. Aus dem letzteren Grunde zieht man daher auch die Anwendung eines Schutzbrettes dem freien Eintritte, oder der Einführung durch ein sogenanntes Schußgerinne vor. In Figur 239 ist ein Wassereinlauf ohne Schütze abgebildet. Das durch das Gerinne AB zugeführte Wasser wird durch ein Schußgerinne BD in bestimmter Richtung auf das Rad geführt. Um wenigstens den Zufluß zu reguliren, ist vor dem Rade ein Abfallutten E Schützen.

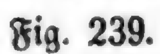
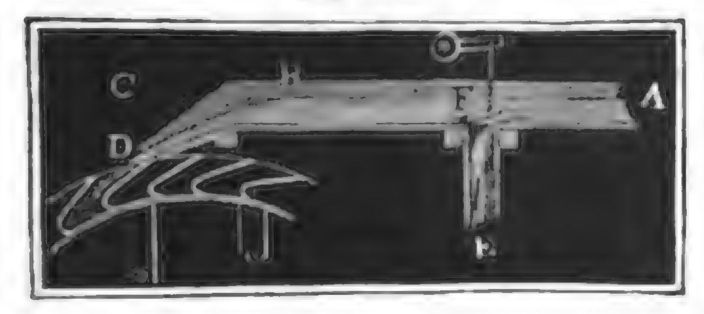


Fig. 239.



Schützen. angebracht, durch den das überflüssige Wasser abfließt, und der durch eine Fallklappe F beliebig geöffnet werden kann. Fließt das Wasser im Gerinne mit der Geschwindigkeit c_1 zu und ist die Fallhöhe CD vom Wasserspiegel bis Zellenmittel gerechnet, $= h_1$, so hat man die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers beinahe

$$c = \sqrt{2gh_1 + c_1^2} = \sqrt{2gh_1 + \left(\frac{Q}{F}\right)^2},$$ wenn Q das Wasserquantum und F den Inhalt des Querschnittes vom zufließenden Wasser bezeichnet.

Die Spannschützen (franz. vannes, engl. penstocks, shuttles) sind entweder horizontal, oder vertikal oder geneigt. Die Anordnung

Fig. 240.

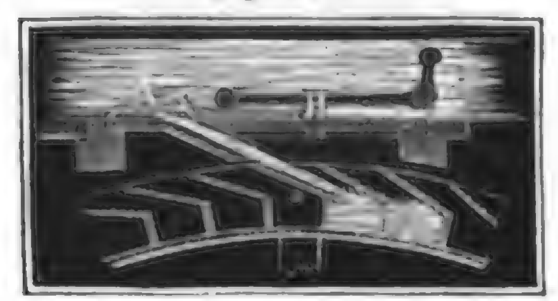
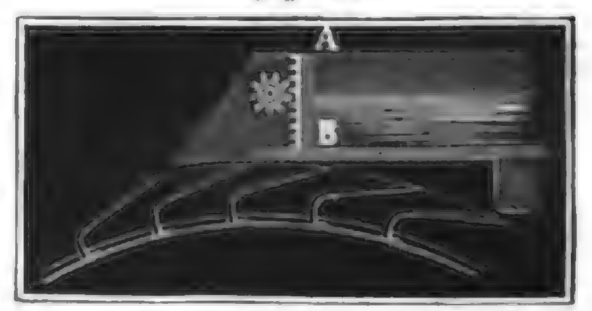
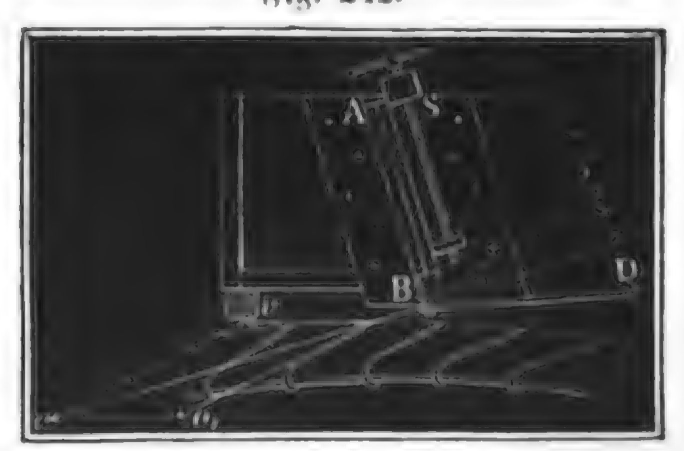


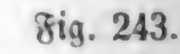
Fig. 241.



und Stellvorrichtung eines horizontalen Schutzbrettes AB ist aus Figur 240, und die eines vertikalen Schutzbrettes aus Fig. 241 ersichtlich. Dort wird das Brett durch Stange und Hebel, hier aber durch Zahnstange und Getriebe in Bewegung gesetzt. Construction von schiefstehenden Spannschützen sind in Fig. 242 und Fig. 243 abgebildet. Bei der

Fig. 242.




Fig. 243.



einen in Freiberg angewendeten Spannschütze erfolgt die Stellung durch eine Schraube S, bei der zweiten dient aber hierzu ein bloßer Hebel CA. Es ist bei allen Constructionen der Art Regel, die Mündung im Innern so viel und so glatt wie möglich abzurunden oder nach der Gestalt des contrahirten Wasserstrahles zu formen, damit die äußere Contraction des Wasserstrahles vermieden und dem Wasser so wenig wie möglich Hindernisse in den Weg gelegt werden. Fällt das Wasser, nachdem es aus der Mündung herausgetreten ist, ganz frei, und kann man die Mün-

Digitized by Google

dungsebene winkelrecht gegen die Richtung des Strahles legen, so ist es auch zweckmäßig, die Mündung einer dünnen Wand anzuwenden; nur muß dann auch dafür gesorgt werden, daß nicht partielle, einen schiefen Strahl gebende Contraction eintrete (s. I. §. 353) Schützen.

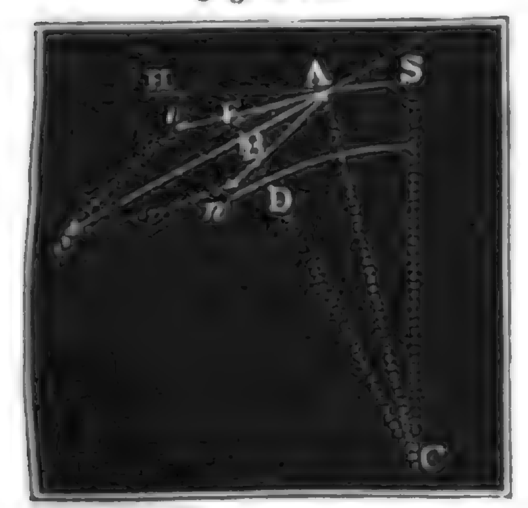
Bei dem Ausflusse durch Spannschützen bestimmt sich aus der Druckhöhe $= h_0$ die Ausflußgeschwindigkeit $c_0 = \varphi\sqrt{2gh_0}$; ist nun noch h_1 die freie Fallhöhe von Schutzmündung bis Eintrittspunkt gerechnet, so hat man die Eintrittsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2gh_1} = \sqrt{2g(\varphi^2 h_0 + h_1)}.$$

Nehmen wir den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi = 0{,}95$ an, so bekommen wir demnach $c = \sqrt{2g(0{,}9 h_0 + h_1)}$. Man ersieht hieraus, daß bei gleichem Einlaßgefälle die Eintrittsgeschwindigkeit ziemlich dieselbe ist, das Wasser mag frei einfallen, oder aus einer Schutzöffnung in das Rad gelangen.

§. 117. Damit das Wasser ungehindert in die Radzellen eintrete, darf es nicht am äußeren Radumfange mit den Schaufeln zusammenstoßen, sondern es muß erst nahe am inneren Umfange der Zusammenstoß erfolgen. Aus diesem Grunde ist nicht nur die äußere Schaufelkante nach Möglichkeit zuzuschärfen, sondern auch noch der Wasserstrahl Ac, Fig. 244, so zu richten, daß sich seine Geschwindigkeit in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon der eine mit der Umfangsgeschwindigkeit $Av = v$ zusammenfällt und der andere die Richtung AB der Stoßschaufel oder des äußeren Schaufelendes überhaupt, hat. Da man die Richtung der Stoßschaufel AB als gegeben ansehen kann, ebenso die gegen den Radhalbmesser CA rechtwinkelig gerichtete Geschwindigkeit v am äußeren Radumfange bekannt ist, und die Größe der Geschwindigkeit c des einfallenden Wassers als gegeben angesehen werden kann, so findet man die erforderliche Richtung des letzteren, wenn man durch v eine Parallele zu AB zieht, mit c, als Halbmesser, aus A einen Kreisbogen beschreibt und nun von A nach dem Durchschnitte c dieses Bogens mit jener Parallelen eine Gerade Ac zieht. Durch Rechnung stellt sich Folgendes heraus.

Fig. 244.



Der Winkel $vAB = \varphi$, welchen die Umfangsgeschwindigkeit v mit der Stoßschaufel AB einschließt, ergiebt sich aus dem Deckungswinkel $ABE = \delta$ und dem Schaufelwinkel $ACB = \beta_1$ durch die Gleichung $\delta = ACB + BAC = \beta_1 + 90^0 - \varphi$, es ist daher $\varphi = 90^0 - (\delta - \beta_1)$.

Schützen. Aus φ, v und c folgt nun der Winkel $cAB = \psi$, um wie viel die Strahlrichtung von der Stoßschaufel abweichen muß, damit das Wasser in die Zelle ungehindert eintrete, durch die bekannte Proportion
$\frac{sin.\,\psi}{sin.\,\varphi} = \frac{v}{c}$, es ist also $sin.\,\psi = \frac{v\,sin.\,\varphi}{c}$ oder $= \frac{v\,cos.\,(\delta - \beta_1)}{c}$.
(S. I. §. 32).

Auch folgt noch der Winkel cAH, unter welchem der Strahl gegen den Horizont zu neigen ist, $\nu = \varphi - \psi + \vartheta$, wenn, wie oben ϑ den Winkel ACS bezeichnet, um welchen die Eintrittsstelle A vom Radscheitel S absteht.

Die relative Geschwindigkeit $\overline{Ac_1} = w$, mit welcher das Wasser in die Zelle eintritt, ist noch $w = \frac{c\,sin.\,(\varphi - \psi)}{sin.\,\varphi}$.

Für $v = c$ ist $\psi = \varphi$ und daher die Geschwindigkeit $w = 0$; da aber das Wasser nicht eher auf das Rad wirken kann, als bis es die Riegelschaufel erreicht hat, so kann nicht $w = 0$ sein, und es muß daher auch v von c übertroffen werden.

Beispiel. Wenn bei einem Freiberger Kunstrade die Umfangsgeschwindigkeit $v = 10$ Fuß, die Eintrittsgeschwindigkeit c aber 15 Fuß, ferner der Deckungswinkel $70\frac{1}{2}°$, der Schaufelwinkel β_1 aber $4\frac{1}{2}°$ beträgt, und die Eintrittsstelle 12° vom Radscheitel absteht, so hat man $\varphi = 90° - (70\frac{1}{2}° - 4\frac{1}{2}°) = 90° - 66° = 24°$, und daher $sin\ \psi = \frac{10}{15}\,sin.\,24° = 0{,}27116$, hiernach $\psi = 15°, 44'$. Es muß also des ungestörten Eintrittes wegen der Wasserstrahl $15\frac{3}{4}°$ von der Stoßschaufel abweichen. Der Neigungswinkel des Strahles gegen den Horizont stellt sich nun $\nu = 24° - 15\frac{3}{4}° + 12° = 20\frac{1}{4}°$ heraus und die relative Eintrittsgeschwindigkeit ist $w = \frac{15\,sin.\,8°, 16'}{sin.\,24°} = 5{,}303$ Fuß.

Anmerkung. In älteren Werken findet man angegeben, daß der Strahl in der Richtung der Stoßschaufel einfallen soll; es ist jedoch diese Regel nur für $v = 0$ oder $\delta - \beta_1 = 90°$ richtig; beide Fälle kommen aber nie vor. Allerdings wird die Abweichung ψ bei einem langsam umlaufenden und bei einem stark gedeckten Rade sehr klein; jedoch nie so klein, um sie Null setzen zu können. Wenn das Wasser in der Richtung der Stoßschaufel eingeführt wird, so schlägt die Schaufel gegen das Wasser und wirft es mit der Geschwindigkeit $v\,sin.\,\varphi$ vor sich hin; und es entsteht ein sogenanntes Plantschern, was eine Tödtung der lebendigen Kraft, und wohl auch ein Verspritzen des Wassers zur Folge hat.

§. 118. Damit das Wasser in der gegebenen Richtung an das Rad gelange, legt man entweder die Schützenmündung ganz nahe an die Eintrittsstelle und stellt das Schutzbrett rechtwinkelig zur Strahlrichtung, oder man bringt ein Schußgerinne in der geforderten Richtung des Strahles an, oder man stellt das Schutzbrett so, daß das Wasser bei seinem freien Falle in einer Parabel die gegebene Richtung beim Eintritt von

selbst annehme. Bei der in Fig. 245 abgebildeten Freiberger Spann- Schützen.
schütze legt man das Bodenblech BD sowie die Grundfläche des Schutzbrettes schief gegen die Strahlrichtung, so daß beide, wie beim contrahirten Wasserstrahle den Winkel von circa 14° mit dieser, die Axe der Mündung bildenden Richtung einschließen.

Um die Richtung des Schutzbrettes in dem Falle zu finden, wenn das Wasser zum Theil frei auf das Rad fällt, hat man von der in I. §. 38 u. s. w. abgehandelten Theorie der Wurfbewegung Gebrauch zu ma-

Fig. 245.

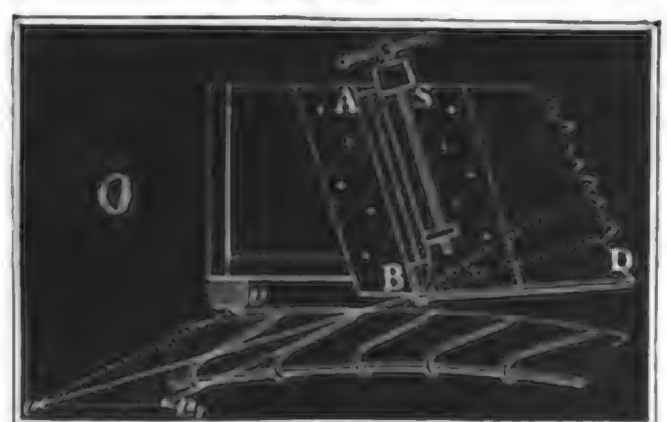
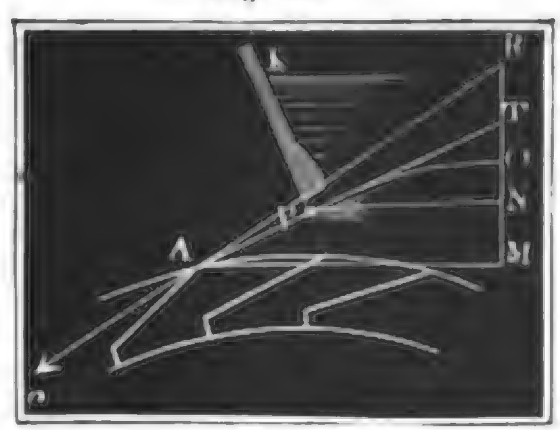


Fig. 246.



chen. Aus der Geschwindigkeit $Ac = c$, Fig. 246, und dem Neigungswinkel $RAM = v$ der geforderten Strahlrichtung gegen den Horizont, folgt die vertikale Coordinate $MO = x$ des Parabelscheitels:

$$x = \frac{c^2 \sin. v^2}{2g},$$ und dagegen die horizontale Coordinate

$$AM = y = \frac{c^2 \sin. 2v}{2g}.$$

Will man nun die Schutzöffnung nach irgend einem Punkte P dieser parabolischen Bahn verlegen, und giebt man etwa die Höhe $MN = h_1$ dieser Mündung über der Eintrittsstelle A, so hat man für die Coordinaten $ON = x_0$ und $NP = y_0$ dieses Punktes die Formeln:

$$x_0 = x - h_1 \text{ und } y_0 = y\sqrt{\frac{x - h_1}{x}} = y\sqrt{1 - \frac{h_1}{x}},$$

und für den Neigungswinkel $TPN = v_0$, welchen die Parabel an dieser Stelle mit dem Horizonte einschließt,

$$tang.\ v_0 = \frac{TN}{PN} = \frac{2\,ON}{PN} = \frac{2x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x - h_1}}{y}.$$

Die Ebene PK des Schutzbrettes muß nun winkelrecht auf der Tangente PT stehen. Wir finden hiernach also die erforderliche Lage des Schutzbrettes, wenn wir die Abscisse ON umgekehrt als OT auftragen, nun PT ziehen, und hierauf wieder ein Perpendikel PK errichten.

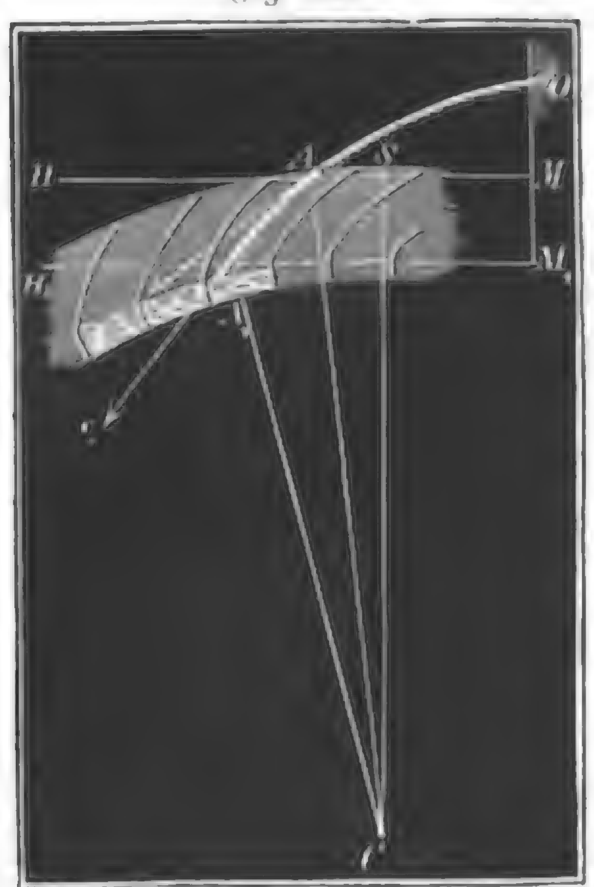
Schützen. Legt man die Schutzmündung in den Parabelscheitel, so kommt natürlich das Schutzbrett vertikal zu stehen.

Die Ausflußgeschwindigkeit bei P ist nun $c_0 = \sqrt{c^2 - 2gh_1}$, die entsprechende theoretische Druckhöhe $h_0 = \frac{c^2}{2g} - h_1$, oder effectiv $h_0 = 1{,}1\left(\frac{c^2}{2g} - h_1\right)$, wenn die Ausmündung glatt abgerundet und vielleicht gar mit Eisenblech bekleidet ist. Die Weite der Schutzmündung ist übrigens nur einige Zoll kleiner zu machen, als die Radweite.

Beispiel. Für die Geschwindigkeit $c = 15$ Fuß und den Neigungswinkel $\nu = 20\frac{1}{4}{}^\circ$ (s das Beisp. im vorig. Paragrph.) hat man die Coordinaten des Parabelscheitels: $x = 0{,}016 \cdot 15^2 (sin. 20\frac{1}{4}{}^\circ)^2 = 0{,}4312$ Fuß, und $y = 0{,}016 \cdot 15^2 . sin. 40\frac{1}{2}{}^\circ = 2{,}338$ Fuß. Will man nun die Mitte der Schutzmündung 4 Zoll = 0,3333 Fuß über die Eintrittsstelle legen, so hat man die Coordinaten von der Mitte der Mündung: $x_0 = 0{,}4312 - 0{,}3333 = 0{,}0979$, $y_0 = 2{,}338 \sqrt{\frac{979}{4312}} = 1{,}114$ Fuß, und $tang. \nu_0 = \frac{1958}{11140}$, hiernach die Neigung des Schutzbrettes gegen den Horizont: $= 90^\circ - \nu_0 = 90^\circ - 9^\circ, 58' = 80^\circ, 2'$.

§. 119. Bei der in §. 117 gegebenen Einführung des Wassers in die Radzellen erleidet die parabolische Bahn des Wasserstrahles innerhalb des Rades nicht eher eine Veränderung, als bis der Strahl auf die Riegelschaufel oder auf das bereits in der Zelle befindliche Wasser aufschlägt; es lassen sich auch für den Punkt A_1, Fig. 247, in welchem der Strahl auftrifft, die im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln anwenden.

Fig. 247.



Ist a der Halbmesser CA des Rades und a_1 der Halbmesser des Theilkreises oder besser die Entfernung des Schwerpunktes des Wassers in einer Zelle vom Mittelpunkte C des Rades, so kennen wir die Abscisse des Endpunktes A_1 des Strahles

$$OM_1 = OM + MM_1, \text{ d. i. } x_1 = x + (a - a_1),$$

ferner die Ordinate desselben

$$M_1A_1 = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{a - a_1}{x}},$$

und endlich für den Neigungswinkel $H_1A_1c_1 = \nu_1$ des Wasserstrahles gegen den Horizont an eben dieser Stelle:

$$tang.\, v_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x+a-a_1)}}{y\sqrt{x+a-a_1}} = \frac{2\sqrt{x(x+a-a_1)}}{y}.$$ Schützen.

Noch ist für den Winkel $A_1CS = \vartheta_1$, um welchen der Endpunkt A_1 vom Radscheitel abweicht,

$$sin.\, \vartheta_1 = \frac{A_1M_1 - AM + AS}{CA_1} = \frac{y_1 - y + a\, sin.\, \vartheta}{a_1},$$

und hieraus folgt nun der Winkel, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 von der Richtung der Umdrehungsgeschwindigkeit $v_1 = \frac{a_1}{a}\, v$ des Punktes A_1 abweicht:

$$\mu_1 = \nu_1 - \vartheta_1.$$

Die Geschwindigkeit c_1, mit welcher endlich das Wasser in A_1 aufschlägt, ist durch die bekannte Formel $\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + a - a_1$ bestimmt, also

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2g\,(a - a_1)}, \text{ oder nach §. 116}$$
$$c_1 = \sqrt{2g\,(0{,}9\, h_0 + h_1 + a - a_1)}.$$

Beispiel. Bei dem im letzten Beispiele behandelten Falle ist, wenn man $a - a_1 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß setzt, für den Angriffspunkt A_1, die Abscisse

$$OM_1 = x_1 = x + a - a_1 = 0{,}4312 + 0{,}75 = 1{,}1812 \text{ Fuß},$$

die Ordinate

$$M_1A_1 = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{a - a_1}{x}} = 2{,}338\sqrt{1 + \frac{0{,}75}{0{,}4321}}$$
$$= 2{,}338\sqrt{2{,}1739} = 3{,}447 \text{ Fuß}.$$

Ferner ist für den Neigungswinkel des Strahles an eben dieser Stelle

$$tang.\, \nu_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{2{,}3624}{3{,}447},\ log.\ tang.\ \nu_1 = 0{,}83589 - 1,$$

folglich $\nu_1 = 34^\circ, 25'$. Dagegen ist für den Centriwinkel des Angriffspunktes, wenn der Radhalbmesser $a = 18$ Fuß beträgt,

$$sin.\, \vartheta_1 = \frac{y_1 - y + a\, sin.\, \vartheta}{a_1} = \frac{3{,}447 - 2{,}338 + 18\, sin.\, 12^\circ}{17{,}25}$$
$$= \frac{1{,}109 + 3{,}742}{17{,}25} = \frac{4{,}851}{17{,}25},\ log.\ sin.\ \vartheta_1 = 9{,}44904,$$

folglich $\vartheta_1 = 16^\circ, 20'$, und der Winkel, um welchen in A_1 die Richtung des Wasserstrahles von der Tangente des Rades abweicht,

$$\mu_1 = \nu_1 - \vartheta_1 = 18^\circ, 5'.$$

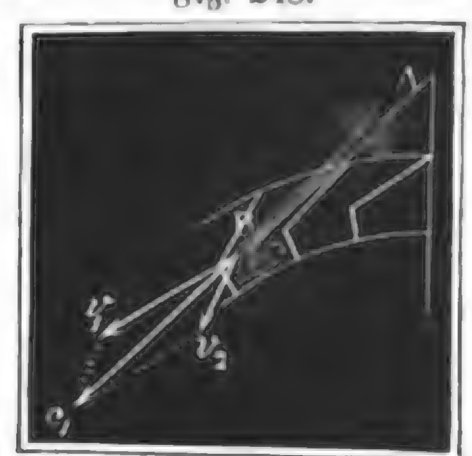
Endlich ist die Geschwindigkeit des in A_1 zum Stoße gelangenden Wassers

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2g\,(a - a_1)} = \sqrt{15^2 + 62{,}5\ .\ 0{,}75} = \sqrt{225 + 46{,}875}$$
$$= \sqrt{271{,}875} = 16{,}490 \text{ Fuß}.$$

§. 120. Das Wasser wirkt beim oberschlägigen Wasserrade nur zum Stoßwirkung.
Theil durch Stoß, vorzüglich aber durch sein Gewicht. Die Wirkung durch den Stoß finden wir, indem wir von der ganzen Wirkung, welche der lebendigen Kraft des eintretenden Wassers entspricht, abziehen die

Stoßwirkung. mechanische Arbeit, welche das Wasser behält, wenn es das Rad verläßt, und diejenige, welche es durch seine schwingende und wirbelnde Bewegung beim Eintritt in die Zellen verliert. Die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers ist gleichzusetzen der Geschwindigkeit v_1 des Rades im Theilrisse, und es ist daher das im abfließenden Wasser zurückbleibende Arbeitsvermögen $= \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$. Der Arbeitsverlust, welcher bei dem Wirbeln und Zertheilen des Wassers entsteht, läßt sich aber, wie beim Stoße, $= \frac{v_2^2}{2g} Q\gamma$ setzen, insofern v_2 diejenige Geschwindigkeit ist, welche das Wasser beim Eintritt in die Zellen plötzlich verliert. Ist daher c_1 die Geschwindigkeit Bc_1, Figur 248, des eintretenden Wassers, so folgt die noch übrig bleibende Wirkung seiner lebendigen Kraft

Fig. 248.



$$L_1 = \left(\frac{c_1^2 - v_1^2 - v_2^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Nun läßt sich aber c_1 in die Seitengeschwindigkeiten $Bv_1 = v_1$ und $Bv_2 = v_2$ theilen, wovon v_1 eben diejenige Geschwindigkeit ist, die das Wasser behält, indem es mit der Zelle fortgeht, es ist daher auch der andere Component v_2 die verlorene Geschwindigkeit. Setzen wir den Winkel $c_1 B v_1$, welchen die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 mit der Tangente Bv_1 oder Richtung der Umfangsgeschwindigkeit einschließt, $= \mu_1$, so haben wir bekanntlich $v_2^2 = c_1^2 + v_1^2 - 2\, c_1 v_1 \cos.\mu_1$, und daher die gesuchte mechanische Arbeit $L_1 = \left(\frac{c_1^2 - v_1^2 - c_1^2 - v_1^2 + 2c_1 v_1 \cos.\mu_1}{2g}\right) Q\gamma$ $= \frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1}{g} Q\gamma$ oder da $\frac{1}{g} = 0{,}032$ und $\gamma = 66$ Pfd. ist,

$$L_1 = 2{,}112\, (c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1 Q \text{ Fußpfund, auch}$$
$$L_1 = 102\, (c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1 Q \text{ Meterkilogramm.}$$

Man ersieht leicht, daß diese Stoßleistung um so größer wird, je größer c_1 und je kleiner μ_1 ist; auch folgt durch Vergleichung mit I. §. 425, daß diese ein Maximum ist, wenn $v_1 = \frac{1}{2} c_1 \cos.\mu_1$ ausfällt. Die dem letzten Verhältnisse entsprechende Maximalleistung ist $\frac{1}{2}\, \frac{c_1^2 \cos.\mu^2}{2g} Q\gamma$, oder $\mu_1 = 0$, also $\cos.\mu_1 = 1$ gesetzt, $L = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_1^2}{2g} Q\gamma$.

Da $\frac{c_1^2}{2g}$ das der Geschwindigkeit c_1 entsprechende Gefälle ist, so folgt, daß die Stoßwirkung im günstigsten Falle nur halb so groß ist, als die disponible

Leistung. Und es ist aus diesem Grunde zweckmäßiger, vom ganzen Radgefälle Stoßwirkung. nur den kleinsten Theil auf den Stoß und dagegen so viel wie möglich auf den Druck zu verwenden. In der That, machen wir $c_1 \cos.\mu_1 = v_1$, also $c_1 = \frac{v_1}{\cos.\mu_1}$, so opfern wir allerdings das Gefälle $\frac{v_1^2}{2g\cos.\mu_1^2}$, indem wir gar keine Wirkung erhalten, allein machen wir $c_1 = \frac{2v_1}{\cos.\mu_1}$ verwenden wir also das vierfache Gefälle $4 \cdot \frac{v_1^2}{2\,g\,\cos.\mu_1^2}$, so bekommen wir doch nur die Wirkung $\frac{1}{2} \cdot \frac{4\,v_1^2}{2g}\,Q\gamma = 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}\,Q\gamma$, und verlieren also gar das Gefälle $\left(\frac{4}{\cos.\mu_1^2} - 2\right)\frac{v_1^2}{2g}$, und wenn wir selbst $\mu_1 = 0$, also $\cos\mu_1 = 1$ setzen, $= 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, d. i. doppelt so viel, als wenn wir auf alle Stoßleistung Verzicht leisten, also das Wasser nur so schnell eintreten lassen, als das Rad umgeht. Uebrigens ersehen wir auch, daß eine um so größere Wirkung vom Rade zu erwarten ist, je kleiner v_1, d. i. je langsamer das Rad umgeht. Allerdings fällt aber die Radweite e oder der Fassungsraum, und also auch das Gewicht des Wasserrades, um so größer aus, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v oder Umdrehungszahl u des Rades ist; da nun aber die Zapfen eines Rades um so stärker gemacht werden müssen, je schwerer das Rad ist, und das Moment der Zapfenreibung mit den Zapfenstärken wächst, so wird allerdings bei einem langsam umgehenden Rade mehr mechanische Arbeit durch die Zapfenreibung consumirt als bei einem schneller umlaufenden, und es ist hiernach zu ermessen, daß die größte Leistung eines Wasserrades noch keineswegs eine unendlich kleine Umdrehungsgeschwindigkeit erfordert.

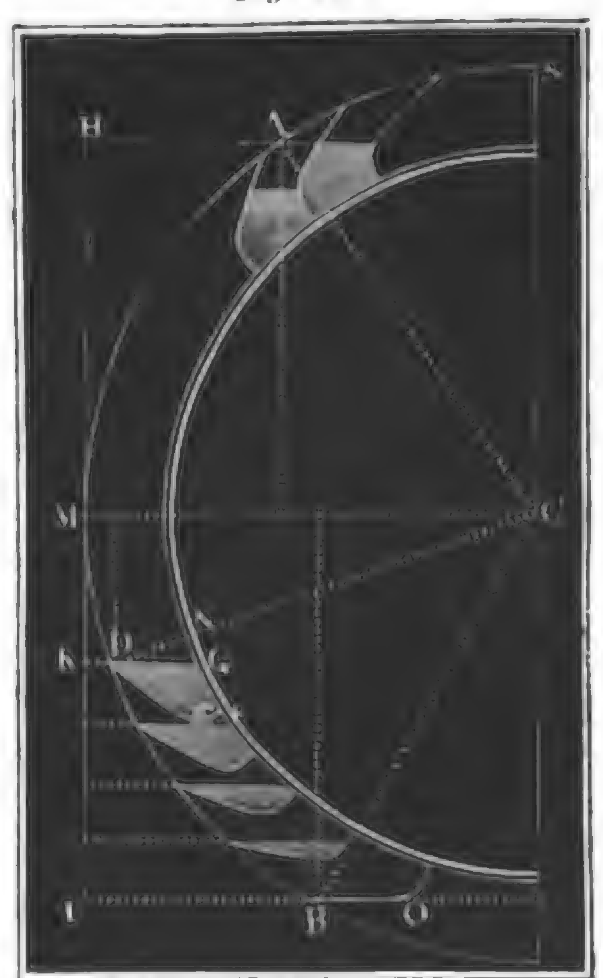
Da (nach §. 117) schon c größer als v sein muß, so ist um so mehr c_1 größer als v_1, daher der Arbeitsverlust durch den Stoß stets über

$$\frac{v_1^2}{2g}\,Q\gamma.$$

§. 121. Die mit Wasser gefüllten Zellen eines Wasserrades bilden Druckwirkung. gleichsam einen ringförmigen Wasserraum AB, Fig. 249 (s. folgd. Seite), den man deshalb auch den wasserhaltenden Bogen nennt. Da das Wasser am oberen Ende dieses Bogens ein- und am unteren Ende austritt, so ist dessen Höhe h das wirksame Gefälle, und daher die mechanische Leistung des Rades durch Druck, $= h\,.\,Q\gamma$. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens läßt sich aber aus drei Theilen zusammensetzen. Der erste Theil HM liegt über dem Radmittel und hängt von dem Winkel $SCA = \vartheta$ ab, um welchen die Eintrittsstelle A des Was-

Druckwirkung. sers in das Rad vom Radscheitel absteht. Setzen wir wieder den Radhalbmesser $CA = a$, so haben wir die Höhe des obersten Theiles vom wasserhaltenden Bogen, $HM = a \cos. \vartheta$. Der zweite Theil MK liegt unter dem Radmittel und hängt von der Stelle D ab, wo das Wasser anfängt auszufließen; setzen wir den Winkel MCD, um welchen diese Stelle unter dem Radmittel liegt, $= \lambda$, so haben wir diese zweite Höhe $MK = a \sin. \lambda$. Der dritte Theil entspricht endlich demjenigen Bogen DB, in welchem das Ausleeren vor sich geht, der also zwischen dem Anfange D und dem Ende B des Austrittes liegt. Setzen wir den Winkel MCB, um welchen die Stelle B, wo das letzte Wasser aus dem Rade tritt, unter dem Radmittel M liegt, $= \lambda_1$, so haben wir die Höhe KL desselben $= a (\sin. \lambda_1 - \sin. \lambda)$. Während nun in den ersten beiden Bogentheilen das Wasser zur vollständigen Wirkung gelangt, theilt es in dem unteren Drittel nur einen Theil seiner mechanischen Arbeit dem Rade mit, weil es sich hier allmälig vom Rade entfernt, und wir können daher die ganze Wirkung des Wassers durch sein Gewicht nur $= a (\cos. \vartheta + \sin. \lambda) Q\gamma + a (\sin. \lambda_1 - \sin. \lambda) Q_1\gamma$ setzen, wenn Q das ganze Aufschlagwasserquantum pr. Sec., Q_1 aber nur einen Theil desselben, und zwar das mittlere Wasserquantum bezeichnet, welches wir im Bogen DB wirkend annehmen können.

Fig. 249.



Vereinigen wir hiermit die Stoßleistung des Wassers, so bekommen wir die **ganze mechanische Arbeit** eines oberschlägigen Wasserrades:

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos. \mu_1 - v_1) v_1}{g} + a (\cos. \vartheta + \sin. \lambda)\right) Q\gamma$$

$+ a (\sin. \lambda_1 - \sin. \lambda) Q_1 \gamma$, oder, wenn wir die Höhe $a (\cos. \vartheta + \sin. \lambda)$ des Theiles vom wasserhaltenden Bogen, welcher das vollständige Wasserquantum aufnimmt, durch h_1 den übrigen Theil $a (\sin. \lambda_1 - \sin. \lambda)$ aber durch h_2 und das Verhältniß $\frac{Q_1}{Q}$ durch ξ bezeichnen:

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos. \mu_1 - v_1) v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right) Q\gamma,$$

und die Kraft am Umfange des Wasserrades: Druckwirkung.

$$P = \left(\frac{(c_1 cos.\mu_1 - v_1)v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right)\frac{Q}{v}\gamma.$$

Beispiel. Bei einem 30 Fuß hohen oberschlägigen Wasserrade ist die Eintrittsgeschwindigkeit $c_1 = 15$ Fuß, die Geschwindigkeit der Theilrisse $v_1 = 9^2/_3$ Fuß der Winkel, um welchen die Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung des Rades an der Eintrittsstelle abweicht, $= 8^1/_2{}^0$, ferner der Abstand dieser Stelle vom Scheitel $= 12^0$, der Abstand der Anfangsstelle des Ausgusses vom Radmittel, $\lambda = 58^1/_2{}^0$, und der Abstand der Endstelle von eben diesem Mittel, $\lambda_1 = 70^1/_2{}^0$, endlich das Aufschlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß, und es werde $\xi = \frac{Q_1}{Q} = ^1/_2$ angenommen: man sucht die Leistung des Rades. Zunächst ist das wirksame Stoßgefälle $= 0{,}032\,(15\,cos.\,8^1/_2{}^0 - 9^2/_3).9^2/_3 = 0{,}032\,.\,5{,}164.9{,}666 = 1{,}60$ Fuß; dann hat man das wirksame Druckgefälle $= 15\,(cos.\,12^0 + sin.\,58^1/_2) + ^{15}/_2\,(sin.\,70^1/_2{}^0 - sin.\,58^1/_2{}^0) = 15\left(0{,}9781 + 0{,}8526 + \frac{0{,}9426 - 0{,}8526}{2}\right) = 15(1{,}8307 + 0{,}0450)$ $= 28{,}14$ Fuß, demnach die Totalleistung des Rades: $L = (1{,}60 + 28{,}14).5.66$ $= 29{,}74.330 = 9814$ Fußpfund $= 19{,}2$ Pferdekräfte. Die Kraft im Theilrisse ist $P = \frac{9814}{9^2/_3} = 1015$ Pfund.

§. 122. Man sieht hiernach leicht ein, daß es bei genauer Bestimmung der Druckwirkung des Wassers bei einem oberschlägigen Rade besonders darauf ankommt, die beiden Grenzen des Ausgußbogens und das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur anfänglichen Wassermenge in einer Zelle zu finden. Hierüber sollen daher in Folgendem die nöthigen Regeln gegeben werden.

Hat das Rad n Schaufeln oder Zellen und macht es pr. Min. u Umdrehungen, so werden dem Wasser in jeder Secunde $\frac{nu}{60}$ Zellen zur Aufnahme der Wassermenge Q dargeboten, und es kommt daher auf eine Zelle das Wasserquantum $V = Q : \frac{nu}{60} = \frac{60\,Q}{nu}$. Bezeichnet e wie früher, die Radweite, so folgt der Querschnitt des Wasserprismas in einer Zelle:

$$F_0 = \frac{V}{e} = \frac{60\,Q}{n u e}.$$

Ist nun $DEFG$, Fig. 249, diejenige Zelle, bei welcher das Ausgießen anfängt, so können wir setzen: $F_0 =$ Segment DEF + Dreieck DFG, oder da Dreieck DFG = Dreieck DFN — Dreieck DGN ist, $F_0 =$ Segment DEF + Dreieck DFN — Dreieck DGN. Setzen wir nun den Inhalt des Segmentes $DEF = S$, und den des Dreieckes $DFN = D$, so haben wir das Dreieck $DGN = S + D - F_0$. Da sich aber $\triangle\, DGN$ auch $= \frac{DN\,.\,NG}{2} = {}^1/_2\, d^2\, tang.\,\lambda$ annehmen läßt, so folgt endlich an-

Druckwirkung. nähernd, und zwar um so richtiger, je größer die Anzahl der Schaufeln ist,

$tang.\ \lambda = \frac{S + D - F_0}{\frac{1}{2} d^2}$. Hiernach ist der Winkel $MCD = \lambda$ bestimmt, welcher dem Anfangspunkte D des Ausgusses entspricht. Eine Zelle wird ferner das Wasser gänzlich verloren haben, wenn das äußere Schaufelende horizontal liegt; ist daher Winkel CBO, welchen dieses Ende, oder nach Befinden die ganze Stoßschaufel mit der Richtung des Halbmessers CB einschließt, $= \lambda_1$, so wird λ_1 auch zugleich den Winkel MCB angeben, welcher den Endpunkt B des Ausgußbogens bestimmt. Um nun die Wirkung des Wassers im Ausgußbogen zu finden, theilen wir die Höhe $KL = a\ (sin.\ \lambda_1 - sin.\ \lambda)$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile, geben die den erhaltenen Theilpunkten entsprechenden Schaufelstellungen an, schneiden durch Horizontallinien die Querprofile der Wassermengen der Zelle bei diesen verschiedenen Stellungen an, und bestimmen die Inhalte $F_1, F_2, F_3 \ldots F_n$ dieser Querprofile. Nun wird der mittlere Werth F dieser durch die Simpson'sche Regel ermittelt, indem man setzt:

$$F = \frac{F_0 + F_n + 4\,(F_1 + F_3 + \ldots + F_{n-1}) + 2\,(F_2 + F_4 + \ldots + F_{n-2})}{3\,n},$$

und hieraus erhält man das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle vor Anfang des Ausgusses: $\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \ldots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \ldots F_{n-2})}{3n\,F_0}$.

Beispiel. Ein 40 Fuß hohes Wasserrad soll pr. Min. 300 Cubikfuß Aufschlagewasser erhalten und innerhalb eben dieser Zeit 4 Umdrehungen machen; man sucht die Leistung dieses Rades. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite 1 Fuß an, so können wir die Radweite $e = \frac{4 \cdot 300}{\pi\ .\ 40\ .\ 1\ .\ 4} = \frac{30}{4\pi} = 2{,}4$ Fuß machen; geben wir dem Rade 136 Schaufeln, so erhalten wir das Wasserquantum in einer Zelle: $V = \frac{300}{4 \cdot 136} = \frac{75}{136} = 0{,}5515$ Cubikfuß,

und demnach den Querschnitt desselben:

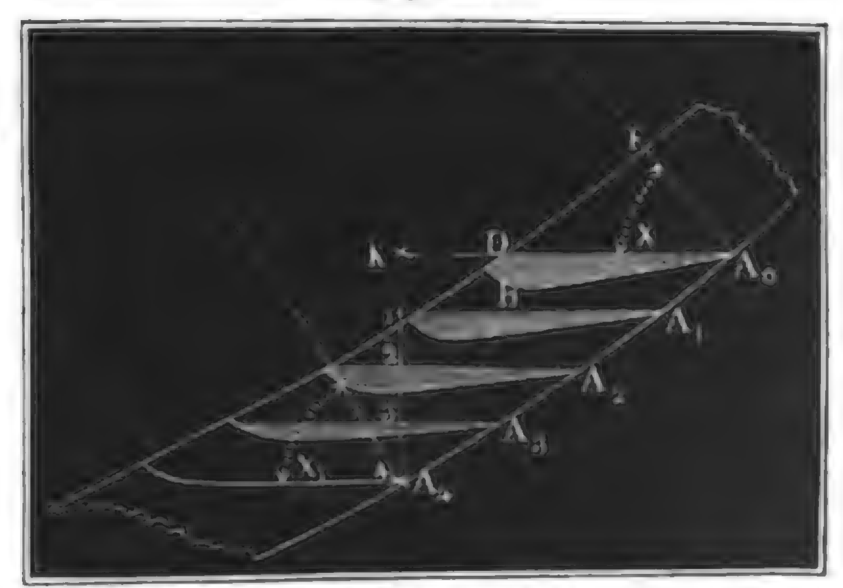
$$F = \frac{0{,}5515}{2{,}4} \text{ Quadratfuß} = \frac{144 \cdot 0{,}5515}{2{,}4} = 33{,}09 \text{ Quadratzoll}.$$

Bei der angewandten und aus Fig. 250 auf folgender Seite zu ersehenden Schaufelconstruction ergiebt sich durch genaue Messung der Inhalt des Segmentes A_0BD, $S = 24{,}50$ Quadratzoll, und der des Dreieckes $A_0 FD = 102$ Quadratzoll; es folgt daher für den Anfang des Ausgusses:

$$tang.\lambda = \frac{24{,}50 + 102 - 33{,}09}{\frac{1}{2} \cdot 144} = \frac{93{,}41}{72} = 1{,}2973\ldots, \text{ also } \lambda = 52^\circ, 22\tfrac{1}{2}'$$

Der Winkel, unter welchem das äußere Schaufelende den Halbmesser des Rades trifft, ist $\lambda_1 = 62^\circ{,}30'$, daher die Höhe KA_4 des wasserhaltenden Bogentheiles, in welchem das Ausleeren erfolgt, Druckwirkung.

Fig. 250.



$= a\ (sin.\ \lambda_1 - sin.\ \lambda)$
$= 20\ (0{,}8870 - 0{,}7920)$
$= 1{,}79$ Fuß. Verzeichnet man nun innerhalb dieser Höhe noch 3 Schaufelstellungen, so findet man durch Messung und Rechnung die Querschnitte der Wasserkörper einer Schaufel bei diesen Stellungen: $F_1 = 24{,}50$; $F_2 = 14{,}48$ und $F_3 = 6{,}60$ Quadratzoll. Da nun noch der Querschnitt am Anfang $F_0 = 33{,}09$ und der am Ende $F_4 = 0$ ist, so hat man die Verhältnißzahl
$$\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{33{,}09 + 4\ (24{,}50 + 6{,}60) + 2 \,.\, 14{,}48}{12 \,.\, 33{,}09} = \frac{15{,}5375}{33{,}09} = 0{,}469.$$
Träte nun noch das Wasser 10° unterhalb des Radscheitels und nur mit der Geschwindigkeit $c_1 = \frac{v_1}{cos.\ \mu_1}$ ein, so daß das Wasser gar nicht durch Stoß wirken könnte, so würde die ganze Leistung des Rades ohne Rücksicht auf die Zapfenreibung sein:
$L = a\ [cos.\ \vartheta + sin.\ \lambda + 0{,}469\ (sin.\ \lambda_1 - sin.\ \lambda)] \,.\, 5 \,.\, 66 = (0{,}9848 + 0{,}7920 + 0{,}469 \,.\, 0{,}085) \,.\, 6600 = 1{,}8167 \,.\, 6600 = 11990$ Fußpfund $= 23{,}5$ Pferdekräfte.

Anmerkung. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens von Wasserspiegel zu Wasserspiegel zu messen, ist nur annähernd richtig; eigentlich hat man dieselbe vom Schwerpunkt zum Schwerpunkt des Wassers in einer Zelle zu nehmen.

§. 123 *). Wir haben im Obigen angenommen, daß das Wasser eine Zelle vollständig verlassen habe, wenn die Stoßschaufel AB, Fig. 251, oder wenigstens das äußerste Schaufelende eine horizontale Lage angenommen hat; dies ist jedoch nur annähernd richtig, denn die letzten Wassertheile, wie z. B. M, welchen der Druck mangelt, fallen erst allmälig von der Schaufel AB herab, während dieselbe fortrückt und eine größere und größere Neigung annimmt. Die Zeit, welche hierzu nöthig ist, läßt sich wie folgt ermitteln. Anzahl der Zellen.

Fig. 251.



Hat sich die anfangs horizontale Schaufel AB um den Winkel $ACA_1 = \psi$ gedreht, ist also auch ihre Neigung gegen den Horizont $= \psi$ geworden, so ist die Beschleunigung des Wassertheilchen M_1 auf derselben $p = g\ sin\ \psi$; nun ist aber nach

Anzahl der Zellen. I., §. 19*), für die entsprechende Fallgeschwindigkeit w, $dw = p\,dt$, daher hat man hier

$$dw = g \sin.\varphi \,.\, dt.$$

Dreht sich das Rad und also auch die Schaufel mit der Geschwindigkeit v herum, so haben wir auch $a\varphi = vt$, oder $ad\varphi = vdt$, daher läßt sich

$$dw = g \sin.\varphi \,.\, \frac{a\,d\varphi}{v} = \frac{ga}{v} \sin.\varphi\, d\varphi,$$

und die relative Geschwindigkeit des auf der Schaufel herabfallenden Elementes

$$w = \frac{ga}{v}\int \sin.\varphi\, d\varphi = \frac{ga}{v}\,(1 - \cos.\varphi) \text{ setzen.}$$

Nach derselben Stelle in I. ist auch für den Raum $B_1M_1 = s$, welchen das Element in der Zeit t auf der Schaufel zurückgelegt hat:

$$ds = w\,dt = \frac{w\,a\,d\varphi}{v} = \frac{ga^2}{v^2}\,(1 - \cos.\varphi)\,d\varphi;$$

es ist daher der Weg selbst

$$s = \frac{ga^2}{v^2}\int (1 - \cos.\varphi)\,d\varphi$$
$$= \frac{ga^2}{v^2}\,(\varphi - \sin.\varphi).$$

Geht das Rad schnell um, so wird die Schwerkraft noch durch die ansehnliche Centrifugalkraft unterstützt, und man hat daher, wenn auch nur annähernd, statt g, $g + \frac{v^2}{a}$ (s. I., §. 41), wo a den Radhalbmesser bezeichnet, zu setzen.

Hiernach ist nun

$$s = \left(g + \frac{v^2}{a}\right)\frac{a^2}{v^2}\,(\varphi - \sin.\varphi), \text{ und umgekehrt}$$

$$\varphi - \sin.\varphi = \frac{v^2 s}{(ga + v^2)\,a}.$$

Da der Inhalt eines Kreissegmentes $= \frac{\varphi - \sin.\varphi}{2}$ für den Radius $= 1$ ist, so läßt sich daher φ als den Centriwinkel eines Kreisabschnittes ansehen, dessen Inhalt $\frac{\frac{1}{2} v^2 s}{(ga + v^2)\,a}$ ist.

Damit sich alles Wasser aus der Zelle entfernt hat, wenn das äußere Schaufelende im Fußpunkte F des Rades ankommt, muß dieser Formel auch entsprochen werden, wenn man statt s die ganze Schaufelbreite $AB = FG$, und für φ den Aus- oder Eintrittswinkel, d. i. den Winkel $BAE = GFH$ einführt, um welchen die Schaufel AB oder FG vom äußeren Radumfange abweicht.

Nach der gefundenen Formel läßt sich also die Schaufelstellung oder Deckung theoretisch bestimmen. Anzahl der Zellen.

Diese Formel sagt uns übrigens, daß der Eintrittswinkel φ um so kleiner, also der Deckungswinkel um so größer genommen werden kann, je größer der Radhalbmesser a und je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v und die Schaufelbreite s ist.

Beispiele. 1) Für die Stoßschaufelbreite $s = 1$ Fuß, die Umfangsgeschwindigkeit $v = 5$ Fuß und den Radhalbmesser $a = 10$ Fuß, hat man

$$\varphi - sin.\varphi = \frac{25}{(31{,}25 \,.\, 10 + 25) \,.\, 10} = \frac{2.5}{337{,}5} = \frac{5}{675} = \frac{1}{135}$$
$$= 0{,}0074074, \text{ folglich}$$
$$\frac{\varphi - sin.\varphi}{2} = 0{,}0037037.$$

Nach dem Ingenieur, Seite 218, ist der entsprechende Winkel $\varphi = 20^1/_2$ Grad.

2) Für ein hohes Rad von 20 Fuß Halbmesser und 10 Fuß Umfangsgeschwindigkeit ist, wenn man wieder $s = 1$ Fuß nimmt,

$$\frac{\varphi - sin.\varphi}{2} = \frac{50}{(31{,}25 \,.\, 20 + 100) \,.\, 20} = \frac{2{,}5}{725} = \frac{1}{290}$$
$$= 0{,}0034483,$$

und hiernach φ nahe $= 20$ Grad.

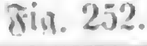
3) Für ein sehr schnell umlaufendes niedriges Rad von 5 Fuß Halbmesser und 8 Fuß Umfangsgeschwindigkeit ist

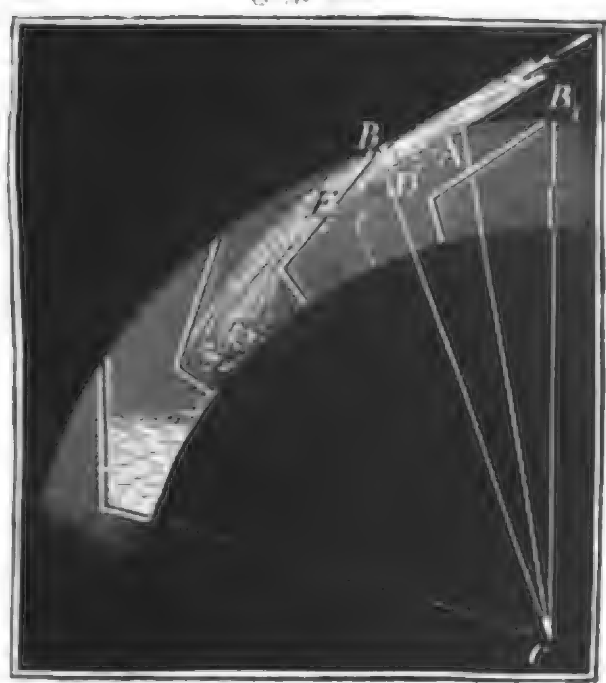
$$\frac{\varphi - sin\,\varphi}{2} = \frac{32}{(31{,}25 \,.\, 5 + 64) \,.\, 5} = \frac{6{,}4}{220{,}25} = 0{,}029058,$$

folglich $\varphi =$ nahe 40 Grad.

Es folgt aus diesen Beispielen, daß sich die Schaufeln unter einem Winkel von 20 bis 40 Grad an den äußeren Radumfang anschließen müssen, und zwar ersteres bei hohen und langsam und letzteres bei niedrigen und schnell umlaufenden Rädern.

§. 124. Wenn, wie in der Regel, die Zellen nicht ventilirt sind, also die Schaufeln keine Oeffnungen zum Austritte der vom einströmenden Wasser vertriebenen Luft haben, so muß die Weite einer Zelle mindestens der Dicke BD, Fig. 252, des einströmenden Wasserstrahles gleich sein, weil sonst der einströmende Wasserkörper ABE eine Zeit lang den Austritt der Luft bei A verhindert und sich daher durch diese bei seinem Eintritte in die Zelle gestört wird. Während das Schaufelende von A nach B rückt, geht das Wasserelement A den absoluten Weg AE


Fig. 252.



Anzahl der Zellen.

und an der Schaufel den Weg BE zurück, und es ist die Dicke des in einer Zelle einströmenden Strahles:

$$BD = AB\, sin. BAE = CA\, .\, \tfrac{1}{2}\beta\, sin.\varphi_1 = \tfrac{1}{2}\, a\, \beta\, sin.\varphi_1,$$

wenn a den Radhalbmesser CB, β den Theilwinkel BCB_1 und φ_1 den Zutrittswinkel BAD bezeichnet, und vorausgesetzt wird, daß der Strahl nur die Hälfte AB der Zellenweite BB_1 ausfüllt.

Die Strahldicke d_1 bestimmt sich aber aus der Zutrittsgeschwindigkeit c (s. Ende §. 116) und aus der der Radweite e nahe gleichen Strahlbreite e_1 durch die bekannte Formel $Q = c\,.\,d_1 e_1$, es ist also $d_1 = \frac{Q}{c\, e_1}$ und daher auch $Q = \tfrac{1}{2} c\, e_1\, .\, a \beta\, sin.\varphi_1$, woraus sich nun umgekehrt der Theilwinkel $\beta = \frac{2\, Q}{c\, e_1\, a\, sin.\varphi_1}$ und endlich die Schaufelzahl

$$n = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\pi\, c\, e_1\, a\, sin.\varphi_1}{Q} \text{ ergiebt,}$$

oder, wenn man nach §. 114, $\frac{Q}{e_1} = \frac{Q}{e} = \varepsilon\, d\, v$ setzt,

$$\beta = \frac{2\, \varepsilon\, d\, v}{c\, a\, sin.\varphi_1}, \text{ also}$$

$$n = \frac{\pi\, c\, a\, sin.\varphi_1}{\varepsilon\, d\, v}.$$

Nach §. 117 ist aber $\varphi_1 = \varphi - \psi$ und $sin.\psi = \frac{v}{c}\, sin.\varphi$, oder annähernd $\psi = \frac{v}{c}\varphi$, daher ist auch $sin.\varphi_1 = \varphi_1 = \varphi - \psi = \left(\frac{c-v}{c}\right)\varphi$ zu setzen, so daß nun

$$n = \frac{\pi a (c-v)\varphi}{\varepsilon\, d\, v} = \frac{\pi^2 a\, (c-v)}{\varepsilon\, d\, v} \cdot \frac{\varphi^0}{180^0} = 0{,}0548\, \frac{a(c-v).\varphi^0}{\varepsilon\, d\, v} \text{ folgt.}$$

Man ersieht hieraus, daß die Schaufelanzahl um so größer sein soll, je größer der Radhalbmesser, je größer der Eintrittswinkel φ (20 bis 30^0) und je größer das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{c-v}{v}$, je kleiner dagegen die Kranzbreite d und der Füllungscoefficient ε ist.

Beispiel. Für ein oberschlägiges Wasserrad von 24 Fuß Höhe und 1 Fuß Kranzbreite ist, bei dem Eintrittswinkel $\varphi^0 = 25$ Grad, dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{c-v}{v} = \tfrac{3}{2}$ und dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = \tfrac{1}{4}$ nach der letzten Formel die Anzahl der Schaufeln

$$n = \frac{\pi^2 . 12 . 3 . 25}{\tfrac{1}{4} . 2 . 180} = \frac{9{,}87 . 36 . 25}{90} = 99,$$

wofür 96 oder 100 zu nehmen sein möchte.

§. 125. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit haben kleine Räder eine größere Umdrehungszahl als große; überdies erfordert es aber oft der gleichförmige Gang, oder der Zweck der Maschinen, z. B. bei Sägemühlen, Hammerwerken u. s. w., kleinen Rädern eine mehr große als kleine Geschwindigkeit zu geben. Aus diesen Gründen machen kleine Räder oft eine große Anzahl (25) von Umdrehungen in der Minute. Bei diesem großen Werthe von u fällt aber die Centrifugalkraft des Wassers in den Zellen so groß aus, daß die Neigung der Oberfläche desselben gegen den Horizont (s. I. §. 297) schon bedeutend wird, und daher ein viel zeitigeres Austreten erfolgt, als wenn das Rad langsam umginge. Wir haben an dem citirten Orte gefunden, daß die Oberflächen des Wassers in den Radzellen lauter concentrische Cylindermäntel bilden, deren gemeinschaftliche Axe O, Fig. 253, parallel mit der Radaxe läuft und um die Höhe $CO = k = \frac{g}{\omega^2} = g \cdot \left(\frac{30}{\pi u}\right)^2 = \frac{2850}{u^2}$ über der Radaxe C steht. Es wächst also dieser Abstand umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszahl, und fällt bei einer großen Umdrehungszahl ziemlich klein aus. Man findet nun sogleich, daß nur im Radscheitel S und im Radfuße F der Wasserspiegel horizontal ist, daß er dagegen an einer gewissen Stelle oberhalb des Radmittels M am meisten vom Horizont abweicht. Es ist die Abweichung $HAW = AOC = \chi$ für irgend einen Punkt A, welcher um $ACM = \lambda$ vom Radmittel absteht,

Einfluß der Centrifugalkraft.

Fig. 253.



$$tang.\ \chi = \frac{AH}{OH} = \frac{a \cos \lambda}{k + a \sin. \lambda}.$$

Für einen Punkt A_1 oberhalb M ist λ negativ, daher

$$tang.\ \chi = \frac{a \cos. \lambda}{k - a \sin. \lambda}.$$

Legt man von O aus eine Tangente OA_1 an den Radumfang, so erhält man im Berührungspunkte A_1 diejenige Stelle, wo der Wasserspiegel am meisten vom Horizonte abweicht, wo also χ ein Maximum, und zwar $= \lambda$, $sin.\ \chi$ aber $= \frac{a}{k}$ ist.

Beispiele. 1) Für ein Rad, welches in der Minute 5 Umdrehungen macht, ist $k = \frac{2850}{25} = 114$ Fuß, wäre nun noch der Radhalbmesser $a = 16$ Fuß, und der Ausgußwinkel $\lambda = 50°$, so hätte man für die Ausgußstelle:

Einfluß der Centrifugalkraft.

$tang.\ \chi = \frac{16\ cos.\ 50^0}{114 + 16\ sin.\ 50^0} = \frac{10,285}{136,266}$, daher $\chi = 4^0,39'$; es wiche also an dieser der Wasserspiegel beinahe $4^1/_2{}^0$ vom Horizonte ab. 2) Für ein Rad mit 20 Umdrehungen hat man $k = \frac{2850}{400} = 7,125$ Fuß; ist nun noch $a = 5$ und $\lambda = 0^0$, so hat man $tang.\ \chi = \frac{5}{7,125}$, daher $\chi = 35^0,3'$; endlich $44^0,34'$ oberhalb des Radmittels ist diese Abweichung gar $44^0,34'$.

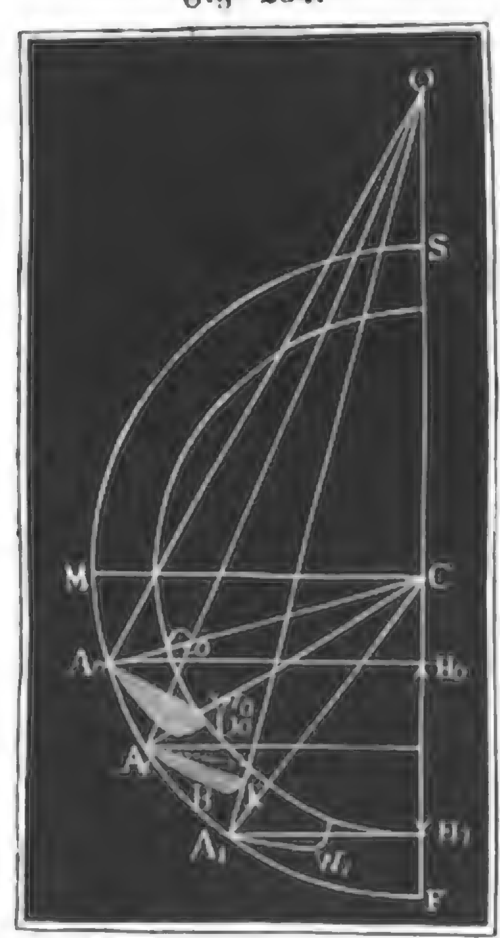
§. 126. Wenn wir nun den Einfluß der Centrifugalkraft berücksichtigen, was bei schnell umlaufenden Wasserrädern unbedingt nothwendig ist, so müssen die oben gefundenen Formeln für den Ausgußbogen durch andere ersetzt werden. Es sei A_0, Fig. 254, die Anfangsstelle des Ausgusses, $MCA_0 = H_0A_0G = \lambda$ der Ausgußwinkel, $H_0A_0W_0 = A_0OC = \chi$ die Depression des Wasserspiegels unter dem Horizonte, also

$\angle\ GA_0W_0 = \lambda + \chi$ und

$\triangle\ A_0GW_0 = 1/_2\, d \cdot d\ tang.\ (\lambda + \chi) = 1/_2\, d^2\ tang.\ (\lambda + \chi)$.

Setzen wir nun wieder den Inhalt des Segmentes $ABD_0 = S$, den des Dreieckes $AGD = D$, und den Querschnitt des Wasserkörpers $= F$, so erhalten wir $F_0 + 1/_2\, d^2\ tang.\ (\lambda + \chi) = S + D$, und daher

Fig. 254.



1) $tang.\ (\lambda + \chi) = \frac{S + D - F_0}{1/_2\, d^2}$.

Noch ist aber $\frac{sin.\ AOC}{sin.\ OAC} = \frac{CA}{CO}$,

d. i. $\frac{sin.\ \chi}{sin.\ [90^0 - (\lambda + \chi)]} = \frac{a}{k}$,

daher folgt dann

2) $sin.\ \chi = \frac{a\ cos.\ (\lambda + \chi)}{k}$.

Nachdem man durch die erste Formel $\lambda + \chi$ und durch die zweite die Depression χ gefunden hat, erhält man durch Subtraction dieser beiden Winkel den Ausgußwinkel $\lambda = (\lambda + \chi) - \chi$.

Am Ende A_1 des Ausgußbogens fällt das äußere Schaufelende mit dem Wasserspiegel A_1W_1 zusammen, es ist also dort $CA_1W_1 = \lambda_1 + \chi_1 =$ dem bekannten, durch die Schaufeldeckung bestimmten Winkel δ, daher $sin.\ \chi_1 = \frac{a\ cos.\ \delta}{k}$ und $\lambda_1 = \delta - \chi_1$, d. i. der Winkel, um welchen das Ende des Ausgußbogens vom Radmittel absteht.

Wenn man nun die sich auf diese Weise herausstellende Höhe $H_0H_4 = h_2$ = $a(sin.\lambda_1 - sin.\lambda)$, Fig 255, des Ausgußbogens in eine paare Anzahl (4 od. 6) gleicher Theile theilt, und die Schaufelfüllungen für die entsprechenden Schaufelstellen ermittelt, so kann man wieder das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0}$ der mittleren Schaufelfüllung während des Ausgießens zur Füllung vor dem Ausgießen finden, und hiernach die Wirkung des Wassers im Ausgußbogen berechnen. Hierbei sind natürlich die obigen Formeln umgekehrt zu gebrauchen. Es ist hier λ gegeben, hiernach

Einfluß der Centrifugalkraft.

Fig. 255.



$tang.\,\chi = \frac{a\,cos.\,\lambda}{k + a\,sin.\,\lambda}$, und

$F = S + D - \frac{1}{2} d^2\,tang.(\lambda + \chi)$.

Füllt das Wasser nicht mehr das ganze Segment aus, ist also $F < S$, also $\frac{1}{2} d^2\,tang.\,(\lambda + \chi) > D$, so hat man zu setzen:

$F =$ Segment $ABD - \triangle ADK$,

und bei geraden Schaufeln $F = S - \frac{1}{2} d_1^2 \cdot \frac{sin.\,(\lambda + \chi - \delta_1)\,sin\,\delta_1}{sin.\,(\lambda + \chi)}$,

wo d_1 die Diagonale AD und δ_1 den Winkel DAC bezeichnet, welchen dieselbe mit dem Halbmesser CA einschließt.

Beispiel. Das kleine hölzerne Wasserrad in Fig. 255 hat 12 Fuß Höhe, 1 Fuß Tiefe, 4 Fuß Weite und nimmt bei 17 Umläufen pro Minute 1080 Cubikfuß Aufschlag auf, man sucht seine mechanische Leistung. Es ist hier $a = 6$, $d = 1$, $e = 4$, $a_1 = 5{,}5$, $Q = \frac{1080}{60} = 18$, und $u = 17$; giebt man nun dem Rade 24 Schaufeln, so hat man $\beta^0 = \frac{360^0}{24} = 15^0$ und $F_0 = \frac{1080}{24\,.\,17\,.\,4} = \frac{45}{68} = 0{,}662$ Quadratfuß. Ist nun noch $D = 0{,}652$ und $S = 0{,}373$, so hat man $tang.\,(\lambda + \chi) = \frac{0{,}373 + 0{,}652 - 0{,}662}{\frac{1}{2}} = 0{,}363\,.\,2 = 0{,}726$, daher $\lambda + \chi = 35^0, 59'$. Nun ist $CO = k = \frac{2850}{17^2} = 9{,}86$ Fuß, daher $sin.\,\chi = \frac{6\,cos.\,35^0, 59'}{9{,}86} = 0{,}4924$, hiernach $\chi = 29^0, 30'$ und $\lambda = 6^0{,}29'$. Es fängt hier also der Ausguß schon $6\frac{1}{2}^0$ unter dem Radwinkel an. Um die

Einfluß der Centrifugalkraft. Stelle zu finden, wo der Ausguß beendigt ist, hat man in dem vorliegenden Falle, wo sich noch etwas Wasser in der Zelle erhält, wenn auch der Wasserspiegel das äußere Ende der Schaufel berührt, in der Formel $sin. \chi_1 = \frac{a \cos. \delta}{k}$, statt a den Theilkreishalbmesser $a_1 = 5{,}5$ und statt δ den Deckungswinkel, welcher hier $= 79^\circ, 14'$ beträgt, zu setzen. Es ist sonach $sin. \chi_1 = \frac{5{,}5 \cos. 79^\circ, 14'}{9{,}86}$, daher $\chi_1 = 5^\circ, 59'$ und der zweite Ausgußwinkel $\lambda_1 = 79^\circ, 14' - 5^\circ, 59' = 73^\circ, 15'$. Hiernach ist nun die Höhe des Ausgußbogens, $h_2 = a_1 \sin. \lambda_1 - a \sin. \lambda = 5{,}5 \sin. 73^\circ, 15' - 6{,}0 \sin. 6^\circ, 29' = 5{,}2666 - 0{,}6775 = 4{,}589$ Fuß. Diese Höhe theilen wir in vier gleiche Theile, und bestimmen nun durch Zeichnung, genaue Messung und Rechnung noch die entsprechenden drei Zwischenwerthe von F. Die erlangten Ergebnisse sind: $F_1 = 0{,}501$, $F_2 = 0{,}409$, $F_3 = 0{,}195$; daher das gesuchte Querschnittsverhältniß: $\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{0{,}662 + 4\,(0{,}501 + 0{,}195) + 2\,.\,0{,}409}{12\,.\,0{,}662} = 0{,}537$, und die mechanische Arbeit des Wassers beim Herabsinken im Ausgußbogen: $L_1 = \xi\,.\,h_1\,Q\gamma = 0{,}537\,.\,4{,}589\,.\,18\,.\,66 = 2927$ Fußpfund. Fiele das Wasser mit 20 Fuß Geschwindigkeit 20° unter dem Radscheitel so ein, daß seine Richtung um 25° von der Tangente am Eintrittspunkte abweicht, so hätte man noch die übrige Druckwirkung $L_2 = (5{,}5 \cos. 20^\circ + 6 \sin. 6^\circ, 29')\,18\,.\,66 = 5{,}845\,.\,1188 = 6944$ Fußpfund, und die Stoßwirkung, da die Geschwindigkeit im Theilrisse $v_1 = \frac{11\,.\,\pi\,.\,17}{60} = 9{,}791$ Fuß ist, $L_3 = 0{,}032\,(20 \cos. 25^\circ - 9{,}791)\,9{,}791\,.\,18\,.\,66 = 2{,}611\,.\,18\,.\,66 = 3102$ Fußpfund. Demnach ist die ganze Leistung dieses Rades: $L = L_1 + L_2 + L_3 = 12976$ Fußpfund.

Zapfenreibung. §. 127. Einen nicht unbedeutenden Theil der mechanischen Leistung eines oberschlägigen Wasserrades verliert man in der Arbeit der Zapfenreibung. Setzen wir das Gewicht des armirten Wasserrades sammt Wasser in den Zellen $= G$, den Zapfenhalbmesser aber $= r$, so haben wir die Reibung $= \varphi G$ und ihre Geschwindigkeit, oder Geschwindigkeit am Zapfenumfange, $v = \frac{\pi u r}{30}$, daher die Arbeit der Zapfenreibung $= \varphi G v = \frac{\pi u r}{30} \varphi G = 0{,}1047\,.\,u \varphi G$. Es ist nun für genau abgedrehte Zapfen, nach I. §. 164, $\varphi = 0{,}075$ zu nehmen, wenn dieselben mit Oel, Talg oder Fett geschmiert werden, und nur bei der sorgfältigsten Abwartung, $\varphi = 0{,}054$ anzunehmen; bei Graphitschmiere aber $\varphi = 0{,}11$ zu setzen. Was das Gewicht G eines Wasserrades anlangt, so ist dieses nach Herrn Prof. Redtenbacher 400 bis 500 Kilogramme mal effective Leistung des Rades in Pferdekräften ausgedrückt; jedenfalls gilt jedoch diese Annahme nur für Räder von einer mittleren Höhe (6 Meter), mittlerer Umfangsgeschwindigkeit ($1\frac{1}{2}$ Meter) und mittlerer Zellenfüllung $\left(\varepsilon = \frac{Q}{dev} = \frac{1}{4} \text{ bis } \frac{1}{3}\right)$; hohe Räder mit größerer Umfangsgeschwindigkeit und stärkerer Zellenfüllung wiegen jedoch beträcht-

lich mehr. So z. B. wiegen die hiesigen hölzernen Kunsträder mit gußeisernen Schaufeln, wenn ihre Holzmasse ganz mit Wasser gesättigt ist, bei 35 Fuß Höhe, 20000 Kilogramm, während ihre Leistung 20 Pferdekräfte beträgt; es ist also das Gewicht eines solchen Rades = 1000 Kilogr. mal Leistung desselben in Pferdekräften. Es ist aber auch leicht einzusehen, daß das Verhältniß zwischen der Leistung und dem Gewichte eines Rades nicht allein von den Dimensionen desselben, sondern auch von dem Grade der Zellenfüllung und von der Umdrehungszahl eines Rades abhängt, denn wenn sich die Zellen noch einmal so stark füllen, so wird das Gewicht des Rades verhältnißmäßig nur wenig größer, die Leistung desselben aber beinahe verdoppelt, und wenn ich auf dasselbe Rad und bei derselben Belastung noch einmal so viel Wasser schlage, so wird es beinahe noch einmal so viel Umdrehungen machen und die Wirkung ziemlich verzweifachen. Es wächst hiernach also L mit dem Radgewichte G, dem Füllungsverhältnisse $\varepsilon = \frac{Q}{dev}$ und mit der Umdrehungszahl u, und läßt sich sonach umgekehrt $G = \frac{\iota L}{\varepsilon u}$ setzen, wenn ι einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet. Nach Herrn Redtenbacher ist aber für ein kleines eisernes Rad mit $1/3$ Füllung, 9,3 Umdrehungszahl und 3175 Kilogramme Gewicht, die Leistung $L = 6,3$; es folgt daher hiernach

Zapfenreibung.

$$\iota = \frac{\varepsilon u G}{L} = 1/3 \cdot \frac{9,3 \cdot 3175}{6,3} = 1560;$$

dagegen ist für ein Freiberger hölzernes Kunstrad mit gußeisernen Schaufeln $\varepsilon = 1/4$, $u = 5$, $G = 20000$ und $L = 20$, daher $\iota = 1/4 \cdot 5 \cdot \frac{20000}{20} = 1250$. Nehmen wir nun aus beiden Werthen für ι das Mittel, so erhalten wir für das Radgewicht die Formel

$$G = 1400 \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Kilogramme, oder } = 3000 \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Pfund.}$$

Von dem Gewichte G eines Rades hängt die Zapfenstärke, und hiervon wieder die Arbeit der Reibung ab; deshalb hat also dieses Gewicht einen zweifachen Einfluß auf die Zapfenreibung. Wir haben die Zapfenstärke (II. §. 111.) $2r = 0,048 \cdot \sqrt{\frac{G}{2}}$ Zoll $= 0,00283 \sqrt{G}$ Fuß angegeben, und können also hiernach $Gr = 0,0142 \sqrt{G^3}$, und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = 0,1047\, u\varphi \cdot 0,00142 \sqrt{G^3} = 0,00015\, u\, \varphi \sqrt{G^3}$$

oder, wenn wir die Leistung L Pferdekräfte einführen, diese Arbeit

Zapfenreibung. $L_1 = 0{,}00015\ u\varphi \sqrt{\left(3000\ \frac{L}{\varepsilon u}\right)^3} = 24{,}6\ .\ \varphi\ . \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}$ Fußpfd.

$= 0{,}0482\, \varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}$ Pferdekräfte, und ihr Verhältniß zur übrigen Radleistung $= 0{,}0482\, \varphi \sqrt{\frac{L}{\varepsilon^3 u}}$ setzen.

Beispiele. 1) Welche Arbeit consumirt die Zapfenreibung eines 25000 Pfund schweren Wasserrades mit 6 Zoll dicken Zapfen, wenn dasselbe pr. Min. 6 Umdrehungen macht? Nimmt man den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}08$ an, so hat man die Zapfenreibung $\varphi G = 0{,}08\ .\ 25000 = 2000$ Pfund, ihr statisches Moment aber $= \varphi G r = \frac{1}{4}\ .\ 2000 = 500$ Fußpfund; und endlich ihre Arbeit

$$L_1 = 0{,}1047\ .\ 6\ .\ \varphi G r = 314 \text{ Fußpfund.}$$

2) Welchen Arbeitsverlust giebt die Zapfenreibung eines Wasserrades von 30 Pferdekräfte Leistung bei der relativen Füllung $\varepsilon = \frac{1}{3}$ und der Umdrehungszahl $u = 4$? Es ist dieselbe $L_1 = 0{,}0482\ .\ 0{,}08 \sqrt{\frac{30\ .\ 27}{4}}\ .\ L = 0{,}003856 \sqrt{\frac{810}{4}}\ .\ L$ $= 0{,}0552\ .\ L$, d. i. ohngefähr $5\frac{1}{2}$ Procent der übrigen Nutzleistung, also $1\frac{2}{3}$ Pferdekräfte.

Anmerkung. Die Zapfenreibung eines Rades kann noch durch die Art und Weise des Anschließens der übrigen Maschinerie vergrößert oder herabgezogen werden. Läßt man, wie Fig. 256 vor Augen führt, Kraft P und Last Q auf einerlei Seite wirken, so wird der Zapfendruck durch die Last Q vermindert; es fällt also dann die Zapfenreibung kleiner aus, läßt man aber Kraft und Last auf entgegengesetzten Seiten des Rades wirken, wie Fig. 257 vorstellt, so wird der Zapfendruck durch die Last Q vergrößert, und es wird also die Zapfenreibung um eben so viel größer als im vorigen Falle kleiner. Macht man im ersten Falle noch den Hebelarm CB der Last gleich dem Hebelarme CA der Kraft, indem man die Transmission durch ein mit einem der Radkränze unmittelbar verbundenes Zahnrad bewirkt, wie z. B. Fig. 220, Seite 211 vorstellt, so wird die Wirkung der Kraft auf die Zapfen durch die der Last aufgehoben. Welche Vorzüge diese Construction übrigens hat, ist schon oben (II. §. 111) angegeben worden.

Fig. 256

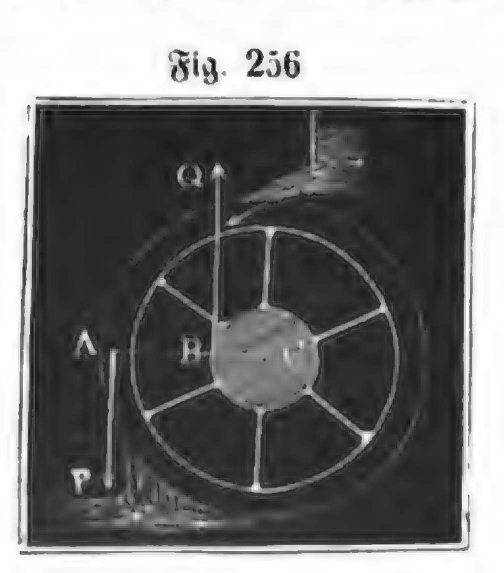
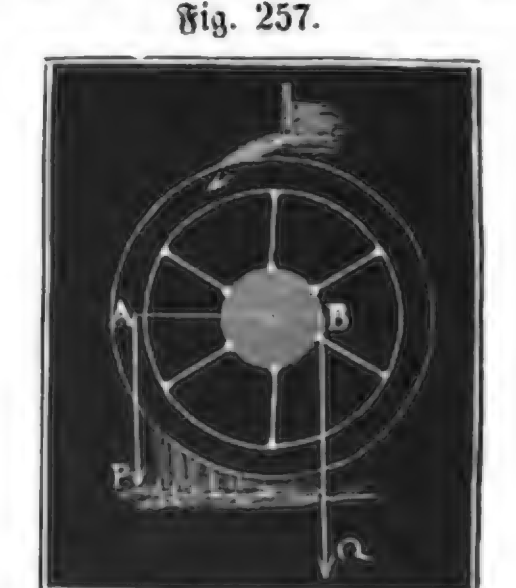


Fig. 257.



Digitized by Google

§. 128. Die Totalleistung eines oberschlägigen Wasserrades läßt sich nun $L = \left(\frac{(c_1 cos.\mu_1 - v_1) v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v$ setzen, oder, wenn man das Wasser nahe tangential und mit einer Geschwindigkeit eintreten läßt, die der Radgeschwindigkeit ziemlich gleich kommt, Totalleistung.

$L = (h_1 + \xi h_2) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v$. Hiernach ist also bei einem gegebenen Radgewichte die Totalleistung, so wie die bloße Wasserkraftleistung, ein Maximum, wenn $v = 0$, d. i. wenn das Rad unendlich langsam umläuft. Diese Bedingung wird jedoch in der Praxis ganz anders, da die Größe und das Gewicht des Wasserrades von der Leistung und der Geschwindigkeit des Rades abhängt, und um so größer ausfällt, je größer die Leistung und je kleiner die Geschwindigkeit des Rades ist. Setzen wir, dem vorigen Paragraphen zufolge, das Radgewicht $G = 3000 \frac{L}{\varepsilon u}$ Pfund, und hiernach die Arbeit der Zapfenreibung $= 24{,}6\, \varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}$ Fußpfund, so erhalten wir für die Totalleistung des Wasserrades:

$$L = (h_1 + \xi h_2) Q\gamma - 24{,}6 \varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Da zur Erzeugung der Geschwindigkeit $v = c$ das Gefälle

$$1{,}1 \,.\, \frac{v^2}{2g} = \frac{1{,}1}{2g} \left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 = 0{,}000193 \,.\, u^2 a^2$$

nöthig ist, so bleibt vom Totalgefälle h_1 das Druckgefälle

$h - \frac{1{,}1}{2g} \left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2$ übrig, und setzen wir nun noch der Einfachheit wegen $h_1 + \xi h_2 = \nu \left[h - \frac{1{,}1}{2g} \left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right]$, wo ν ein ächter Bruch (etwa $^2/_3$ oder $^3/_4$ u. s. w.) ist, so erhalten wir

$$L = \nu \left[h - \frac{1{,}1}{2g} \left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right] Q\gamma - 24{,}6 \varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Nun können wir aber in dem Ausdrucke für die Arbeit der Reibung annähernd $L = \nu h Q \gamma$ Fußpfund $= \frac{\nu h Q \gamma}{510}$ Pferdekräfte setzen, daher bleibt dann $L = \left[h - \frac{1{,}1}{2g} \left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 - 24{,}6\, \varphi \sqrt{\frac{\nu h^3 Q \gamma}{510^3 \varepsilon^3 u}}\right] \nu Q \gamma$, oder für das Fuß- und Pfundmaaß,

$$L = \left[h - 0{,}0001930 \,.\, (ua)^2 - 0{,}01736 \varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \frac{\nu Q}{u}}\right] \nu Q \gamma \text{ Fußpfd.}$$

Aus der Art und Weise, wie u in diesem Ausdrucke vorkommt, folgt, daß die Leistung L weder für $u = 0$, noch für $u = \infty$, sondern für

Totalleistung. einen zwischen 0 und ∞ liegenden Werth von u ein Maximum wird. Der höhere Calcül giebt diesen Werth $u = \sqrt[5]{\frac{\nu Q \gamma}{510^3} \cdot (11,18 \varphi g)^2 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{30}{\pi a}\right)^4}$, oder für das preuß. Maaß: $u = 3,47 \sqrt[5]{\frac{\nu \varphi^2 Q}{a^4} \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3}$, oder wenn man annähernd $a = \frac{1}{2} h$ setzt, $u = 6,04 \sqrt[5]{\frac{\nu \varphi^2 Q}{\varepsilon^3 h}}$.

Setzen wir diesen Werth für u in den Ausdruck für L ein, so bekommen wir die Formel für die Maximalleistung

$$L = \left[h - 0,002324 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6} - 0,009319 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right] . \nu Q \gamma,$$

$$= \left[h - 0,01164 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right] . \nu Q \gamma.$$

Der Wirkungsgrad eines oberschlägigen Wasserrades läßt sich, da die disponible Leistung $= Q h \gamma$ ist, allgemein setzen:

$$\eta = \frac{\left(h_1 + \xi h_2 + \frac{(c_1 \cos \mu_1 - v_1) v_1}{g}\right) Q \gamma - \varphi \frac{r}{a_1} G v_1}{h Q \gamma},$$

sein Maximalwerth aber ist

$$\eta = \nu \left(1 - \frac{0,01164 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}}{h}\right).$$

Beispiele. 1) Für ein oberschlägiges Wasserrad, welches ein Gefälle h von 35 Fuß und ein Aufschlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß benutzt, bei welchem ferner der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{4}$, der Reibungscoefficient φ aber $= 0,1$ und der Gefällcoefficient $\nu = \frac{5}{6}$ ist, hat man die vortheilhafteste Umdrehungszahl

$$u = 6,04 \sqrt[5]{\frac{5}{6} \cdot \frac{0,01 . 64 . 5}{35}} = 6,04 \sqrt[5]{0,0762} = 3,61.$$

2) Für $h = 10$, $Q = 15$, $\varepsilon = \frac{1}{3}$ und $\nu = \frac{4}{5}$ stellt sich dagegen die gesuchte zweckmäßigste Umdrehungszahl

$$u = 6,04 \sqrt[5]{\frac{4}{5} \cdot \frac{0,01 . 27 . 15}{10}} = 6,04 \sqrt[5]{0,325} = 4,82 \text{ heraus.}$$

Effective Radleistung. §. 129. Ueber die Wirkungen oberschlägiger Wasserräder sind zwar von Vielen, namentlich von Smeaton, Nordwall, Morin u. s. w. Beobachtungen oder Versuche angestellt worden, es bleibt indessen noch sehr zu wünschen, daß deren noch mehr angestellt werden, und zwar namentlich an recht gut construirten und an sehr hohen Rädern, weil man die Wirkungen letzterer noch gar nicht genau kennt, und weil, wie sich der Verfasser hinreichend überzeugt hat, die Wirkungen derselben meist zu klein

angenommen werden. Smeaton machte Versuche an einem Modellrade von 75 engl. Zoll Umfang mit 36 Zellen, und fand bei einer Umdrehungszahl = 20 den größten Wirkungsgrad 0,74. D'Aubuisson führt in seiner Hydraulik an, daß er an einem $11^1/_3$ Meter hohen Wasserrade bei $2^1/_2$ Meter Umfangsgeschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,76 gefunden habe. Der Verfasser fand ihn bei einem hiesigen Pochrade von 7 Meter Höhe, $^6/_7$ Meter Weite und mit 48 Zellen bei 12 Umgängen pro Min. = 0,78. Bei Kunst- und anderen Rädern von 10 bis 11 Meter Höhe fand derselbe, wenn sie nur 5 Umdrehungen pro Min. machten, den Wirkungsgrad 0,80 und oft noch höher. Es kann aber auch leicht nachgewiesen werden, daß sich der Wirkungsgrad eines sehr hohen oberschlägigen Wasserrades, namentlich, wenn dasselbe nur 3 bis 4 Umdrehungen macht, bis auf 0,83 steigern läßt, indem vielleicht durch das Eintrittsgefälle 3, durch das zu zeitige Ausleeren 9 und durch die Zapfenreibung 5 Procent an Wirkung verloren gehen. Kleine Räder geben immer einen kleineren Wirkungsgrad, nicht allein weil sie mehr Umläufe machen, sondern auch weil sich der wasserhaltende Bogen kleiner herausstellt. Die meisten und ausführlichsten Versuche über die Wirkungen der Wasserräder sind von Morin (s. Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets. Metz, 1836) angestellt worden. Von diesen Versuchen können jedoch hier nur die an drei mehr kleinen Rädern angestellten Berücksichtigung finden. Das erste dieser Räder war von Holz, hatte 3,425 Meter Durchmesser, und 30 Zellen und gab bei $1^1/_2$ Meter Geschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,65, dagegen den Coefficienten $\nu = 0{,}775$. Das zweite Rad hatte gar nur 2,28 Meter im Durchmesser; es war ebenfalls aus Holz, hatte aber 24 gekrümmte Blechschaufeln. Der Wirkungsgrad dieses Rades stellte sich bei ebenfalls 1,5 Meter Radgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$ und der Gefällcoefficient $\nu = 0{,}762$ heraus. Das dritte war ein hölzernes Hammerrad von 4 Meter Höhe mit 20 Schaufeln und mindestens 1 Meter Stoßgefälle über dem Radscheitel; es gab bei $1^1/_2$ Meter Umfangsgeschwindigkeit noch den Wirkungsgrad 0,55 bis 0,60, bei der Geschwindigkeit von $3^1/_2$ Meter, die es bei seiner Arbeitsverrichtung wirklich hatte, $\eta = 0{,}40$, und bei 4 Meter Umfangsgeschwindigkeit η gar nur 0,25, weil hier die Centrifugalkraft das Wasser nicht vollständig in die Zellen treten ließ. Morin zieht aus seinen Versuchen die Folgerung, daß bei Rädern unter 2 Meter Durchmesser, die höchstens mit 2 Meter Geschwindigkeit umgehen, oder bei Rädern über 2 Meter Durchmesser, die höchstens mit $2^1/_2$ Meter Geschwindigkeit umgehen, der Coefficient ν des Druckgefälles im Mittel = 0,78, also die Leistung dieser oberschlägigen Räder ohne Rücksicht auf Axenreibung, Effective Radleistung.

Effective Radleistung.

$$Pv = \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + 0{,}78\, h\right) Q\gamma$$

zu setzen sei, wenn h die Höhe der Eintrittsstelle über dem Radtiefsten, also $0{,}78\,h$ die mittlere Höhe des wasserhaltenden Bogens anzeigt. Dieser Coefficient $\nu = 0{,}78$ ist jedoch nur zu gebrauchen, wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $^1/_2$ ist; er soll dagegen nach Morin in 0,65 umzuändern sein, wenn ε nahe $^2/_3$ ist. Sicherlich ist bei hohen Rädern ν größer, z. B. bei den hiesigen Kunsträdern mindestens $= 0{,}9$. Noch folgert Morin, daß für Räder, welche eine sehr große Umfangsgeschwindigkeit (über 2 Meter) haben, oder deren Füllungscoefficient über $^2/_3$ ist, sich ein bestimmter Coefficient ν für den wasserhaltenden Bogen nicht angeben läßt, weil hier kleine Veränderungen oder Abweichungen in v und ε schon bedeutende Einflüsse auf die Größe der Leistung haben. Es ist jedoch hierbei zu bemerken, daß es nicht die Geschwindigkeit, sondern die Umdrehungszahl u (s. II. §. 125) ist, welche diese Grenze bestimmt, denn hohe Räder geben bei 2 Meter Umfangsgeschwindigkeit noch eine hohe und ziemlich bestimmte Wirkung.

Anmerkung. Wenn hier und in der Folge der umfänglichen Versuche Nordwall's (s. dessen Maschinenlehre, Berlin 1804) nicht gedacht wird, so hat dies lediglich seinen Grund darin, daß dieselben nur an größtentheils unvollkommene Constructionen nachahmenden Modellen angestellt worden sind. Der Verfasser stimmt hierin ganz dem bei, was Langsdorf in seiner Maschinenlehre, Theil I., Abtheilung 2, §. 518, hierüber ausspricht.

Rückenschlägige Wasserräder.

§. 130. Noch hat man sogenannte rückenschlägige Räder (franz. roues par derrière, engl. high-breast wheels), die sich von den oberschlägigen Rädern nur durch die Beaufschlagung unterscheiden; während bei den oberschlägigen Rädern das Wasser nahe am Radscheitel eintritt, befindet sich bei den rückenschlägigen Rädern die Eintrittsstelle zwischen dem Scheitel und dem Radmittel, jedoch dem ersteren näher, als dem letzteren. Dort befindet sich das Aufschlaggerinne über, hier aber neben dem Rade, dort ist die Radhöhe kleiner, hier aber ist sie in der Regel größer, als das Totalgefälle; dort geht endlich das Rad meist in der Richtung um, in welcher es durch das Gerinne zugeführt wird, hier ist jedoch die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. Man wendet rückenschlägige Räder besonders dann an, wenn der Wasserstand im Ab- oder Aufschlagsgraben sehr veränderlich ist, weil hier das Rad in der Richtung umgeht, in welcher das Wasser abfließt, also das Waten im Wasser von wenigem oder gar keinem Nachtheile ist, und weil hier Schutzvorrichtungen zur Anwendung kommen können, bei denen die Ausmündung stellbar ist, und daher auch immer um eine gewisse Höhe unter die Oberfläche des Aufschlagwassers gerückt werden, und selbst bei verschiedenen Wasserständen die Ausfluß- oder Eintrittsgeschwindigkeit im-

mer dieselbe bleiben kann. Schützen für rückenschlägige Räder sind in Figur 258 und Figur 259 abgebildet; man nennt sie gewöhnlich Coulissenschützen. Bei der Schütze in Figur 258 ist das Schutzbrett *AB* Rückenschlägige Wasserräder.

Fig. 258.

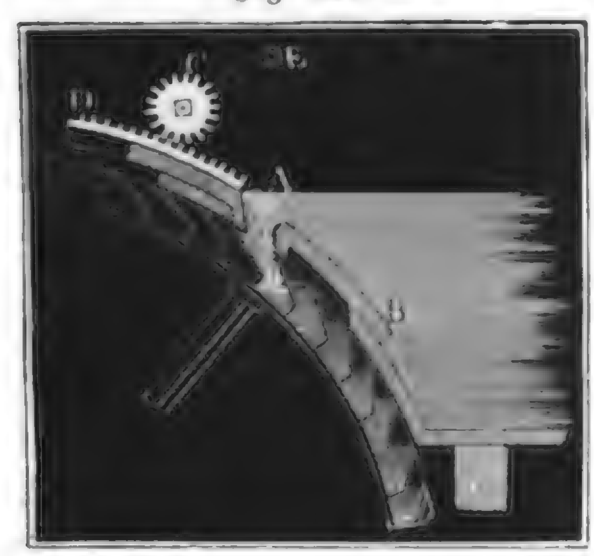
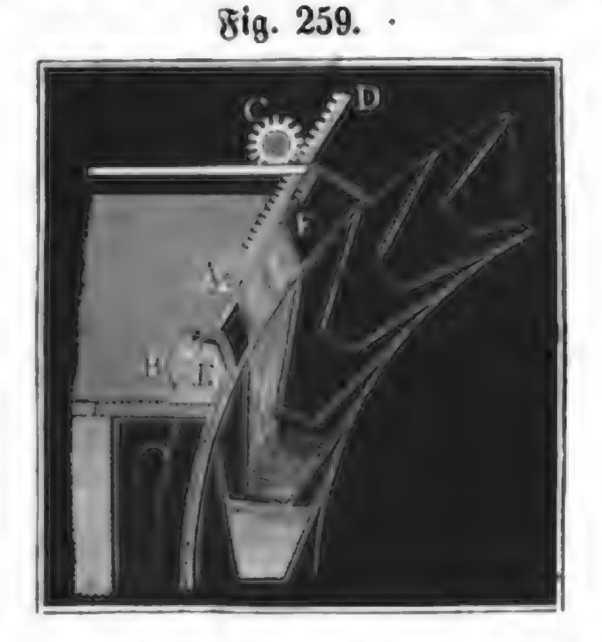


Fig. 259.



concentrisch mit dem Radumfange gekrümmt, damit die Mündung *A* bei allen Stellungen des Schutzbrettes das Wasser gehörig in die Radzellen leitet. Die Bewegung dieses Schutzbrettes erfolgt durch eine Zahnstange *AD* und ein Getriebe *C* mit Hülfe einer Kurbel *CE*. Bei der Schütze in Fig. 259 fließt das Wasser über dem Kopfe *A* des Schutzbrettes ab, das auf ähnliche Weise wie das vorige gestellt wird; damit aber das Wasser in bestimmter Richtung zum Rade gelangt, wird ein festes Leitschaufelsystem *EF* zwischen das Rad und das Schutzbrett gebracht, über welchem dann das Letztere hingleitet. Die Leitschaufeln müssen eine bestimmte Stellung erhalten, damit sich das Wasser nicht beim Eintritt an die äußeren Schaufelenden stoße. Ist Ac_1, Fig. 260, die Richtung des äußeren Radschaufelendes, Av aber Größe und Richtung der Geschwindigkeit eben dieses Endes *A*, so ergiebt sich genau wie in II, §. 117 die erforderliche Richtung Ac des eintretenden Wassers, wenn man vc parallel zu Ac_1 zieht und Ac der durch die Höhe des Wasserstandes über *A* bestimmten Eintrittsgeschwindigkeit c gleich macht. Ist h die Tiefe des Punktes *A* unter dem Wasserspiegel im Aufschlage-

Fig. 260.



Rückenschlägige Wasserräder.

rinne, so läßt sich mindestens $c = 0{,}82 \sqrt{2gh}$ setzen, wie beim Ausflusse durch kurze Ansatzröhren (s. I., §. 358), wenn jedoch die von den Leitschaufeln gebildeten Kanäle nach innen abgerundet sind, so fällt der Ausflußcoefficient noch größer aus, so daß $c = 0{,}90 \sqrt{2gh}$ gesetzt werden kann. Wendet man gerade Leitschaufeln an, so bringt man sie in die Richtung cAD, bedient man sich aber gekrümmter Schaufeln AE, was den Vortheil gewährt, daß hier das Wasser allmälig aus der Richtung im Gerinne in die Richtung Ac übergeht, so läßt man dieselben mit AD in A tangiren, indem man z. B. AO winkelrecht auf AD nimmt, und einen Kreisbogen AE aus O beschreibt.

Da verschieden tief liegenden Eintrittspunkten verschiedene Druckhöhen (h) und also auch verschiedene Geschwindigkeiten (c) zukommen, so hat man die Construction für jede Leitschaufel besonders zu machen. Gewöhnlich macht man die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 9$ bis 10 Fuß und die Radgeschwindigkeit $\frac{1}{2}c$ bis höchstens $\frac{2}{3}c$. Man führt diese Construction für den mittleren Wasserstand im Aufschlaggerinne aus, damit die Abweichungen beim höchsten und tiefsten Wasserstande nicht zu groß ausfallen.

Die Luft kann bei diesen Schützen weniger leicht entweichen, als bei den Spannschützen; weshalb denn die Schütze schmäler zu machen ist, als das Rad, oder dieses besonders zu ventiliren, d. h. mit Luftlöchern im Radboden (s. Fig. 261) zu versehen ist. Auch ist es nicht rathsam, die Radschaufeln zu scharf zu decken, sondern das Wasser lieber durch einen Mantel im Rade zurück zu erhalten, als durch die Schaufeln, weil bei großen Deckungswinkeln die Leitschaufeln einen zu großen Bogen vom Rade einnehmen oder zu enge Kanäle bilden, und das nöthige Stoßgefälle zu groß ausfällt.

Was endlich noch den Wirkungsgrad der rückenschlägigen Räder anlangt, so kommt dieser mindestens dem der oberschlägigen Räder gleich; wegen der zweckmäßigen Wassereinführung ist er sogar oft größer, als bei einem oberschlägigen Rade unter übrigens gleichen Verhältnissen. Morin fand bei einem Rade von 9,1 Meter Höhe mit 96 Zellen, wo der Eintritt des Wassers 50^0 vom Radscheitel abstand, bei $1\frac{1}{2}$ Meter Umfangs- und $2\frac{1}{2}$ Meter Eintrittsgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$, die Höhe des wasserhaltenden Bogens aber $= 0{,}78 \,.\, h$.

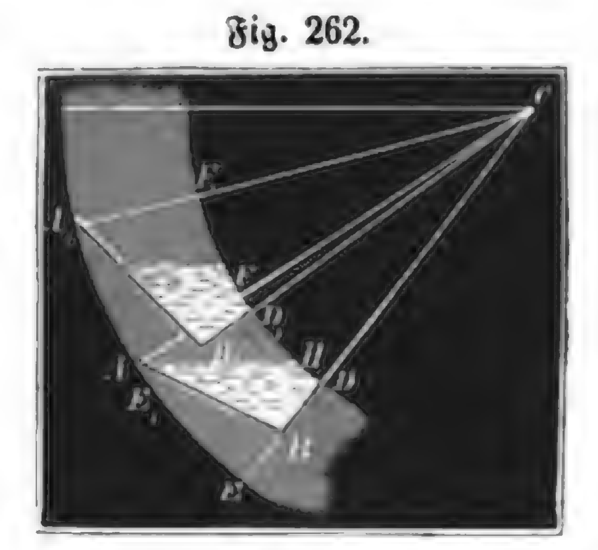
§. 131. Sind die rückenschlägigen Wasserräder ventilirt, kann also die Luft durch Kanäle DE, D_1E_1, Fig. 261 auf folg. Seite, aus den Zellen A, A_1 u. s. w. entweichen, so kann man die Schaufeln näher an einander rücken, also auch eine größere Anzahl der Zellen anwenden, als bei unventilirten oberschlägigen Wasserrädern, wodurch man unter übri-

gens gleichen Umständen mehr Fassungsraum erhält als bei den oberschlägigen Rädern, so daß sich der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ anwenden läßt. Rückenschlägige Wasserräder.

Fig. 261.



Fig. 262.



Für die gewöhnliche Schaufelconstruction hat man annähernd den Querschnitt des Fassungsraumes einer Zelle $ABDF$, Fig. 262:

$$ABDH = \text{Viereck } AEDF \text{ minus Dreieck } ABE \text{ minus Dreieck } AFH$$
$$= \beta_1 a_1 d - \frac{1}{4} \beta_1 a_1 d - \frac{1}{2} d^2 \, tang.\lambda;$$

dagegen ist der ganze Querschnitt einer Zelle:

$$EDD_1E_1 = \beta a_1 d,$$

folglich ist der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\text{Fläche } ABDH}{\text{Fläche } EDD_1E_1} = \frac{\frac{3}{4}\beta_1 a_1 - \frac{1}{2} d \, tang.\lambda}{\beta a_1}, \text{ und daher}$$

$$tang.\lambda = \left(\frac{3}{4}\beta_1 - \varepsilon \beta\right) \frac{2a_1}{d}.$$

Die größte Raumbenutzung würde dann stattfinden, wenn der eben zum Ausguß gelangende Wasserspiegel AH die folgende Schaufel in B_1 berührte; dies vorausgesetzt, so hätte man, da $BD = BE$, also auch

$$B_1D_1 = B_1E_1, \text{ und } B_1H = B_1A \text{ und } D_1H = D_1F, \text{ d. i.}$$
$$\frac{1}{2} d \, tang.\lambda = (\beta_1 - \beta) \, a_1, \text{ also auch}$$
$$tang.\lambda = (\beta_1 - \beta) \frac{2a_1}{d}.$$

Aus der Verbindung dieser beiden Ausdrücke für λ resultirt nun die einfache Formel

$$\frac{3}{4}\beta_1 - \varepsilon\beta = \beta_1 - \beta, \text{ d. i.}$$
$$\beta = \frac{\beta_1}{4(1-\varepsilon)}.$$

Nimmt man $\varepsilon = \frac{1}{2}$, so erhält man endlich $\beta = \frac{\beta_1}{2}$, und es bildet

Rückenschlägige Wasserräder

der Querschnitt des den Ausguß beginnenden Wasserkörpers ein Dreieck *ABD*, Fig. 263, dessen Seiten *AB* und *BD* von den beiden Schaufelbreiten gebildet werden.

Fig. 263.



Der Deckungswinkel $ABE = \delta$ bestimmt sich aus dem Eintrittswinkel $BAE = \varphi$ mittels der bekannten trigonometrischen Formel

$$sin. ABE = \frac{CA\ sin.\ CAB}{CB}, \text{ d. i.}$$

1) $sin. \delta = \frac{a\ cos.\ \varphi}{a - \frac{1}{2} d}$; hieraus ergiebt sich der Schaufelwinkel *ACB*:

2) $\beta_1 = \delta - (90 - \varphi) = \delta + \varphi - 90^0$,

ferner nach der oben gefundenen Formel

3) $\beta = \frac{\beta_1}{4\ (1 - \varepsilon)}$ und endlich die Schaufelzahl

4) $n = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{360^0}{\beta^0}$.

Beispiel. Für ein rückenschlägiges Rad von 15 Fuß Halbmesser, 1 Fuß Kranzbreite und mit einem Ausgußwinkel $\varphi = 20$ Grad ist

$$sin. \delta = \frac{15\,cos. 20^0}{14,5},\ log\ sin. \delta = 9,98771,$$

hiernach ist der Deckungswinkel

$$\delta = 76^0, 26' \text{ und } \beta_1 = 76^0, 26' + 20^0 - 90^0 = 6^0, 26';$$

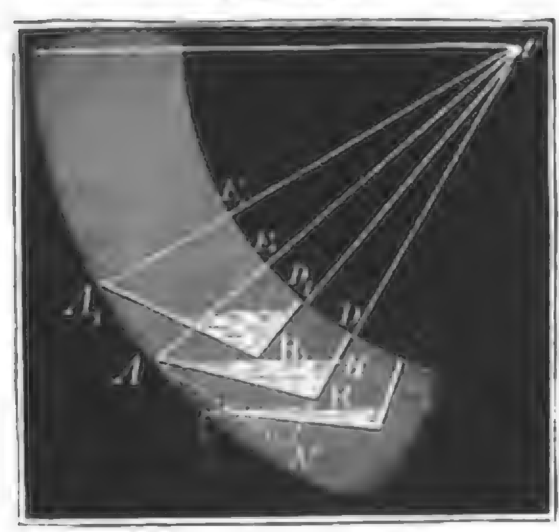
endlich folgt für $\varepsilon = \frac{1}{2}$, der Theilwinkel

$$\beta^0 = \frac{6^0, 26'}{2} = 3^0, 13' \text{ und die Schaufelanzahl}$$

$$n = \frac{360\ .\ 60}{3\ .\ 60 + 13} = \frac{2160}{193} = 112.$$

Für den Ausgußpunkt ist $tang. \lambda = (\beta - \beta_1) \frac{2a_1}{d} = 30\,arc. 3^0, 13' = 1,684$, und hiernach $\lambda = 59^0, 18'$.

Fig. 264.



§. 132. Wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $\frac{1}{2}$ ist, so füllt das den Ausguß beginnende Wasser einer Zelle noch nicht den Raum *ABD*, Figur 264, über den beiden Schaufeln *BA* und *BD* aus, und es ist dann die Formel für den wasserhaltenden Bogen auf folgende Weise zu finden. Es ist der Querschnitt des Wasserraumes einer Zelle

$$\triangle ABH = \triangle ANH - \triangle ANB, \text{ d. i.}$$
$$= \frac{1}{2} AN\ (NH - NB);$$

Rückenschlägige Wasserräder.

nun kann man aber

$$AN = CA\, sin. ACB = a\, sin. \beta_1,$$
$$NB = AN\, cotg. ABN = a\, sin. \beta_1\, cotg. \delta \text{ und}$$
$$NH = AN\, cotg. AHN = a\, sin. \beta_1\, cotg. (\beta_1 + \lambda) \text{ setzen;}$$

daher folgt dann

$$\triangle ABH = \tfrac{1}{2} a^2 sin. \beta_1{}^2 \, [cotg. (\beta_1 + \lambda) - cotg. \delta],$$

und der Füllungscoefficient

$$\varepsilon = \frac{\triangle ABH}{AEE_1A_1} = \frac{\tfrac{1}{2} a^2 sin. \beta_1{}^2 \, [cotg. (\beta_1 + \lambda) - cotg. \delta]}{d\, a\, \beta}.$$

Umgekehrt ist demnach hier

$$cotg. (\lambda + \beta_1) = cotg. \delta + \frac{2\,\varepsilon\,\beta\, d}{a\, sin. \beta_1{}^2}.$$

Soll auch hier der abfließende Wasserspiegel von der folgenden Schaufel berührt werden, so hat man annähernd

$$tang. \lambda = (\beta_1 - \beta)\, \frac{2\,a}{d};$$

und es lassen sich daher mittels beider Gleichungen β und λ bestimmen. Es ist (s. Ingenieur Seite 223)

$$cotang. (\lambda + \beta_1) = \frac{cotg. \lambda \,.\, cotg. \beta_1 - 1}{cotg\, \lambda + cotg. \beta_1} = \frac{1 - tang. \lambda\; tang\, \beta_1}{tang. \beta_1 + tang. \lambda},$$

daher den letzten Werth für $tang. \lambda$ eingesetzt,

$$cotg. (\lambda + \beta_1) = \frac{1 - (\beta_1 - \beta)\, \frac{2\,a}{d}\; tang.\, \beta_1}{tang. \beta_1 + (\beta_1 - \beta)\, \frac{2\,a}{d}} = \frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\,\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)},$$

wenn man noch $tang. \beta_1 = \beta_1$ setzt. Hiernach folgt

$$\frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)} = cotg.\, \delta + \frac{2\,\varepsilon\, d\,\beta}{a\,\beta_1{}^2},$$

und daher der gesuchte Theilwinkel

$$\beta = \frac{a\,\beta_1{}^2}{2\,\varepsilon\, d} \left(\frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\,\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)} - cotg.\, \delta \right),$$

woraus nun die Schaufelzahl wie oben zu finden ist.

Beispiel. Wenn wir im vorigen Beispiele den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \tfrac{1}{4}$ nehmen, so haben wir den Theilwinkel

$$\beta = \frac{15 \,.\, 0{,}1123^2}{2 \,.\, \tfrac{1}{4}} \left(\frac{1 - 30 \,.\, 0{,}1123\; (0{,}1123 - \beta)}{0{,}1123 + 30\,(0{,}1123 - \beta)} - 0{,}2413 \right)$$

$$= 30 \,.\, 0{,}012611 \left(\frac{1 - 3{,}369\,(0{,}1123 - \beta)}{0{,}1123 + 30 \,.\, (0{,}1123 - \beta)} - 0{,}2413 \right)$$

$$= 0{,}37833 \left(\frac{0{,}62166 + 3{,}369\,\beta}{3{,}4813 - 30\,\beta} - 0{,}2413 \right).$$

Rückenschlägige Wasserräder.

Nimmt man annähernd $\beta = \frac{1}{20} = 0{,}05$, so erhält man genauer

$$\beta = 0{,}3783 \left(\frac{0.62166 + 0{,}16845}{3{,}4813 - 1{,}5} - 0{,}2413\right)$$
$$= 0{,}3783 \,.\, 0{,}1678 = 0{,}06247;$$

nimmt man hiernach schärfer $\beta = 0{,}045$, so folgt noch genauer

$$\beta = 0{,}3783 \left(\frac{0{,}62166 + 0{,}15161}{3{,}4813 - 1{,}35} - 0{,}2413\right)$$
$$= 0{,}3783\,(0{,}3628 - 0{,}2413) = 0{,}3783 \,.\, 0{,}1215 = 0{,}04596.$$

Man kann folglich recht gut $\beta = 0{,}045$, oder $\beta^0 = 2^0, 35'$ setzen. Die entsprechende Schaufelzahl ist hiernach

$$n = \frac{6{,}283}{0{,}045} = 138,$$

wofür vielleicht der leichteren Vertheilung wegen 136 zu nehmen sein möchte.

Anmerkung. Die Formel

$$cotg.\, (\lambda + \beta) = cotg.\, \delta + \frac{2\varepsilon\,\beta\, d}{a^2 \beta_1^{\,2}}$$

sagt uns übrigens auch, daß λ_1 und also auch der wasserhaltende Bogen, um so größer ausfällt, je kleiner ε, β und d, und je größer a und β_1 sind; ist also derselbe bei einem hohen Rade mit schmalem Kranze unter übrigens gleichen Verhältnissen größer als bei einem niedrigen Rade mit breitem Kranze. Uebrigens läßt sich aber auch der wasserhaltende Bogen, und folglich auch die Wirkung noch vergrößern, wenn man die Riegelschaufel BE, Fig. 265, nicht radial, sondern so stellt, daß ihre innere Kante E beim Eintritt des Ausgusses von dem Wasserspiegel berührt wird. Der Wasserraum ABE ist dann nahe die Hälfte des ganzen Raumes einer Zelle, also ε nahe $\frac{1}{2}$, weshalb diese Construction nur bei rückenschlägigen Rädern angewendet werden kann. Auch erhalten hierbei die Zellen eine größere Tiefe, wodurch das Stoßgefälle auf Kosten des Druckgefälles vergrößert wird, und daher der Vortheil des tieferen Ausgusses wieder verloren gehen kann.

Fig. 265.



Mittelschlägige Wasserräder.

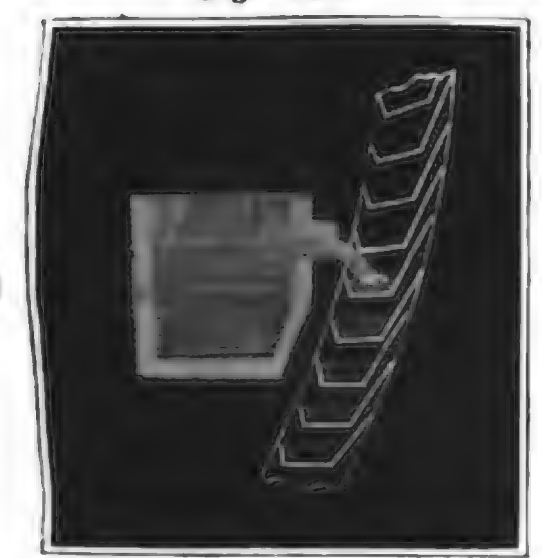
§. 133. Die mittelschlägigen Räder sind entweder gemein mittelschlägige, oder Kropfräder. Die ersteren sind Zellenräder wie die ober- und rückenschlägigen Räder; die letzteren aber sind mit einem Mantel oder Kropfe umgebene Schaufelräder (s. II., §. 109). Da durch das zu zeitige Austreten des Wassers aus den Zellen der größte Gefäll- oder Arbeitsverlust in der unteren Radhälfte statt hat, so ist leicht zu ermessen, daß bei gleichen Verhältnissen und unter gleichen Umständen die mittelschlägigen Räder weniger Wirkungsgrad haben, als die ober- und rückenschlägigen Räder. Aus diesem Grunde hat man denn auch bei den ersteren Rädern das Gefälle noch mehr zusammenzunehmen und dafür

Digitized by Google

Sorge zu tragen, daß das Wasser möglichst lange im Rade zurück gehalten werde; man deckt daher solche Räder gern sehr stark, oder führt wohl das Wasser von innen in das Rad, wie z. B. Fig. 266 vorstellt, oder, was das Beste ist, man umgiebt das Rad mit einem Mantel oder Kropfe, und stellt die Schaufeln mehr oder weniger radial. Der Kropf soll aber vom Radumfange nicht mehr als $1/2$ bis 1 Zoll abstehen, damit durch den übrig bleibenden Zwischenraum so wenig wie möglich Wasser entweichen kann. Was die Schaufeln bei Kropfrädern anlangt, so kann man diese ganz radial stellen, da sie nicht den Zweck haben, das Wasser in dem Rade zurückzuhalten; um indessen beim Austritte aus dem Unterwasser kein Wasser mit emporzuwerfen, ist es rathsam, wenigstens den Theil der Schaufel, welcher in's Unterwasser eingetaucht ist, so schief zu stellen, so daß er bei dem Austritte aus demselben eine vertikale Lage annimmt. Was die Schaufelzahl betrifft, so ist es hier ebenfalls zweckmäßig, dieselbe groß zu machen, nicht allein, weil dadurch der Wasserverlust durch den Spielraum zwischen Rad und Mantel kleiner wird, sondern auch weil bei einer engeren Schaufelstellung das Stoßgefälle kleiner und also das Druckgefälle größer wird. Gewöhnlich macht man die äußere Entfernung zwischen je zwei Schaufeln der Kranzbreite d gleich, oder nimmt sie 10 bis 15 Zoll, auch wendet man zur Bestimmung der Schaufelzahl wohl eine der oben (II., §. 114) gegebenen Regeln an. Wesentlich nothwendig ist es aber, daß die mittelschlägigen Räder hinreichend ventilirt werden, weil hier der eintretende Wasserstrahl beinahe den ganzen Querschnitt der Zellen ausfüllt, so daß die Luft nach außen nicht entweichen kann. Man muß deshalb in dem Radboden Spalten zum Entweichen der Luft aussparen, damit dieselbe nicht dem Eintritte des Wassers entgegenwirkt. Dies ist bei diesen Rädern um so nöthiger, da man sie bis zur Hälfte oder gar bis zwei Drittel ihrer Capacität anfüllen läßt. Uebrigens kommen die mittelschlägigen Räder vorzüglich bei einem Gefälle von 5 bis 15 Fuß und bei einem Aufschlagsquantum von 5 bis 80 Cubikfuß pr. Secunde in Anwendung.

Mittelschlägige Wasserräder.

Fig. 266.



Anmerkung. Theoretische Untersuchungen und Versuche über mittel- und unterschlägige Wasserräder, welche von innen beaufschlagt werden, sind in Schweden angestellt worden, worüber ausführlich gehandelt wird in dem Werke: Hydrauliska Försök etc. of Lagerhjelm, of Forselles och Kallstenius,

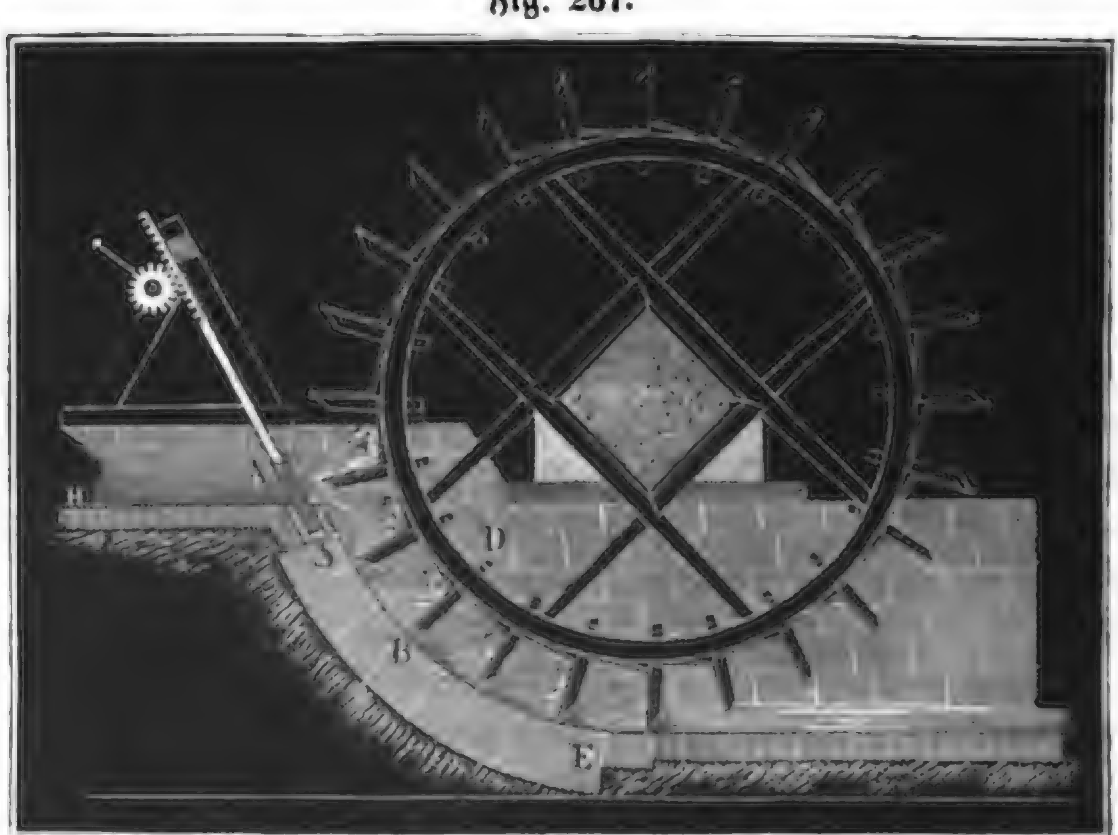
Mittelschlägige Wasserräder.

Andra Delen, Stockholm, 1822. Egen beschreibt ein solches Rad in seinen Untersuchungen über den Effect einiger Wasserwerke ꝛc., Berlin 1831. Dieses Rad wurde vom Grafen de Thiville auf der Saline Neuwerk bei Werl erbaut, in der Erwartung, durch dasselbe einen großen Wirkungsgrad zu erlangen. Egen fand jedoch den Wirkungsgrad nur 59 Proc, obgleich dieses Rad ein Gefälle von 13,42 Fuß benutzte. Nach diesem Rade wurde ein anderes, aber nur 2 Meter hohes Rad in Frankreich erbaut (s. Bulletin de la société d'encouragement Nro. 282), und von Mallet untersucht; nach genauer Berechnung dieser Versuche scheint hiernach der Wirkungsgrad nicht größer als 60 Proc. ausgefallen zu sein. Egen sagt nun sehr recht, daß die Räder mit innerer Beaufschlagung nur in wenigen Fällen zu empfehlen sein möchten, weil sie nur eine geringe Breite (unter 4 Fuß) zulassen, und ohne dies eine große Festigkeit oder Stabilität nie besitzen können.

Ueberfallschützen.

§. 134. Die Wassereinführung bei mittelschlägigen Wasserrädern ist sehr mannichfaltig, entweder wird das Wasser durch eine Ueberfallschütze, oder durch eine Leitschaufelschütze oder durch eine Spannschütze dem Rade zugeführt, selten fließt es aber ganz frei zu. Bei den Ueberfallschützen *AS*, welche in den Figuren 267 und 268 abgebildet sind,

Fig. 267.



fließt das Wasser über den Kopf *A* des Schutzbrettes; damit es aber in der gehörigen Richtung eintrete, ist es nöthig, den Schützenkopf abzurunden, oder an denselben eine abgerundete Leitschaufel *AB*, Fig. 268 (auf folg. Seite), anzusetzen. Diese Leitschaufel *AB*, Fig. 269, ist nach der Parabel zu krümmen, welche die tiefsten Wasserelemente bei ihrer freien Bewegung beschreiben, denn wollte man sie mehr krümmen, so würde ihr der Wasserstrahl gar nicht folgen, und gäbe man ihr weniger Krümmung,

Digitized by Google

so würde entweder die Leitschaufelbreite und also auch die Reibung des Wassers auf der Leitschaufel größer ausfallen oder das Wasser weniger Ueberfallschützen.

Fig. 268.

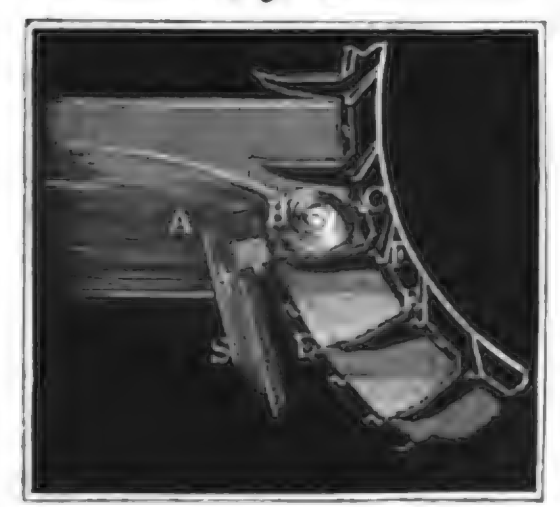
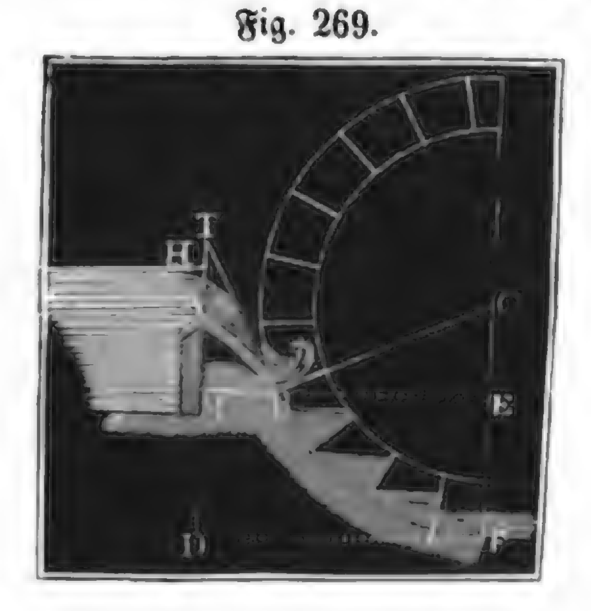


Fig. 269.



tangential auf das Rad gelangen. Der Theorie des Ausflusses durch Ueberfälle zufolge hat man (s. I., §. 350) die Ausflußmenge, wenn e_1 die Mündungsweite und h_1 die Druckhöhe HA, Fig. 269, über der Schwelle bezeichnet, μ aber den Ausflußcoefficienten ausdrückt,

$$Q = \frac{2}{3} \mu e_1 h_1 \sqrt{2 g h_1};$$

ist aber das Aufschlagquantum Q und die Mündungsweite e_1, da sie wenige (3 bis 4) Zoll kleiner als die Radweite e gemacht wird, gegeben, so folgt dann die Druckhöhe für den Ausfluß:

$$h_1 = \left(\frac{\frac{3}{2} Q}{\mu e_1 \sqrt{2 g}}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}3302 \left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Nun ist noch die Geschwindigkeit c des bei B eintretenden Wassers durch ihr Verhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$ zur Radgeschwindigkeit v bestimmt, daher folgt auch das nöthige Gefälle zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit:

$$HM = h_2 = \frac{c^2}{2g} = \frac{(\varkappa v)^2}{2g},$$

oder wegen des Verlustes beim Ausfluß, wie oben,

$$h_2 = 1{,}1 \cdot \frac{(\varkappa v)^2}{2g}.$$

Gewöhnlich macht man $\varkappa = 2$, und daher ist $h_2 = 4{,}4 \cdot \frac{v^2}{2g}$ zu setzen. Aus h_1 und h_2 folgt nun die Höhe AM der Kröpfung der Leitschaufel, $k = h_2 - h_1$; und ist nun noch das Totalgefälle $HD = h$, so bleibt für das Druckgefälle im Rade $MD = EF = h_3 = h - h_2$ übrig. Noch hat man, der Theorie der Wurfbewegung zufolge, den Nei-

Digitized by Google

Ueberfallschützen.

gungswinkel $TBM = \alpha$ des Leitschaufelendes gegen den Horizont bestimmt durch die Formel

$$k = \frac{c^2 \sin.\alpha^2}{2g}, \text{ also } \sin.\alpha = \sqrt{\frac{k}{h_2}} = \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{h_2}}$$

und die Länge der Kröpfung der Leitschaufel

$$MB = l = \frac{c^2 \sin. 2\alpha}{2g} = h_2 \sin. 2\alpha.$$

Endlich ist, wenn man noch die sehr zweckmäßige Forderung macht, daß das Wasser tangential an das Rad gelangt, der Radhalbmesser $CB = CF = a$ bestimmt durch die Gleichung

$$a(1 - \cos.\alpha) = h - h_2, \text{ also } a = \frac{h - h_2}{1 - \cos.\alpha}.$$

Umgekehrt hat man für den Centriwinkel $BCF = \alpha_1$ des wasserhaltenden Bogens, $\cos.\alpha_1 = 1 - \frac{h - h_2}{a}$, und, wenn man der letzten Bedingung nicht Genüge leistet, also α_1 nicht $= \alpha$ macht, so hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm gestoßenen Schaufel: $\delta = \alpha_1 - \alpha$.

Beispiel. Wenn bei einem mittelschlägigen Rade mit Ueberfallschütze das Aufschlagwasserquantum $Q = 6$ Cubikfuß, das Totalgefälle $h = 8$ Fuß und die Umfangsgeschwindigkeit $v = 5$ Fuß ist, das Füllungsverhältniß aber $^2/_5$ betragen soll, so hat man bei 1 Fuß Radtiefe die erforderliche Radweite

$e = {}^5/_2 \cdot \frac{Q}{dv} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 1 \cdot 5} = 3$ Fuß, und wenn man nun hiernach die Weite des Ueberfalles $= 2^3/_4$ Fuß macht und $\mu = 0{,}6$ setzt, so erhält man die Wasserstandshöhe $h_1 = 0{,}3302 \left(\frac{6}{0{,}6 \cdot {}^{11}/_4}\right)^{2/3} = 0{,}3302 \left(\frac{4}{1{,}1}\right)^{2/3} = 0{,}781$ Fuß.

Nimmt man $x = {}^8/_5$, so erhält man das Gefälle zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit $c = {}^8/_5 \cdot 5 = 8$ Fuß, $h_2 = 1{,}1 \cdot 0{,}016 \cdot 8^2 = 1{,}126$ Fuß, und daher die Höhe der Schaufelkröpfung $k = 1{,}126 - 0{,}781 = 0{,}345$ Fuß $= 4^1/_7$ Zoll, ferner für den Neigungswinkel des Leitschaufelendes: $\sin.\alpha = \sqrt{\frac{0{,}345}{1{,}126}} = 0{,}5539$; hiernach $\alpha = 33^\circ, 38'$, und die Breite der Leitschaufelkröpfung:

$$l = 1{,}126 \sin. 67^\circ, 16' = 1{,}039 \text{ Fuß} = 12^1/_2 \text{ Zoll.}$$

Um das Wasser tangential einzuführen, müßte das Rad den großen Halbmesser $a = \frac{h - h_2}{1 - \cos.\alpha} = \frac{8 - 1{,}126}{1 - \cos. 33^\circ, 38'} = \frac{6{,}874}{0{,}1674} = 41{,}06$ Fuß erhalten, und wenn man es nun nur 25 Fuß hoch macht, also $a = 12{,}5$ Fuß nimmt, so erhält man für den Centriwinkel α_1 des wasserhaltenden Bogens

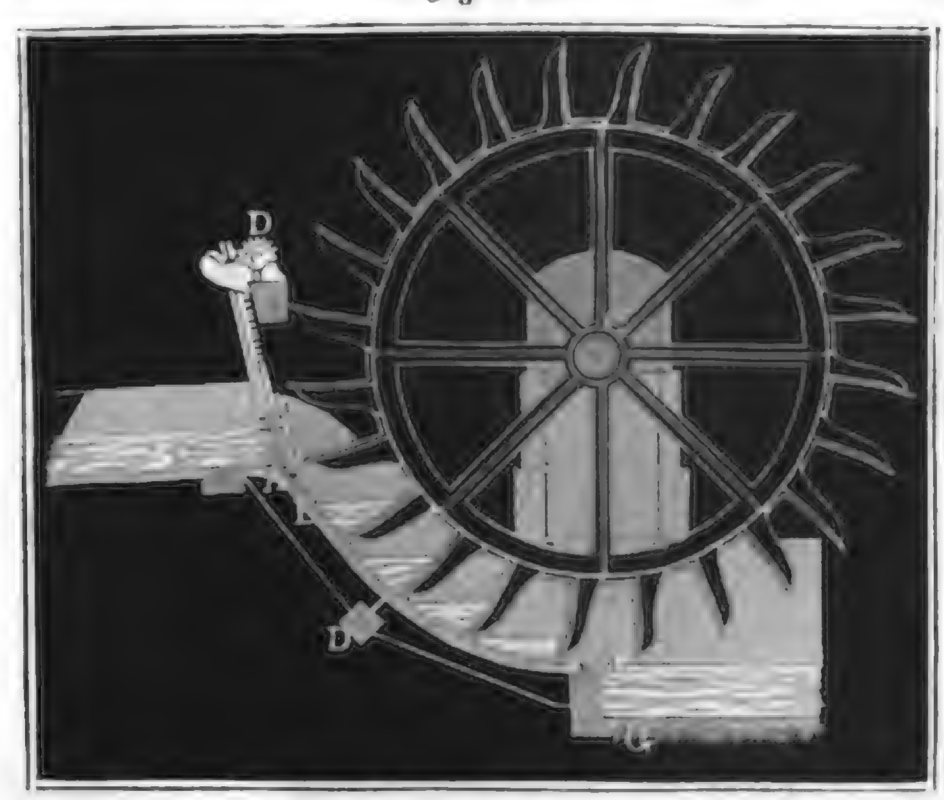
$$\cos.\alpha_1 = 1 - \frac{6{,}874}{12{,}5} = 0{,}450,$$

also $\alpha_1 = 63^\circ, 16'$ und die Abweichung der Bewegungsrichtung des Wassers von der des Rades an der Eintrittsstelle:

$$\alpha_1 - \alpha = 63^\circ, 16' - 33^\circ 38' = 29^\circ, 38'.$$

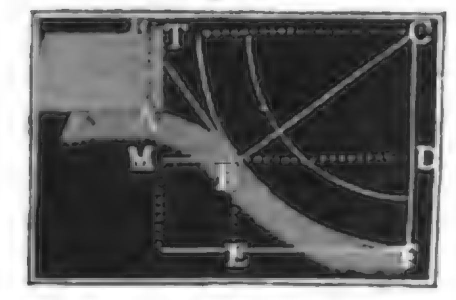
§. 135. Die Beaufschlagung eines mittelschlägigen Rades durch eine Spannschütze führt Fig. 270 vor Augen. Es ist hier das übrigens so Spann- und Coulissenschützen.

Fig. 270.



nahe wie möglich an das Rad gerückte Schutzbrett AD unten sehr dick und gut abgerundet, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schutzöffnung fließe. Aus demselben Grunde ist auch das Ende AB des Gerinnbodens parabolisch zu formen. Die Höhe $BE = DF = h_2$, Fig. 271, des Kropfes bestimmt sich aus dem Totalgefälle h und der Geschwindigkeitshöhe

Fig. 271.



$$h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \cdot \frac{\varkappa^2 v^2}{2g}$$

durch die Formel $h_2 = h - h_1$, folglich der entsprechende Centriwinkel $BCF = \alpha$, indem man setzt,

$$cos.\, \alpha = \frac{CD}{CB} = \frac{a - h_2}{a} = 1 - \frac{h - h_1}{a}.$$

Wenn man nun das Wasser tangential einführen will, so muß man die Neigung TBM des Wasserstrahles gegen den Horizont $= \alpha$ setzen, und hiernach die Coordinaten $MA = k$ und $BM = l$ des Parabelscheitels A durch die Formeln

$$k = \frac{c^2\, sin.\, \alpha^2}{2g} \text{ und } l = \frac{c^2\, sin.\, 2\,\alpha}{2g} \text{ bestimmen.}$$

Man hat aber nicht nöthig, die Schutzöffnung genau in den Parabelscheitel A zu legen, sondern man kann dieselbe nach jedem anderen Punkte

Spann- und Coulissenschützen.

des Parabelbogens AB versetzen, nur muß dafür gesorgt werden, daß die Mündungsaxe tangential an die Parabel zu liegen komme (s. II., §. 118).

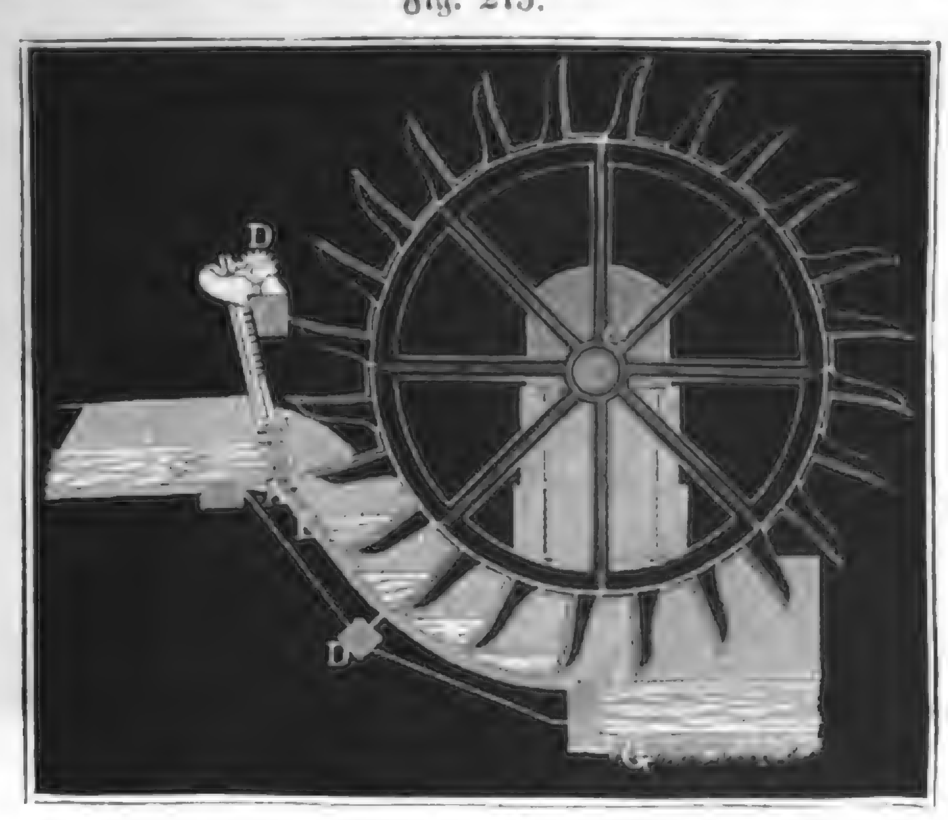
Eine dritte Wassereinführung besteht in der **Schütze mit Leitschaufeln** oder in der **Coulissenschütze** AB, Fig. 272. Man wird diese besonders dann mit großem Vortheil anwenden, wenn der Wasserstand im Aufschlaggerinne sehr veränderlich ist. Der in Fig. 272 abgebildete Apparat besteht aus zwei Schutzbrettern A und B, wovon jedes für sich gestellt und dadurch nicht allein die Druckhöhe, sondern auch die Ausflußöffnung verändert werden kann. Eine tangentiale Einführung des Wassers auf das Rad ist allerdings durch den Leitschaufelapparat DE nicht möglich, man wird sich vielmehr damit begnügen müssen, die Richtungen der Leitschaufeln noch 20 bis 30 Grad von den Tangentialrichtungen abweichen zu lassen. Das Wasser läuft zwischen den Leitschaufeln hindurch nach demselben Gesetze, wie es durch kurze Ansatzröhren ausfließt; es ist daher in der Regel der Ausflußcoefficient $\mu = 0{,}82$ und nur bei genauer Abrundung von innen $= 0{,}90$ anzunehmen. Aus diesem Grunde fällt denn auch der Widerstandscoefficient größer aus, als bei der Ueberfall- und bei der Spannschütze. Nehmen wir für μ den Mittelwerth $0{,}85$, so erhalten wir die zur Erzeugung der Geschwindigkeit c nöthige Druckhöhe $h_1 = \left(\frac{1}{0{,}85}\right)^2 \cdot \frac{c^2}{2g} = 1{,}384\,\frac{c^2}{2g}$, und es ist hiernach die von dem Totalgefälle h übrigbleibende Höhe des Kropfes oder wasserhaltenden Bogens: $h_2 = h - h_1 = h - 1{,}384\,\frac{\varkappa^2 v^2}{2g}$. Bei veränderlichem Wasserstande macht man die Anordnung für den mittleren Wasserstand, indem man das äußerste Ende M der mittleren Leitschaufel um die letzte Höhe h_2 über den Fuß F des Rades legt. Um sämmtliche Leitschaufeln, deren Normalabstand etwa 3 Zoll gemacht wird, unter gleichen Winkeln gegen den Radumfang zu stellen, legt man sie tangential


Fig. 272.

an einen zum Radumfange concentrischen Kreis KL, der durch die Richtung EK der ersten Leitschaufel bestimmt wird.

§. 136. Der Mantel oder Kropf, womit man die mittelschlägigen Räder umgiebt, um das Wasser in denselben so lange wie möglich zurückzuhalten, wird entweder von Steinen (s. Fig. 267) oder von Holz (s. Fig. 270) gebildet. Jedenfalls wird der Zweck eines Kropfes um so mehr erfüllt, je kleiner der Spielraum zwischen den äußersten Kanten der Radschaufeln und der von dem Kropfboden gebildeten Cylinderfläche ist, weil durch diesen Spielraum dem Wasser Gelegenheit zum Entweichen gegeben wird. Bei den besten Constructionen macht man diesen Zwischenraum ½ Zoll, doch findet man ihn auch 1 und nicht selten sogar 2 Zoll weit. Bei hölzernen Rädern und hölzernen Kröpfen genügt deshalb ein Spielraum von ½ Zoll Weite nicht, weil diese leichter und öfters unrund werden, so daß endlich gar ein Anstreifen der Rades am Kropfe zu befürchten ist. Bei eisernen Rädern und Kropfgerinnen aus Quadersteinen fallen bedeutende Deformationen nicht vor, weshalb man hier allerdings dem Spielraume nur ½ Zoll Weite geben soll. Räder mit enganschließenden Kröpfen können durch feste Körper, wie z. B. durch Holz- oder Eisstücke, die durch das Wasser zugeführt werden, bedeutende Beschädigungen erleiden; deshalb ist es denn auch nöthig, diese durch Rechen, welche vor der Schütze aufzustellen sind, von dem Zutritte zum Rade abzuhalten. Wenn dies, freilich zum Nachtheile der Wirkung des Rades, nicht oder nur unvollkommen geschieht, so ist allerdings der Spielraum des Rades im Kropfe sehr weit zu machen. Zu steinernen Kröpfen wählt man gern sehr große Sandsteinquader und verbindet dieselben durch Cement oder hydraulischen Kalk; hölzerne Kröpfe AE, Fig. 273, werden aus Kropfschwellen A, D, E, Kropf und Radconstructionen.

Fig. 273.



Kropf- und Radconstructionen.

Kropfbalken *AD*, *DE* und aus Kropfdielen, welche quer über die letzteren zu liegen kommen, gebildet. In der Regel befestigt man noch besondere Wasserbänke auf die Kropfdielen, welche das Rad zu beiden Seiten umfassen, um dadurch das seitliche Entweichen des Wassers zu verhindern. Wenn das Wasser im Abzugskanale mit derselben Geschwindigkeit abfließen kann, mit welcher das Rad umläuft, so kann man den Kropf *AE*, Fig. 275, unter dem Untertheile des Rades in die Sohle *EH*

Fig. 274.

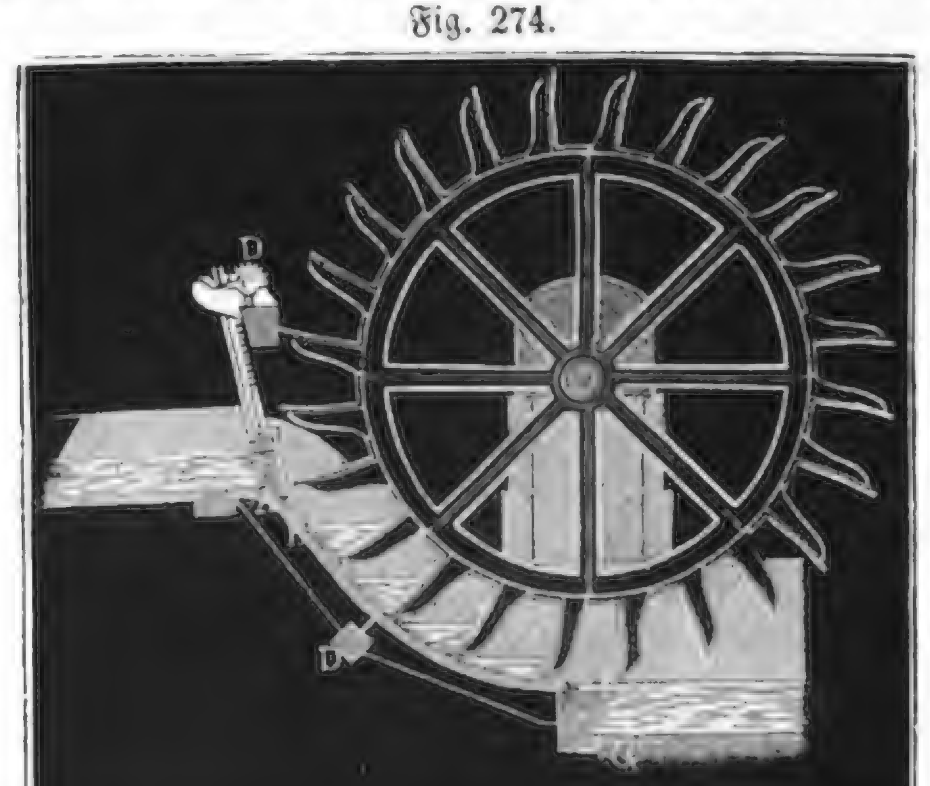
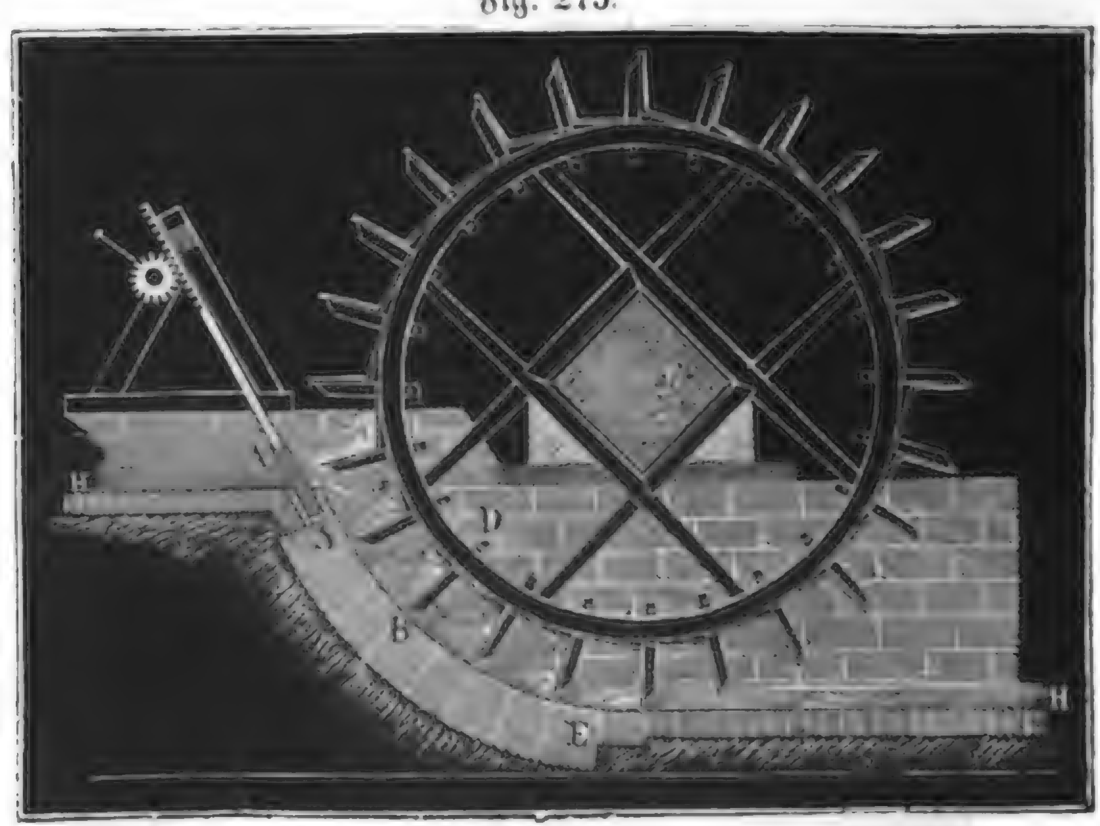


Fig. 275.



des Abzugskanales auslaufen lassen, wenn aber das Wasser langsamer abfließt, als das Rad umläuft, oder wenn gar Aufstauungen des Unterwassers zu befürchten sind, so muß man einen Absatz EG, Fig 274, zwischen dem Kropfe und dem Abzugskanale herstellen.

Kropf- und Radconstructionen.

Was endlich die Radconstructionen anlangt, so findet ein Unterschied zwischen den ober- und mittelschlägigen Rädern schon darin statt, daß jene nur Zellen-, diese aber in der Regel bloße Schaufelräder sind; nächstdem findet aber auch noch ein Unterschied in der Art und Weise der Verbindung der Schaufeln mit den Kränzen statt. Man unterscheidet hiernach Stabe- und Strauberäder von einander, und rechnet nun zu den Staberädern diejenigen, bei welchen die Schaufeln zwischen zwei Kränzen befestigt sind, zu Strauberädern aber diejenigen, deren Schaufeln auf kurzen Armen (Kolben oder Schaufelarmen) aufsitzen, welche radial aus dem Radkranze hervorragen. Figur 272 ist ein Staberad, Fig. 274 und 275 aber sind Strauberäder; Fig. 275 ist ein hölzernes und Fig. 274 ein eisernes Strauberad. Schmale Strauberäder haben nur einen, weite aber haben, wie die Staberäder, zwei Kränze. Die Kränze der Strauberäder sind jedoch schmäler, als die der Staberäder. Bei den hölzernen Rädern sind die Schaufelarme durch die aus zwei Felgenlagen gebildeten Kränze hindurchgesteckt, oder zwischen denselben schwalbenschwanzförmig eingelegt; bei den eisernen Rädern aber werden sie entweder mit den einzelnen Kranzsegmenten aus einem Stücke gegossen, oder auf diese aufgeschraubt. Die Schaufeln sind gewöhnlich von Holz, und werden auf ihre Arme aufgeschraubt. Der Radboden liegt hier auf der äußeren Seite des Radkranzes und umschließt das Rad nicht vollständig, indem in ihm Spalten zum Entweichen der Luft ausgespart sind, wie Fig. 268 am besten vor Augen führt, wo DE die aus zwei Stücken bestehende Radschaufel, EF ein Stück des Radbodens, und G die Spalte oder das Luftloch vorstellt.

Leistung der Kropfräder.

§. 137. Die Leistung der Räder im Kropfgerinne zerfällt, wie bei einem oberschlägigen Rade, in eine Stoß- und in eine Druckleistung; es ist auch die Formel für die Leistung beider genau dieselbe, nur macht die Bestimmung des Wasserverlustes verschiedene Rechnungen nöthig, denn während dort dieser Verlust in dem allmäligen Ablaufen des Wassers aus den Zellen seinen Grund hat, entsteht er hier durch das Entweichen des Wassers in dem Zwischenraume zwischen dem Rade und dem Kropfe. Wir haben also hier zu untersuchen, auf welche Weise und in welcher Menge das Wasser in diesem Zwischenraume, den man deshalb auch den schädlichen Raum nennt, erfolgt, und müssen hiernach die Wirkung, welche dadurch dem Rade entzogen wird, berechnen. Setzen wir nun, wie bei den oberschlägigen Rädern, die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in den Theil-

Leistung der Kropfräder. kreis des Rades $= c_1$, die Geschwindigkeit des Rades im Theilkreise $= v_1$ und den Winkel $c_1 E v_1$, Fig. 276, zwischen den Richtungen dieser Geschwindigkeiten, $= \mu_1$, so haben wir wieder die Stoßleistung

$$= \frac{(c_1 \cos \mu_1 - v_1) v_1}{g} \cdot Q \gamma.$$

Bezeichnen wir ferner den Niveauabstand GK zwischen dem Eintrittspunkte E und der Oberfläche GH des Unterwassers durch h_1, so erhalten wir, in-

Fig. 276.



sofern wir noch den Wasserverlust durch den schädlichen Raum vernachlässigen, die Druckleistung des Wassers $= h_1 Q \gamma$, und es ist sonach genau wie bei einem oberschlägigen Rade die Totalleistung

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos. \mu_1 - v_1) v_1}{g} + h_1\right) Q \gamma.$$

Digitized by Google

Von der durch diese Formel angegebenen theoretischen Leistung gehen nun aber die Verluste ab, welche aus dem Entweichen des Wassers durch den schädlichen Raum entspringen. Für die Stoßwirkung ist dieser Verlust unbedeutend, da diese Wirkung fast momentan erfolgt und der eintretende Strahl in der Regel den schädlichen Raum B nicht unmittelbar trifft; anders aber ist es bei der Druckwirkung, denn für diese findet ein ununterbrochener Wasserverlust statt, während eine Schaufel BD nach und nach in tiefere Stellungen B_1D_1, B_2D_2 u. s. w. und endlich bis zum tiefsten Punkte FL gelangt. Es bildet hier der schädliche Raum gleichsam Ausflußöffnungen, durch welche das Wasser mit veränderlichen Druckhöhen BE, B_1E_1, B_2E_2 u. s. w. hindurchfließt. Setzen wir die Radweite wieder $= e$, und die Weite des schädlichen Raumes, oder den kürzesten Abstand der Radschaufeln vom Kropfboden, $= s$, so haben wir die Ausflußöffnung $= es$, und bezeichnen wir nun noch die Druckhöhen BE, B_1E_1 u. s. w. durch z, z_1, z_2 u. s. w., so sind die entsprechenden Geschwindigkeiten, mit welchen das Wasser durch den schädlichen Raum aus einer Zelle in die andere läuft, Leistung der Kropfräder.

$$v_0 = \sqrt{2gz_0},\ v_1 = \sqrt{2gz_1},\ v_2 = \sqrt{2gz_2} \text{ u. s. w.,}$$

und die Ausflußmenge während eines Zeittheilchens τ

$$V_0 = es \,.\, v_0\tau,\ V_1 = es \,.\, v_1\tau,\ V_2 = es \,.\, v_2\tau \text{ u. s. w.,}$$

oder bei Einführung eines Ausflußcoefficienten μ,

$$V_0 = \mu es\tau \,.\, v_0 = \mu es\tau\sqrt{2gz_0},\ V_1 = \mu es\tau\sqrt{2gz_1}$$
$$V_2 = \mu es\tau\sqrt{2gz_2} \text{ u. s. w.}$$

Die Arbeiten $\frac{v_0^2}{2g} \,.\, V_0\gamma$, $\frac{v_1^2}{2g} \,.\, V_1\gamma$, $\frac{v_2^2}{2g} \,.\, V_2\gamma$ u. s. w., welche das Wasser bei Annahme der Geschwindigkeiten v_0, v_1, v_2 u. s. w. in sich aufnimmt, gehen für das Rad ganz verloren, weil die lebendige Kraft des Wassers beim Eintritt in die folgende Zelle zerstört wird. Wir haben daher den Arbeitsverlust des Wassers in einer Zelle, während sich dieselbe im Kropfe bewegt,

$$L_1 = \frac{v_0^2}{2g} V_0\gamma + \frac{v_1^2}{2g} V_1\gamma + \frac{v_2^2}{2g} V_2\gamma + \dots$$
$$= \frac{\mu es\tau\gamma}{2g}(v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + ..) = \frac{\mu es\gamma}{2g} \cdot \frac{t}{m}(v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + ..)$$
$$= \frac{\mu es\gamma}{2g} \cdot \frac{t\,(v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + ..)}{m},$$

wenn man die Zeit der Bewegung einer Schaufel im Kropfe $= t$ setzt, und $\tau = \frac{t}{m}$ nimmt. Für eine Secunde ist demnach dieser Verlust

$$L_1 = \frac{\mu es\gamma}{2g}\left(\frac{v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + ..}{m}\right).$$

Digitized by Google

Leistung der Kropfräder.

und daher für alle n_1 Schaufeln, welche zugleich durch den Kropf gehen

$$L_1 = n_1 \cdot \frac{\mu e s \gamma}{2g} \cdot \left(\frac{v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \cdot\cdot}{m}\right)$$

$$= n_1 \cdot \mu e s \gamma \sqrt{2g} \left(\frac{z_0^{3/2} + z_1^{3/2} + z_2^{3/2} + \cdot\cdot}{m}\right)$$

oder bei Anwendung der Simpson'schen Regel

$$L_1 = n_1 \cdot \mu e s \gamma \sqrt{2g} \left(\frac{z_0^{3/2} + 4 z_1^{3/2} + 2 z_2^{3/2} + 4 z_3^{3/2} + z_4^{3/2}}{12}\right).$$

Uebrigens ist zu berücksichtigen, daß die letzten Druckhöhen da, wo Wasser unter Wasser ausfließt, nicht vom Wasserspiegel bis Mündung, sondern nur von Wasserspiegel zu Wasserspiegel zu nehmen sind.

Noch fließt aber auch etwas Wasser zu beiden Seiten des Rades ab, weil die Einfassungswände oder die Wasserbänke ebenfalls nicht genau an den Radkränzen oder an den Stirnflächen der Schaufeln anliegen, sondern in der Regel 1 bis 2 Zoll davon abstehen. Diese Abflußöffnungen bilden hier die Wandeinschnitte, durch welche das Wasser mit verschiedenen Geschwindigkeiten abfließt. Setzen wir die Bogenlängen BO, $B_1 O_1$ u. s. w., in welchen der Kropf vom Wasser bedeckt wird, l_1, l_2 u. s. w., so erhalten wir die durch diese Wandeinschnitte abfließenden Wassermengen während eines Zeittheilchens τ:

$$V_0 = 2 \cdot \tfrac{2}{3} \mu s l_0 \sqrt{2 g z_0} \cdot \tau,$$
$$V_1 = 2 \cdot \tfrac{2}{3} \mu s l_1 \sqrt{2 g z_1} \cdot \tau,$$
$$V_2 = 2 \cdot \tfrac{2}{3} \mu s l_2 \sqrt{2 g z_2} \cdot \tau \ldots$$

Sind nun h_0 ($= h$), h_1, h_2 u. s. w. die Gefälle, welche den abgeflossenen Wassermengen V_0, V_1, V_2 ... entsprechen, so haben wir den mit diesem Abfließen des Wassers verbundenen Arbeitsverlust

$$L_2 = n_1 \cdot \tfrac{4}{3} \mu s \gamma \sqrt{2g} \cdot \left(\frac{h_0 l_0 \sqrt{z_0} + h_1 l_1 \sqrt{z_1} + h_2 l_2 \sqrt{z_2} + \cdot\cdot}{m}\right),$$

oder bei Anwendung der Simpson'schen Regel

$$L_2 = n_1 \cdot \tfrac{4}{3} \mu s \gamma \sqrt{2g} \left(\frac{h_0 l_0 \sqrt{z_0} + 4 h_1 l_1 \sqrt{z_1} + 2 h_2 l_2 \sqrt{z_2} + 4 h_3 l_3 \sqrt{z_3} + h_4 l_4 \sqrt{z_4}}{12}\right).$$

Verluste.

§. 138. Ein weiterer Verlust tritt noch dann ein, wenn die Oberfläche des Unterwassers nicht mit der Oberfläche des Wassers in der tiefsten Zelle in einerlei Niveau steht, wie z. B. in Fig. 277 vor Augen geführt wird; denn hier fließt sogleich Wasser aus der Zelle $BDD_1 B_1$, so wie die Schaufel BD die Schwelle F überschritten hat, es nimmt also dasselbe außer der Radgeschwindigkeit v noch eine Geschwindigkeit an, welche durch den Niveauabstand $FM = h_2$ er-

Fig. 277.



zeugt wird. Dieser Niveauabstand ist aber veränderlich, er hat im ersten Augenblicke, wenn die Schaufel über die Schwelle weggegangen und die Oeffnung bei F entstanden ist, seinen größten Werth, wird aber immer kleiner und kleiner, je mehr Wasser aus dem Raume BEE_1B_1 geflossen ist, und fällt endlich Null aus, wenn beide Wasserspiegel in einerlei Niveau gekommen sind, also der Ausfluß durch B_1F beendigt ist. Der mittlere Werth dieses Niveauabstandes ist aber $\frac{1}{2}h_2$, und daher die Geschwindigkeitshöhe des abfließenden Wassers nicht bloß $\frac{v^2}{2g}$, sondern $\frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2}h_2$; da wir indessen den der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entsprechenden Verlust an Leistung schon beim Stoße in Abzug gebracht haben, so bleibt daher nur noch die Leistung von $\frac{1}{2}h_2 Q\gamma$ von der gefundenen Nutzleistung abzuziehen. Man ersieht hieraus, daß es nicht vortheilhaft ist, unter dem Kropfrade einen Abfall anzubringen, daß sich daher nur dann seine Anwendung rechtfertigen läßt, wenn man einen veränderlichen Unterwasserstand hat, so daß bei hohem Wasser zu befürchten ist, daß das Rad im Wasser watet, indem das Wasser im Untertheil des Rades tiefer steht, als im Abzugsgraben. Verluste.

Außerdem lassen sich noch mehrere Verluste für das Kropfrad angeben. Zunächst haben wir zu berücksichtigen, daß das Wasser bei seiner Bewegung im Kropfgerinne eine Reibung zu überwinden hat, deren Coefficient ζ nach I., §. 404, für Geschwindigkeiten von 4 bis 6 Fuß 0,00769 gesetzt werden kann. Der entsprechende Gefällverlust ist, I., §. 403, $= \zeta \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$, also hier, wo l die Länge des Kropfes, p den Umfang und F den Inhalt des Wasserprofiles bezeichnet, also $\frac{p}{F} = \frac{e+d}{\frac{1}{2}de}$ und annähernd $= \frac{2}{d}$ gesetzt werden kann, $h_3 = \zeta \cdot \frac{2l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0002461 \frac{l}{d} v^2$, und der entsprechende Verlust an mechanischer Arbeit: $= 0{,}0002461 \frac{lv^2}{d} Q\gamma$.

Endlich müssen wir auch den Widerstand der Luft gegen die Bewegung der Schaufeln, und vielleicht auch noch den, welchen die Radarme zu überwinden haben, berücksichtigen. Der Widerstandscoefficient der Luft ist hier nach I., §. 431, $\zeta = 1{,}25$, und die Formel für diesen Widerstand $= \zeta F\gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$, wo F die Fläche, γ aber die Dichtigkeit der Luft bezeichnet. Führen wir nun nach I., § 333 für $\gamma = 0{,}0859$ Pfund ein, so erhalten wir diesen Widerstand $= 0{,}001718\, Fv^2$, oder, wenn wir die Fläche gleichsetzen dem Inhalte $n \cdot de$ sämmtlicher n Schaufeln des Rades, denselben

Verluste. $= 0{,}001718\, n d e v^2$, und demnach den entsprechenden Verlust an mechanischer Leistung $= 0{,}001718\, n d e v^3$.

Bei den gewöhnlichen Verhältnissen betragen alle diese Verluste nur wenige Procente der ganzen Radleistung, wie wir auch in einem Beispiele weiter unten sehen werden.

Leistungsformel. §. 139. Wir können nun einen Ausdruck für die vollständige Leistung eines Kropfrades angeben, wenn wir außer den im vorigen Paragraphen gefundenen Arbeitsverlusten auch die Arbeit der Zapfenreibung in Betracht ziehen. Setzen wir die Arbeit, welche von der des Wasserdruckes übrig bleibt, nachdem man die Arbeit, welche aus dem Wasserverlust erwächst, abgezogen hat, wie in §. 128 bei den oberschlägigen Wasserrädern: $v Q h_1 \gamma$, und setzen wir auch, wie bei den oberschlägigen Wasserrädern, die Arbeit der Zapfenreibung $\varphi \frac{r}{a} \cdot G v$, so bleibt uns die Nutzleistung

$$L = P v = \left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1}{g} + v\, h_1\right) Q \gamma - \varphi \frac{r}{a}\, G v \text{ übrig.}$$

Bezeichnen wir das Totalgefälle, vom Wasserspiegel des Oberwassers bis Oberfläche des Unterwassers gemessen, durch h, so können wir wieder

$$h_1 = h - 1{,}1 \cdot \frac{c_1^2}{2g} \text{ setzen, und bekommen nun}$$

$$L = \left[\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1}{g} + v\left(h - 1{,}1\, \frac{c_1^2}{2g}\right)\right] Q\gamma + \varphi \frac{r}{a}\, G v.$$

Um nun denjenigen Werth der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 zu finden, bei welchem die Leistung am größten ausfällt, haben wir nur zu untersuchen, wenn

$$\left(\frac{c_1 v_1 \cos.\mu_1}{g} - 1{,}1 \cdot v\,\frac{c_1^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{1{,}1 \cdot v \cdot c_1}{2g}\left(\frac{2 v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 \cdot v} - c_1\right) Q\gamma$$

$$\text{oder } c_1 \left(\frac{2 v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 \cdot v} - c_1\right)$$

ein Maximum wird. Es ist hier derselbe Fall wie in I., §. 425, und daher wie dort

$$c_1 = \frac{v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 \cdot v}$$

zu setzen. Die entsprechende Maximalleistung ist

$$L = \left[v h - \left(2 - \frac{\cos.\mu_1^2}{1{,}1 \cdot v}\right) \frac{v^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi \frac{r}{a}\, G v.$$

Die Formel $c = \frac{v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 \cdot v}$ giebt uns, da μ_1 klein, also $\cos.\mu_1$ nahe 1 und ebenso $1{,}1 \cdot v$ nahe $= 1$ ist, auch c_1 nahe $= v_1$; wegen der leichtern und sicherern Einführung des Wassers in die Zellen macht man

aber $c_1 \cos. \mu_1 = 2 v_1$, läßt also das Wasser noch einmal so schnell in das Rad eintreten, als dieses umläuft, weshalb man die effective Radleistung Leistungsformel.

$$L = \left[v h_1 - \left(\frac{4{,}4\, v}{\cos. \mu_1^2} - 1 \right) \frac{v_1^2}{2g} \right] Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v \text{ erhält.}$$

Da dieser Ausdruck für die Leistung eines rückenschlägigen Rades nicht wesentlich verschieden ist von dem für die eines oberschlägigen, so ist ohne weitere Untersuchung leicht einzusehen, daß auch die vortheilhafteste Umdrehungszahl (s. §. 128) nahe dieselbe sein wird.

§. 140. Ueber die Wirkungen mittelschlägiger Kropfräder sind von Morin an ziemlich gut construirten Rädern mehrfache Versuche angestellt worden. Morin vergleicht die Ergebnisse seiner Versuche mit den entsprechenden Werthen, welche die theoretische Formel Effective Leistungen der Kropfräder.

$$Pv = \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$$

giebt, und findet nun, daß eine ziemlich gute Uebereinstimmung sich herausstellt, wenn man den letzten Ausdruck durch einen Erfahrungscoefficienten ξ multiplicirt, also $Pv = \xi \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$ setzt. Das erste von den Rädern dieser Art, welche Morin in Untersuchung zog, war aus Gußeisen, hatte hölzerne schief gegen die Schütze gestellte Schaufeln und befand sich in einem sehr eng anschließenden eisernen Kropfe. Es hatte eine Höhe von $6^1/_2$ Meter, eine Breite von $1^1/_2$ Meter, ein Gefälle von $1^2/_3$ Meter, 50 Schaufeln und ging mit 1 bis 2,4 Meter Geschwindigkeit um, während das Wasser mit 2,8 bis 3,2 Meter Geschwindigkeit durch eine unter einem geneigten Schutzbrette befindliche Mündung eintrat. Der Coefficient ξ ergab sich im Mittel 0,75 und der Wirkungsgrad, mit Einschluß der Zapfenreibung, ohngefähr 0,60. Das zweite Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war ebenfalls eisern, und ging in einem sehr eng anschließenden Kropfe aus Sandsteinquadern; seine Höhe wie seine Weite war 4 Meter, die Schaufelzahl betrug 32 und das Gefälle 2 Meter. War die Geschwindigkeit des Rades 47 bis 100 Procent von der des durch einen Ueberfall zugeführten Wassers und zwar innerhalb der Grenzen 0,5 bis 1,8 Meter, so blieb der Coefficient ξ ziemlich derselbe, nämlich 0,788, der Wirkungsgrad aber 0,70. Mit einem dritten Rade wurden zwei Versuchsreihen angestellt, die eine bei einem Wassereinlauf mit Spannschütze und die andere bei einer Wasserzuführung durch eine Ueberfallschütze. Dieses Rad war größtentheils aus Holz und hing in einem eng anschließenden Kropfe, seine Höhe betrug 6 Meter und seine Schaufelzahl 40. Bei der Spannschütze ergab sich im Mittel $\xi = 0{,}792$, bei der Ueberfallschütze aber 0,809. Der Wirkungsgrad aber war im ersten Falle 0,54 und im

Effective Leistungen der Kropfräder.

zweiten 0,67. Nimmt man nun aus diesen Angaben Mittelwerthe, so erhält man für mittelschlägige Kropfräder mit Spannschützen die Leistung

$$L = 0{,}77 \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1\right) Q\gamma$$

und für die mit Ueberfallschützen

$$L = 0{,}80 \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1\right) Q\gamma,$$

wovon jedoch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen ist. Die größere Wirkung bei der Ueberfallsschütze hat ihren Grund darin, daß hier das Wasser langsamer eintritt, als bei der Spannschütze, und deshalb fast nur durch Druck wirkt. Noch folgt aus den Versuchen Morin's, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn das Wasser mehr als die Hälfte oder zwei Drittel der Räume zwischen den Schaufeln ausfüllt, daß die Wirkung sich nicht sehr verändert, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades innerhalb der Grenzen 0,5 und 2,0 Meter bleibt.

Egen hat Versuche (s. die obenangeführte Abhandlung desselben) an einem 23 Fuß hohen und $4^1/_3$ Fuß weiten Kropfrade angestellt. Dieses Rad hatte noch zwei Eigenthümlichkeiten; es waren nämlich die 69 übrigens gut ventilirten Schaufeln desselben genau so gedeckt, wie bei oberschlägigen Rädern, und es bestand die Schütze aus zwei Theilen, wovon, je nachdem es der Wasserstand erforderte, bald die eine oder obere, bald die andere oder untere gezogen werden konnte. Obgleich der Kropf sehr genau an das Rad anschloß, so fand Egen den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle doch nur 0,52, und im Mittel, bei 6 Cubikfuß Aufschlag pr. Sec. und bei 4 Umdrehungen pr. Min., denselben gar nur 0,48.

Versuche mit einem mittelschlägigen Kropfade werden noch in Bulletin de la Societé indust. de Mulhouse. T. XVIII. (s. Polytechn. Centralblatt, Bd. IV. 1844) mitgetheilt. Dieses Rad war von Holz, hatte eine Höhe von 5 Metern und eine Weite von 4 Metern, und bestand aus 3 Abtheilungen, welche durch zwei Mittelkränze hervorgebracht wurden. Das Kropfgerinne schloß sich an ein parabolisches Gerinne von 0,2 Meter Höhe an und das Wasser trat in dieses durch eine Ueberfallsschütze mit ebenfalls 0,2 Meter Höhe; es war daher die Eintrittsgeschwindigkeit c ohngefähr 2,8 Meter. Das ganze Gefälle betrug 2,7 Meter, und die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $1^1/_2$ bis 3 Meter. Die Wasserfüllung betrug $^1/_3$ bis $^2/_3$, und der Wirkungsgrad fiel gerade bei größerer Zellenfüllung größer aus, als bei kleinerer Füllung der Zellen; nämlich bei starker Füllung 0,80, bei mittlerer aber nur 0,73 und bei schwacher Füllung gar nur 0,52. Die Versuche über die Leistungen bei verschiedenen Füllungen ließen sich hier, da jede der Abtheilungen des Rades besonders beaufschlagt werden konnte, sehr bequem und sicher ausführen.

Effective Leistungen der Kropfräder.

Beispiel. Es sei für einen Aufschlag $Q = 15$ Cubikfuß, und für ein Gefälle $h = 8\frac{1}{2}$ Fuß die Anordnung und Berechnung eines mittelschlägigen Kropfrades zu vollziehen, welches mit 5 Fuß Geschwindigkeit umgehen soll. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite wieder 1 Fuß an, und lassen wir die Zellen halb füllen, so bekommen wir zunächst die Radweite $e = \frac{2Q}{d\,v} = \frac{30}{1\,.\,5} = 6$ Fuß; lassen wir ferner das Wasser doppelt so schnell eintreten als das Rad umgeht, so bekommen wir für die Eintrittsgeschwindigkeit $c_1 = 2\,.\,5 = 10$ Fuß, und das zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit nöthige Gefälle

$$h_1 = 1{,}1\,.\,\frac{c_1^2}{2g} = 1{,}1\,.\,0{,}016\,.\,100 = 1{,}76 \text{ Fuß}.$$

Ziehen wir dieses Stoßgefälle vom Totalgefälle ab, so bleibt für das Druckgefälle oder für die Kropfhöhe $h_2 = h - h_1 = 8{,}5 - 1{,}76 = 6{,}74$ Fuß übrig. Nehmen wir, damit das Wasser nicht sehr hoch einfalle, eine größere Radhöhe von 24 Fuß an, wenden wir also den Radhalbmesser $a = 12$ Fuß, und den Halbmesser des Theilkreises $a_1 = 11{,}5$ Fuß an, und lassen wir das mit der Radgeschwindigkeit ablaufende Umtriebswasser bis zum Tiefsten des Theilkreises stehen, wie in Fig. 278


Fig. 278.

Effective Leistungen der Kropfräder.

zu ersehen ist. Wir bekommen nun den Centriwinkel α des Kropfbogens EG, oder den Winkel, um welchen die Eintrittsstelle E des Wassers von dem Radtiefsten F absteht, $\cos.\ \alpha = 1 - \frac{h_2}{a_1} = 1 - \frac{6,74}{11,5} = 0,4139$, und sonach $\alpha = 65^\circ, 32'$. Lassen wir aber die Wasserstrahlrichtung Ec_1, der leichteren Einführung wegen, noch um 20 Grad von der Bewegungsrichtung Ev_1 des Rades im Theilkreise abweichen, wobei wir die gegebene Radgeschwindigkeit von 5 Fuß ebenfalls auf den Theilkreis beziehen wollen, so erhalten wir die Coordinaten des Scheitels von dem parabolischen Einlaufe, $AM = k = \frac{c^2 sin.(45^\circ,32')^2}{2g} = 1,6 \,.\, 0,5092$ $= 0,815$ Fuß und $ME = l = \frac{c^2}{2g}\ sin.\ 91^\circ, 4' = 1,6 \,.\, 0,9998 = 1,600$ Fuß; wonach auch die Construction in Fig. 279 ausgeführt worden ist. Der Wasserstand AR über der Schwelle ist nun $= h_1 - k = 1,76 - 0,815 = 0,945$, und setzen wir die Mündungshöhe $= x$, so haben wir $Q = \mu e x \sqrt{2g\left(0,945 - \frac{x}{2}\right)}$,

Fig. 279.



daher $x = \frac{Q}{\mu e \sqrt{2g\left(0,945 - \frac{x}{2}\right)}} = \frac{15}{0,9 \cdot 6 \cdot 7,906 \sqrt{0,945 - \frac{x}{2}}}$ Effective Leistungen der Kropfräder.

$= \frac{5}{14,23\sqrt{0,945 - \frac{x}{2}}} = \frac{0,351}{\sqrt{0,945 - \frac{x}{2}}}$;

woraus nun genau $x = 0,4$ Fuß sich ergiebt. Die theoretische Leistung dieses Rades ist hiernach

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)v_1}{g} + h_1\right) Q\gamma = \left(\frac{(10 \cos. 20^\circ - 5)\,5}{31,25} + 6,74\right) . \; 15 \; . \; 66$$

$= (0,032 \; . \; 4,397 \; . \; 5 + 6,74) \; . \; 990 = 7,443 \; . \; 990 = 7368$ Fußpfund, während die disponible Leistung $= 8,5 \; . \; 990 = 8415$ Fußpfund beträgt. Es ist nun der Verlust abzuziehen, welcher durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume entsteht. Nehmen wir die Weite dieses schädlichen Zwischenraumes zwischen Rad und Kropfboden $s = 1$ Zoll $= \frac{1}{12}$ Fuß an, so bekommen wir den Inhalt der Spalte, durch welche das Wasser entweicht, $se = \frac{1}{12} \; . \; 6 = \frac{1}{2}$ Quadratfuß.

Um nun die Arbeit zu finden, welche mit dem durch den schädlichen Raum es fließenden Wasser verloren geht, theilen wir den im Kropfe liegenden Theilkreisbogen EG in sechs gleiche Theile, construiren für jeden dieser Theilpunkte eine Zelle sammt Wasser in derselben, und messen nun die entsprechenden Wasserhöhen z_0, z_1, z_2 u. s. w., so wie die Bogenlänge l_0, l_1, l_2 u. s. w. und die Gefälle h_0, h_1, h_2 u. s. w., und führen endlich die durch die Formeln in §. 137 angegebenen Rechnungen aus. Genaue Messungen haben in dem vorliegenden Falle

$z_0 = 0,70$; $z_1 = 0,69$; $z_2 = 0,67$; $z_3 = 0,50$; $z_4 = 0,30$; $z_5 = 0,14$; $z_6 = 0,00$ gegeben, und es ist hiernach

$z_0^{3/2} = 0,586$; $z_1^{3/2} = 0,573$; $z_2^{3/2} = 0,548$; $z_3^{3/2} = 0,354$;
$z_4^{3/2} = 0,164$; $z_5^{3/2} = 0,052$; $z_6^{3/2} = 0$;

folglich der Mittelwerth aller dieser Potenzen:

$$z^{3/2} = \frac{0,586 + 4 \, . \, 0,573 + 2 \, . \, 0,548 + 4 \, . \, 0,354 + 2 \, . \, 0,164 + 4 \, . \, 0,052 + 0}{18} = 0,329;$$

ist nun noch die Anzahl der Schaufeln in einem Kropfe: $n_1 = 13$, setzt man $\sqrt{2g} = 7,906$ und $\mu = 0,7$; so können wir den Verlust an Arbeit, welcher der Bewegung des Wassers aus der einen Zelle in die andere entspricht, setzen:

$$L_1 = n_1 \; . \; \mu e s \gamma \sqrt{2g} \; . \; z^{3/2} = 13 \; . \; 0,7 \; . \; \tfrac{1}{2} \; . \; 7,906 \; . \; 0,329 \; . \; 66$$
$$= 9,1 \; . \; 3,953 \; . \; 0,329 \; . \; 66 = 771 \text{ Fußpfund.}$$

Ferner sind die den obigen Wasserhöhen entsprechenden Wasserbögen

$l_0 = 0,74$; $l_1 = 0,85$; $l_2 = 1,03$; $l_3 = 1,04$; $l_4 = 1,04$; $l_5 = 1,04$; $l_6 = 1,04$, und die Gefälle

$h_0 = 6,74$; $h_1 = 4,84$; $h_2 = 3,19$; $h_3 = 1,81$; $h_4 = 0,79$; $h_5 = 0,14$; $h_6 = 0,00$, hieraus folgen die Producte

$1 \; . \; h_0 l_0 \sqrt{z_0}$, $4 \; . \; h_1 l_1 \sqrt{z_1}$, $2 \; . \; h_2 l_2 \sqrt{z_2}$ u. s. w.;

$1 \; . \; 6,74 \; . \; 0,74 \sqrt{0,70} = 4,173$; $4 \; . \; 4,84 \; . \; 0,58 \sqrt{0,69} = 13,669$;

$2 \; . \; 3,19 \; . \; 1,03 \sqrt{0,67} = 5,379$; $4 \; . \; 1,81 \; . \; 1,04 \sqrt{0,50} = 5,325$;

$2 \; . \; 0,79 \; . \; 1,04 \sqrt{0,30} = 0,900$; $4 \; . \; 0,14 \; . \; 1,04 \sqrt{0,14} = 0,218$;

und hiernach ist der mittlere Werth $hl\sqrt{z} = 1,648$.

Digitized by Google

Effective Leistungen der Kropfräder.

Mit Hülfe des letzteren berechnet sich nun der Verlust an Arbeit, welcher aus dem seitlichen Abfließen des Wassers erwächst, wenn wir $\mu = 0{,}5$ annehmen,

$$L_2 = n_1 \,.\, \tfrac{4}{3} \mu s \gamma \sqrt{2g} \,.\, h l \sqrt{z}$$

$$= 13 \,.\, \tfrac{4}{3} \,.\, 0{,}5 \,.\, \tfrac{66}{12} \,.\, 7{,}906 \,.\, 1{,}648 = \tfrac{1}{3} \,.\, 13 \,.\, 11 \,.\, 7{,}906 \,.\, 1{,}648 = 621 \text{ Fußpfd.}$$

Beide durch den Spielraum des Rades im Kropfe herbeigeführten Arbeitsverluste betragen folglich $L_1 + L_2 = 771 + 621 = 1392$ Fußpfund; und es bleibt sonach von der gefundenen Leistung $L = 7368$ Fußpfund nur noch die effective Leistung $7368 - 1392 = 5976$ Fußpfund übrig. Ferner geht noch die durch die Reibung des Wassers im Kropfe herbeigeführte Arbeit

$$L_3 = 0{,}0002461 \,.\, \frac{l^2}{d}\, Q\gamma,$$

wenn man die Länge des Kropfes $l = \frac{65^\circ{,}5}{180^\circ} \,.\, 12\pi = 13{,}7$ Fuß nimmt,

$$L_3 = 0{,}0002461 \,.\, 13{,}7 \,.\, 25 \,.\, 15 \,.\, 66 = 83 \text{ Fußpfund verloren.}$$

Der Arbeitsverlust, welchen der Luftwiderstand hervorbringt, ist

$$L_4 = 0{,}001924 \,.\, n d e v^3,$$

oder, wenn man $n = 60$ Schaufeln anwendet,

$$L_4 = 0{,}001924 \,.\, 60 \,.\, 6 \,.\, 1 \,.\, 125 = 87 \text{ Fußpfund.}$$

Es gehen folglich durch die letzten beiden Widerstände noch $81 + 87 = 168$ Fußpfund verloren, so daß die Nutzleistung $6230 - 168 = 6062$ Fußpfund übrig bleibt. Setzen wir noch das Radgewicht $G = 3000 \frac{L}{\varepsilon u}$, und nehmen wir den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$, die Umdrehungszahl $u = \frac{30 \,.\, 5}{\pi \,.\, 12} = \frac{25}{2\pi} = 4$ und die Leistung $L = \frac{6062}{510} = 12$ Pferdekräfte an, so bekommen wir das Radgewicht $= \frac{3000 \,.\, 12}{\frac{1}{2} \,.\, 4} = 18000$ Pfund, hiernach den Zapfenhalbmesser

$$r = 0{,}002 \sqrt{9000} = 0{,}192 \text{ Fuß oder besser } 0{,}2 \text{ Fuß,}$$

und endlich noch den Arbeitsverlust wegen der Zapfenreibung

$$L_5 = \frac{r}{a}\, \varphi G v = \frac{0{,}2}{11{,}5} \,.\, 0{,}1 \,.\, 18000 \,.\, 5 = 156 \text{ Fußpfund.}$$

Auf diese Weise bleibt die letzte Nutzleistung des Rades:

$$L = 5976 - 156 = 5820 \text{ Fußpfund} = 11{,}4 \text{ Pferdekräfte,}$$

endlich der Wirkungsgrad

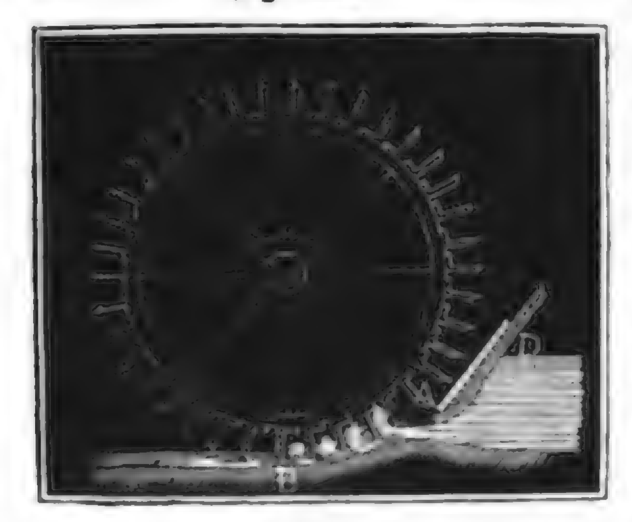
$$\eta = \frac{5820}{8415} = 0{,}692.$$

Unterschlägige Wasserräder

§. 141. Die **unterschlägigen Wasserräder** hängen in der Regel in einem Gerinne, und dieses Gerinne muß mit seinem Boden und mit seinen Seitenwänden das Rad möglichst genau umschließen, damit sich so wenig wie möglich Wasser der Wirkung auf das Rad entziehen kann. Aus diesem Grunde ist auch die Anwendung von einem **Kropfgerinne**, welches das Rad längs eines kleinen Bogens concentrisch umfaßt, zweckmäßiger, als die Anwendung von einem **Schnurgerinne**, welches das Rad

nur tangirt. Ueberdies gewährt das Kropfgerinne, wenn es sich nur auf Unterschlägige Wasserräder.
der einen Seite des Rades befindet,

Fig. 280.



noch den Nutzen, daß das Wasser in ihm noch eine Druckwirkung hervorbringen kann, die beim Schnurgerinne ganz ausfällt. Die Berechnung eines solchen unterschlägigen Rades im Kropfgerinne (Fig. 280) ist, wenn der Kropf AB wenigstens 3 bis 4 Schaufeln umfaßt, genau so durchführen wie die eines mittelschlägigen Kropfrades. Auch sind die mittel- und unterschlägigen Kropfräder nach gleichen Regeln zu construiren, da sie sich wesentlich nicht von einander unterscheiden. Man wendet auch hier meist einfache radial gestellte Schaufeln an; zuweilen neigt man sie jedoch unten etwas nach der Schütze zu, damit sie auf der anderen Seite des Rades kein Wasser mit empor nehmen. Nicht selten setzt man sie sogar aus zwei gleichen Theilen AD und BD, Fig. 281,

Fig. 281.



so zusammen, daß sie einen Winkel ADB von 100 bis 120^0 einschließen. Es lassen sich hier große Oeffnungen im Boden aussparen, ohne befürchten zu müssen, daß das Wasser durch dieselben nach innen überfließt, und deshalb läßt man die Zellen dieser Räder auch in der Regel zur Hälfte oder zwei Drittel vom Wasser anfüllen, wendet also den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ an. Um das Ueberlaufen des Wassers nach innen zu verhindern, oder um einen größeren Fassungsraum zu erhalten, wendet man hier oft größere Radtiefen von $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fuß an. Die tangentiale Einführung des Wassers ist hier noch leichter zu bewerkstelligen als bei mittelschlägigen Rädern. Um die Schützenmündung möglichst nahe an das Rad legen zu können, wendet man ein geneigtes Schutzbrett E, Fig. 281, an, dessen untere Kante noch abgerundet wird, um die partielle Contraction des Wasserstrahles zu verhindern.

§. 142. Jedenfalls ist die Leistung unterschlägiger Kropfräder Unterschlägige Kropfräder.
noch kleiner als die mittelschlägiger, wo das Druckgefälle immer ein größeres ist. Der Grund hiervon ist leicht zu ermessen, da bei der Wirkung des

Unterschlächtige Kropfräder. Wassers durch den Stoß mindestens die Hälfte der disponiblen Leistung verloren geht, während bei der Druckwirkung durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume höchstens $1/4$ an der zu Gebote stehenden Leistung verloren wird. Die hierüber angestellten Versuche haben dies auch zur Genüge bewiesen. Das eine Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war 6 Meter hoch und 1,6 Meter lang und hatte 36 radial gestellte Schaufeln. Das Schutzbrett war $34\frac{1}{2}^0$ gegen den Horizont geneigt und die Mündung unter demselben stand noch 0,78 Meter vom Anfange des Kropfgerinnes ab. Das Totalgefälle betrug im Mittel 1,9 Meter, die Druckhöhe vor der Ausflußmündung aber im Mittel 1,4 Meter, es war demnach das Druckgefälle ohngefähr 0,5 Meter. Die Umfangsgeschwindigkeit des Rades war 2 bis 4 Meter und die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers 5 bis $5\frac{1}{2}$ Meter. So lange $\frac{v}{c}$ den Werth $= 0{,}63$ nicht übertraf, ergab sich der Wirkungsgrad im Mittel $\eta = 0{,}41$, wenn aber $\frac{v}{c}$ zwischen den Grenzen 0,5 und 0,8 war, so stellte sich η im Mittel nur 0,33 heraus. Wenn die schon früher gebrauchten Bezeichnungen, c, v, Q und h auch hier gelten, so hat man hiernach für die Leistung dieses Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, im ersten Falle

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1\right) Q\gamma,$$

und im zweiten $Pv = 0{,}60 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1\right) Q\gamma.$

Das zweite Rad, mit welchem Morin noch Versuche angestellt hat, war beinahe 4 Meter hoch, ohngefähr 0,8 Meter weit, 0,3 Meter tief und hatte nur 24 Schaufeln. Das Wasser floß aus der Mündung eines vertikalen Schutzbrettes, und gelangte von da durch ein 0,8 Meter langes horizontales Gerinne bis zum Rade. Dieses Gerinne sowie der Kropf war von Quadersteinen, und es hatte der schädliche Raum nur 0,005 Meter Weite. Das Gefälle betrug im Mittel 0,78 bis 1 Meter, die Druckhöhe des Wassers hinter der Schütze aber war 0,15 bis 0,45 Meter. Die Versuche wurden bei sehr verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten des Rades angestellt, bei sehr kleinen Geschwindigkeiten war der Wirkungsgrad auch sehr klein, bei der mittleren Geschwindigkeit von 1,5 Meter aber war er am größten, und wenn dann die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers hiervon nicht viel verschieden war, so stellte sich der größte Wirkungsgrad 0,49 heraus. Für die Geschwindigkeitsverhältnisse innerhalb der Grenzen $\frac{v}{c} = 1/4$ und $\frac{v}{c} = 4/4$ hat sich im Mittel genau wie beim vorigen Rade $\varkappa = 0{,}74$ herausgestellt, daher auch hier die Formel $Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1\right) Q\gamma$ gilt.

Morin macht nun mit den Resultaten seiner Versuche an Kropfrädern überhaupt, folgende Zusammenstellung. Für Räder, wo $h_1 = \frac{1}{4} h$ ist, läßt sich $\varkappa = 0{,}40$ bis $0{,}45$, wo $h_1 = \frac{2}{5} h$ ist, $\varkappa = 0{,}42$ bis $0{,}49$, wo $h_1 = \frac{2}{3} h$ ist, $\varkappa = 0{,}47$, wo $h_1 = \frac{3}{4} h$ ist, $\varkappa = 0{,}55$ setzen. Unterschlägige Kropfräder.

Beispiel. Man soll die Leistung eines unterschlägigen Kropfrades von 15 Fuß Höhe angeben, welches in der Minute 8 Umdrehungen macht, ein Gefälle von 4 Fuß und ein Wasserquantum von 20 Cubikfuß benutzt. Die Umfangsgeschwindigkeit ist $v = \frac{\pi u a}{30} = \frac{\pi . 8 . 15}{60} = 6{,}283$ Fuß; und wenn nun die Wassergeschwindigkeit doppelt so groß ist, so hat man die Druckhöhe des Wassers vor dem Schutzbrette, oder das sogenannte Stoßgefälle,

$$= 1{,}1 \,.\, \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \,.\, 0{,}016 \,.\, 12{,}566^2 = 2{,}779 \text{ Fuß};$$

daher bleibt für Druckgefälle $h_1 = 4 - 2{,}779 = 1{,}221$ Fuß übrig, und es ist nun die theoretische Leistung $L = (0{,}032 \,.\, 6{,}283^2 + 1{,}221) \,.\, 20 \,.\, 66 = (1{,}263 + 1{,}221) \,.\, 1320 = 3270$ Fußpfund. Nun hat man aber hier h_1 nur $\frac{1{,}221}{4} h = 0{,}3\, h$, daher möchte der Coefficient $\varkappa$ nur $0{,}42$ zu setzen, also die Leistung $L = 0{,}42 \,.\, 3279 = 1377$ Fußpfund zu nehmen, und hiervon selbst noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen sein.

§. 143. Die schwächsten Leistungen liefern die unterschlägigen Räder im **Schnurgerinne**, weil dieselben nur durch den Wasserstoß in Umdrehung gesetzt werden, und weil sie überdies noch ein bedeutendes Wasserquantum unbenutzt fortgehen lassen. Sie kommen nur bei unbedeutenden Gefällen von noch nicht 4 Fuß vor, weil hier die Anwendung eines Kropfes noch keine wesentlichen Vortheile gewährt. Wegen ihrer geringen Leistung ersetzt man sie gern durch Ponceleträder, oder durch Turbinen, wovon in der Folge die Rede sein wird. Man giebt diesen Rädern nur 12 bis 24 Fuß Höhe, und versieht sie mit 24 bis 48, meist radial oder unten wenig nach der Schütze zu schräg gestellten Schaufeln. Die Schaufeln müssen dreimal so breit gemacht werden, als der ankommende Wasserstrahl dick ist, weil das Wasser nach vollbrachtem Stoße mit dem Rade eine Geschwindigkeit annimmt, die bei der größten Wirkung 35 bis 40 Procent der Geschwindigkeit des Wassers vor dem Stoße ist, daher der fortfließende Wasserstrom $2\frac{1}{2}$ bis 3mal so dick ist, als der ankommende Wasserstrahl. In der Regel ist der ankommende Wasserstrahl 4 bis 6 Zoll dick, daher die Höhe des fortgehenden Wassers 10 bis 18 Zoll, und die nöthige Schaufelbreite, damit das Wasser nicht nach innen überfließe, 12 bis 20 Zoll. Das Schnurgerinne, in welchem ein gemeines unterschlägiges Rad hängt, ist entweder horizontal, wie AB, Fig. 282 (auf folgd. Seite), oder geneigt, wie AB, Fig. 283. Damit so wenig wie möglich Wasser unbenutzt durchgehe, darf der Zwischenraum Räder im Schnurgerinne.

Räder im Schnurgerinne.

zwischen Rad und Gerinne nur 1 bis 2 Zoll, besser soll er aber noch weniger betragen. Aus demselben Grunde ist es auch besser, wenn man, wie Fig. 284 vor Augen führt, eine schwache Krümmung in das Gerinne legt, und wenn man das Rad eng schaufelt, so daß immer 4 bis 5 Schaufeln in das Wasser eingetaucht sind. Die Spannschütze legt man gern schief, um die Ausflußmündung der Eintrittsmündung möglichst nahe zu bringen und die

Fig. 282.

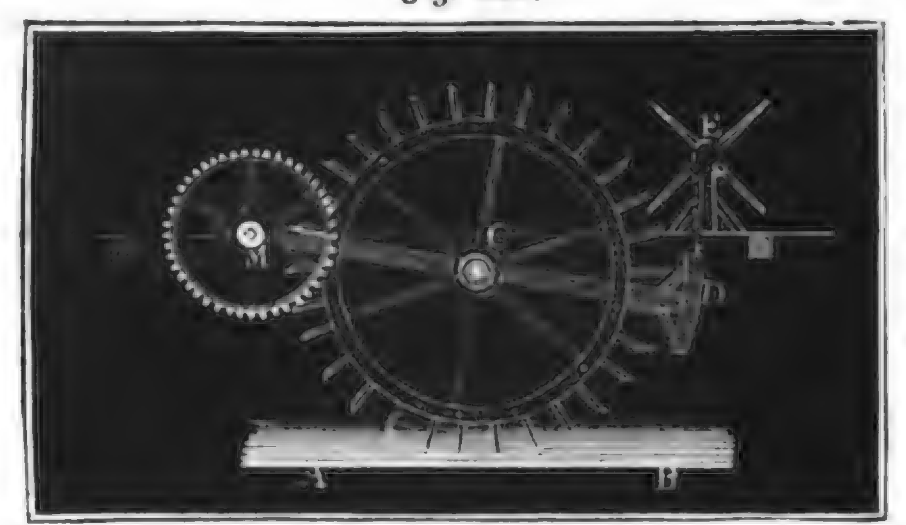


Fig. 283.

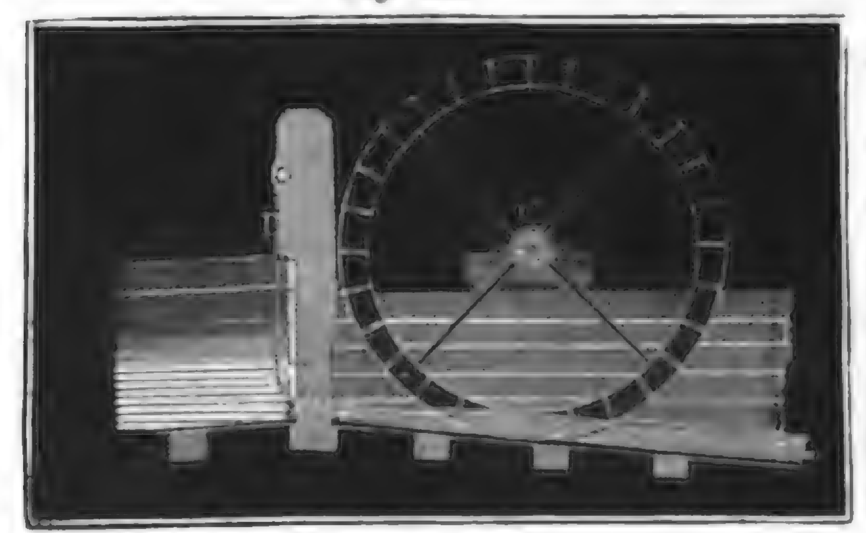
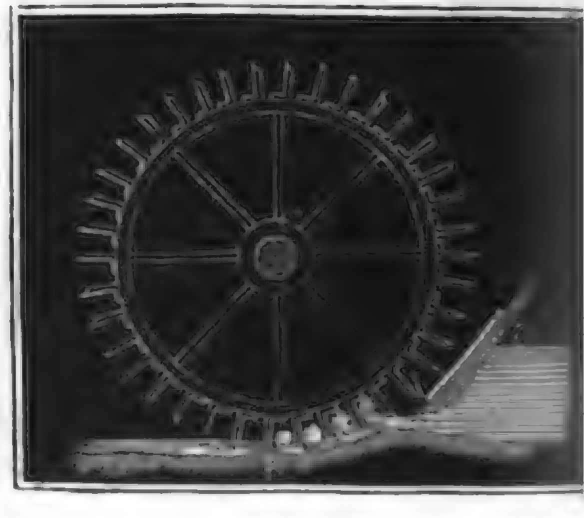


Fig. 284.

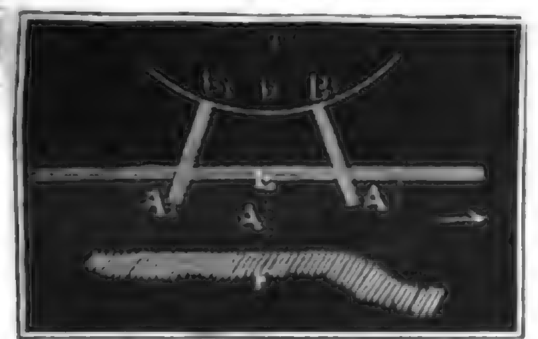


Contraction des Wasserstrahles möglichst zu beseitigen. Unter dem Rade bringt man oft einen Abfall an, weil hier ein Rückstau des Wassers bis zum Rade den Gang des Rades sehr stören oder ganz verhindern kann. Auch wendet man in solchen Fällen noch besondere Vorrichtungen zum Heben oder Senken des Rades und nach Befinden auch des Gerinnes an. Man nennt diese Vorrichtungen Pansterzeuge, und unterscheidet in den Werken über Mühlenbaukunst Stock- und Ziehpanster. Bei den ersteren wird das Angewelle (Angewäge) durch Hebeladen (siehe I., §. 127), bei den zweiten aber durch Ketten u. s. w. gehoben oder gesenkt. In Fig. 282 ist ein Ziehpanster abgebildet. Die Axe *M* des Hebels *MD* fällt hier mit der Umdrehungsaxe der Welle, welche die Bewegung fortpflanzt, zusammen, damit sich der Eingriff zwischen Rad und Getriebe beim Heben oder Senken des Rades nicht ändert. In *C* trägt dieser Hebel das Rad, und in *D* wird derselbe mittels eines Kreuzhaspels *E*

und einer Kette DE auf- oder niedergelassen. Um diese unvollkommenen oder kostbaren Vorrichtungen nicht nöthig zu haben, wendet man in neuerer Zeit bei veränderlichem Wasserstande lieber Turbinen statt unterschlägiger Wasserräder an, um so mehr, da sie auch mehr Leistung geben, als diese Räder.

§. 144. Ist c die Geschwindigkeit des Wassers und v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so hat man für die Leistung eines unterschlägigen Rades im Schnurgerinne die theoretische Formel $Pv = \frac{(c-v)\,v}{g} Q_1 \gamma$, Wasserverlust.
und also die Umdrehungskraft $P = \frac{c-v}{g} Q_1 \gamma = 2{,}112\,(c-v)\,Q_1$ (s. I. §. 426). Hier bezeichnet allerdings Q_1 das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum; es ist daher noch zu untersuchen, in welchem Verhältnisse dasselbe zum ganzen Aufschlagequantum steht. Der Wasserverlust bei einem Rade im Schnurgerinne ist aber ein doppelter. Erstens geht Wasser unbenutzt durch den Zwischenraum zwischen Rad und Gerinne hindurch, und es findet zweitens ein Wasserverlust dadurch statt, daß gewisse, namentlich tiefere Wasserelemente gar nicht zum Stoße gegen die vorausgehende Schaufel gelangen. Betrachten wir zunächst den Wasserverlust durch den schädlichen Raum. Die Höhe des schädlichen Raumes unter dem Rade ist veränderlich; steht die Schaufel AB, Fig. 285, am tiefsten Punkte, so ist diese Höhe dem kürzesten Abstande $AF = s$ des Rades vom Gerinne gleich, stehen aber zwei benachbarte Schaufeln $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ um gleichviel vom Tiefsten F ab, so ist die Höhe EF des schädlichen Raumes am größten.

Fig. 285.



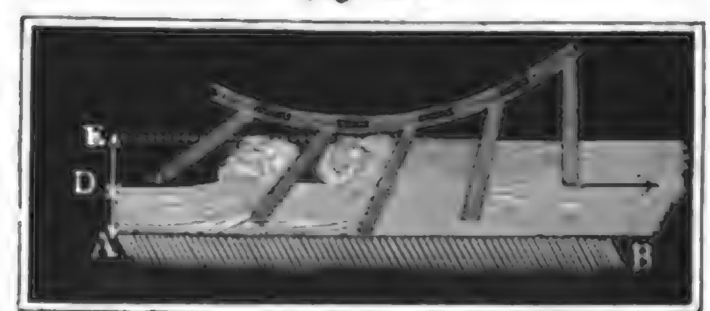
Setzen wir den Radhalbmesser $CA = a$, und die Schaufelzahl des Rades $= n$, so haben wir die halbe Entfernung $EA_1 = EA_2$ je zweier Schaufeln von einander $= \frac{2\pi a}{2n} = \frac{\pi a}{n}$, und daher die Bogenhöhe EA annähernd $= \frac{\overline{EA_1}^2}{2a} = \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{2}$; es stellt sich folglich die größte Höhe des schädlichen Raumes $= s + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{2}$ heraus, und es läßt sich sonach der mittlere Werth desselben $= s + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{4}$ setzen. Multipliciren wir hiermit die ganze Gerinneweite e_1, so bekommen wir den Querschnitt des schädlichen Raumes $= e_1 \left[s + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{4} \right]$, und es ist nur noch die Geschwindigkeit w zu

Wasserverlust. ermitteln, mit welcher das Wasser durch denselben entweicht. Steht die Oberfläche des Unterwassers in gleichem Niveau mit der Oberfläche des ankommenden Strahles, so kann das Wasser ungehindert mit der Geschwindigkeit c durch EF hindurchgehen, und es ist daher die unter dem Rade unbenutzt hinwegfließende Wassermenge

$$Q_2 = \left[s + \left(\frac{\pi}{2n}\right)^2 a \right] e_1 c;$$

steht aber die Oberfläche des Unterwassers höher als die des anstoßenden, welcher Fall allemal eintritt, wenn das Abzugsgerinne AB, Fig. 286, unter oder nahe hinter dem Rade keinen Abfall hat, so ist die Geschwindigkeit des entweichenden Wassers kleiner, weil hier ein Gegendruck vom Unterwasser dem Ausströmen entgegenwirkt.

Fig. 286.



Setzen wir die Strahldicke $AD = d_1$ und die Höhe AE des abfließenden Wassers $= d_2$, so haben wir aus bekannten Gründen $d_1 c = d_2 v$, und daher $d_2 = \frac{d_1 c}{v}$, so wie den Niveauabstand $d_2 - d_1 = \left(\frac{c-v}{v}\right) d_1$. Hiernach folgt die Geschwindigkeit des durch den schädlichen Raum entweichenden Wassers: $w = \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c-v}{v}\right) d_1}$, also der Wasserverlust

$$Q_2 = e_1 \left[s + \left(\frac{\pi}{2n}\right)^2 a \right] \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c-v}{v}\right) d_1}.$$

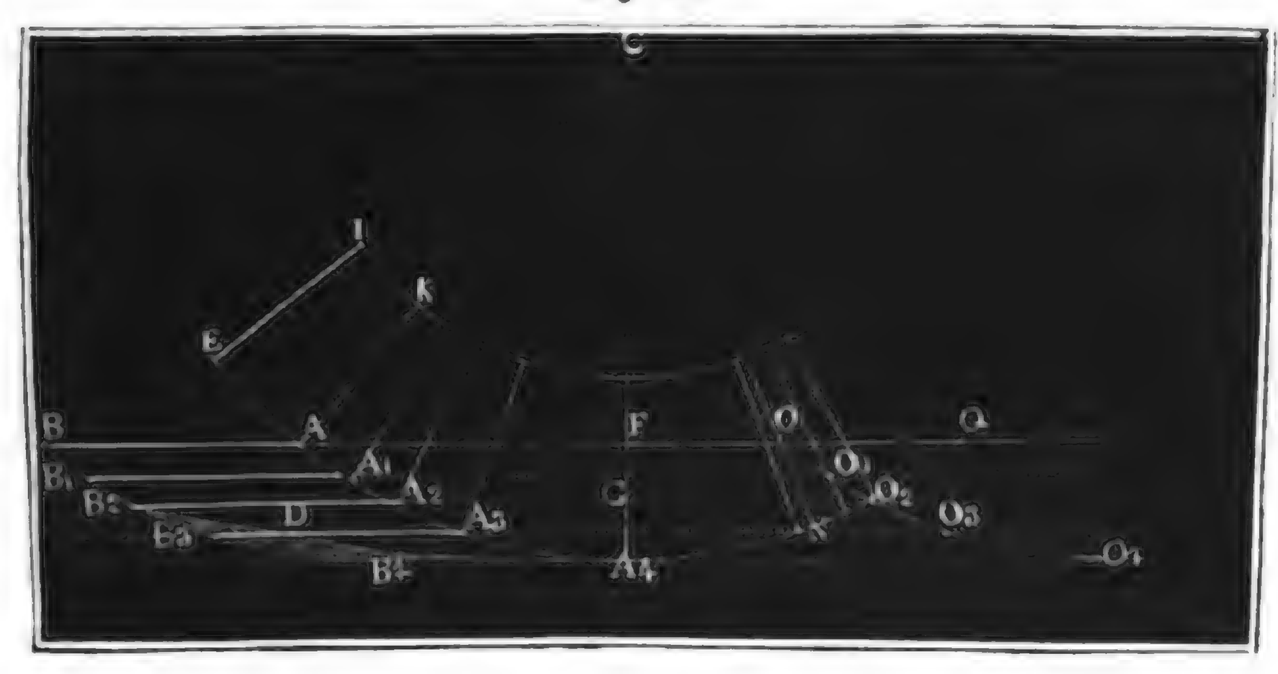
Dieser Ausdruck ist jedoch, wie der obere, noch mit einem Ausflußcoefficienten μ zu multipliciren, der wie beim Kropfrade $= 0{,}7$ gesetzt werden kann. Noch etwas Wasser fließt durch den schädlichen Raum zur Seite ab. Der Querschnitt des Wassers, welches auf diese Weise abfließt, ist $d_1 s$ zu setzen, und daher für den ersten Fall die Abflußmenge $Q_3 = 2\mu d_1 s c$, im zweiten aber $Q_3 = 2\mu d_1 s \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c-v}{v}\right) c_1}$.

Gerstner's Formel. §. 145. Das Wasserquantum, welches zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne zum Stoße zu gelangen, läßt sich, wenn auch nur annähernd, nach Gerstner auf folgende Weise ermitteln. Aus der Entfernung $AE = k$, Fig. 287, je zweier Schaufeln von einander ergiebt sich mit Hülfe der

Digitized by Google

Geschwindigkeiten c und v des Wassers und des Rades die Länge $AB = A_1B_1 = A_2B_2$ u. s. w. derjenigen Wasserfäden, welche in dem Zwischenraume Gerstner's Formel.

Fig. 287.



zwischen je zwei Schaufeln Platz finden, $l = \frac{c}{v} k$. Wenn nun von dem Wasserfaden AB das erste Element A die Schaufel AK in A trifft, so wird das letzte Element B desselben diese in einem Punkte O treffen, dessen Entfernung AO von A bestimmt ist durch die Gleichung $\frac{AO}{v} = \frac{BO}{c}$, oder $\frac{AO}{v} = \frac{AO}{c} + \frac{BA}{c}$, es folgt hiernach

$$AO = \left(\frac{v}{c - v}\right) BA = \frac{v\, l}{c - v};$$

ebenso ist für tiefere Wasserfäden

$$A_1O_1 = A_2O_2 = AO = \frac{v\, l}{c - v}.$$

Das letzte Element B_2 des Wasserfadens A_2B_2 trifft allerdings noch die Schaufel, dagegen das letzte Element B_3 eines tieferen Fadens A_3B_3 würde die Schaufel erst in O_3 erreichen, wo sich dieselbe in Folge ihrer Kreisbewegung aus der Bewegungsrichtung des Fadens A_3B_3 herausgezogen hat; es kann also dasselbe nicht zum Stoße gelangen. Aber nicht allein B_3, sondern ein ganzer Theil B_3D des Wasserfadens A_3B_3 kommt nicht zum Stoße, weil erst das Element D die Schaufel in N erreicht. Die Länge A_3D desjenigen Theiles vom Wasserfaden A_3B_3, welcher noch zum Stoße gelangt, ist bestimmt durch Umkehrung der obigen Formel, indem man setzt $A_3D = \frac{c - v}{v} \cdot A_3N$. Dies gilt für alle Wasserfäden

Digitized by Google

Gerstner's Formel.

zwischen A_2B_2 und A_4B_4, es ist daher auch der Inbegriff aller zwischen $A_2\,B_2\,D\,A_4\,A_3\,A_2$ liegenden und eine Schaufel stoßenden Wasserfäden $= \frac{c-v}{v}$ mal Summe aller Sehnen zwischen $A_2\,O_2$ und A_4, d. i. $= \frac{c-v}{v}$ mal Kreissegment $A_2\,O_2\,A_4$. Dieses Segment läßt sich aber (s. Ingenieur, Geometrie Seite 253) $= \frac{2}{3} A_2O_2 \,.\, A_4G = \frac{2}{3} AO \,.\, A_4G$ setzen; daher ist denn der Querschnitt der zum Stoße gelangenden Wassermenge $A_2B_2DA_4 = \frac{c-v}{v} \,.\, \frac{2}{3} \,.\, \frac{v\,l}{c-v} \,.\, A_4G = \frac{2}{3}\, l\, A_4G$, und hiernach das Verhältniß der zum Stoße gelangenden Wassermenge Q_4 zur ganzen Wassermenge:

$$\frac{Q_4}{Q} = \frac{\text{Fläche } ABB_2A_2 + \text{Fläche } A_2B_2DA_4}{\text{Fläche } ABB_4A_4} = \frac{l \,.\, FG + \frac{2}{3}\, l \,.\, A_4G}{l \,.\, A_4F}$$
$$= \frac{A_4F - \frac{1}{3} A_4G}{A_4F} = 1 - \frac{A_4G}{3A_4F}.$$

Ist nun a der Halbmesser CA des Rades, so läßt sich, den Eigenschaften des Kreises zufolge, annähernd $A_4F = \frac{\overline{AF}^2}{2\,a}$ und $A_4G = \frac{\overline{A_2G}^2}{2\,a}$, folglich $\frac{A_4G}{A_4F} = \frac{\overline{A_2G}^2}{\overline{AF}^2}$ setzen. Nun ist $A_2G = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{2} \frac{v\,l}{c-v}$, und $AF = \frac{1}{2} AQ = \frac{1}{2} n_1 k = \frac{1}{2} n_1 . \frac{v}{c}\, l$, wenn n_1 die Anzahl aller in's Wasser eingetauchten Schaufeln bezeichnet, daher folgt $\frac{A_4G}{A_4F} = \frac{1}{n_1^2} \cdot \left(\frac{c}{c-v}\right)^2$ und endlich die stoßende, oder Arbeit verrichtende Wassermenge

$$Q_4 = \left[1 - \frac{1}{3\,n_1^2} \left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q.$$

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, je größer also auch die Zahl n der Schaufeln überhaupt, und, da die Schaufelzahl mit dem Radhalbmesser wächst, je größer die Radhöhe ist.

Beispiel. Wenn ein unterschlägiges Rad im Schnurgerinne mit 3 Schaufeln in's Wasser eingetaucht ist, und halb so viel Geschwindigkeit hat als das ankommende Wasser, so beträgt das Verhältniß der stoßenden Wassermenge zur ankommenden: $\frac{Q_4}{Q} = 1 - \frac{1}{27} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 1 - \frac{4}{27} = \frac{23}{27} = 0{,}85$ Procent; es gehen also 15 Procent unbenutzt durch.

Anmerkung. Die obige Untersuchung setzt voraus, daß jedes Wasserelement, nachdem es gegen eine Schaufel gestoßen hat, dem folgenden Platz macht,

damit dieses ebenfalls die Schaufel stoßen könne. Da nach dem in I., §. 426 Vorgetragenen, jedes Wasserelement während seines Stoßes oder während seiner Wirkung gegen die Schaufel an dieser in die Höhe steigt, so möchte sich dieser Annahme nichts Wesentliches entgegensetzen lassen.

§. 146. Wenn wir nun auf die im Vorstehenden gefundenen Wasserverluste und auch noch auf die Zapfenreibung Rücksicht nehmen, so können wir die effective Leistung eines unterschlägigen Wasserrades mit ziemlicher Sicherheit bestimmen. Es ist nämlich Leistung unterschlägiger Räder.

$$Pv = \frac{(c-v)v}{g}\,(Q_4 - Q_2)\,\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv,$$

oder annähernd $Q_2 = sec = \frac{s}{d_1}Q$ und $Q_4 = \frac{1}{3n_1^2}\cdot\left(\frac{c}{c-v}\right)^2 Q$ gesetzt,

$$Pv = \frac{(c-v)v}{g}\left[1 - \frac{s}{d_1} - \frac{1}{3n_1^2}\cdot\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv.$$

Fig. 288.



In dem Falle, wenn, wie in Fig. 288 abgebildet ist, die Sohle des Abzugsgrabens mit der des Schußgerinnes zusammenfällt, und daher das Wasser nach vollbrachter Wirkung, wo es die Geschwindigkeit v des Rades angenommen hat, mit der Tiefe $AE = d_2 = \frac{c}{v} d_1$ fortfließt, findet noch eine Reaction des Wassers auf die Radschaufeln statt, deren mechanische Arbeit

$L_1 = (d_2 - d_1)\,Q\gamma = \left(\frac{c-v}{v}\right) d_1 Q\gamma$ zu setzen ist, da hier die Druckhöhe d_1 in d_2 übergeht.

Diese Arbeit fällt um so größer aus, je größer die Differenz $c - v$ der Geschwindigkeiten und je größer die Dicke $AD = d_1$ des ankommenden Wasserstrahles ist; um auf diese Weise wenig an Leistung zu verlieren, müßte daher das Rad schnell umgehen, und das Wasser in einem breiten und dünnen Strahle zufließen. Wir können indessen diese Arbeit der Reaction nur als relativen Verlust der Wirkung des Rades ansehen, keineswegs aber als absoluten Verlust, da dafür auch das Totalgefälle, von Wasserspiegel zu Wasserspiegel gemessen, um $d_2 - d_1$ und also auch die disponible Arbeit um $(d_2 - d_1)\,Q\gamma$ kleiner wird. Jedenfalls werden wir daher keinen beträchtlichen Fehler begehen, wenn wir bei der

Leistung unterschlägiger Räder. Berechnung auf diese Wirkung des Rades nicht Rücksicht nehmen, da es sich hier nur um ein paar Zoll Gefälle handelt. Es ist nun noch die Frage, bei welchem Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Radgeschwindigkeit zur Wassergeschwindigkeit wird die Leistung des unterschlägigen Rades am größten? Verhältnißmäßig ist hier der Verlust an Leistung, welchen das Rad durch die Zapfenreibung verliert, klein, wir können daher bei der Ermittelung des der Maximalleistung entsprechenden Verhältnisses $\frac{v}{c}$ dieselbe unbeachtet lassen, und haben daher dann nur das Maximum von

$$(c-v)\,v\left(1-\frac{s}{d_1}-\frac{c^2}{3n_1^2(c-v)^2}\right) \text{ oder}$$

$$\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(cv-v^2)-\frac{c^2v}{3n_1^2(c-v)}$$

zu finden. Der höhere Calcül findet die Bedingung

$$\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(c-2v)=\frac{c^3}{3n_1^2(c-v)^2}, \text{ wonach sich nun}$$

$$v=\frac{c}{2}\left(1-\frac{c^2}{3n_1^2\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(c-v)^2}\right) \text{ setzen läßt.}$$

Man ersieht hieraus, daß die Maximalleistung erlangt wird, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwas kleiner als die halbe Wassergeschwindigkeit ist.

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein unterschlägiges Wasserrad im Schnurgerinne, welches bei 3 Fuß Gefälle ein Aufschlagequantum Q von 20 Cubikfuß benutzt? Die theoretische Wassergeschwindigkeit ist

$$= \sqrt{2gh} = 7{,}906\,.\,\sqrt{3} = 13{,}69 \text{ Fuß},$$

die effective Geschwindigkeit des Wassers läßt sich aber $= 0{,}95\,.\,13{,}69 = 13$ Fuß setzen. Setzen wir die Strahlhöhe $d_1 = 4$ Zoll $= \frac{1}{3}$ Fuß, so müssen wir die Mündungsweite

$$e_1 = \frac{Q}{d_1\,c} = \frac{20}{\frac{1}{3}\,.\,13} = \frac{60}{13} = 4{,}615 \text{ Fuß}$$

und die Radweite e von 4,75 Fuß in Anwendung bringen. Rechnen wir nun auf den schädlichen Raum die Weite s von $\frac{3}{4}$ Zoll, so erhalten wir den Verlust des Wassers durch den schädlichen Raum: $\frac{s}{d_1} = \frac{\frac{3}{4}}{4} = \frac{3}{16}$. Geben wir ferner dem Rade einen Halbmesser $a = 10$ Fuß, so können wir es mit 48 Schaufeln, jede von 1 Fuß Breite, ausrüsten, und annehmen, daß vom ganzen Radumfange der Theil $\frac{2\sqrt{d_1\,.\,2a}}{2\pi a} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2d_1}{a}} = 0{,}318\sqrt{\frac{2}{30}} = 0{,}0822$ und von den sämmtlichen Radschaufeln $= 48\,.\,0{,}0822 = 3{,}95$ oder beinahe 4, in's Wasser eingetaucht sind. Wir können nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = {}^{13}/_{2} \left(1 - \frac{c^2}{3 \,.\, 16 \,.\, {}^{13}/_{16} (c-v)^2}\right) = {}^{13}/_{2} \left[1 - {}^{1}/_{39} \left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right]$$ setzen. Leistung unterschlägiger Räder.

Sehr leicht findet man hieraus annähernd $v = 0{,}45\,c$. Bringen wir aber wegen der Zapfenreibung $v = 0{,}43\,c$ in Anwendung, so erhalten wir die effective Leistung des Wassers

$$= \frac{0{,}57 \,.\, 0{,}43\,c^2}{g} \left[{}^{13}/_{16} - {}^{1}/_{48} \cdot ({}^{1}/_{0,57})^2\right] \,.\, 20 \,.\, 66$$

$$= 0{,}032 \,.\, 0{,}2451 \,.\, 169\,(0{,}8125 - 0{,}0641) \,.\, 1320 = 1308$$ Fußpfund.

Wenn noch das Gewicht dieses Rades 7200 Pfund beträgt, und hiernach die Halbmesser seiner Zapfen $= 0{,}024 \,.\, \sqrt{3600} = 1{,}5$ Zoll oder des allmäligen Abführens wegen, $= 1{,}75$ Zoll gemacht werden und der Reibungscoefficient $= 0{,}1$ gesetzt wird, so erhält man noch den Arbeitsverlust wegen der Zapfenreibung $= 0{,}1 \,.\, \frac{1{,}75}{12 \,.\, 10} \,.\, 7200 \,.\, 0{,}45 \,.\, 13 = 61$ Fußpfund, daher die effective Leistung $L = 1308 - 61 = 1247$ Fußpfund, $= 2{,}45$ Pferdekräfte, und endlich den Wirkungsgrad $\eta = \frac{1247}{3 \,.\, 20 \,.\, 66} = \frac{1247}{3960} = 0{,}315$.

§. 147. Ueber die Leistungen unterschlägiger Räder im Schnurgerinne sind nur Versuche an Modellen, und zwar von De Parcieux, Bossut, Smeaton, Nordwall und Lagerhjelm u. s. w. bekannt. Die vorzüglichsten unter ihnen sind aber die von Smeaton und Bossut. Im Wesentlichen stimmen die Ergebnisse aller dieser Untersuchungen nicht allein unter sich, sondern auch mit der Theorie überein. Die Wirkungen der Räder wurden bei allen diesen Versuchen dadurch ermittelt, daß man durch sie mittels einer Schnur, welche sich um die Welle des Rades umwickelte, Gewichte heben ließ. Smeaton machte seine Versuche (siehe Recherches expériment. sur l'eau et le vent etc.) an einem kleinen Rade von 75 Zoll Umfang, mit 24 vier Zoll langen und drei Zoll breiten Schaufeln. Das Hauptergebniß, zu welchem er gelangte, ist: der größte Wirkungsgrad eines unterschlägigen Wasserrades im Schnurgerinne findet bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}34$ bis $0{,}52$ statt, und beträgt $0{,}165$ bis $0{,}25$. Bossut gebrauchte bei seinen Versuchen ein Rad von 3 Fuß Höhe mit 48 oder 24 oder 12 Schaufeln von 5 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Breite. Er fand, ganz der Theorie entsprechend, die Wirkung bei 48 Schaufeln größer als bei 24, und bei 24 größer als bei 12; auch folgerte er, daß es zweckmäßig sei, circa 25^0 vom Radumfange, oder ${}^{25}/_{360} \,.\, 48 = {}^{10}/_{3}$, also mehr als 3 Schaufeln in's Wasser eintauchen zu lassen. Aus den Versuchen Bossut's an dem Rade mit 48 Schaufeln stellt sich ein etwas größerer Wirkungsgrad heraus, als ihn die Smeaton'schen Versuche geben; Gerstner, welcher auch findet, daß die Bossut'schen Versuche mehr mit seiner Theorie übereinstimmen, als die von Smeaton, mißt diese Abweichung dem Umstande bei, daß das

Effective Leistungen.

Effective Leistungen.

Rad von Smeaton eine kleinere Schaufelzahl hatte als das von Bossut, und daß bei demselben auch ein beträchtlicher Rückstau statt fand. Im Mittel läßt sich aus den Versuchen beider für die effective Leistung eines solchen Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, setzen:

$$L = 0{,}61 \frac{(c-v)\,v}{g} Q\gamma = 1{,}288\ (c-v)\,v\,Q \text{ Fußpfund.}$$

Diese Formel ist jedoch, Erfahrungen zufolge, nur dann genügend, wenn der Spielraum $1\frac{1}{2}$ Zoll nicht übertrifft; außerdem hat man statt $Q = Fc$, wo F den Inhalt des in's Wasser getauchten Flächenstücks der Schaufeln bezeichnet, und 0,76 statt 0,61; nach Christian (s. dessen Mécanique industr.) also

$$L = 0{,}76\ F\gamma\ .\ \frac{(c-v)}{g}\ cv = 1{,}605\,(c-v)\,Fcv \text{ Fußpfund zu setzen.}$$

Uebrigens läßt sich auch aus allen diesen Versuchen folgern, daß die größte Wirkung, wie auch die Theorie giebt, bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}4$ stattfindet, daß aber bei großen Geschwindigkeiten dieses Verhältniß etwas kleiner, und bei großen Wassermengen etwas größer ausfällt.

In Schweden angestellte Versuche an Modellrädern, eins von 3 und eins von 6 Fuß Durchmesser, jenes mit 72 und dieses mit 144 Schaufeln, werden in dem zweiten Bande des schon oben citirten Werkes von Lagerhjelm, Forselles und Kallstenius beschrieben. Ihnen zufolge stellt sich der Wirkungsgrad eines Rades im Schnurgerinne noch größer, nämlich ohne Rücksicht auf Reibung, 0,3 bis 0,35 heraus, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nahe $\frac{1}{2}$ ist. Da hier die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr groß war, so läßt sich erwarten, daß hier nur sehr wenig Wasser ohne Wirkung fortging, und es ist daher diese hohe Wirkung des Rades erklärlich und mit der Theorie in Uebereinstimmung.

Beispiel. Die empirische Formel $L = 1{,}288\ (c-v)\ Qv$ giebt für den im Beispiele zu §. 146 behandelten Falle, wo $c = 13$, $v = 0{,}43\ .\ c = 5{,}59$ und $Q = 20$ ist, die Leistung des Rades $= 1{,}288\ .\ 0{,}57\ .\ 0{,}43\ .\ 20\ .\ 13^2 = 1067$ Fußpfund, während wir durch die theoretische Formel 1308 Fußpfund gefunden haben.

Theilung der Wasserkraft.

§. 148. Man vertheilt sehr oft eine vorhandene Wasserkraft auf mehrere Räder, nicht allein, weil ein Rad allein zu groß ausfallen würde, sondern auch, und zwar vorzüglich, um die Arbeitsmaschinen unabhängig von einander in Gang setzen zu können, und keine Stellvorrichtungen zum An- und Abschluß mehrerer Arbeitsmaschinen an eine und dieselbe Kraftmaschine nöthig zu haben. Bei dieser Theilung können aber zwei Fälle vorkommen,

man kann nämlich entweder das Wasser oder man kann das Gefälle theilen. Im Allgemeinen läßt sich annehmen, daß bei Druckrädern eine Theilung des Wasserquantums und bei Stoßrädern eine Theilung des Gefälles das Zweckmäßigere ist, denn wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß der Wirkungsgrad eines höheren oberschlägigen Rades größer ist, als der eines kleineren oberschlägigen oder gar mittelschlägigen Rades, und umgekehrt, können wir leicht ermessen, daß der Verlust durch den Stoß des Wassers und der durch den schädlichen Raum kleiner ist bei zwei hinter einander hängenden Rädern als bei zwei neben einander hängenden, weil die der verlorenen Wirkung entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{(c-v)^2}{2g}$ (s. I., §. 426) und das Verhältniß $\frac{s}{d_1}$ des schädlichen Raumes zur Wassertiefe kleiner ist, als im letzteren Falle. Bei mittelschlägigen Kropfrädern, wo das Wasser durch Druck und Stoß wirkt, und wo der Wasserverlust vorzüglich von $\frac{s}{d_1}$ abhängt, ist im Allgemeinen der Vorzug der einen Theilungsweise vor der anderen unbestimmt, und es muß einer besonderen Untersuchung überlassen bleiben, in einem speciellen Falle den Vorzug der einen Theilung vor der anderen zu ermitteln. Im Folgenden möge nur noch von der Theilung der Wasserkraft unterschlägiger Räder im Schnurgerinne die Rede sein.

Theilung der Wasserkraft.

Denken wir uns zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Schnurgerinne hängend, und nehmen wir an, daß das Wasser an das zweite Rad mit der Geschwindigkeit (v_1) ankomme, mit welcher das erste Rad umgeht. Ist nun noch c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritte in das erste Rad und v_2 die Geschwindigkeit des zweiten Rades, Q aber das Aufschlagsquantum für beide Räder, und μ eine Erfahrungszahl (1,288), so hat man die Leistungen dieser Räder:

$$L_1 = \mu\,(c - v_1)\,v_1\,Q \text{ und } L_2 = \mu\,(v_1 - v_2)\,v_2\,Q.$$

Sollen nun beide Räder gleichviel leisten, so hat man $(c - v_1)v_1 = (v_1 - v_2)v_2$ zu setzen, und wenn man nun noch, um der Maximalleistung sehr nahe zu kommen, $v_2 = \frac{1}{2} v_1$ annimmt, $(c - v_1)\,v_1 = \frac{1}{4} v_1^2$ oder $c - v_1 = \frac{1}{4} v_1$, und hiernach $v_1 = \frac{4}{5}c$, und $v_2 = \frac{2}{5}c$; die Leistung beider Räder zusammen aber, $L = L_1 + L_2 = 2\mu\,(c - \frac{4}{5}c)\,\frac{4}{5}\,e\,Q = \frac{8}{25}\mu\,c^2 Q = 0{,}32\,\mu c^2 Q$, während, wenn man nur ein Rad angewendet hätte, die Leistung $= \frac{1}{4}\mu c^2 Q$ oder $= 0{,}25\,\mu c^2 Q$ ausgefallen wäre. Hiernach stellt sich also bei der Anwendung zweier Räder ein Arbeitsgewinn von $32 - 25 = 7$ Procent heraus. Bei Anwendung dreier Räder fiele dieser Gewinn noch größer aus. Für das dritte Rad ließe sich auch $L_3 = \mu\,(v_2 - v_3)\,v_3 Q$, wo v_3 die Umfangsgeschwindigkeit des dritten Rades bezeichnet, setzen. Machen wir nun wieder $v_3 = \frac{1}{2}v_2$, und be-

Theilung der Wasserkraft. dingen wir wieder, daß das eine Rad so viel Leistung geben soll als das andere, so erhalten wir $v_2 = {}^4/_5 v_1$, und $c - v_1 = {}^4/_{25}\, v_1$, daher $v_1 = {}^{25}/_{29}\, c$, $v_2 = {}^{20}/_{29}\, c$, und $v_3 = {}^{10}/_{29}\, c$, die Leistungen aller drei Räder zusammen aber

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 3\mu\,(c - v_1)\,v_1 Q = 3\mu \,.\, {}^4/_{29} \,.\, {}^{25}/_{29}\, c^2 Q$$
$$= {}^{300}/_{841}\, \mu\, c^2\, Q = 0{,}356\ \mu\, c^2\, Q,$$

es resultirt also in Hinsicht auf ein einziges Rad ein Arbeitsgewinn von 35,6 — 25 = 10,6 Procent.

Allerdings wird dieser Gewinn durch die größere Zapfenreibung wieder etwas vermindert.

Anmerkung. Wenn wir die Bedingung, daß die Räder in einem Schnurgerinne gleiche Leistung hervorbringen, fallen lassen, so stellt sich der Vortheil der Anwendung mehrerer Räder noch größer heraus. Denken wir uns bei Behandlung dieses Falles den Wasserverlust durch ein genaues, und auf 3 bis 4 Schaufeln concentrisch an das Rad anschließendes Schutzgerinne klein genug, um ihn ganz bei Seite setzen zu können. Dann erhalten wir für die Leistung des ersten Rades: $L_1 = \frac{(c - v_1)\, v_1}{g}\, Q\gamma$ und die des zweiten

$$L_2 = \frac{(v_1 - v_2)\, v_2}{g}\, Q\gamma,$$

also die Leistung beider: $L = [(c - v_1)\, v_1 + (v_1 - v_2)\, v_2]\, \frac{Q\gamma}{g}$.

Damit diese ein Maximum werde, ist zunächst $v_2 = {}^1/_2\, v_1$ zu machen, und da sich hiernach $L = (c - {}^3/_4\, v_1)\, v_1\, \frac{Q\gamma}{g}$ herausstellt, wieder ${}^3/_4\, v_1 = {}^1/_2\, c$, also $v_1 = {}^2/_3\, c$ und $v_2 = {}^1/_3\, c$,

$$\text{aber } L = ({}^2/_3 \cdot {}^1/_3 + {}^1/_3 \cdot {}^1/_3)\, \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^1/_3\, \frac{c^2 Q \gamma}{g} = 0{,}333\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein nur $0{,}250\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ und zwei Räder bei gleicher Wirkung, $0{,}320\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben würden. Bei drei Rädern stellt sich der Vortheil noch größer heraus, hier ist nämlich $v_1 = {}^3/_4\, c$, $v_2 = {}^2/_4\, c$, und $v_3 = {}^1/_4\, c$, und daher die Wirkung aller

$$L = ({}^3/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^2/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^1/_4 \cdot {}^1/_4)\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = {}^3/_8 \cdot \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}375\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein $= 0{,}25\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$, und drei Räder bei gleicher Wirkung, $= 0{,}356\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben.

Für vier Räder stellt sich $v_1 = {}^4/_5\, c$, $v_2 = {}^3/_5\, c$, $v_3 = {}^2/_5\, c$, $v_4 = {}^1/_5\, c$,

$$\text{und } L = \frac{(4 + 3 + 2 + 1)}{25} \cdot \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^2/_5 \cdot \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^4/_5 \cdot Q h \gamma$$

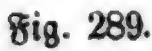
heraus, wenn h die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ bezeichnet. Für fünf Räder folgt $L = {}^5/_6\, Q h\gamma$, und für n Räder $= \frac{n}{n+1}\, Q h\gamma$, also für unendlich viel Räder

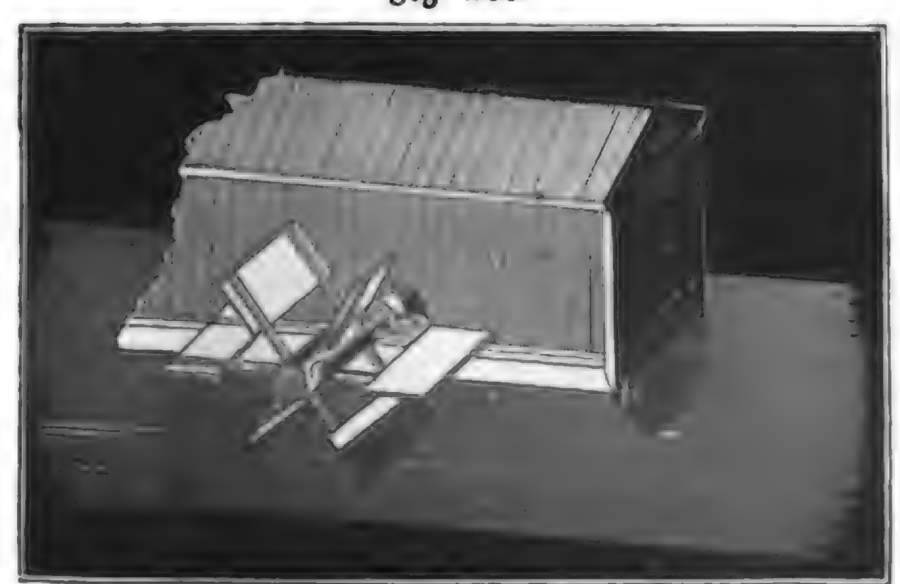
$L = Q h \gamma$, während ein Rad L doch nur $\frac{1}{2} Q h \gamma$ gäbe. Bloß vom theoretischen Gesichtspunkte aus betrachtet, sieht man hiernach, daß viele Räder hinter einander beinahe das ganze Arbeitsvermögen ($Q h \gamma$) des Wassers in sich aufnehmen, während ein Rad allein nur halb so viel Arbeit ($\frac{1}{2} Q h \gamma$) verrichtet, als das Wasser leisten kann.

Mehrere Räder neben einander leisten natürlich zusammen eben so viel, als ein einziges.

§. 149. Noch hat man **freihängende Räder**, welche von keinem Gerinne umschlossen sind, sondern in einem weiten Kanale oder Flusse hängen, und deshalb nur einen Theil von der Breite des fließenden Wassers einnehmen. Es gehören hierher vorzüglich die sogenannten **Schiffmühlenräder**, deren Zapfen auf Kähnen oder Schiffen ruhen, die durch eingeworfene Anker, angehängte Steine oder am Ufer befestigte Seile festgehalten werden. Zuweilen befindet sich nur das eine Angewelle auf einem Schiffe, während das andere zwischen zwei Säulen am Ufer festgehalten wird. Ruhen beide Zapfen auf Schiffen, so befindet sich die ausübende Maschine ebenfalls auf einem Schiffe, daher der Name **Schiffmühle**, ruht aber nur der eine Zapfen auf einem Schiffe, so nimmt die ausübende Maschine ihren Platz auf dem Lande ein. Schiffmühlenräder.

Die Construction der Schiffmühlenräder weicht insofern in der Regel von der anderer Räder ab, als diese Räder oft mit gar keinem Kranze ausgerüstet, ihre Schaufeln aber unmittelbar auf den Radarmen befestigt sind. Diese Räder sind nur 12 bis 15 Fuß hoch und haben oft nur sechs Schaufeln; es ist jedoch besser, ihnen 12 oder mehr Schaufeln zu geben. Die Schaufeln muß man sehr lang und breit machen, damit sie einen großen Wasserstrom aufnehmen, der ohnedies wegen seiner meist sehr mäßigen Geschwindigkeit, keine große lebendige Kraft besitzt. Die Länge der Schaufeln beträgt 6 bis 18 Fuß und die Breite 1 bis 2 Fuß. Es ist übrigens zweckmäßig, den Schaufeln 10° bis 20° Neigung unten gegen den Strom zu geben, sie mit Leisten einzufassen und nicht viel über die Hälfte in's Wasser eintauchen zu lassen.

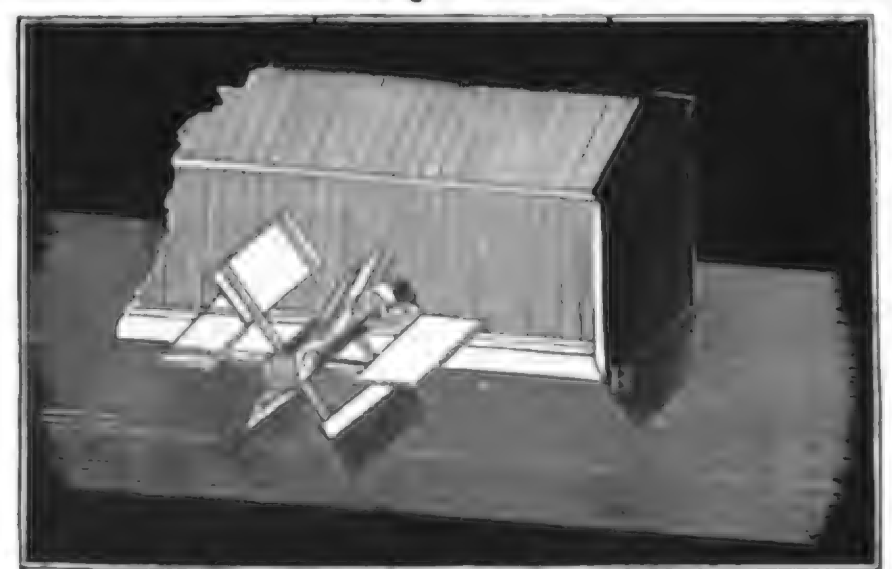

Fig. 289.



Figur 289 zeigt das Aeußere einer **Schiffmühle** (fr. moulin à nef; engl. ship-mill); *A* ist das Mühlengebäude, *B* das mit ihm ein Ganzes ausmachende

Schiffmühlenräder. Schiff, und C ist das nur mit sechs Schaufeln ausgerüstete Wasserrad. Die Welle dieses Rades geht durch das Gebäude hindurch und es befindet sich auf der anderen Seite desselben noch ein zweites Rad. Bei dieser Einrichtung, wo allerdings sehr lange Schaufeln nicht angewendet werden können, befinden sich die Angewelle zwischen den Rädern und im Mühlengebäude selbst.

Fig. 290.



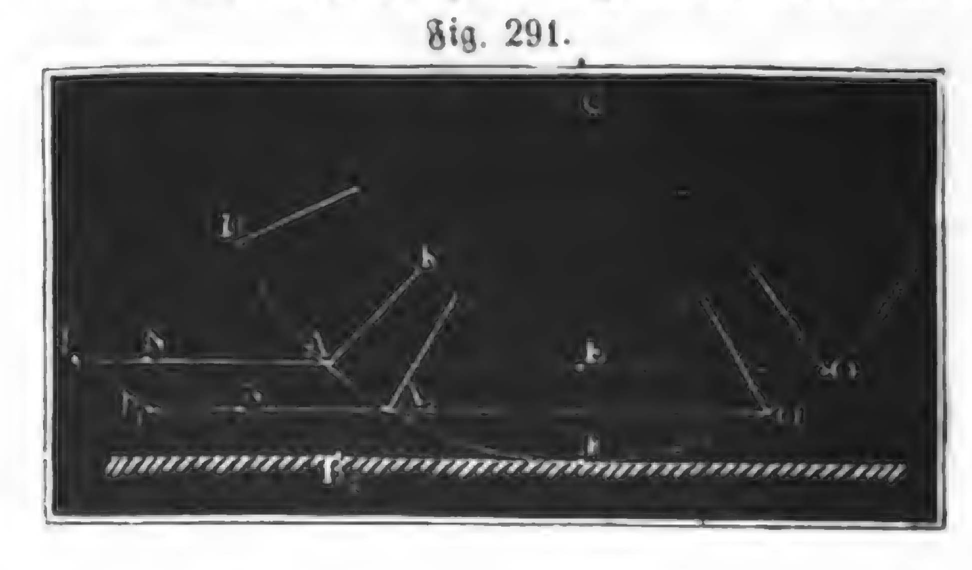
Die Leistungen der Schiffmühlenräder sind aus doppelten Gründen kleiner als die der Räder, welche in Gerinnen hängen, denn es weicht hier nicht nur ein Theil des Wassers zur Seite der Schaufeln und unter denselben aus, sondern es geht auch hier ein größeres Wasserquantum durch das Rad, ohne zum Stoße zu gelangen, weil die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr klein, zuweilen sogar nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 ist.

Leistung freihängender Räder. §. 150. Wir können die theoretische Leistung eines freihängenden Wasserrades wie die eines Rades im Gerinne durch die Formel

$$L = Pv = \frac{(c-v)\, v\, c}{g} F\gamma$$

setzen, wenn wieder c und v die Geschwindigkeiten des Wassers und Rades, F aber den Inhalt des eingetauchten Theiles einer Schaufelfläche (ohne Rücksicht auf die Aufstauung vor derselben) bezeichnet. Wegen der Wasserverluste müssen wir aber diesen Ausdruck noch durch einen Coefficienten multipliciren, dessen Werth wir nach Gerstner wenigstens theilweise bestimmen können. Ist die Zahl n_1 der eingetauchten Schaufeln nicht sehr

Fig. 291.



klein, so haben wir auch hier wie bei den unterschlägigen Rädern das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum Leistung freihängender Räder.

$$Q_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3\,n_1^{\,2}\,(c-v)^2}\right) Q;$$

ist sie aber klein, so trifft vielleicht schon der oberste Wasserfaden AB einer Zelle AD, Fig. 291, nicht vollständig die Schaufel AK vor ihm, es ist vielmehr nur ein Theil AN desselben, welcher noch zum Stoße gelangt. In diesem Falle findet ein Wasserverlust bei allen Wasserfäden statt, und es ist das Verhältniß des stoßenden Wasserquantums zum ankommenden:

$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } A N N_1 F}{\text{Fläche } A B B_2 F}$, oder, da nach II. §. 145, Fläche $A N N_1 F$ $= \frac{c-v}{v}$ mal Segment AOF ist,

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{c-v}{v}\right).AO}{AB} = \frac{2}{3}\left(\frac{c-v}{v}\right).\frac{n_1 AD}{\frac{c}{v}\,.\,AD} = \frac{2n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right).$$

Es ist also in diesem Falle die Leistung des Wasserrades

$$\text{I. } L = \frac{(c-v)v}{g}.\frac{2n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right)Q\gamma = \frac{2}{3}n_1\frac{(c-v)^2v}{gc}Q\gamma = \frac{2}{3}n_1\frac{(c-v)^2v}{g}F\gamma.$$

Die größte Leistung findet hiernach nicht für $v = \frac{1}{2}c$, sondern für $v = \frac{1}{3}c$ statt, und beträgt

$$L = \frac{2}{3}n_1\,.\,\frac{4}{27}\,.\,\frac{c^3}{g}F\gamma = \frac{8\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^3}{g}F\gamma.$$

Setzt man noch $Fc = Q$, so erhält man

$$L_1 = \frac{8\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^2}{g}Q\gamma = \frac{16\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^2}{2g}Q\gamma,$$

und daher den Wirkungsgrad $\eta = \frac{16\,n_1}{81}$, z. B. für $n_1 = \frac{3}{2}$,

$$\eta = \frac{24}{81} = \frac{8}{27} = 0{,}296.$$

Die letzte Formel findet jedoch keine Anwendung, wenn die Zahl der Schaufeln beträchtlich ist, denn sie setzt voraus, daß $AN < AB$, also $\frac{c-v}{v}.AO < AB$, oder $\frac{c-v}{v} < \frac{\frac{c}{v}AD}{n_1 AD}$, d. i. $n_1 < \frac{c}{c-v}$ sei. Ist nun z. B. $v = \frac{1}{3}c$, so erhält man zur Bedingung, daß $n_1 < \frac{3}{2}$ sei, ist aber $v = \frac{1}{2}c$, so folgt die Bedingung $n_1 < 2$ u. s. w. Es tritt also in dem Falle, wenn 2 oder mehr Schaufeln unter das Wasser tauchen, der eben abgehandelte Fall nicht ein, und es gilt dann die Formel für Räder

Leistung freihängender Räder.

im Gerinne auch hier, nämlich

$$\text{II. } L = \left(1 - \frac{c^2}{3 n_1^2 (c-v)^2}\right) \frac{(c-v) v c}{g} F\gamma.$$

Uebrigens läßt sich die Zahl n_1 der eingetauchten Schaufeln aus der Anzahl aller Schaufeln leicht berechnen, wenn man den Radhalbmesser a und die Tiefe $EF = e_1$ der Eintauchung giebt, es ist nämlich $\frac{n_1}{n} = \frac{AO}{2\pi a}$, oder, da sich $AO = 2AE \,.\, 2\sqrt{2 a e_1}$ setzen läßt,

$$\frac{n_1}{n} = \frac{\sqrt{2 a e_1}}{\pi a} = 0{,}45 \sqrt{\frac{e_1}{a}}.$$

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein Schiffmühlenrad von 15 Fuß Höhe und mit 8, zwölf Fuß langen Schaufeln, welche 1 Fuß tief in's Wasser tauchen, wenn letzteres mit 5 Fuß Geschwindigkeit anstößt? Wir haben hier

$$\frac{n_1}{n} = 0{,}45 \sqrt{\frac{1}{7{,}5}} = 0{,}45 \,.\, 0{,}365 = 0{,}164,$$

daher $n_1 = 0{,}164 \,.\, 8 = 1{,}3$ und folglich die Formel

$$L = {}^2/_3\, n_1 \frac{(c-v)^2 v F\gamma}{g}$$

in Anwendung zu bringen. Lassen wir nun das Rad mit 2 Fuß Geschwindigkeit umgehen, so erhalten wir die in Frage stehende Leistung

$$L = {}^2/_3 \,.\, 1{,}3 \,.\, \frac{3^2 \,.\, 2}{g} \,.\, 12 \,.\, 1 \,.\, 66 = 0{,}032 \,.\, 1{,}3 \,.\, 9 \,.\, 1056 = 395 \text{ Fußpfund}.$$

Giebt man diesem Rade 16 Schaufeln, um eine größere Leistung zu gewinnen, so hat man $n_1 = 2{,}6$ und daher nach der Formel II.,

$$L = \frac{(5-2)\, 5 \,.\, 3}{g} \left(1 - \frac{5^2}{3 \,.\, 2{,}6^2 \,.\, 3^2}\right) \,.\, 12 \,.\, 1 \,.\, 66 = 0{,}032 \,.\, 0{,}863 \,.\, 35640$$
$$= 984 \text{ Fußpfund}.$$

Versuche.

§. 151. Versuche über die Leistungen der Wasserräder im unbegrenzten Strome sind von Deparcieux, Bossut und Poncelet angestellt worden. Am ausgedehntesten sind die allerdings nur an einem Modellrade vorgenommenen Versuche von Bossut. Dieses Rad hatte eine Höhe von 0,975 Meter, und enthielt 24 Schaufeln von 0,135 Meter Länge, welche 0,108 Meter tief in dem Wasser gingen, das eine Geschwindigkeit von 1,854 Meter besaß. Aus den Resultaten der Versuche berechnet sich der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v)^2 v}{g} \,.\, F\gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu geben: $\mu = 1{,}37$ bis 1,79, dagegen der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v) v c}{g} F\gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu erhalten, $\mu = 0{,}847$ bis

0,706 (s. D'Aubuisson's Hydraulik, §. 352). Die Grenzwerthe des letzteren Coefficienten sind einander etwas näher, als die des ersteren, da aber die Zahl der Radschaufeln 24 betrug, so ist es auch nicht anders zu erwarten, denn es findet hier jedenfalls die Formel II. des vorigen Paragraphen, Versuche.

$$L = \left(1 - \frac{c^2}{3\,n_1^{\,2}(c-v)^2}\right)\frac{(c-v)\,c\,v}{g}\,F\gamma,$$

ihre Anwendung. In der Regel wird man die Schaufelzahl so groß machen, daß immer mindestens 2 Schaufeln in's Wasser tauchen, und daher die letzte Formel mit dem mittleren Coefficienten $\mu = 0,8$ anwenden, also

$$L = 0,8\,\frac{(c-v)\,c\,v}{g}\,F\gamma = 1,69\,(c-v)\,c\,v\,F \text{ Fußpfund}$$

setzen können.

Hiermit stimmen aber auch die Beobachtungen von Poncelet, welche derselbe an drei Rädern in der Rhone angestellt hat, überein. Diese Räder hatten $2\frac{1}{2}$ bis $2\frac{2}{3}$ Meter lange Schaufeln, welche $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ Meter tief im Wasser gingen, das $1\frac{1}{5}$ bis 2 Meter Geschwindigkeit besaß. Auch führt Poncelet noch eine Beobachtung von Boistard und eine andere von Christian an, welche beide gut hiermit übereinstimmen.

Nach den Versuchen von Bossut findet, ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie, die größte Wirkung statt, wenn das Rad mit der Geschwindigkeit $v = 0,4\,c$ umgeht; auch hat Poncelet gefunden, daß bei den soeben besprochenen Rädern in der Rhone das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0,4$ war.

Wenn wir in der obigen Formel $v = 0,4\,c$ einsetzen, so bekommen wir die effective Leistung

$$L = 0,8\,.\,\frac{0,6\,.\,0,4\,c^3}{g}\,F\gamma = 0,192\,\frac{c^3}{g}\,F\gamma = 0,384\,\frac{c^2}{2g}\,Q\gamma,$$

und also den Wirkungsgrad $\eta = 0,384$.

Die Versuche Deparcieux's waren besonders darauf gerichtet, die vortheilhafteste Stellung der Schaufeln zu finden; aus ihnen folgt, wie aus denen von Bossut, daß eine Neigung von 60° gegen den Strom die vortheilhafteste ist.

Anmerkung. Es ist lange in Zweifel gezogen worden, welche von den Formeln

$$L = \frac{\mu\,(c-v)^2\,v}{g}\,F\gamma \text{ oder } L = \frac{\mu_1\,(c-v)\,c\,v}{g}\,F\gamma$$

die richtigere sei; man hat jene die Parent'sche und diese die Borda'sche genannt. Wenn nun auch bei einem Rade im unbegrenzten Wasser nicht alles Wasser, welches gegen die Schaufeln anrückt, nach dem Stoße die Geschwindigkeit der Schaufeln annimmt, da dem Wasser Gelegenheit zum Entweichen am Umfange gegeben wird, so läßt sich doch bei dem so großen Inhalte einer Schaufelfläche erwarten, daß wenigstens der größere Theil des Wassers bei dem Stoße

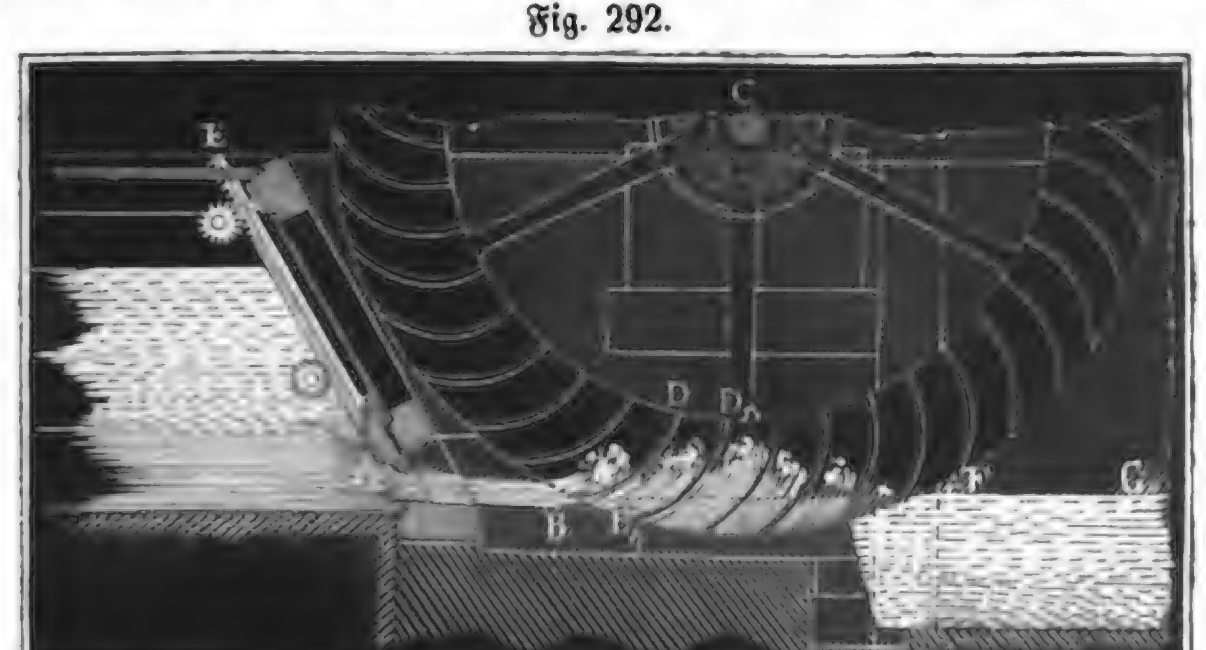
Versuche. gegen die Schaufel die Geschwindigkeit derselben annimmt, und aus diesem Grunde ist die größere Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Borda'schen Formel erklärlich. Die in II. §. 145 entwickelte Gerstner'sche Formel stimmt mit der Parent'schen natürlich in der Form zusammen, denn die Parent'sche Formel ist ohne Coefficient $L = \frac{(c - v)^2 v}{2g} F\gamma$, und unter der Voraussetzung entwickelt, daß der Stoß durch die der relativen Geschwindigkeit $c - v$ entsprechende Geschwindigkeitshöhe gemessen werde. (Vergleiche I. §. 430, wo die Stoßkraft $= 1,86 \frac{c^2}{2g} F\gamma$ angegeben wird, wenn $v = 0$ ist.)

Beispiel. Für das Schiffmühlenrad, welches wir schon im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelt haben, ist $c = 5$, $v = 2$, $F = 12.1 = 12$, daher die effective Leistung nach Poncelet: $L = 1,69 . 3 . 2 . 5 . 12 = 608$ Fußpfund, während wir durch die theoretische Formel, ein Mal, bei 8 Schaufeln 395 Fußpfund, und ein zweites Mal, bei 16 Schaufeln, 984 Fußpfund gefunden haben.

Ponceleträder. §. 152. Wenn man die Schaufeln unterschlägiger Räder so krümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite derselben hinströmen und dadurch gegen dieselbe drücken kann, ohne einen Stoß hervorzubringen, so erhält man eine größere Leistung als wenn das Wasser ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinkelig stößt. Solche Räder mit krummen Schaufeln heißen nach ihrem Erfinder Poncelet'sche oder Ponceleträder Sie sind besonders bei kleinen Gefällen (unter 6 Fuß) von großem Nutzen, weil sie mehr leisten, als unterschlägige Räder mit oder ohne Kropf. Bei größerem Gefälle werden sie jedoch von den mittelschlägigen Kropfrädern in der Leistung übertroffen; auch ist, wie wir weiter unten sehen werden, in diesem Falle ihre Construction eine schwierigere, weshalb man sie bei Gefällen über 6 Fuß nicht gern anwendet. Poncelet behandelt diese Räder in der besonderen Schrift: Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes, mues par-dessous, Metz 1827, ausführlich. Ihre Einrichtung ist aus Fig. 292 zu ersehen, welche die untere Hälfte eines solchen Rades vorstellt. Man sieht in C die Axe, und in BD, B_1D_1 u. s. w. Schaufeln des Rades; AE ist das geneigte Schutzbrett und AB der eintretende und an den Schaufeln BD und B_1D_1 hinauf- und herabsteigende Wasserstrahl, FG aber die Oberfläche des Unterwassers. Damit fast alles Wasser zur Wirkung gelange, muß dem Rade nur ein sehr enger Spielraum in dem Gerinne gelassen werden, und um die partielle Contraction zu verhindern, wird die untere Kante des Schutzbrettes unten abgerundet; damit aber so wenig wie möglich lebendige Kraft durch die Reibung des Wassers im Zuflußgerinne verloren gehe, wird die Mündung ganz nahe an das Rad gedrückt und das Brett gegen den Horizont geneigt; auch erhält wohl das Vorgerinne AB $1/_{10}$ bis $1/_{15}$ Neigung, um dadurch den Verlust an Wasserreibung in demselben wieder auszugleichen. In der Regel umgiebt man

das Rad mit einem kreisförmigen Kropfe, welcher sich wenigstens auf 2 Schaufeltheilungen erstreckt, und damit das Rad nicht im Unterwasser wate, Ponceleträder.

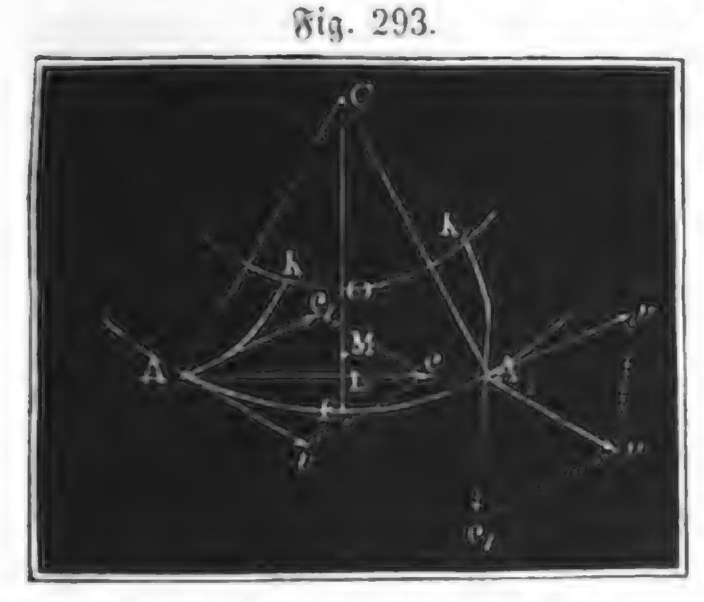
Fig. 292.



bringt man hinter diesem Kropfe einen Abfall von $^1/_2$ Fuß Höhe an, und erweitert zu diesem Zwecke auch wohl den Abzugsgraben. Man baut Ponceleträder von 10 bis 20 Fuß Höhe und giebt ihnen 32 bis 48 Schaufeln von Blech oder Holz. Die hölzernen Schaufeln sind aus Dauben zusammenzusetzen wie eine Tonne, und außen zuzuschärfen, oder mit einer Blechkante auszurüsten. Viel zweckmäßiger sind jedoch die Blechschaufeln. Die Anwendung von Eisen statt des Holzes ist bei den Ponceleträdern vorzüglich zu empfehlen, weil die Wirkung dieser Räder von einer guten Ausführung wesentlich mit abhängt. Die Schutzöffnung macht man höchstens 1 Fuß hoch, in der Regel, namentlich aber bei größeren Gefällen von 5 bis 6 Fuß, nur $^1/_2$ Fuß, und noch niedriger.

§. 153. Um eine möglichst große Wirkung von einem Ponceletrade zu erhalten, ist es nöthig, daß das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete. Ist $Ac = c$, Fig. 293, die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers und $Av = v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so erhält man in der Seite $Ac_1 = c_1$ des Parallelogrammes $Avcc_1$, welches der Seite $Av = v$ und Diagonale $Ac = c$ entspricht, die Größe und Richtung der Geschwindigkeit des Wassers in Hinsicht auf das Rad; wenn man daher die Schaufel AK Theorie der Ponceleträder.

Fig. 293.



Theorie der Ponceleträder.

tangential an Ac_1 anschließt, so wird das Wasser an ihr, ohne irgend einen Stoß auszuüben, mit der Geschwindigkeit c_1 in die Höhe zu steigen anfangen. Setzen wir den Winkel cAv, um welchen die Richtung des ankommenden Wassers von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, $= \alpha$, so haben wir die relative Anfangsgeschwindigkeit des an den Schaufeln in die Höhe steigenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\,\alpha};$$

und für den Winkel $vAc_1 = \delta$, um welchen sie von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, $sin.\,\delta = \frac{c\,sin.\,\alpha}{c_1}$.

Das Wasser steigt, wie jeder feste Körper, an der Schaufel mit abnehmender Geschwindigkeit in die Höhe, während es mit der Schaufel gleichzeitig noch die Umdrehungsgeschwindigkeit v besitzt. Auf einer gewissen Höhe angekommen, hat es seine relative Geschwindigkeit c_1 ganz verloren, und es fällt nun auf der Schaufel beschleunigt herab, so daß es zuletzt mit derselben Geschwindigkeit c_1 wieder am äußeren Ende A_1 ankommt, mit welcher es zu steigen anfing. Vereinigen wir nun die relative Geschwindigkeit $A_1 c_1 = c_1$ des bei A_1 austretenden Wassers mit der Umfangsgeschwindigkeit $A_1 v = v$, durch das Parallelogramm der Geschwindigkeiten, so erhalten wir in dessen Diagonale $A_1 w = w$ die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers. Diese Geschwindigkeit ist aber

$$w = \sqrt{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1\,v\,cos.\,\delta},$$

und demnach die mechanische Arbeit, welche das abfließende Wasser behält und, ohne dem Rade mitgetheilt zu haben, mit sich fortnimmt,

$$L_1 = \frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \left(\frac{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1\,v\,cos.\,\delta}{2g}\right) Q\gamma.$$

Zieht man nun diesen Verlust von der Leistung $\frac{c^2}{2g}\,Q\gamma$, welche das Wasser vermöge seiner lebendigen Kraft vor dem Eintritte in das Rad verrichten kann, ab, so bekommt man folgenden Ausdruck für die theoretische Radleistung

$$L = \left(\frac{c^2}{2g} - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= \left(\frac{c^2 - c_1^2 - v^2 + 2\,c_1\,v\,cos.\,\delta}{2g}\right) Q\gamma,$$

oder, da $c^2 = c_1^2 + v^2 + 2\,c_1 v\,cos.\,\delta$ ist, auch

$$L = \frac{2\,c_1\,v\,cos.\,\delta}{2g}\,.\,Q\gamma.$$

Theorie der Ponceleträder.

oder $c_1 \cos. \delta = \sqrt{c_1^2 - c^2 \sin. \alpha^2}$
$= \sqrt{c^2 \cos. \alpha^2 + v^2 - 2\, c\, v \cos. \alpha}$
$= c \cos. \alpha - v$ eingesetzt, folgt

$$L = \frac{2\, v\, (c \cos. \alpha - v)}{2g}\, Q\gamma.$$

Man sieht nun leicht ein, daß für $v = \frac{1}{2}\, c \cos. \alpha$ die Leistung am größten, und zwar $L = \dfrac{c^2 \cos. \alpha^2}{2g}\, Q\gamma$ wird, und daß der Arbeitsverlust sogar Null ist, also die ganze disponible Arbeit $L = \dfrac{c^2}{2g}\, Q\gamma$ gewonnen wird, wenn man $\cos. \alpha = 1$, also $\alpha =$ Null hat.

Wenn es auch nicht möglich ist, den Eintrittswinkel $\alpha =$ Null zu machen, so folgt doch wenigstens hieraus, daß man α nicht sehr groß (nicht über 20°) machen darf, um eine große Leistung zu erhalten, und es ist auch hiernach zu ersehen, daß man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nur wenig kleiner als die halbe Geschwindigkeit des zufließenden Wassers zu machen hat, um einen großen Wirkungsgrad des Rades zu erlangen.

§. 154. Die senkrechte Höhe LO, auf welche das Wasser aufsteigt, während es an den Schaufeln hingeht, wäre $= \dfrac{c_1^2}{2g}$, wenn das Rad still stände, da es aber mit einer Geschwindigkeit v umläuft, so entsteht eine Centrifugalkraft, welche ziemlich mit der Schwerkraft in gleicher Richtung wirkt und eine Acceleration p erzeugt, die sich $\dfrac{v_1^2}{a_1}$ setzen läßt, wenn a_1 den mittleren Radkranzhalbmesser CM und v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Radkranzes oder die Geschwindigkeit des Punktes M bezeichnet. Es ist sonach zu setzen:

$$(g + p)\, h_1 = \frac{c_1^2}{2} \text{ oder } \left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right) h_1 = \frac{c_1^2}{2},$$

und daher die gesuchte Steighöhe $h_1 = \dfrac{c_1^2}{2\left(g + \dfrac{v_1^2}{a_1}\right)}$.

Damit das Wasser nicht oben bei O überschlägt, ist nun nöthig, daß die Kranzbreite eine gewisse Größe $FO = d$ habe, welche bestimmt ist durch die Gleichung $d = LO + FL = h_1 + CF - CL$, d. i.

$$d = h_1 + a - a \cos. ACF = \frac{c_1^2}{2\left(g + \dfrac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos. \lambda),$$

wobei λ den Winkel ACF bezeichnet, um welchen der Eintrittspunkt A vom

Theorie der Ponceleträder.

Radtiefsten F absteht. Jedenfalls ist aber hierzu noch die Strahldicke d_1 zu addiren, weil die oberen Wasserfäden bei Annahme einer mittleren Geschwindigkeit im ganzen Strahle um diese Höhe höher steigen, als die unteren Fäden. Wir setzen also die Kranzbreite

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - cos.\,\lambda).$$

Die Radweite läßt sich der Strahlweite $e = \frac{Q}{d_1 c}$ gleichsetzen. Nimmt man den Fassungsraum $d e v_1$ des Rades $3/2$ bis zweimal so groß als das Aufschlagquantum, so erhält man die Gleichung $d v_1 = 3/2\, d_1 c$ bis $2\, d_1 c$, woraus sich die Strahldicke $d_1 = 1/2 \frac{d v_1}{c}$ bis $2/3 \frac{d v_1}{c}$ ergiebt. Da $\frac{v_1}{v} = \frac{a - 1/2\, d}{a}$ ist, so hat man auch $v_1 = \left(1 - \frac{d}{2a}\right) v$ und daher

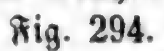
$$d_1 = 1/2 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) \frac{d v}{c} \text{ bis } 2/3 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) \frac{d v}{c},$$

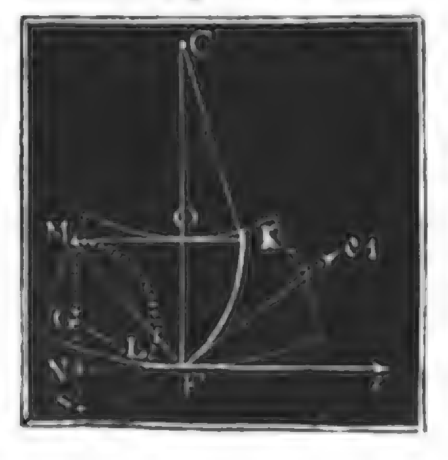
oder, $v = 1/2\, c\, cos.\, \alpha$ gesetzt,

$$d_1 = 1/4 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d\, cos.\, \alpha \text{ bis } 1/3 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d\, cos.\, \alpha.$$

Nach Morin ist $d = \frac{a}{3}$ bis $\frac{a}{2}$, also der Radhalbmesser a nur zwei bis drei mal so groß zu machen als die Kranzbreite.

Ein anderes wichtiges Verhältniß ist nun noch die Bestimmung der Eintritts- und Austrittsstelle, oder des wasserhaltenden Bogens $A A_1$, den wir am besten auf beiden Seiten des Radtiefsten F gleichmäßig vertheilen. Die Länge dieses Bogens hängt von der Zeit ab, welche das Wasser zum Auf- und Absteigen an den Schaufeln nöthig hat. Um diese zu finden, muß aber die Gestalt und Ausdehnung der Schaufeln bekannt sein. Ist diese Zeit $= t$, so können wir setzen: $A A_1 = 2 \lambda a, = v t$, und sonach den Bogen, um welchen Ein- und Austrittspunkt des Wassers vom Radtiefsten F abstehen: $\lambda = \frac{v t}{2 a}$.


Fig. 294.



§. 155. Damit das Wasser, wenn es die höchste Stelle K, Fig. 294, an der Schaufel erreicht hat, daselbst nicht überschlage, sondern an der Schaufel wieder niederfalle, ist es nöthig, daß das innere Schaufelende K beim mittleren Stande FK der Schaufel nicht überhänge, damit aber auf der anderen Seite die Schaufel

Digitized by Google

nicht unnöthig lang ausfalle, ist nöthig, daß das Schaufelende K den inneren Radumfang nicht sehr spitz schneide; aus diesen Gründen ist den ein vertikaler Stand des inneren Schaufelendes beim mittleren Schaufelstande am zweckmäßigsten. Giebt man nun der Schaufel eine cylindrische Form, so erhält man das Centrum M ihres kreisbogenförmigen Durchschnittes, wenn man MF rechtwinkelig auf Fc_1 stellt und OM horizontal zieht. Aus der Radtiefe oder Kranzbreite $FO = d$, ergiebt sich der Krümmungshalbmesser $FM = KM = r$, da der Winkel $MFO = c_1 Fv = \delta$ ist, Theorie der Ponceleträder.

$$r = \frac{d}{cos. \delta}.$$

Die Zeit zum Hinauf- und Hinabsteigen des Wassers an dem Bogen FK finden wir wie die Schwingungszeit eines Pendels, indem wir statt der Acceleration der Schwere, die Summe $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ aus der Acceleration g derselben und aus der Centrifugalacceleration $\frac{v_1^2}{a_1}$ einsetzen.

Wir finden übrigens diese Zeit genau nach der in I. §. 262 *) entwickelten Formel $t = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \left(\varphi + (\varphi + sin. \varphi) \frac{h}{8r}\right)$ für die Schwingungszeit t eines Pendels durch den Bogen FK, wenn r den Halbmesser $MF = MK$ des von der Schaufel gebildeten Kreisbogens h die ganze Fallhöhe $MS = MF = r$ und φ den Centriwinkel MGL bezeichnet, welche dem Kreise MLS über dem Durchmesser $MS = r$ und der Bogenhöhe $MN = OF = MF\, cos.\ FMN$

$$= r\, cos.\ (v F c_1) = r\, cos. \delta \text{ entspricht.}$$

Dieser Winkel φ bestimmt sich durch die Formel

$$cos. \varphi = -\frac{NG}{LG} = -\frac{MN - MG}{MG} = -\frac{r\,cos.\delta - \frac{1}{2}r}{\frac{1}{2}r}$$
$$= -(2\,cos.\delta - 1), \text{ oder } sin. \tfrac{1}{2}\varphi = \sqrt{cos.\delta}.$$

Wenn man nun noch wegen der Einwirkung der Centrifugalkraft statt g, $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ setzt, so erhält man die Zeit zum Steigen und Fallen durch den Bogen FK:

$$2t = \left(\varphi + \frac{\varphi + sin. \varphi}{8}\right) \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}$$
$$= \left(\frac{9\varphi + sin. \varphi}{8}\right) \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

Theorie der Ponceleträder. und daher die Länge des wasserhaltenden Bogens AA_1 (Fig. 293)

$$b = 2\lambda a = 2vt = \left(\frac{9\varphi + sin.\varphi}{8}\right) v \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

§. 156. Es kommt nun darauf an, mit Hülfe der im Vorstehenden gefundenen Ergebnisse, Regeln für die Anordnung und Construction eines Ponceletrades aufzustellen. Wir können nur das Aufschiagquantum Q und das Gefälle h, von Wasserspiegel zu Wasserspiegel gemessen, als bekannt ansehen, und haben daher die Geschwindigkeiten c, c_1 und v, die Winkel α, δ und λ, so wie die Raddimensionen a, d, e u. s. w. zu berechnen.

Annähernd ist

$v = \frac{1}{2} c = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$, $d = \frac{1}{4} h$ und $d_1 = \frac{1}{3} d = \frac{1}{12} h$.

Auch können wir in der Formel

$$\lambda = \frac{v}{a} \cdot \left(\frac{9\varphi + sin.\varphi}{16}\right) \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}},$$

annähernd $\varphi = \pi$, also $sin.\varphi = 1$, ferner $v_1 = v = \frac{1}{2} c$, $a_1 = a$ und $r = d = \frac{1}{4} h$ setzen, weshalb wir

$$\lambda = 1{,}83 \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{2a} \sqrt{\frac{h}{4g + \frac{c^2}{a}}} = 0{,}915 \frac{h}{a\sqrt{2 + \frac{h}{a}}},$$

also umgekehrt, $a^2 + \frac{1}{2} h a = \frac{1}{2}\left(\frac{0{,}915\, h}{\lambda}\right)^2$,

folglich den Radhalbmesser

$$a = \frac{h}{4}\left[\sqrt{8\left(\frac{0{,}915}{\lambda}\right)^2 + 1} - 1\right] = \frac{h}{4}\left(\sqrt{\frac{1{,}6744}{\lambda^2} + 1} - 1\right)$$

erhalten.

Am angemessensten ist, den Wasserstrahl horizontal in das Rad einzuführen, also $\alpha = \lambda$, und zwar

1) $\alpha = \lambda = 15$ Grad, also $arc.: \lambda = 0{,}2618$ zu nehmen.

Hiernach erhalten wir den Radhalbmesser

2) $a = 2h$, d. i. gleich dem doppelten Gefälle.

Die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers ist

3) $c = \mu\sqrt{2g(h - d_1)} = \mu\sqrt{2g \cdot \frac{11}{12} h}$,

ferner die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades:

4) $v = \frac{1}{2} c\, cos.\alpha$,

und die Umdrehungszahl

5) $u = \frac{30 v}{\pi a}$.

Der Schaufelwinkel δ ist ferner durch die Formel Theorie der Ponceleträder.

$$cotg.\,\delta = cotg.\,\alpha - \frac{v}{c\,sin.\,\alpha} = \tfrac{1}{2}\,cotg.\,\alpha, \text{ d. i. durch}$$

$$6)\ tang.\,\delta = 2\,tang.\,\alpha \text{ bestimmt.}$$

Auch erhält man nun für die relative Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers:

$$7)\ c_1 = \frac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\delta} = \frac{v}{cos.\,\delta},$$

und wenn man annähernd,

$$\frac{v_1^2}{a_1} = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \left(1 - \frac{h}{4\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \tfrac{7}{8}\cdot\frac{v^2}{a}$$

nimmt, die Radtiefe schärfer bestimmt,

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}\right)} + (1 - cos.\,15^0)\,a, \text{ oder}$$

$$8)\ d = \tfrac{3}{2}\left(\frac{c_1^2}{2\left(g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}\right)} + 0{,}034\,a\right).$$

Damit das Wasser auch bei langsameren Gange nicht überschlägt, setzt man noch einige Zoll zu.

Die schärfer bestimmte Strahlhöhe ist nun

$$9)\ d_1 = \tfrac{1}{3}\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d\,cos.\,\alpha,$$

und die Radweite

$$10)\ e = \frac{Q}{d_1 c}.$$

Für die Schaufelkrümmung ist endlich der Halbmesser

$$11)\ r = \frac{d}{cos.\,\delta},$$

und für den Hülfswinkel φ:

$$12)\ sin.\,\tfrac{1}{2}\varphi = \sqrt{cos.\,\delta.}$$

Mit Hülfe der Größen v, a, r und φ läßt sich

$$13)\ \lambda = \left(\frac{9\,\varphi + sin.\,\varphi}{16}\right)\frac{v}{a}\sqrt{\frac{r}{g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}}}$$

noch schärfer bestimmen.

Den mittleren Abstand je zweier Schaufeln von einander = 1 Fuß genommen, erhält man endlich noch die Anzahl der Schaufeln

$$14)\ n = 2\,\pi\,a_1.$$

Theorie der Ponceleträder.

Beispiel. Man soll für ein Gefälle h von 4,5 Fuß und für ein Aufschlagquantum $Q = 40$ Cubikfuß, ein Ponceletrad anordnen und berechnen. Nehmen wir $\alpha = \lambda = 15$ Grad, so erhalten wir zunächst den Radhalbmesser $a = 2h = 9$ Fuß, und setzen wir den Geschwindigkeits- oder Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}90$, so erhalten wir die Geschwindigkeit des Wassers:

$c = \mu\sqrt{2g \cdot {}^{11}/_{12}\, h} = 0{,}9 \cdot 7{,}906\sqrt{{}^{11}/_{12} \cdot 4{,}5} = 7{,}115\sqrt{4{,}125} = 14{,}45$ Fuß,

ferner die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \tfrac{1}{2}\, c \cos. \alpha = 7{,}225 \;.\; \cos. 15^\circ = 6{,}98 \text{ Fuß},$$

und die Umdrehungszahl desselben:

$$u = \frac{30\, v}{\pi a} = \frac{30 \;.\; 6{,}98}{9\pi} = \frac{69{,}8}{3\pi} = 7{,}406.$$

Für den Schaufelwinkel ist ferner

$tang. \delta = 2\, tang. \alpha = 2 \,.\, tang. 15^\circ = 0{,}53590$, hiernach $\delta = 28^\circ, 11'$.

Die Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers ist nun

$$c_1 = \frac{v}{\cos. \delta} = \frac{6{,}98}{\cos. 28^\circ, 11'} = 7{,}92 \text{ Fuß},$$

und daher die erforderliche Radkranzbreite

$$d = {}^3/_2 \left(\frac{c_1^{\,2}}{2\left(g + {}^7/_8 \frac{v^2}{a}\right)} + 0{,}034\, a\right) = {}^3/_2 \left(\frac{7{,}92^2}{2\,(31{,}25 + 5{,}41)} + 0{,}306\right)$$

$= {}^3/_2 \left(\frac{62{,}726}{73{,}3} + 0{,}306\right) = 1{,}74$ Fuß, wofür der Sicherheit wegen 22 Zoll bis 2 Fuß zu nehmen ist.

Die Strahlstärke ist nun nach der genaueren Formel

$$d_1 = {}^1/_3 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d \cos. \alpha = {}^1/_3\, (1 - {}^7/_{72}) \,.\, 1{,}74 \cos. 15^\circ$$

$= {}^1/_3 \cdot {}^{65}/_{72} \cdot 1{,}74 \cos. 15^\circ = 0{,}506$ Fuß, und die Radweite

$$e = \frac{Q}{d_1\, c} = \frac{40}{0{,}506 \;.\; 14{,}45} = 5{,}47 \text{ Fuß}.$$

Der Halbmesser der Schaufelkrümmung ist noch, wenn wir $d = 2$ Fuß nehmen,

$$r = \frac{d}{\cos. \delta} = \frac{2}{\cos. 28^\circ, 11'} = 2{,}27 \text{ Fuß},$$

und für den Winkel φ hat man

$$\sin. {}^1/_2\, \varphi = \sqrt{\cos. \delta} = \sqrt{\cos. 28^\circ, 11'} = 0{,}9388;$$

es ist folglich ${}^1/_2\, \varphi = 69^\circ, 51\tfrac{1}{2}'$, und $\varphi = 139^\circ, 43'$.

Genauer haben wir nun

$$\lambda = \left(\frac{9\,\varphi + \sin. \varphi}{16}\right) \frac{v}{a} \sqrt{\frac{r}{g + {}^7/_8 \frac{v^2}{a}}}$$

$$= \left(\frac{9 \;.\; 2{,}4385 + 0{,}6466}{16}\right) \cdot \frac{6{,}98}{9} \cdot \sqrt{\frac{2{,}27}{36{,}66}}$$

$$= 22{,}593 \;.\; \frac{3{,}49}{72} \cdot \sqrt{\frac{2{,}27}{36{,}66}} = 0{,}2725,$$

in Graden: $\lambda = 15^\circ, 35'$.

Die erforderliche Anzahl der Schaufeln ist endlich

$$n = 2\pi a_1 = 2\pi \,.\, {}^7/_8 \,.\, 9 = \frac{63\,\pi}{4} = 48.$$

Die theoretische Leistung des Rades hat man Theorie der Ponceleträder.

$$L_1 = \frac{c^2}{2g} \cos.\alpha^2 \,.\, Q\gamma = 0{,}016 \,.\, 14{,}45^2 \,.\, (\cos.\,15^0)^2 \,.\, 40 \,.\, 66$$
$$= 42{,}24 \,.\, (14{,}45 \cos.\,15^0)^2 = 8229 \text{ Fußpfund};$$

das disponible Arbeitsquantum ist aber

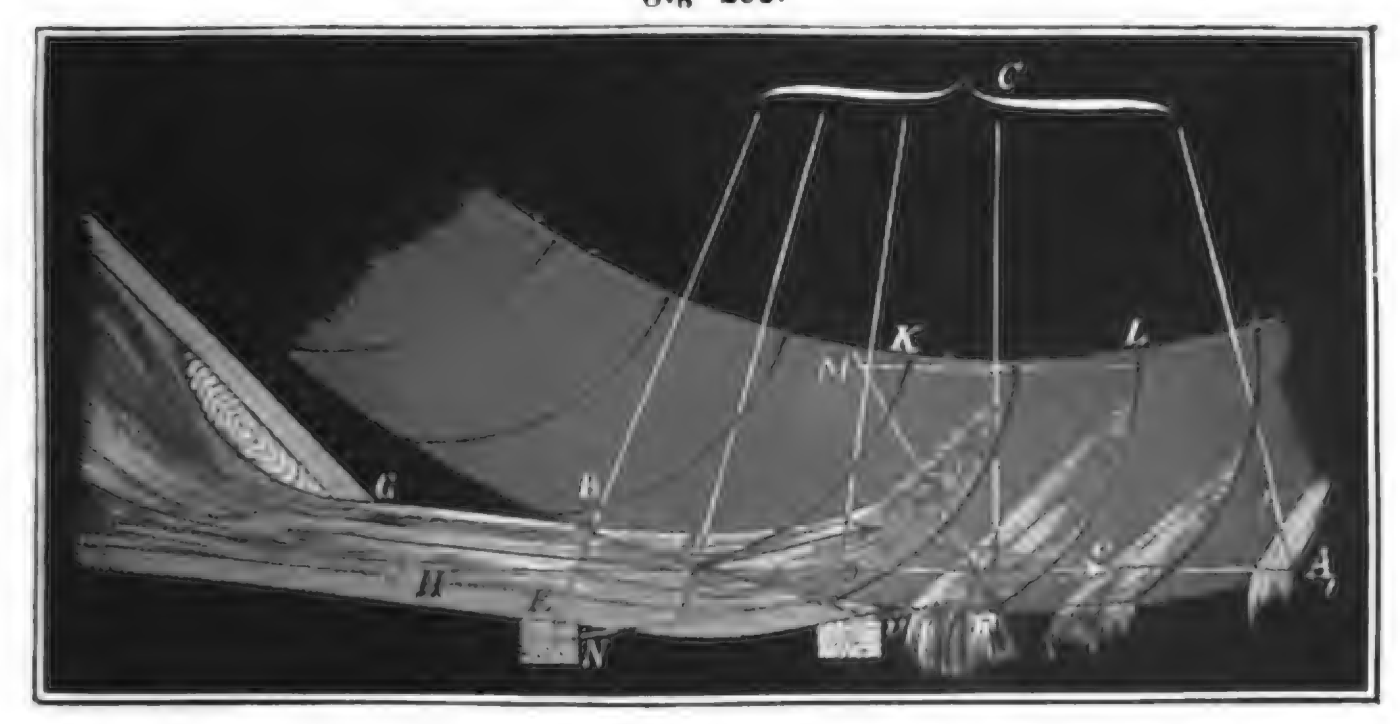
$$L = Qh\gamma = 40 \,.\, 4{,}5 \,.\, 66 = 12080 \text{ Fußpfund};$$

folglich stellt sich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{8229}{12080} = 0{,}681 \text{ heraus.}$$

Nach den hier gefundenen Größen ist auch das Rad in Fig. 295 construirt; A ist der mittlere Ein- und A_1 der mittlere Austrittspunkt, F aber der Fuß-

Fig. 295.



punkt des Rades; $ACF = A_1CF = \lambda = 15^0$. Die Schaufel FL ist mit dem gefundenen Halbmesser $MF = ML = r = 2{,}27$ Fuß beschrieben und trifft in F den äußeren Radumfang unter dem Winkel $\delta = 28^0, 11'$. Damit nicht nur der mittlere Wasserfaden, sondern auch die übrigen Wasserfäden, unter dem Winkel $\alpha = \lambda = 15$ Grad in das Rad treten, hat man an die höchsten und tiefsten Eintrittspunkte B und D die Winkel $GBC = NDC = HAC = 90^0 + \alpha = 90^0 + \lambda = 105\frac{1}{2}^0$ angelegt, und dem Gerinne von oben herab die Neigung von BG und unten eine sich an ND tangential anlegende Kröpfung ED gegeben.

§. 157. Ueber Leistungen der Ponceletråder hat Poncelet selbst Versuche angestellt; es sind dieselben in der oben citirten Abhandlung genau beschrieben und deren Resultate aufgezeichnet. Die ersten Versuche nahm Poncelet an einem Modellrade von $\frac{1}{2}$ Meter Durchmesser oder ohngefähr $\frac{1}{6}$ der natürlichen Größe vor. Es war ganz aus Holz gefertigt und hatte 20 krumme Holzschaufeln von $2\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke, 65 Millimeter Breite und 76 Millimeter Länge. Die Wirkung dieses Rades bestimmte er wie Bossut, Smeaton u. A. mit Hülfe eines Gewichtes, welches durch einen sich um die Welle des Rades umwickelnden Bindfaden aufge- Versuche an Ponceleträdern.

Digitized by Google

Versuche an Poncelet-rädern. hoben wurde. Die größten Leistungen ergaben sich, der Theorie entsprechend, wenn die Radgeschwindigkeit 0,5 der Wassergeschwindigkeit war, und der Wirkungsgrad betrug in diesem Falle 0,42 bis 0,56; ersteres bei kleinerer, letzteres aber bei größerer Dicke des Wasserstrahles oder stärkerer Füllung der Zellen. Wenn man nicht das Gefälle, sondern die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers als maaßgebend ansieht, so stellt sich der Effect 0,65 bis 0,72 heraus. Später hat Poncelet noch Versuche an einem Rade in natürlicher Größe mit einem Bremsdynamometer angestellt und ist dabei zu Ergebnissen gelangt, welche von den eben angeführten nur wenig abweichen. Dieses Rad hatte 11 Fuß (paris. Maaß) Durchmesser, und 30 blecherne Schaufeln von 2 Millimeter Dicke. Die Radkränze waren, wie die Arme und Wellen, von Holz, und es betrug ihre Breite 14 Zoll, ihre Dicke 3 Zoll, und ihre Entfernung von einander, oder die Radweite, 28 Zoll. Bei einer mittleren Druckhöhe von 1,3 Meter, einer Strahlhöhe von 0,2 Meter und einem Geschwindigkeitsverhältnisse von 0,52 stellte sich auch hier ein Wirkungsgrad von 0,52 heraus, der sich aber auf 0,60 steigert, wenn man die Geschwindigkeitshöhe statt des ganzen Gefälles einführt. Poncelet zieht aber aus seinen Versuchsresultaten folgende Folgerungen.

Das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ ist 0,55, kann aber 0,50 bis 0,60 betragen, ohne eine bedeutend kleinere Wirkung zu geben. Der Wirkungsgrad ist für Gefälle von 2 bis 2,3 Meter, $\eta = 0,5$; für Gefälle von 1,5 bis 2,0 Meter, $\eta = 0,55$, und für Gefälle unter 1,5 Meter, $\eta = 0,60$. Es berechnet sich hiernach die Nutzleistung im ersten Falle:

$$Pv = 122,3\ (c - v)\ v\ Q \text{ Kilogr.-Meter} = 2,53\ (c - v)\ v\ Q \text{ Fußpfund},$$

im zweiten:

$$Pv = 132,5\ (c - v)\ v\ Q \text{ Kilogr.-Meter} = 2,74\ (c - v)\ v\ Q \text{ Fußpfund},$$

im dritten:

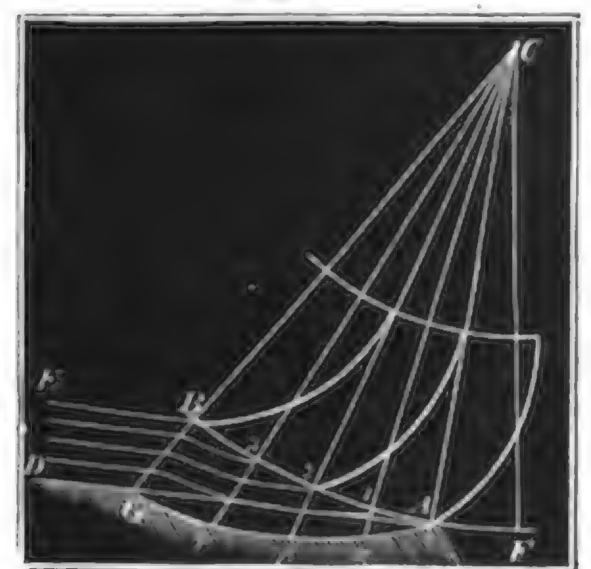
$$Pv = 142,7\ (c - v)\ v\ Q \text{ Kilogr.-Meter} = 2,95\ (c - v)\ v\ Q \text{ Fußpfund}.$$

Noch giebt Poncelet einige Regeln für die Anordnung eines unterschlägigen Wasserrades mit krummen Schaufeln, welche er ebenfalls aus seinen Beobachtungen folgert. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußeren Umfang gemessen, soll nur 0,20 bis 0,25 Meter, der Radhalbmesser aber soll nicht unter 1 und nicht über 2,5 Meter betragen; die Axe des Wasserstrahles soll den Umfang des Rades unter einem Winkel von 24° bis 30° begegnen, und noch ohngefähr 3° gegen den Horizont geneigt sein. Uebrigens soll der Abfall hinreichend hoch sein, damit das

Wasser ungehindert aus dem Rade treten kann, und es darf der Spielraum des Rades im Kropfe nur 1 Centimeter betragen. Einige dieser Verhältnisse sind jedoch nicht wesentlich, und andere lassen sich sicherer durch die Formeln des vorigen Paragraphen ermitteln. Nach den Versuchen wächst noch der Wirkungsgrad mit der Strahldicke; da aber mit letzterem unter übrigens gleichen Verhältnissen die Füllung der Zellen zunimmt, so folgt noch die auch in Folgendem bestätigte Regel, daß die Füllung der Schaufeln eine große sein soll. Unter 0,1 Meter Höhe soll man übrigens nach Poncelet die Strahlhöhe nie machen. Versuche an Ponceleträdern.

§. 158. In der neuesten Zeit hat auch Morin Versuche an Ponceleträdern angestellt, hierzu aber drei hölzerne und ein eisernes Rad benutzt, und dabei ein Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Sie wurden vorzüglich in der Absicht gemacht, um den Nutzen eines neuen, von Poncelet vorgeschlagenen krummlinigen Wassereinlaufes zu erproben, nächstdem aber auch, um sich genauere Kenntnisse über den Einfluß der Dimensionsverhältnisse auf die Leistung zu verschaffen, da sich bei mehreren Ausführungen ergeben hatte, daß die Dimensionen der nach Poncelet's Regel construirten Räder zu klein waren, namentlich aber bei Abweichung von der mittleren Geschwindigkeit des Rades eine zu kleine Leistung gaben, weil das Wasser innen überschlug. S. Comptes rendus, 1845, T. XXII., und polytechn. Centralblatt, Bd. VIII., 1846. Was zunächst das gekrümmte Zuführungsgerinne anlangt, so hat dasselbe den Zweck, so viel wie möglich alle Wasserfäden, und nicht bloß die untersten oder mittelsten, ohne Stoß in das Rad einzuführen. Bei einem geraden Wasserstrahle $DABE$, Fig. 296, trifft der obere Faden EB den Radumfang, und also auch die Schaufeln, unter einem ganz anderen Winkel als der untere Faden DA; wenn also auch der eine von ihnen ohne Stoß eintritt, so wird es nicht der andere. Wenn man aber die Sohle des Einlaufes aushöhlt, wie $A\alpha\beta\gamma G$, so können die verschiedenen Wasserfäden bei A, 1, 2, 3, B unter gleichen Winkeln in das Rad treten. Theilt man den Radbogen AB durch 1, 2, 3, 4 in gleiche Theile, zieht durch diese Theilpunkte die Halbmesser $C1$, $C2$, $C3$, und verlängert sie um die Stücke $1\alpha = \frac{1}{4} BG$, $2\beta = \frac{2}{4} BG$ und $3\gamma = \frac{3}{4} BG$; so giebt die Curve $A\alpha\beta\gamma G$ durch die erhaltenen Endpunkte den gesuchten Kropf. Neue Versuche.

Fig. 296.



Neue Versuche.

Die drei hölzernen Versuchsräder hatten 1,6 Meter, 2,4 Meter und 3,2 Meter, das eiserne Rad aber 2,8 Meter Höhe, die Schaufeln waren bei allen drei Rädern von Blech. Die ersten drei Räder hatten 0,4, das letztere aber 0,8 Meter Weite, alle vier aber hatten eine Tiefe oder Kranzbreite von 0,75 Meter. Ein besonderer Uebelstand stellte sich aber bei den hölzernen Rädern dadurch heraus, daß sie wegen ihres kleinen Trägheitsmomentes sehr ungleichförmig gingen und eben dadurch viel Wasser nach innen verspritzten. Das kleinste Rad ging besonders sehr ungleichförmig und gab bei dem Gefälle von 0,45 bis 0,55 Meter, und wenn die Zellen mindestens zur Hälfte gefüllt waren, nur den Wirkungsgrad 0,485; bei größerem Gewichte würde es vielleicht 0,55 Wirkungsgrad gegeben haben. Bei dem mittleren Rade wurde dieser mit einem Gefälle von 0,75 Meter 0,60 bis 0,62 gefunden. An dem dritten Rade wurden Versuche bei verschiedenen Schaufelbreiten angestellt. Es zeigte sich, daß bei einem Gefälle von 0,56 Meter die Kranzbreite 0,43 Meter und bei einem Gefälle von 0,7 Meter, die von 0,59 Meter noch zu klein war. Noch wurden an diesem Rade Versuche über die Wirkung des von Poncelet vorgeschlagenen Gerinnes angestellt, und damit nicht nur ein größerer Wirkungsgrad erlangt, sondern auch gefunden, daß der Fassungsraum bis $^3/_2$ herabsinken kann, ehe das Wasser innen überschlug.

Was endlich noch die Versuche mit dem aus 42 Schaufeln bestehenden eisernen Rade betrifft, so wurden diese bei 1,2 bis 1,4 Meter Gefälle angestellt, wenn es nicht im Wasser watete, bei 0,9 Meter aber bei 0,36 Meter tiefem Waten im Wasser. Bei den Schützenzügen von 0,15 Meter, 0,2 Meter, 0,25 Meter und 0,277 Meter betrugen die Maxima des Wirkungsgrades 0,52; 0,57; 0,60 und 0,62; und bei Schwankungen der Umdrehungszahlen innerhalb der Grenzen 12 bis 21, 13 bis 21, 11 bis 20 und 12 bis 19 entfernten sich die Wirkungsgrade nur $^1/_{13}$, $^1/_{14}$, $^1/_{12}$ und $^1/_9$ von den Maximalwerthen. Aus den Resultaten dieser Versuche folgt, daß bei einem Rade mit dem hohlen Gerinne die Wirkung durch die Formel

$$Pv = 0{,}871 \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma$$

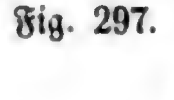
ausgedrückt werden kann, daß ferner das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}50$ bis $0{,}55$ ist, daß das Wasser dieselbe Wirkung giebt, es mag der Unterwasserspiegel 0,12 Meter unter oder 0,20 bis 0,25 Meter über dem Radtiefsten stehen; daß endlich der Wirkungsgrad bis auf 0,46 herabsinkt, wenn das Rad 0,357 Meter tief oder mit der halben Kranzbreite im Wasser watet. Der Hauptnutzen des neuen Gerinnes besteht aber darin, daß sich ein Rad mit diesem Gerinne in weiteren Geschwin-

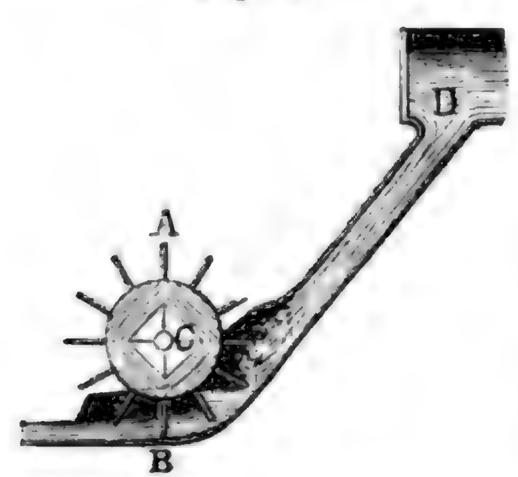
digkeitsgrenzen bewegen kann, ohne viel von seiner Nutzleistung zu verlieren. Uebrigens findet Morin für Gefälle von 0,9 bis 1,3 Meter am angemessensten, die Kranzbreite der Hälfte des Radhalbmessers gleich und den Fassungsraum noch einmal so groß zu machen, als den Raum, den das Wasser eigentlich beansprucht, d. i. den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$ in Anwendung zu bringen. Neue Versuche.

Neuere Versuche sind auch von Marozeau an einem Ponceletrade mit drei Abtheilungen angestellt worden. S. Bulletin de Mulhouse, 1846, oder polytechnisches Centralblatt, Jahrgang 1848. Dieses Rad hatte eine Höhe von 4,4 Meter, eine lichte Weite von $3 . 0,67 = 2$ Meter und eine Kranzbreite von 0,75 Meter und nahm bei 1,5 Meter Gefälle pr. Sec. 500 bis 1000 Litres Aufschlagwasser auf. Der größte Wirkungsgrad wurde hier 0,669 gefunden, und zwar dann, wenn das Wasser in allen drei Abtheilungen zugleich floß. Der Wirkungsgrad wurde jedoch kleiner, wenn das Rad 0,1 Meter im Unterwasser badete.

§. 159. Man hat zuweilen auch noch andere vertikale Wasserräder angewendet, welche sich keinem der eben abgehandelten Radsysteme beizählen lassen; namentlich giebt es noch sehr kleine Räder, welche kaum einige Fuß Höhe haben, und durch den Druck oder Stoß des Wassers in Bewegung gesetzt werden. Diejenigen, welche sich an die bereits abgehandelten Systeme noch am meisten anschließen, mögen hier noch ihren Platz finden, anderer aber wird aus besonderen Gründen erst in den folgenden Kapiteln gedacht werden. Kleine Räder.

D'Aubuisson beschreibt in seiner Hydraulik kleine Stoßräder, wie ACB, Fig. 297, mit hohem Gefälle von 6 bis 7 Meter, welche in den Pyrenäen häufig angewendet werden. Diese Räder sind nur $2\frac{1}{2}$ bis 3 Meter hoch und haben 24 etwas ausgehöhlte Schaufeln. Ihre Wirkung soll nach D'Aubuisson $\frac{2}{3}$ von der eines oberschlägigen Rades bei gleichem Gefälle sein. Es ist übrigens die Leistung eines solchen Rades nach der oben entwickelten Theorie der Kropfräder zu berechnen, denn es sind diese Räder eigentlich nur Kropfräder mit einem großen Stoß- und einem kleinen Druckgefälle. Um das Verspritzen des Wassers so viel wie möglich zu verhindern, wird das Rad in einen Kropf mit genau anschließenden Seitenwänden gehängt. Uebrigens läßt sich bei Anwendung mehrerer solcher Räder unter oder neben einander, wenn das Wasser von einem Rade auf das andere tritt, noch ein hoher Wirkungsgrad erlangen


Fig. 297.



Kleine Räder. (s. II., §. 148). Auch kann man diese Räder noch niedriger und aus Eisen herstellen. In den Alpen kommen solche Räder bei Hammerwerken sehr häufig vor.

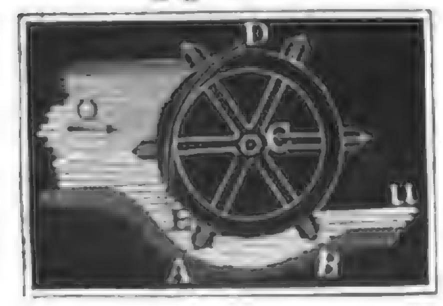
Ein oberschlägiges Hammerrad mit einem großen Stoßgefälle ist in Fig. 298 abgebildet. Es ist *A* das Aufschlaggerinne, *BD* die Schütze,

Fig. 298.

RCR das Rad, und *M* ein Mantel um dasselbe, welcher das zu zeitige Austreten des Wassers verhindert.

Ein anderes Rad, Fig. 299, ist vor kurzer Zeit in Paris erprobt worden. Es wird beschrieben im Technologiste, Septbr. 1845, und auch im polytechnischen Centralblatt, Bd. VII. 1846. Während bei jenem Rade das Wasser vorzüglich nur durch Stoß wirkt, bringt dieses seine Leistung nur durch Druck hervor. Dieses Rad wurde von dem Ingenieur Mary erbaut, und sein Wirkungsgrad

Fig. 299.



Digitized by Google

wurde von **Belanger** bei 1,3 Meter Umfangsgeschwindigkeit 0,75 bis 0,85, also sehr hoch gefunden. Es hat dasselbe nur einen aus Eisenblech gebildeten Kranz von 0,3 Meter Breite, 0,12 Meter Dicke und 2,28 Meter Durchmesser, und besteht aus 6 elliptischen, durch Rippen verstärkten Blechschaufeln. Uebrigens hängt dieses Rad in einem sehr genau anschließenden Gerinne, und an den Radkranz sehr nahe anschließende Eisenplatten *DE* sperren das Oberwasser *O* von dem Unterwasser *U* ziemlich genau ab, indem sich der Radkranz in dem zwischen diesen Platten befindlichen Spalt bewegt. Die Kraft, mit welcher ein solches Rad umläuft, ist jedenfalls das Product aus dem Niveauabstande beider Wasserspiegel, dem Querschnitte einer Schaufel, und der Dichtigkeit des Wassers. Kleine Räder.

Schlußanmerkung. Die Literatur über vertikale Wasserräder ist allerdings sehr ausgedehnt; doch verdienen nur wenige Schriften über diese Maschinen einer größeren Beachtung, da die meisten derselben nur oberflächliche und einige sogar ziemlich unrichtige Theorien über Wasserräder abhandeln. In Eytelwein's Hydraulik sind die Wasserräder nur ganz allgemein abgehandelt, Vollständigeres, namentlich aber die Theorie unterschlägiger Wasserräder, findet man in Gerstner's Mechanik. Wenig Brauchbares findet man in Langsdorf's Hydraulik oder in dessen System der Maschinenkunde. Ziemlich ausführlich, namentlich über die oberschlägigen Wasserräder, handelt D'Aubuisson in seiner Hydraulique à l'usage des Ingénieurs. Navier handelt in seinen Applications de la Mécanique nur ganz allgemein von den vertikalen Wasserrädern, ausführlicher aber in der von ihm besorgten Ausgabe vom ersten Bande der Architecture hydraulique von Belidor. In dem deutsch unter dem Titel Lehrbuch der Anwendung der Mechanik erschienenen Cours de Mécanique appliquée von Poncelet wird die Theorie der Wasserräder in gedrängter Kürze, jedoch ziemlich gründlich abgehandelt. Ueber die Leistungen und Regeln zur Construction von Wasserrädern findet man auch das Nöthigste in Morin's Aide-mémoire de Mécanique pratique. In dem Treatise on Manufactures and Machinery of Great-Britain, of P. Barlow ist wenig über Theorie, mehr über die Einrichtung der Wasserräder gesagt. Vollständige Beschreibungen und gute Zeichnungen von Wasserrädern findet man in Armengaud's Traité pratique des moteurs hydrauliques et à vapeur. Das vorzüglichste Werk über vertikale Wasserräder ist aber Redtenbacher's Theorie und Bau der Wasserräder, welches mit 6 kleinen und 23 großen lithographirten Tafeln 1846 in Manheim erschienen ist. Poncelet's und Morin's Memoiren über die Wirkungen vertikaler Wasserräder (s. oben §. 152 und §. 129) bilden ein wichtiges Element in der Literatur über vertikale Wasserräder. Von den kleinen Hammerrädern ist ausführlich die Rede in Tunner's Darstellung der Stabeisen- und Rohstahl-Bereitung, Grätz 1845. Von den Wasserrädern handelt auch Morin's Leçons de Mécanique pratique, Part. II.

Digitized by Google

Fünftes Kapitel

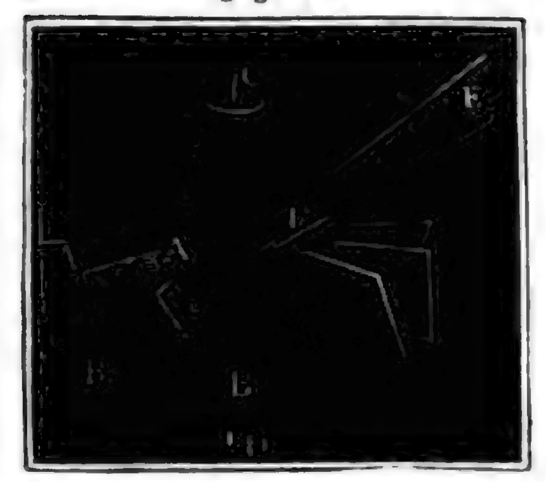
Von den horizontalen Wasserrädern.

Turbinen. §. 160. Bei den horizontalen oder um eine vertikale Axe umlaufenden Wasserrädern wirkt das Wasser entweder durch Stoß, oder durch Druck oder durch Reaction, nie aber unmittelbar durch sein Gewicht. Man unterscheidet daher auch horizontale Stoß-, Druck- und Reactionsräder von einander. Sehr gewöhnlich nennt man auch die horizontalen Wasserräder überhaupt Turbinen oder Kreiselräder (franz. und engl. turbines), zuweilen giebt man aber nur einer gewissen Klasse von Reactionsrädern den Namen Turbinen. Die Stoßräder sind mit ebenen oder ausgehöhlten Schaufeln ausgerüstet, auf die das Wasser mehr oder weniger rechtwinkelig aufschlägt; die Druckräder hingegen haben krumme Schaufeln, an welchen das Wasser bloß hinläuft; die Reactionsräder endlich bestehen aus einem Röhrenapparate, aus welchem das Wasser mehr oder weniger tangential ausfließt. Die Druckräder und Reactionsräder sind in ihrer Construction einander sehr ähnlich, jedoch unterscheiden sie sich dadurch wesentlich von einander, daß bei den Druckrädern die Zellen oder Kanäle zwischen je zwei Schaufeln vom Wasser nicht ganz ausgefüllt werden, bei den Reactionsrädern aber das Wasser durch die Kanäle oder Röhren mit gefülltem Querschnitte hindurchströmt. Während sich bei den Stoßrädern das Wasser nach allen Seiten hin auf den Schaufeln ausbreitet, strömt es bei den Druck- und Reactionsrädern nur nach einer Seite hin. Nach den verschiedenen Richtungen, in welchen sich das Wasser in den Kanälen der letzteren Räder bewegt, hat man zwei Hauptsysteme von Druck- und Reactionsrädern; entweder ist die relative Bewegung des Wassers in den Kanälen eine horizontale, oder sie ist eine gegen den Horizont geneigte, meist in einer Vertikalfläche vor sich gehende Bewegung. Im ersten Systeme ist aber wieder zu unterscheiden, ob das Wasser von innen nach außen, oder von außen nach innen strömt; im zweiten, ob es von oben nach unten oder von unten nach oben fließt. Meist erfolgt die Bewegung entweder nur von innen nach außen, oder von oben nach unten; im ersten Falle kommt die Centrifugal- und im zweiten die Schwerkraft der Bewegung zu Hülfe.

Horizontale Wasserräder, bei welchen das Wasser von oben nach unten abfließt, nennt man wohl auch Danaiden.

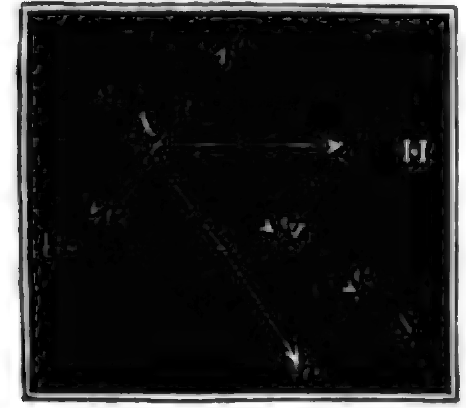
§. 161. Die einfachsten, jedoch auch unvollkommensten horizontalen Wasserräder sind die sogenannten Stoßräder oder Stoßturbinen, wie ACD, Fig. 300. Sie bestehen aus 16 bis 20 rectangulären Schaufeln AB, A_1B_1 u. s. w., welche so auf den Radkörper aufgesetzt sind, daß sie 50 bis 70 Grad Neigung gegen den Horizont erhalten. Das Wasser wird ihnen durch ein pyramidales Gerinne EF von 40 bis 20 Grad Neigung so zugeführt, daß es ziemlich winkelrecht auf die Schaufeln aufschlägt. Man wendet diese Räder bei 10 bis 20 Fuß Gefälle und dann an, wenn eine große Umdrehungszahl erfordert wird, wie z. B. bei Mahlmühlen, wo man den beweglichen Mühlstein oder sogenannten Läufer, auf die Welle des Rades aufsetzt, so daß man Vorgelege oder besondere Zwischenmaschinen gar nicht nöthig hat. Vorzüglich kommen diese Räder in dem südlichen Europa und im nördlichen Afrika, zumal aber in den Alpen und Pyrenäen und in Algier vor. Man giebt ihnen ungefähr 5 Fuß Durchmesser, ihren Schaufeln aber 15 Zoll Höhe und 8 bis 10 Zoll Länge (radial gemessen). Stoßräder.

Fig. 300.



Die Leistung dieser Räder ist nach der Theorie des Wasserstoßes auf folgende Weise zu ermitteln. Die Geschwindigkeit $Ac = c$, Fig. 301, des aufschlagenden Wassers und die Geschwindigkeit $Av = v$ der Schaufeln lassen sich nach der Neigungslinie und nach der Normallinie einer Schaufel in je zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen, welche durch die Formeln $c_1 = c \sin.\delta$, $c_2 = c \cos.\delta$, $v_1 = v \sin.\alpha$ und $v_2 = v \cos.\alpha$ ausgedrückt werden, wenn δ den Winkel cAN angiebt, um welchen die Richtung Ac des Wasserstrahles von der Normale AN abweicht, α aber den Winkel HAN bezeichnet, unter welchem die Normale AN gegen den Horizont geneigt ist, oder um welchen die Bewegungsrichtung des Rades von der Normale, oder die Schaufelebene von der Vertikalen abweicht. Die Seitengeschwindigkeit $c_1 = c \sin.\delta$ bleibt unverändert, da ihre Richtung in die Schaufelebene selbst fällt, die Seitengeschwindigkeit $c_2 = c \cos.\delta$ hingegen wird

Fig. 301.



Stoßräder. durch den Stoß in die Geschwindigkeit $v_2 = v \cos. \alpha$ umgeändert, da die Schaufel in der Normale mit dieser Geschwindigkeit ausweicht; es verliert folglich das Wasser durch den Stoß die Geschwindigkeit

$$c_2 - v_2 = c \cos. \delta - v \cos. \alpha,$$

und es ist der entsprechende Arbeitsverlust $= \frac{(c \cos. \delta - v \cos. \alpha)^2}{2g} Q\gamma$.

Wenn wir nun von dem ganzen disponiblen Arbeitsvermögen $\frac{c^2}{2g} Q\gamma$ des Wassers diesen Arbeitsverlust $\frac{(c \cos. \delta - v \cos. \alpha)^2}{2g} Q\gamma$, so wie das Arbeitsvermögen $\left(\frac{c^2 \sin. \delta^2 + v^2 \cos. \alpha^2}{2g}\right) Q\gamma$, welche das mit der Geschwindigkeit $w = \sqrt{c^2 \sin. \delta^2 + v^2 \cos. \alpha^2}$ abfließende Wasser in sich behält, abziehen, so bekommen wir das auf das Rad übergetragene Arbeitsvermögen

$$L = Pv = [c^2 - (c \cos. \delta - v \cos. \alpha)^2 - (c^2 \sin. \delta^2 + v^2 \cos. \alpha^2)] \frac{Q\gamma}{2g}, \text{ d. i.}$$

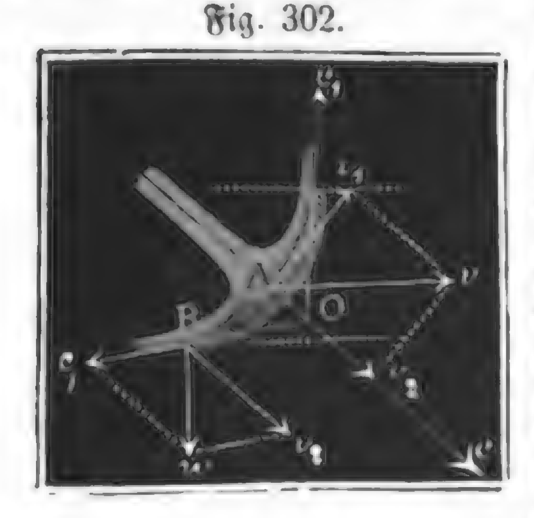
$$L = \frac{(c \cos. \delta - v \cos. \alpha)\, v \cos. \alpha}{g} \cdot Q\gamma.$$

Um diese Leistung so groß wie möglich zu erhalten, hat man $\cos. \delta = 1$, also $\delta = 0$ zu machen, d. i. den Strahl rechtwinkelig gegen die Schaufel zu richten; dann aber noch, wie in anderen früher abgehandelten ganz ähnlichen Fällen, $v \cos. \alpha = \frac{1}{2} c$ oder $v = \frac{c}{2 \cos. \alpha}$ zu nehmen. Die entsprechende Maximalleistung ist

$$Pv = \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2} h Q\gamma, \text{ also die Hälfte des ganzen Arbeitsvermögens.}$$

§. 162. Die Wirkungen der Stoßräder fallen größer aus, wenn die Schaufeln derselben mit vorstehenden Leisten eingefaßt, oder wie Löffel, oder Muscheln, wie in Fig. 302, ausgehöhlt sind. Der Grund dieser Erhöhung der Wirkung ist zwar schon aus dem Früheren bekannt (s. I., §. 424), wir können jedoch auch leicht auf dem schon dort betretenen Wege die Größe dieser Erhöhung berechnen. Da die Schaufel in der Richtung des Strahles mit der Geschwindigkeit $v_2 = v \cos. \alpha$ ausweicht, so läßt sich die relative Geschwindigkeit des Wassers in Hinsicht auf die Schaufel, $c_1 = c - v_2 = c - v \cos. \alpha$ setzen; ist nun β der Winkel $c_1 O c$,

Fig. 302.



um welchen das Wasser durch die Schaufel von seiner anfänglichen Richtung abgelenkt wird, so folgt nun die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers: Stoßräder.

$$w = \sqrt{c_1^2 + v_2^2 + 2\, c_1 v_2 \cos.\beta}$$
$$= \sqrt{(c - v\cos.\alpha)^2 + v^2 \cos.\alpha^2 + 2(c - v\cos.\alpha)\, v\cos.\alpha \cos.\beta},$$

daher der entsprechende Arbeitsverlust:

$$\frac{Qw^2}{2g} = [c^2 - 2(c - v\cos.\alpha)\, v\cos.\alpha\, (1 - \cos.\beta)]\, \frac{Q\gamma}{2g},$$

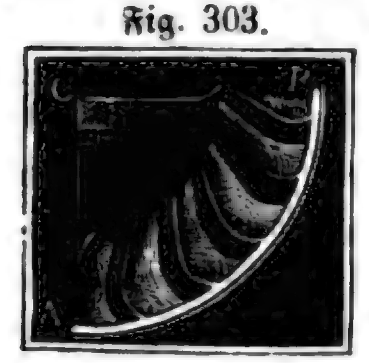
und die Leistung des Rades:

$$L = Pv = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma = (1 - \cos.\beta)\, \frac{(c - v\cos.\alpha)\, v\cos.\alpha}{g} \cdot Q\gamma.$$

Bei ebenen Schaufeln ist $\beta = 90^0$, also $\cos.\beta = 0$ und daher $L = \frac{(c - v\cos.\alpha)\, v\cos.\alpha}{g}\, Q\gamma$, wie wir allerdings schon oben, jedoch auf einem ganz anderen Wege gefunden haben. Bei hohlen Schaufeln ist nun aber β stumpf, also $\cos.\beta$ negativ, daher $1 - \cos.\beta$ größer als 1, und folglich auch die Leistung größer, als bei ebenen Schaufeln.

Zu dieser Klasse von Rädern gehören auch diejenigen, welche die Franzosen rouets volants nennen, und über deren Wirkungen Piobert und Tardy Versuche angestellt haben. S. Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical etc., par Piobert et Tardy, Paris 1840. Die Ergebnisse dieser Versuche an einem Rädchen von 5 Fuß Durchmesser, 8 Zoll Höhe und 20 gekrümmten Schaufeln (s. Fig. 303) waren bei einem Gefälle von $4^1/_4$ Meter (vom Spiegel des Oberwassers bis Grundfläche des Rades gemessen), und bei einem Aufschlag von 0,3 Cubikmeter pr. Sec. folgende: Für $\frac{v}{c} = 0{,}72$, $\eta = 0{,}16$; für $\frac{v}{c} = 0{,}66$, $\eta = 0{,}31$, und für $\frac{v}{c} = 0{,}56$, $\eta = 0{,}40$. Hiernach läßt sich nun in den Fällen, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nicht sehr von 0,6 abweicht, setzen: $Pv = 0{,}75\, (c - v\cos.\alpha)\, \frac{v\cos.\alpha}{g}\, Q\gamma$.

Fig. 303.



Bei großen Aufschlagsquanten oder sehr kleinen Rädern stellt sich die Leistung vorzüglich deshalb noch sehr gering heraus, weil hier der Abfluß des Wassers nicht hinreichend schnell erfolgt und sich deshalb eine Stauung im Rade bildet.

Beispiel. Welchen Effect kann man von einer Stoßturbine mit hohlen Schaufeln wie Fig. 303 erwarten, wenn man zu deren Umtriebe ein Wasserquan-

Stoßräder. lum von 6 Cubikfuß und ein Gefälle von 16 Fuß benutzt? Wenn man die Radhöhe unberücksichtigt läßt, so erhält man die theoretische Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers: $c = \sqrt{2gh} = 7,906\sqrt{16} = 31,624$ Fuß, und nimmt man noch eine Lutteneigung von 20° an, so erhält man die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit $v = \frac{c}{2\,cos.\alpha} = \frac{15,812}{cos\,20^0} = 16,83$ Fuß, und daher ist nach obiger Formel der zu erreichende Effect

$$L = Pv = 0,75\ .\ \frac{v^2\,cos.\alpha^2}{g}\,Q\gamma = {}^3\!/_4\ .\ 0,032\ .\ 15,812^2\ .\ 6\ .\ 66$$
$$= 0,024\ .\ 250\ .\ 396 = 2376 \text{ Fußpfund.}$$

Stoß- und Druckräder. §. 163. Wenn man den Schaufeln eine größere Ausdehnung giebt, und sie so aushöhlt, daß sie unten nahe horizontal auslaufen, so kann das Wasser außer der Stoßleistung auch noch eine Druckleistung, und daher das Rad einen größeren Effect hervorbringen, als ein bloßes Stoßrad. Die Theorie eines solchen Rades können wir aber leicht entwickeln, wenn wir auf dem im §. 161 betretenen Wege weiter fortgehen. Denken wir uns im Einfallspunkte A, Fig. 304, eine Normale AN errichtet, und bezeichnen wir wieder den Winkel cAN, welchen die Richtung des eintretenden Wassers mit dieser Normale einschließt, mit δ, und den Winkel vAN, welchen die Radgeschwindigkeit mit ihr bildet, $= \alpha$, so erhalten wir den durch den Stoß erzeugten Geschwindigkeitsverlust

Fig. 304.

$c_2 - v_2 = c\,cos.\delta - v\,cos.\alpha$, und den entsprechenden Arbeitsverlust $= \frac{(c\,cos.\delta - v\,cos.\alpha)^2}{2g}\,Q\gamma$. Die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser anfängt an der Schaufel niederzufließen, ist:

$$c_1 + c_3 = c\,sin.\delta + v\,sin.\alpha,$$

und setzt man nun noch die Höhe BH, auf welche das Wasser an der Schaufel AB niedersinkt, $= h_1$, so hat man die relative Geschwindigkeit des Wassers am Fuße B der Schaufel:

$$c_4 = \sqrt{(c_1 + c_3)^2 + 2gh_1} = \sqrt{(c\,sin.\delta + v\,sin.\alpha)^2 + 2gh_1}.$$

Zugleich hat aber das Wasser noch die Geschwindigkeit v mit dem Rade gemeinschaftlich, daher ist die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers: $w = \sqrt{c_4^2 + v^2 - 2c_4 v\,cos.\vartheta}$, wo ϑ den Winkel c_4BO

bezeichnet, unter welchem der Schaufelfuß gegen den Horizont geneigt ist. Stoß- und Druckräder.
Der entsprechende Effectverlust ist

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(\frac{c_4^2 + v^2 - 2c_4 v \cos.\vartheta}{2g}\right) Q\gamma.$$

Zieht man diese beiden Verluste von der ganzen disponiblen Arbeit $\left(\frac{c^2}{2g} + h_1\right) Q\gamma$ ab, so bekommt man die auf das Rad übergegangene Leistung

$$L = Pv = [c^2 + 2gh_1 - (c\cos.\delta - v\cos.\alpha)^2 - (c_4^2 + v^2 - 2c_4 v\cos.\vartheta)]\frac{Q\gamma}{2g},$$

worin natürlich für c_4 der oben angegebene Werth einzusetzen ist.

Stößt das Wasser winkelrecht, so hat man $\delta = 0$, $c_4 = \sqrt{v^2 \sin.\alpha^2 + 2gh_1}$ und daher

$$L = [c^2 + 2gh_1 - (c - v\cos.\alpha)^2 - c_4^2 + v^2 - 2c_4 v\cos.\vartheta)]\frac{Q\gamma}{2g}$$

$$= [2cv\cos.\alpha - (1 + \cos.\alpha^2)v^2 - v^2\sin.\alpha^2 + 2v\cos.\vartheta \,.\, \sqrt{v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1}]\frac{Q\gamma}{2g}$$

$$= [(c\cos.\alpha - v)v + v\cos.\vartheta\sqrt{v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1}]\frac{Q\gamma}{g};$$

damit das Wasser übrigens noch die größte Leistung giebt, muß es todt vom Rade fallen, also $w = 0$ sein, welches bedingt $\vartheta = 0$ und $c_4 = v$, d. i. $v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1 = v^2$, also $v = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\cos.\alpha}$.

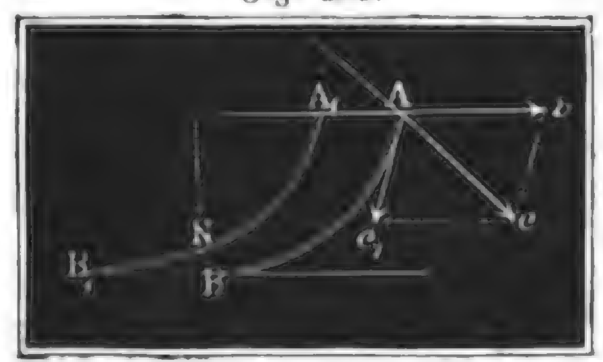
§. 164. Soll hingegen das Wasser ohne Stoß eintreten, also nur durch Druck wirken, so muß $v\cos.\alpha = c\cos.\delta$ sein, und damit nun auch noch das Wasser ohne lebendige Kraft vom Rade tritt, muß sein: $\vartheta = 0$ und $c_4 = v$, d. i. $(c\sin.\delta + v\sin.\alpha)^2 + 2gh_1 = v^2$, oder $c^2\sin.\delta^2 + 2cv\sin.\alpha\sin.\delta + 2gh_1 = v^2\cos.\alpha^2 = c^2\cos.\delta^2$; wenn man noch $2cv\cos.\alpha\cos.\delta = 2c^2\cos.\delta^2$ auf beiden Seiten subtrahirt: $c^2\sin.\delta^2 - 2cv(\cos.\alpha\cos.\delta - \sin.\alpha\sin.\delta) + 2gh_1 = -c^2\cos.\delta^2$ oder $c^2 + 2gh_1 = 2cv\cos.(\alpha + \delta)$, und daher Druckräder.

$$v = \frac{c^2 + 2gh_1}{2c\cos.(\alpha + \delta)} = \frac{g(h + h_1)}{c\cos.\varphi},$$

wo h die Geschwindigkeitshöhe des eintretenden Wassers, und folglich $h + h_1$ das ganze Gefälle, φ aber den Winkel cAv zwischen Wasser- und Radgeschwindigkeiten bezeichnet. Die theoretische Leistung ist im letzten Falle natürlich $= (h + h_1)Q\gamma$, also der Wirkungsgrad $\eta = 1$, weil auf keine Weise ein Verlust statt hat. Nachdem man bei einem solchen Druckrade die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit v gefunden hat, so erhält man

Druckräder. die erforderliche Schaufellage, wenn man durch Eintrittspunkt A, Fig. 305, eine Linie parallel zu $v\,c$ legt, und das Parallelogramm $A\,v\,c\,c_1$ vollendet: die sich ergebende Seite $A\,c_1$ giebt die Größe und Richtung der relativen Geschwindigkeit c_1, mit welcher das Wasser an der Schaufel herunterzulaufen anfängt, und also auch die hiermit zusammenfallende Richtung des Schaufelkopfes.

Fig. 305.

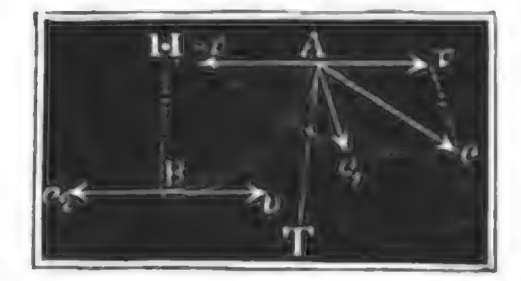


Damit das Wasser durch die Zwischenräume wie $B\,B_1$ u. s. w. ungehindert abfließen kann, muß allerdings der Schaufelfuß B_1 noch einen keinen Winkel ϑ gegen den Horizont einschließen. Setzen wir den mittleren Radhalbmesser $= a$, und die mittlere Länge der Schaufeln, radial gemessen, $= l$, so können wir den Querschnitt der Abflußöffnung einer Zelle $= \overline{BN}\,.\,l = \overline{BB_1}\,sin.\vartheta\,.\,l$, und daher den Querschnitt sämmtlicher Abflußöffnungen des Rades: $2\,\pi\,a\,l\,sin.\vartheta$ setzen. Bezeichnet nun noch c_2 die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser am Radfuße ankommt, ist also $c_2 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\varphi + 2\,g\,h_1}$, so hat man $2\,\pi\,a\,l\,sin.\vartheta$ auch $= \frac{Q}{c_2}$, und daher für den erforderlichen Winkel

$$sin.\vartheta = \frac{Q}{2\,\pi\,a\,l\,c_2}.$$

Anmerkung Nach der im ersten Theile vorgetragenen Theorie des Wasserstoßes oder hydraulischen Druckes ist es nicht nöthig, daß $v\,cos.\alpha = c\,cos.\delta$, oder, was auf eins herauskommt, daß die Seitengeschwindigkeit c_1 in die Richtung der Schaufel falle. Nach I, § 43 ist die relative Geschwindigkeit c_1 des Wassers in Hinsicht auf die Schaufel AB, Fig. 306, die Diagonale des aus der absoluten Wassergeschwindigkeit c und aus der entgegengesetzt genommenen Radgeschwindigkeit v construirten Parallelogrammes, daher $c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\varphi}$; wird nun durch den Anstoß an die Schaufel nur die Richtung, nicht aber die Größe dieser Geschwindigkeit geändert, so erhält man die relative Geschwindigkeit beim Austritte, und nach Herabsinken von der Höhe $BH = h_1$,

Fig. 306.



$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2\,g\,h_1} = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\varphi + 2\,g\,h_1}.$$

Damit endlich die ganze Wirkung vom Wasser gewonnen werde, hat man wieder

$$c_2 = v, \text{ also } c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\varphi + 2\,g\,h_1 = v^2,$$

$$\text{d. i. } v = \frac{c^2 + 2\,g\,h_1}{2\,c\,cos.\varphi} = \frac{g\,(h + h_1)}{c\,cos.\varphi} \text{ zu machen.}$$

§. 165. Man nennt die im vorigen Paragraphen abgehandelten Räder, bei welchen das Wasser vorzüglich durch Druck wirkt, indem es an gekrümmten Schaufeln niederfließt, Borda'sche Turbinen. Die Construction solcher Turbinen führt Fig. 307 vor Augen. Der Verfasser hat das Original als Umtriebsmaschine für 6 Amalgamirfässer und ein anderes zum Umtrieb eines Mahlganges zu Huelgoat in der Bretagne gesehen. Die krummen Schaufeln waren aus drei Buchenholzbrettchen zusammengesetzt, und zwischen aus Dauben zusammengesetzten Mänteln, wovon der äußere mit zwei eisernen Ringen umgeben war, eingesetzt. In Fig. 307 ist AB eine Schaufel, C die Welle und D der 45^0 geneigte Wassereinfallutten. Der Durchmesser des Rades betrug $1\frac{1}{2}$ Meter, die Schaufeln waren 0,36 Meter lang und 0,44 Meter hoch und ihre Anzahl war 20. Uebrigens machte das Rad bei einem Gefälle von 5 Metern 40 Umdrehungen in der Minute.

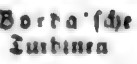
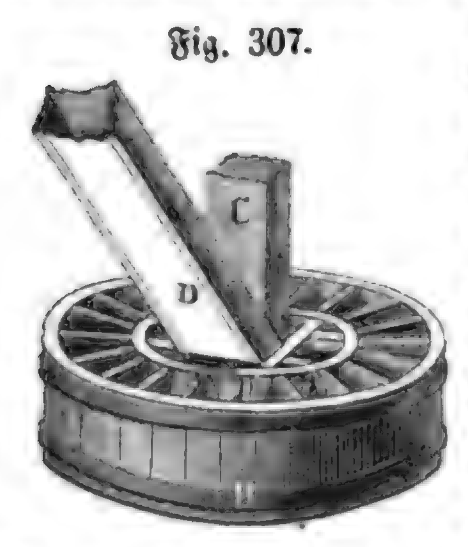


Fig. 307.



Ueber die effectiven Wirkungen der Borda'schen Turbinen sind sichere Beobachtungen nicht bekannt. Borda giebt das Verhältniß der effectiven Leistung zur theoretischen 0,75 an, und so lange besondere Versuche hierüber nicht gemacht worden sind, wird man dieses Verhältniß noch beibehalten, und also

$$L = 0{,}75 \, . \, [h + h_1 - (c \cos. \delta - v \cos. \alpha)^2 - w^2] \, Q\gamma$$

setzen müssen. Poncelet bemerkt sehr richtig, daß es zweckmäßig ist, den Rädern eine große Höhe und einen großen Durchmesser zu geben, und die Schaufeln weniger lang zu machen, also die beiden Mäntel oder Trommeln nicht weit von einander abstehen zu lassen. Durch die größere Radhöhe erlangt man ein kleineres Geschwindigkeitsgefälle, und daher auch kleinere Wasser- und Radgeschwindigkeiten, durch einen größeren Durchmesser erhält man eine kleinere Umdrehungszahl, und da bei einem größeren Rade bei gleichem Fassungsraume die Radweite eine kleinere sein kann, so erhält man auch dadurch kleinere Abweichungen in der Geschwindigkeit der neben einander niederfließenden Wasserfäden.

Beispiel. Welchen Aufschlag erfordert eine Borda'sche Turbine nach der Construction von Fig. 307, wenn dieselbe bei einem Gefälle von 15 Fuß zum Umtriebe eines Mahlganges eine Leistung von 2 Pferdekräften hervorbringen soll? Geben wir dem Rade $1\frac{3}{4}$ Fuß Höhe, so bekommen wir die theoretische Eintrittsgeschwindigkeit $c = 7{,}906 \sqrt{15 - 1{,}75} = 7{,}906 \sqrt{13{,}25} = 28{,}75$ Fuß. Führt

Digitized by Google

Borda'sche Turbinen. man das Wasser unter 30° Neigung gegen den Horizont ein, so erhält man die vortheilhafteste Umlaufsgeschwindigkeit

$$v = \frac{g(h + h_1)}{c\, cos.\, \varphi} = \frac{31{,}25 \;\; 15}{28{,}75\, .\, cos. 30^\circ} = 18{,}83 \text{ Fuß.}$$

Wenn das Wasser ohne Stoß eintritt, ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an den Schaufeln niederzufließen anfängt:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\, c\, v\, cos.\, \varphi} = \sqrt{c^2 + v^2 - c^2 - 2\, g\, h_1} = \sqrt{v^2 - 2\, g\, h_1}$$
$$= \sqrt{18{,}83^2 - 2\, .\, 31{,}25\, .\, 1{,}75} = \sqrt{245} = 15{,}65 \text{ Fuß.}$$

Für den Winkel ψ, unter welchem der Schaufelkopf gegen den Horizont zu neigen ist, hat man hiernach $\frac{sin.\, \psi}{sin.\, \varphi} = \frac{c}{c_1}$, also

$$sin.\, \psi = \frac{28{,}75}{15{,}65}\, sin. 30^\circ = 0{,}9185, \text{ folglich } \psi = 66^3/_4{}^\circ.$$

Geben wir noch dem Schaufelfuße eine Neigung von 25° gegen den Horizont, so erhalten wir die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers:

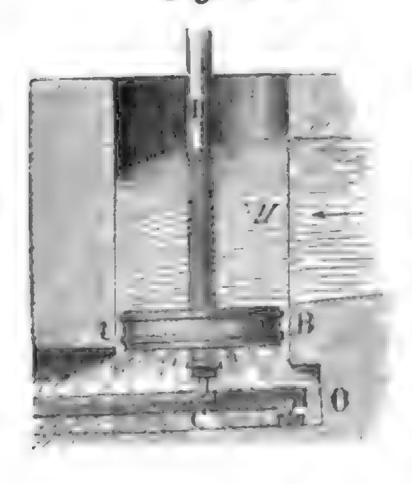
$$w = 2\, v\, sin.\, \frac{\vartheta}{2} = 2\, .\, 18{,}83\, sin.\, 12^1/_2{}^\circ = 8{,}15 \text{ Fuß und daher die Leistung:}$$

$$L = {}^3/_4 \left(h + h_1 - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = {}^3/_4 \left(15 - \frac{8{,}15^2}{2g}\right) . 66\, Q = {}^{99}/_2\, (15 - 1{,}063)\, Q = 690\, Q.$$

Damit diese die verlangten 2 Pferdekräfte = 1020 Fußpfund giebt, ist demnach das Aufschlagquantum $Q = \frac{1020}{690} = 1{,}48$ Cubikfuß nöthig. Geben wir dem Rade einen mittleren Halbmesser (bis zur Schaufelmitte gemessen) von 2 Fuß, und machen wir den Wasserraum $^1/_2$ Fuß weit, so bekommen wir den Inhalt der Querschnitte sämmtlicher Abflußöffnungen an der Grundfläche des Rades
$F = 2\pi\, a\, l\, sin.\, \vartheta = \pi\, .\, 4\, .\, ^1/_2\, sin. 25^\circ = 6{,}28\, .\, 0{,}4226 = 2{,}65$ Quadratfuß, welche sicherlich hinreicht, um pr. Secunde 1,48 Cubikfuß Wasser mit 18,83 Fuß Geschwindigkeit durchfließen zu lassen.

Kufenräder. §. 166. Zu den Turbinen, bei welchen das Wasser an krummen Schaufeln niederfließt, gehören noch die Kufenräder (franz. roues en cuves), welche noch häufig im südlichen Frankreich vorkommen und schon von Belidor in seiner Architecture hydraulique beschrieben worden sind. Auch D'Aubuisson behandelt diese Räder ziemlich ausführlich in seiner Hydraulik. Endlich haben Piobert und Tardy in einer schon oben citirten Abhandlung (§. 162) die Resultate der von ihnen angestellten Versuche, welche allerdings keineswegs günstig zu nennen sind, mitgetheilt. Diese Räder (s. AC, Fig. 308) weichen in ihrer Form von den oben betrachteten Stoßrädern (s. Fig. 303) nicht ab, sie haben jedoch nur 1 Meter im Durchmesser und nur 9 krumme Schaufeln; man setzt sie nur aus zwei Stücken zusammen und umgiebt sie mit zwei eisernen Reifen. Die Welle CD ruht mit ihrem

Fig. 308.



Stifte C auf einem Hebel CO, um sie heben oder senken zu können, wie es der aufsitzende Mühlstein (hier nicht angegeben) erfordert. Dieses Rad befindet sich nahe am Fuße innerhalb eines cylindrischen, 2 Meter hohen und 1,02 Meter breiten Schachtes AWB, und das Wasser fließt durch ein sich an das Rad tangential anschließendes Gerinne zu, welches 3 bis 4 Meter Länge, anfänglich eine Breite von 0,75, zuletzt bei der Einmündung in die schachtförmige Radstube aber nur noch eine solche von 0,25 Meter hat. Das Wasser fließt mit einer großen Geschwindigkeit zu, nimmt, in der Radstube angelangt, eine drehende Bewegung an und wirkt nun stoßend und drückend gegen die Schaufeln des Rades, indem es in den Zwischenräumen zwischen den Schaufeln nach unten strömt. Ein großer Theil des Wassers kommt aber nur unvollkommen oder gar nicht zur Wirkung, indem er entweder in dem Zwischenraume zwischen Rad und Schacht entweicht, oder beim Durchgang durch die weiten Schaufelräume nicht hinreichende Gelegenheit hat, seine Kraft auszuüben. Aus diesem Grunde sind auch die Wirkungsgrade dieser Räder so sehr klein. Bei den besseren Rädern in der Hospitalmühle zu Toulouse fanden Piobert und Tardy den Wirkungsgrad höchstens 0,27 und zwar bei einem Gefälle von 3 Meter, einem Aufschlag von 0,45 Cubikmeter, und einer Umdrehungszahl $u = 100$. War unter übrigens gleichen Verhältnissen die Umdrehungszahl $u = 120$, so stellte sich $\eta = 0,22$ heraus und für $u = 133$ war η gar nur $= 0,15$. Die Räder in der sogenannten Basacle-Mühle gaben wegen ihres schlechten Zustandes höchstens $\mu = 0,18$. Kufenräder.

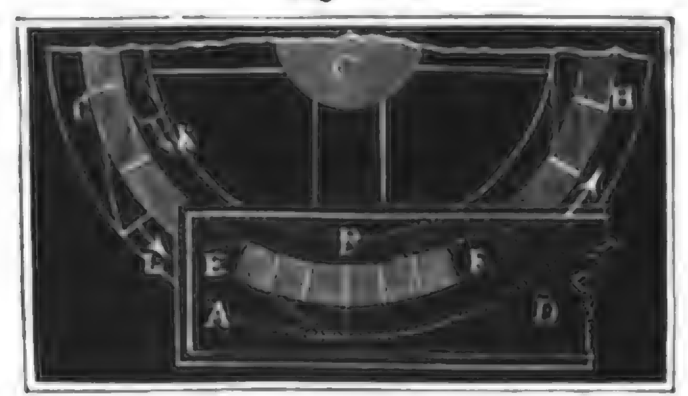
D'Aubuisson berichtet, daß man bei neuen Ausführungen das Rad nicht in, sondern unmittelbar unter den Schacht gestellt und dafür etwas weiter gemacht hat als diesen Raum; daß man auch das pyramidale Zuflußgerinne bedeutend abgekürzt und durch beides den Wirkungsgrad um $^1/_3$ erhöht hat. Wenn wir nun auch für diese Räder den Wirkungsgrad mit D'Aubuisson 0,25 setzen, so erhalten wir doch noch eine viel kleinere Leistung, als bei den oben betrachteten freistehenden Stoßrädern oder roues à buse, wie sie D'Aubuisson nennt.

§. 167. Die Turbinen von Burdin, oder turbines à évacuation alternative, wie sie Burdin selbst nennt, sind die vorzüglichsten der hierher (§. 165) gehörigen Räder. Sie sind im Wesentlichen von den einfachen Borda'schen Turbinen nur dadurch verschieden, daß bei ihnen das Wasser an mehreren Punkten zugleich eintritt, und daß die Ausmündungen auf drei concentrische Kreise vertheilt sind. Die letztere Anordnung geschieht deshalb, damit das mit einer sehr kleinen absoluten Geschwindigkeit abfließende Wasser dem Rade keine Hindernisse in seiner Umdrehung entgegensetze. Burdin's Turbinen.

Burdin's Turbinen.

Das erste Rad dieser Art hat Burdin in der Mühle zu Pont-Gibaud aufgeführt, und in den Annales des Mines, III. Série, T. III, beschrieben. Fig. 309 stellt einen Grundriß dieses Rades vor. *ABD* ist der unmittelbar über dem Rade stehende Speisebehälter, welcher auf der einen Seite mit dem Aufschlaggerinne in Verbindung steht und im Boden eine Reihe *EF* von Mundstücken hat, durch welche das Wasser in einer geneigten Richtung in das Rad eingeführt wird. Das um die Axe *C* umlaufende Rad besteht aus einer Reihe von Kanälen, deren Einmündungen zusammen einen ringförmigen Raum *GBH* bilden, welche sich genau unter dem von den Mundstücken gebildeten Bogen *EF* bewegt, so daß das Wasser ungehindert aus diesem in jene eintreten kann. Die Kanäle (franz. couloirs) laufen oben senkrecht, unten aber ziemlich horizontal und beinahe tangential und zwar in drei verschiedenen Kreisen aus; es befindet sich nämlich nur der dritte Theil sämmtlicher Ausmündungen dieser Kanäle genau unter dem von den Einmündungen gebildeten Ringe *GBH*, das andere Drittel, wie z. B. *K*, mündet aber innerhalb, und das dritte Drittel, wie z. B. *L*, mündet außerhalb des Ringes *GBH* aus.

Fig. 309.



Durch die Versuche, welche an der Burdin'schen Turbine in Pont-Gibaud angestellt worden sind, hat sich bei einem Aufschlag Q von 0,0935 Cubikmeter und einem Gefälle h von 3,24 Meter ein Wirkungsgrad $\eta = 0,67$ herausgestellt. Die vorher zu demselben Zwecke angewendete Stoßturbine erforderte bei gleicher Leistung das dreifache Wasserquantum. Der Durchmesser dieses Rades betrug 1,4 Meter, die Höhe 0,4 Meter, und die Schaufelzahl 36.

Leistung der Centrifugalkraft.

§. 168. Bei den seither in Betrachtung gezogenen Turbinen bewegt sich das Wasser nahe oder ganz in einer cylindrischen Fläche, es verändert folglich bei dieser Bewegung jedes Wasserelement seine Entfernung von der Umdrehungsaxe nicht, oder wenigstens nicht sehr; im Folgenden werden wir aber Räder kennen lernen, wo das Wasser außer einer Umdrehungs- und nach Befinden einer Vertikalbewegung noch eine mehr oder weniger radial ein- oder radial auswärts gerichtete Bewegung in Hinsicht auf die Umdrehungsaxe hat. Diese Turbinen haben die Eigenthümlichkeit, daß ihr Gang von der Centrifugalkraft des Wassers wesentlich mit abhängt. Man könnte daher auch diese Räder Centrifugalturbinen nennen. Ehe

Digitized by Google

wir uns mit diesen Rädern beschäftigen können, ist es jedoch nöthig, vorher noch die Wirkung des Wassers durch seine Centrifugalkraft zu untersuchen, wenn dasselbe in einer Spirallinie um einen Mittelpunkt herumgeht, oder wenn es eine radiale und drehende Bewegung zugleich hat. Die Centrifugalkraft eines Körpers vom Gewichte G, welcher in der Entfernung y mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um einen Punkt herumläuft, ist $F = \frac{\omega^2 G y}{g}$ (s. I. §. 246). Bewegt sich derselbe außerdem noch um einen kleinen Weg σ radial aus- oder einwärts, so wird durch diese Kraft die Arbeit Leistung der Centrifugalkraft.

$F\sigma = \frac{\omega^2 G y \sigma}{g}$ verrichtet, oder in Anspruch genommen. Nehmen wir nun an, daß die Bewegung im Drehungspunkte ihren Anfang nehme und radial auswärts erfolge, so daß zuletzt die Entfernung des Körpers vom Drehungspunkte $= r$ sei, so können wir die hierbei von der Centrifugalkraft verrichtete Arbeit finden, wenn wir in der letzten Formel $\sigma = \frac{r}{n}$, y nach und nach aber $\frac{r}{n}, \frac{2r}{n}, \frac{3r}{n} \ldots \frac{nr}{n}$ einsetzen, und die erhaltenen Arbeiten durch Summation vereinigen. Es folgt auf diese Weise die in Frage stehende Arbeit:

$$L = \frac{\omega^2 G r}{ng}\left(\frac{r}{n} + \frac{2r}{n} + \frac{3r}{n} + \ldots + \frac{nr}{n}\right)$$
$$= \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g}(1 + 2 + 3 + \ldots + n) = \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g} \cdot \frac{n(n+1)}{2},$$

oder, da wir n unendlich groß nehmen müssen:

$$L = \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \cdot G = \frac{v^2}{2g} G,$$

insofern v die Umdrehungsgeschwindigkeit ωr des Körpers im Endpunkte seiner Bewegung repräsentirt. Sowie diese Arbeit bei der Bewegung von innen nach außen von der Centrifugalkraft verrichtet wird, ebenso wird dieselbe von dieser Kraft consumirt, wenn die Bewegung nach dem Mittelpunkte zu erfolgt. Gelangt aber der Körper am Ende seiner Bewegung nicht bis zum Drehungspunkte, sondern steht er zuletzt noch um die Entfernung r_1 von diesem ab, so bleibt noch die Arbeit $\frac{\omega^2 r_1^2}{2g} G$ übrig, und es consumirt daher der Körper nur die Arbeit

$$L = \frac{\omega^2 r^2}{2g} G - \frac{\omega^2 r_1^2}{2g} G = (r^2 - r_1^2)\frac{\omega^2}{2g} G = \left(\frac{v^2 - v_1^2}{2g}\right) G,$$

wofern v_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit im Endpunkte, so wie v die Anfangspunkte der Bewegung bezeichnet. Geht hingegen die Bewegung

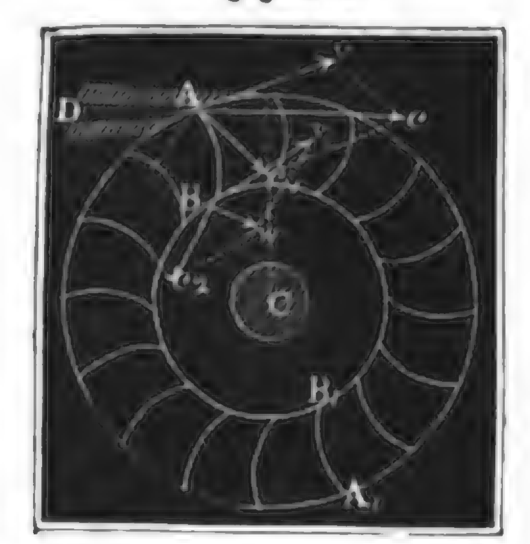
von innen nach außen vor sich, so verrichtet die Centrifugalkraft die Leistung

$$L = \left(\frac{v^2 - v_1^2}{2g}\right) G.$$

Poncelet's Turbine oder das Tangentialrad.

§. 169. Eins der einfachsten Horizontalräder, wo die Centrifugalkraft des Wassers auf den Gang influirt, ist die Poncelet'sche Turbine, wovon Fig. 310 einen Grundriß vorstellt.

Fig. 310.



Diese Maschine besteht aus einer stehenden Welle C, aus zwei damit fest verbundenen Kränzen, wie AA_1 BB_1, und aus einem Systeme krummer Schaufeln, wie AB, A_1B_1, u. s. w. zwischen denselben. Das Wasser wird ihr durch einen Lutten DA von außen beinahe in tangentialer Richtung zugeführt, dieses läuft aber an den hohlen Seiten der Schaufeln von außen nach innen und ergießt sich endlich in das Innere des Radraumes. Damit die Wirkung des Wassers auf das Rad möglichst groß ausfällt, ist nöthig, daß das Wasser ohne Stoß eintritt und ohne lebendige Kraft innen abfließt. Im Wesentlichen hat diese Turbine mit dem vertikalen Ponceletrade viel Aehnliches, nur macht hier das Wasser den Weg an einer Schaufel hin und zurück, dort aber nur hin. Diejenige Richtung des Schaufelkopfes A, bei welcher das Wasser ohne Stoß eintritt, bestimmt sich genau wie beim vertikalen Rade Poncelet's und auch bei anderen Rädern, wenn man aus der Radgeschwindigkeit v und der Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers ein Dreieck Acv construirt und Ac_1 parallel mit der Seite vc zieht. Die relative Geschwindigkeit Ac_1, mit welcher das Wasser in die Radräume eintritt, ist $c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\delta}$, wenn δ den Winkel cAv bezeichnet, um welchen die Richtung des Wasserstrahles von der Tangente zum Radumfange im Eintrittspunkte abweicht. Diese Geschwindigkeit wird aber während der Bewegung an der Schaufel durch die entgegenwirkende Centrifugalkraft geschwächt, und es ist deshalb die relative Geschwindigkeit $Bc_2 = c_2$, mit welcher das Wasser denn inneren Radkranz erreicht, kleiner als die relative Eintrittsgeschwindigkeit c_1. Nach dem Ergebnisse der Untersuchung im vorigen Paragraphen verliert das Wasser $\left(\frac{v^2 - v_1^2}{2g}\right) Q\gamma$ an Arbeitsvermögen, oder $\frac{v^2 - v_1^2}{2g}$ an Druck- oder Geschwindigkeitshöhe, wenn v die Umdrehungsgeschwindigkeit im Anfangs- und v_1 die im Endpunkte der Bewegung bezeichnet. Ist daher $\frac{c_1^2}{2g}$ die Ge-

schwindigkeitshöhe beim Eintritt in A, und $\frac{c_2^2}{2g}$ die beim Austritt in B, so hat man $\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}\right)$, und daher $c_2^2 = c_1^2 - v^2 + v_1^2$, oder, da $c_1^2 = c^2 + v^2 - 2cv\cos.\delta$ ist, $c_2^2 = c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta$ und $c_2 = \sqrt{c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta}$, wobei man nicht außer Acht zu lassen hat, daß v die äußere und v_1 die innere Umfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet. Um dem Wasser durch das Rad alle lebendige Kraft zu entziehen, hat man das Schaufelende B tangential an den inneren Radumfang anzulegen und dann noch $c_2 = v_1$, also $c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta = v_1^2$, d. i. $v\cos.\delta = \frac{c}{2}$ zu machen. Poncelet's Turbine.

Wegen des ungehinderten Ausflusses nach innen hat man aber das Schaufelende unter einem Winkel δ_1 von 15 bis 20° an den inneren Radumfang anzuschließen, und es ist daher die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers: $w = \sqrt{c_2^2 + v_1^2 - 2c_2 v_1 \cos.\delta_1}$, oder, wenn man $v\cos.\delta = \frac{c}{2}$, also $v_1 = c_2$ nimmt, $w = 2v_1 \sin.\frac{\delta_1}{2}$ und der entsprechende Verlust an mechanischer Leistung:

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(2v_1 \sin.\frac{\delta_1}{2}\right)^2 \frac{Q\gamma}{2g},$$

endlich die übrigbleibende Radleistung:

$$L = \left[c^2 - \left(2v_1 \sin.\frac{\delta_1}{2}\right)^2\right] \frac{Q\gamma}{2g}.$$

Nach Poncelet läßt sich von diesen Rädern ein Wirkungsgrad 0,65 bis 0,75 erwarten.

Anmerkung. Aus dem Aufschlagwasserquantum Q und den Geschwindigkeiten c, c_1 und c_2 ergiebt sich der Querschnitt der Eintrittskanäle:

$F = \frac{Q}{c}$; der der Radkanäle am äußern Umfange

$F_1 = \frac{Q}{c_1}$; und der Radkanäle am innern Umfange

$F_2 = \frac{Q}{c_2}$.

Ist μ der Ausflußcoefficient für den Ausfluß durch die Leitschaufeln, so kann man $c = \mu\sqrt{2gh}$ setzen, und hieraus auch c_1 und c_2, so wie auch die nöthigen Querschnitte F, F_1 und F_2 berechnen.

§. 170. Die Poncelet'schen Turbinen werden in der neueren Zeit vorzüglich bei hohen Gefällen angewendet, und gehen bis jetzt meist aus der Maschinenfabrik von Escher, Wyß und Comp. unter dem Namen Tangentialräder hervor. Tangentialräder.

Tangentialräder.

Die Fig. 311 und Fig. 312 führen ein Tangentialrad im Auf- und Grundrisse vor Augen. Es ist hier *A* der Einfallkasten, *B* die Einfallröhre und *C* der aus drei Kanälen bestehende Leitschaufelapparat, durch welchen das Wasser nahe tangential auf das Rad geführt wird. Zum Reguliren

Fig. 311.

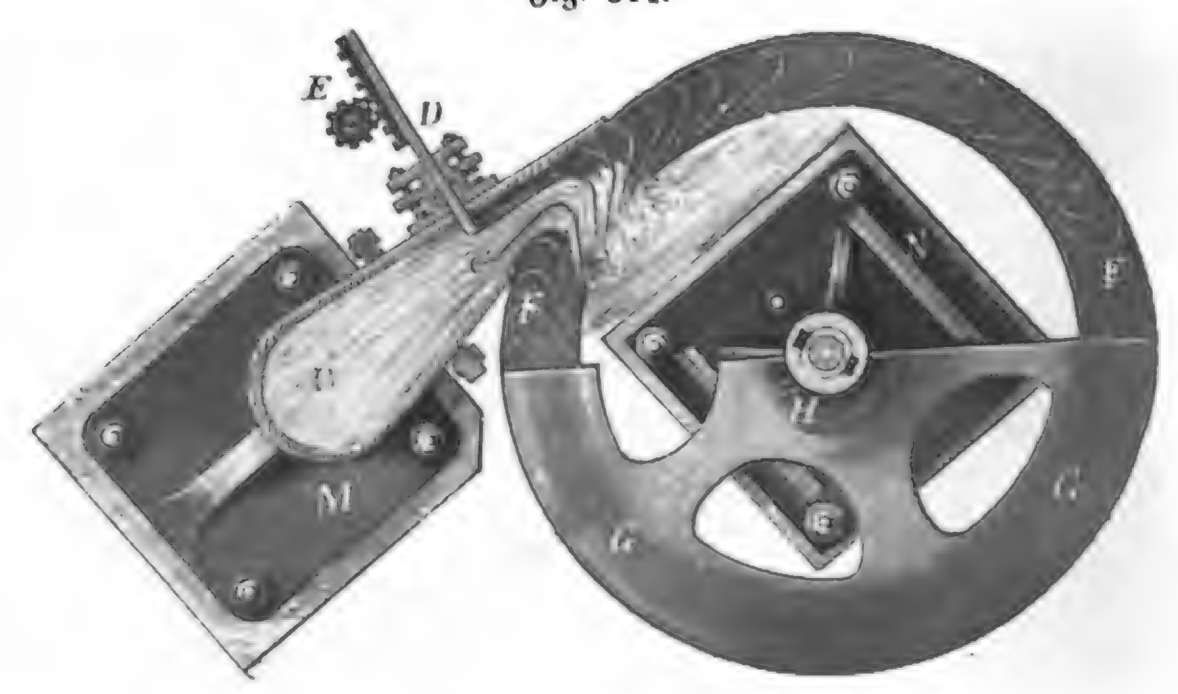


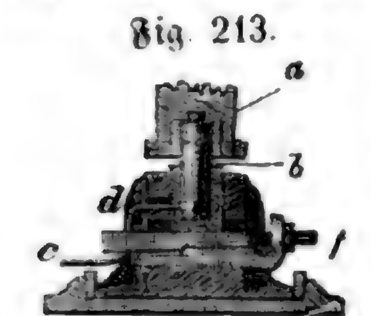
Fig. 312.

Digitized by Google

des Wasserzuflusses dient ein Schieber *D*, welcher durch ein gezahntes Rad *E* gestellt werden kann. Bei der abgebildeten Schieberstellung ist ein Leitschaufelkanal ganz abgeschlossen, es wird daher hier das Wasser nur in zwei Kanälen auf das Rad geführt. Das aus 60 Schaufeln bestehende Rad *FF* ist mittels eines Tellers *GG* und des Muffes *H* mit der stehenden Welle *KL* desselben fest verbunden; die letztere läuft oben in einem Halslager *K* und unten mittels einer stählernen Pfanne auf einem ebenfalls stählernen Stifte, dessen Gestelle in Fig. 315 besonders abgebildet ist. Es ist hier *a* die in der stehenden Welle fest eingeschraubte Pfanne, *b* der im Gestelle sitzende Stift, *cd* ein Rohr, durch welches Oel nach den Reibungsflächen geführt wird, und *e* ein durch Schrauben *f* zu stellender Keil, womit sich der Stift nach Bedürfniß heben oder senken läßt. Die Einfallröhre und das Radgestelle ruhen mittels eiserner Lagerplatten *M* und *N* auf steinernen Pfeilern *P* und *Q*. Diese in $^1/_{30}$ der natürlichen Größe abgebildete Maschine benutzt ein, in der Figur verkürztes Gefälle von 6,17 Meter, und ein Aufschlagquantum von 0,2 Cubikmeter pr. Sec., und hat bei 65 Umdrehungen pr. Min. einen Wirkungsgrad von 0,72.

Tangentialräder.

Fig. 213.



Wir können hier aus dem polytechnischen Centralblatte, Jahrgang 1847 und 1849, die Resultate der Versuche an zwei Paar solchen Rädern mittheilen

Das erste Räderpaar befindet sich in einer Spinnerei in Tanneberg bei Annaberg Dasselbe hat einen Aufschlag von 7 C. Fuß pr. Sec. und ein Gefälle von 76 Fuß, der äußere Durchmesser eines jeden Rades ist 24 und der innere 16 Zoll (engl.), die Weite beträgt ferner nur 3 Zoll, und die Anzahl Schaufeln ist 48. Das Wasser wird durch eine Röhre aus Kesselblech von 76 Fuß Länge und 18 Zoll Weite zugeleitet. Dieselbe hat einen horizontalen Auslauf, welcher auf der einen Seite nach dem einen und auf der andern nach dem andern Rade führt. Vor jeder Ausmündung befindet sich eine durch eine Schraube ohne Ende stellbare Schieberschütze und ein in Fig. 311 abgebildeter Leitschaufelapparat, welcher das Wasser in drei Kanälen nahe tangential in das Rad einführt. Die an einem dieser von Herrn Professor Hülße angestellten Versuche gaben bei 270 Umdrehungen des Rades pr. Min. einen Wirkungsgrad von

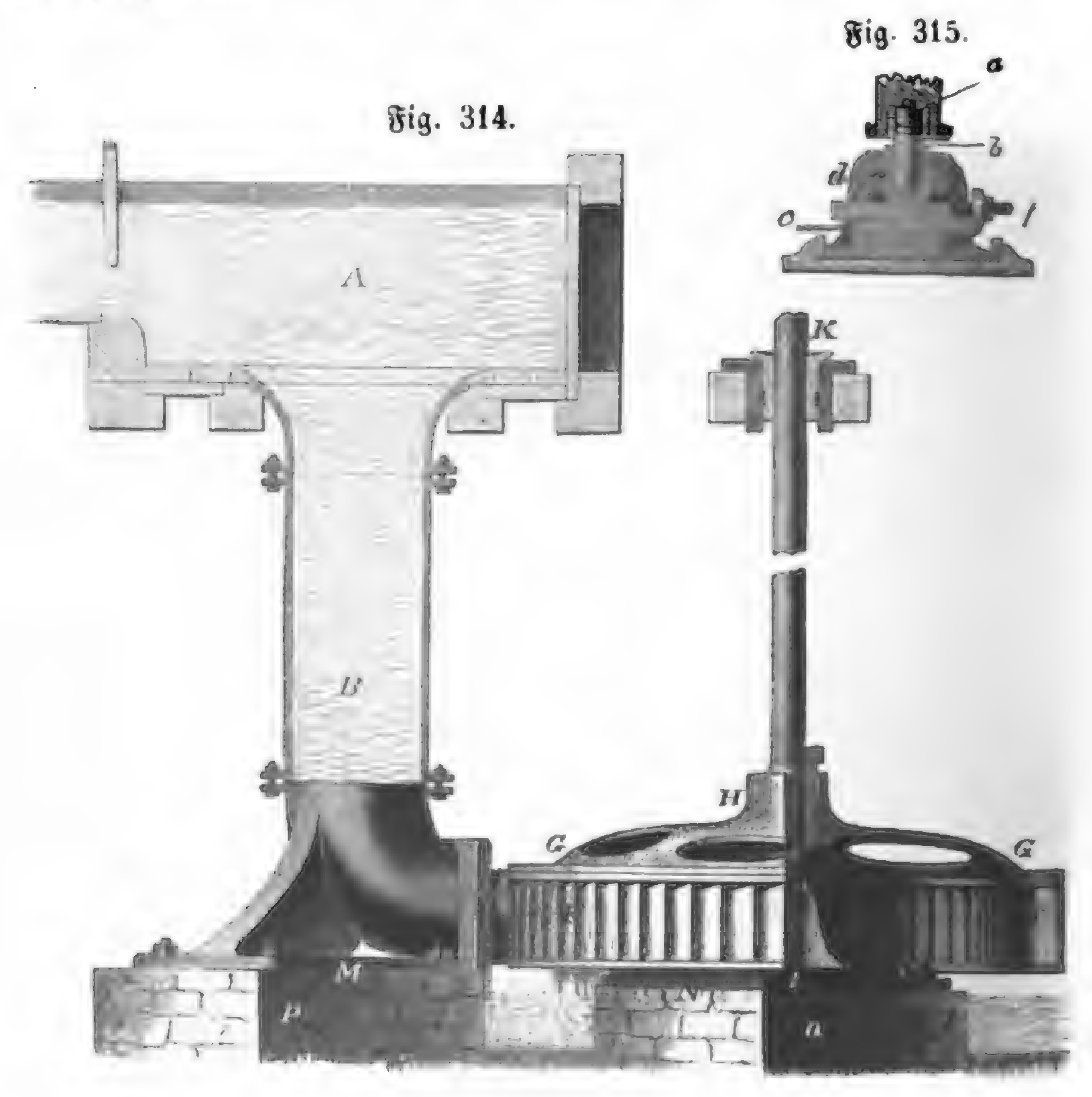
0,75 bei ganz geöffneter Schütze,
0,60 bei drei Viertel geöffneter Schütze, und
0,46 bei halb geöffneter Schütze.

Während das Räderpaar in Tanneberg zum Betriebe einer Spinnerei dient, wird dagegen ein anderes Paar Tangentialräder in Birkigt bei Tetschen zum Betriebe von Mahlgängen verwendet. Das Gefälle dieser Tur-

Tangentialräder. bine ist nur $20\frac{1}{4}$ Fuß (engl.), jedes Rad hat 75 Schaufeln, 5 Fuß äußeren Durchmesser, 5 Zoll Kranzbreite und $11\frac{1}{2}$ Zoll Weite. Die Zuführung des Wassers durch eine Einfallröhre und durch Leitschaufelapparat ist in der Hauptsache dieselbe wie bei der Tanneberger Maschine und wie Fig. 314 vor Augen führt. Die Schützen bestehen jedoch hier aus Drosselventilen, auch sind die Mündungen der von den zwei Leitschaufeln gebildeten drei Eintrittskanäle mit besonderen Schiebern versehen, um einen oder zwei dieser Kanäle ganz verschließen zu können. Aus den vom Herrn Brückmann an einem dieser Räder angestellten Versuchen geht hervor, daß diese Maschine bei 61 Umdrehungen pr. Min. den Maximal-Wirkungsgrad 0,70 giebt, und daß der letztere nur auf 0,65 herabsinkt, wenn die Umdrehungszahl auf 50 herabgeht oder auf 70 steigt, oder wenn das Ausschlagquantum durch Absperren eines oder zweier Kanäle auf die Hälfte herabgezogen wird.

Fig. 315.

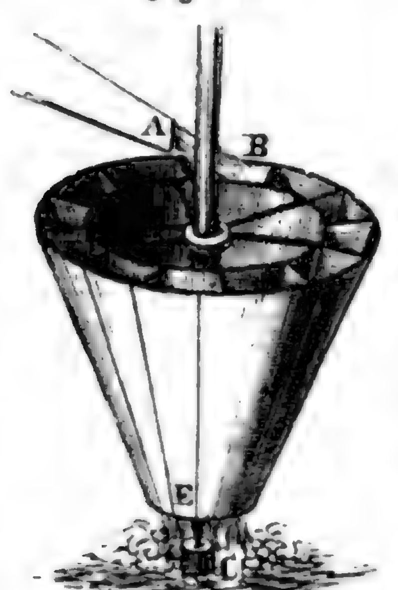
Fig. 314.



Digitized by Google

§. 171. An die Poncelet'schen Turbinen schließen sich zunächst diejenigen horizontalen Wasserräder an, welche mehr oder weniger die Form eines umgestürzten Kegels haben, die man in Frankreich roues à poires oder Danaides nennt, und deren schon Belidor in seiner Architect. hydr. erwähnt. Von der Einrichtung eines solchen Rades wird Fig. 316 eine Vorstellung verschaffen. Es besteht dieses Rad im Wesentlichen aus einer stehenden Welle CD, aus zwei kegelförmigen Mänteln und aus Scheidewänden, welche den hohlen Raum zwischen beiden Mänteln in von oben nach unten laufende Kanäle zerschneiden. Das Aufschlagwasser wird durch ein Gerinne A oben zu-, und durch das Loch E unten nahe an der Axe, nachdem es die erwähnten Radkanäle durchlaufen hat, abgeführt. Bei dem einfachsten Rade dieser Art sind die Scheidewände durch vertikale Ebenen, bei andern aber durch schiefe oder Schraubenflächen gebildet. Bei den Rädern, welche Belidor beschreibt, fehlt endlich der äußere Mantel ganz, und es ist dafür das Rad in eine conische, ziemlich genau an die Schaufeln oder Scheidewände anschließende Radstube gestellt. Wir beschäftigen uns nur mit dem Rade der ersten Art. Danaiden.

Fig. 316.



Bei diesen Rädern haben Schwerkraft und Centrifugalkraft zugleich Antheil an der Bewegung des Wassers. Tritt das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit c_1 oben an einer Stelle B, deren Umdrehungsgeschwindigkeit v ist, ein, und fließt es im Rade um die senkrechte Höhe h_1 nieder, so hat es unten, in der Nähe der Radaxe angekommen, eine Geschwindigkeit c_2, welche bestimmt ist durch die Formel:

$$c_2^2 = c_1^2 + 2gh_1 - v^2.$$

Damit nun diese Null werde, muß sein: $v^2 = c_1^2 + 2gh_1$; damit ferner das Wasser ohne Stoß eintrete, muß der Horizontal-Component c_1 der Eintrittsgeschwindigkeit c der Umfangsgeschwindigkeit v des Rades, also $c \cos. \delta = v$ sein, wenn δ die Neigung des einfallenden Wasserstrahles gegen den Horizont bezeichnet. Die relative Eintrittsgeschwindigkeit ist dann $c_1 = c \sin. \delta$, und es geht daher obige Bedingungsgleichung in folgende über:

$$c^2 \cos. \delta^2 = c^2 \sin. \delta^2 + 2gh_1, \text{ d. i.}$$
$$c^2 \cos. 2\delta = 2gh_1.$$

Das nöthige Geschwindigkeitsgefälle folgt also

$$h_2 = \frac{c^2}{2g} = \frac{h_1}{\cos. 2\delta}.$$

Danaiden

Ist nun noch das ganze Gefälle

$$h_1 + \frac{h_1}{cos.\ 2\delta} = h,$$ so hat man die Radhöhe

$$h_1 = \frac{h\ cos.\ 2\delta}{1 + cos.\ 2\delta},$$ und das Geschwindigkeitsgefälle:

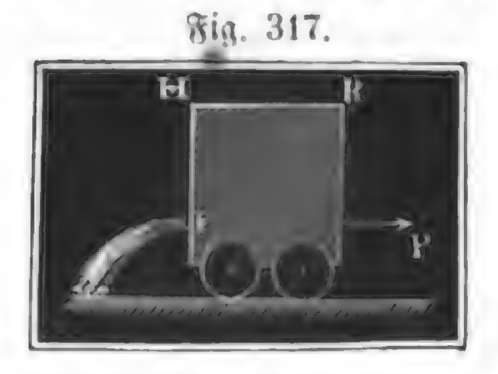
$$h_2 = \frac{h}{1 + cos.\ 2\delta}.$$

Bei dieser Anordnung findet ein Verlust an mechanischer Arbeit nicht statt; da jedoch die Welle des Rades einen gewissen Querschnitt hat, und auch das Wasser zum Abfluß einen gewissen Querschnitt in Anspruch nimmt, so läßt sich das Wasser nur bis zu einem gewissen Abstande von der Axe führen, und daher auch demselben seine lebendige Kraft nicht ganz entziehen, weshalb der Wirkungsgrad dieses Rades noch ziemlich entfernt von der Einheit bleibt.

Anmerkung. Das im Vorstehenden untersuchte Rad ist auch unter dem Namen der Danaide von Burdin bekannt. Die ältere Danaide von Manouri d'Ectot hatte eine hiervon abweichende Construction, wiewohl sie im Principe mit dieser ziemlich übereinstimmte. Dieses Rad bestand in einem Blechcylinder mit vertikal und radial gestellten Scheidewänden und einem Ausflußloche in der Nähe der vertikalen Drehungsaxe. Das Wasser wurde oben ziemlich tangential eingeführt, ging durch den Zwischenraum von 4 bis 5 Centimeter zwischen der cylindrischen Trommel und den Scheidewänden, und traf zunächst die Innenfläche dieser Trommel, wodurch es dieselbe sammt den ganzen, damit fest verbundenen Apparat in Umdrehung setzte. Hierbei floß es allmälig herab auf den Boden und gelangte von da bis zum Ausflußloche. S. Dictionnaire des Sciences mathémat. par Montferrier, art. Danaide.

Reactionsräder.

§. 172. Setzt man ein Ausflußgefäß HRF, Fig. 317, auf einen Wagen, so treibt die Reaction des Wassers denselben mit dem Gefäße in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Richtung fort, und verbindet man ein Aus-







flußgefäß AF, Fig. 318, mit einer stehenden Welle C, so wird es durch die Reaction P des ausfließenden Wassers in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Bewegung umgedreht. Ersetzt man das unten abfließende Wasser von oben durch anderes, so wird auf diese Weise eine stetige Umdrehung erzeugt. Die Vorrichtung, welche auf diese Weise in Umdrehung

gesetzt wird, heißt ein **Reactionsrad** (franz. roue à réaction; engl. wheel of reaction, wheel of recoil) in Deutschland gewöhnlich ein **Segner'sches** Wasserrad und in England **Barkers** mill. Das einfachste Rad dieser Art ist in Fig. 319 abgebildet. Dasselbe besteht aus einer Röhre *BC*, deren Axe durch eine feststehende Welle *AX* gebildet wird, und aus zwei Röhren (Schwungröhren) *CF* und *CG* mit Seitenmündungen *F* und *G*. Das durch diese Mündungen abfließende Wasser wird durch anderes, oben durch ein Gerinne *K* zugeführtes Wasser ersetzt. Bei Anwendung an Mahlmühlen wird der Läufer oder obere Mühlstein auf *AX* unmittelbar aufgesetzt; bei andern Anwendungen kann aber die Bewegung mittels eines auf *AX* aufzusetzenden Zahn- oder Riemenrades fortgepflanzt werden. Reactionsräder.

Fig. 319.



Fig. 320.

Man hat auch Reactionsräder mit mehreren Schwungröhren oder Schwungkammern angewendet, wie z. B. Fig. 320 im Grundrisse vor Augen führt. Das Gefäß *HR* ist entweder cylindrisch oder conisch. Um das Wasser ohne Stoß einzuführen hat **Euler** ein gleichgeformtes Zuflußgefäß unmittelbar über das Rad gesetzt, und statt des Bodens in demselben ringsum geneigte Leitschaufeln eingesetzt, ähnlich wie später **Burdin** bei seinen Turbinen (s. II. §. 167); auch hat **Burdin** ähnliche Reactionsräder ausgeführt.

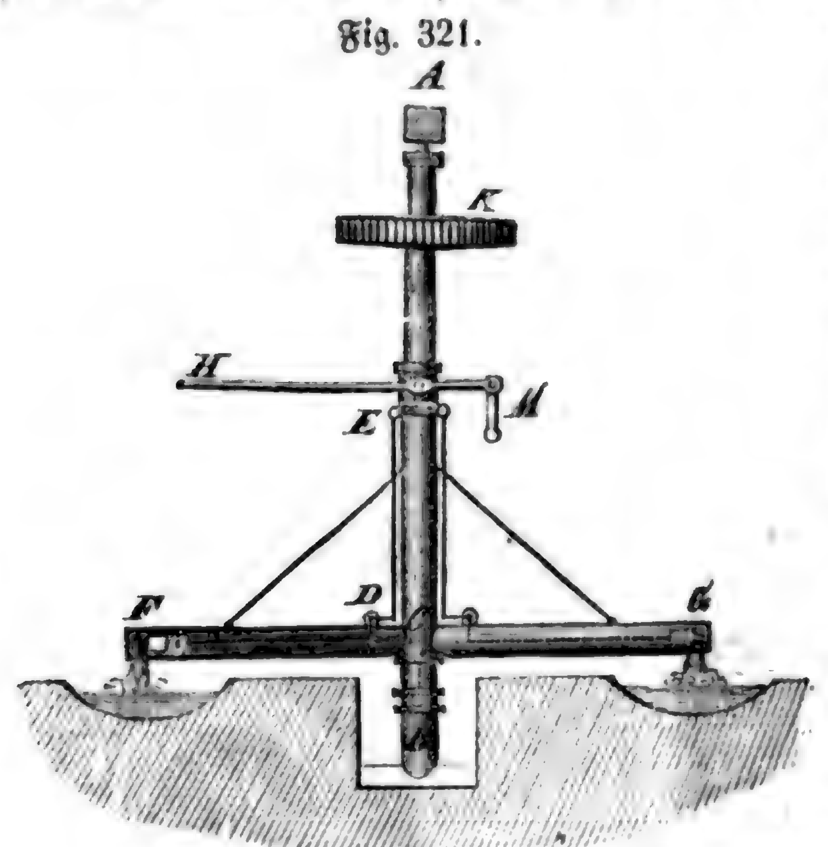
Ein einfaches Reactionsrad sah der Verfasser in Vallendar ohnweit Ehrenbreitenstein. Es war vom Herrn Maschineninspector **Althans** construirt, und diente als Umtriebsmaschiene für zwei Lohmahlgänge. Die gewiß sehr zweckmäßige Einrichtung dieses Rades ist aus Fig. 321 (a. f. S.) zu ersehen. Das Wasser wird durch eine Einfallröhre zugeführt, welche bei *B* unterhalb des Rades vertikal aufwärts gebogen ist. Die stehende Welle *AC* mit ihren beiden Schwungröhren *CF* und *CG* ist von unten

Digitized by Google

Reactionsräder.

herauf hohl und paßt mit ihrem Ende B in das eine Schnauze bildende Ende der Einfallröhre. Damit sich aber diese Welle drehen könne, ohne Wasser bei B durchzulassen, ist in B eine Stopfbüchse, eine Vorrichtung, welche wir erst später kennen lernen werden, angebracht. Die rectangulären Seitenmündungen F und G sind durch Schieber zu verschließen und letztere wieder sind durch Stangen und Winkelhebel (D) mit einer die Welle umfassenden Hülse E verbunden, welche durch einen Hebel HM gehoben oder gesenkt werden kann. Oben sitzt das Rad K zur Transmission der Bewegung. Das durch die 9 Zoll weite Einfallröhre zugeführte Wasser tritt bei B in die Steigröhre, und bei C in die Schwungröhren und kommt nun bei F und G zum Ausflusse. Diese Einrichtung gewährt den Vortheil, daß das ganze Gewicht der umlaufenden Maschine vom Wasser getragen werden und folglich zu einer Reibung an der Basis keine Gelegenheit geben kann. Ist G das Gewicht der Maschine, h die Druckhöhe und $2r$ die Weite der Steigröhre, so hat man für diesen Fall $\pi r^2 h \gamma = G$, es ist also der Röhrenhalbmesser

Fig. 321.



$$r = \sqrt{\frac{G}{\pi h \gamma}}$$

anzuwenden, um diesen Gleichgewichtszustand herbeizuführen.

Das Aufschlagquantum betrug 18 Cubikfuß pr. Min. und das Gefälle 94 Fuß, folglich die disponible Leistung = 1861 Fußpfund Die Länge einer Schwungröhre maß $12\frac{1}{2}$ Fuß, und die Umdrehungszahl pr. Min. war bei der Arbeit 30, folglich die Umfangsgeschwindigkeit = 39,3 Fuß.

Anmerkung 1. Die erste Beschreibung eines Reactionsrades, als eine Erfindung Barkers, findet man in Desagulier's Course of expérimental-philosophy, Vol. II, London 1745. Ausführlich über die Theorie und vortheilhafteste Construction dieser Räder handelt Euler in den Memoiren der Berliner Akademie, 1750, 1754

Anmerkung 2. Die Wirkungsgrade der älteren Reactionsräder waren außerordentlich klein. Schon Nordwall findet ihn nur $\frac{1}{8}$ von dem eines ober-

schlägigen Rades. Schitko (s. dessen Beiträge zur Bergbaukunde u. s. w. Wien, 1833) fand an einem solchen Rade den höchsten Wirkungsgrad 0,15, also ebenfalls sehr gering.

§. 173. Die Wirkungen der Reactionsräder lassen sich theoretisch auf folgende Weise ermitteln. Ist h das Gefälle oder die Tiefe der Mitte der Mündungen unter dem Wasserspiegel in der Einfallröhre, v aber die Umdrehungsgeschwindigkeit derselben, so hat man nach dem Früheren die den Druck des vor der Mündung befindlichen Wassers messende Höhe Theorie der Reactionsräder.

$h_1 = h + \frac{v^2}{2g}$, und daher die theoretische Ausflußgeschwindigkeit

$c = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gh + v^2}$. Bezeichnet noch φ den Geschwindigkeitscoefficienten, so hat man die effective Ausflußgeschwindigkeit

$c = \varphi \sqrt{2gh + v^2}$. Diese Geschwindigkeit ist aber nicht die absolute Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus dem Rade, denn dasselbe hat noch die in entgegengesetzter Richtung vor sich gehende Umdrehungsgeschwindigkeit v mit dem Rade gemeinschaftlich. Es ist demnach die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers:

$$w = c - v = \varphi \sqrt{2gh + v^2} - v,$$

und der entsprechende Arbeitsverlust

$$L_1 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{(\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v)^2}{2g} Q\gamma.$$

Den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi = 1$ angenommen, erhält man

$$L_1 = \frac{(\sqrt{2gh + v^2} - v)^2}{2g} Q\gamma = \left(h - \frac{v\,(\sqrt{2gh + v^2} - v)}{g}\right) Q\gamma,$$

und zieht man diese von der disponiblen Leistung ab, so bleibt die Nutzleistung

$$L = \left(h - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{v\,(\sqrt{2gh + v^2} - v)}{g} Q\gamma.$$

Dieselbe fällt um so größer aus, je größer v ist, denn setzt man

$$\sqrt{v^2 + 2gh} = v + \frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \dots$$ so erhält man

$$L = v\left(\frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \dots\right) \cdot \frac{Q\gamma}{g},$$ also für $v = \infty$, $L = Qh\gamma$,

die ganze disponible Leistung.

Dieser Umstand, daß die Maximalleistung durch eine unendlich große Umfangsgeschwindigkeit bedingt wird, ist aber ein ungünstiger, weil bei einer großen Umfangsgeschwindigkeit die Nebenhindernisse sehr anwachsen, wie leicht zu ermessen ist, da das unbelastete Rad noch lange nicht unendlich schnell umläuft, und also schon die Nebenhindernisse bei einer zwar großen aber keineswegs beinahe unendlichen Geschwindigkeit alle Wirkung aufzehren. Uebrigens kann auch die Geschwindigkeit des Rades deshalb nicht unendlich

Theorie der Reactionsräder.

groß werden, weil durch das Wasser in der Schwungröhre höchstens mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2g(33+h)}$ Fuß, von der Luft- und Wassersäule $33+h$ nachgedrängt wird, also bei einem schnellern Abflusse desselben der stetige Ausfluß aufhört. Von Rädern, deren theoretische Maximalleistung bei einer unendlich kleinen oder auch nur bei einer mittleren Geschwindigkeit eintritt, ist aus demselben Grunde ein größerer Wirkungsgrad zu erlangen, als bei den eine unendlich große Umdrehungszahl fordernden Maschinen.

Es ist allerdings noch die Frage, ob die Leistungen bei mittleren oder nicht sehr hohen Umlaufsgeschwindigkeiten bedeutend von der Maximal- oder disponiblen Leistung $Qh\gamma$ abweichen, zu beantworten. Belastet man die Maschine so stark, daß die Geschwindigkeitshöhe, welche der Umfangsgeschwindigkeit entspricht, dem Gefälle gleich, also $\frac{v^2}{2g} = h$, oder $v = \sqrt{2gh}$ ist, so hat man nach der obigen Formel die Leistung

$$L = \frac{\sqrt{2gh}(\sqrt{4gh} - \sqrt{2gh})}{g} Q\gamma = 2(\sqrt{2} - 1) Qh\gamma = 0{,}828\, Qh\gamma,$$

macht man aber $\frac{v^2}{2g} = 2h$, so erhält man

$$L = \frac{\sqrt{4gh}(\sqrt{6gh} - \sqrt{4gh})}{g} Q\gamma = 4(\sqrt{1{,}5} - 1) Qh\gamma = 0{,}899 Qh\gamma,$$

macht man endlich $\frac{v^2}{2g} = 4h$, so stellt sich

$$L = \frac{\sqrt{8gh}(\sqrt{10gh} - \sqrt{8gh})}{g} Q\gamma = 8(\sqrt{1{,}25} - 1) Qh\gamma = 0{,}944 Qh\gamma$$

heraus; man verliert also im ersten Falle 17, im zweiten 10 und im dritten nur 6 Procent von der disponiblen Leistung, und ersieht hieraus, daß bei mäßigen Gefällen und bei Anwendung einer Umfangsgeschwindigkeit, welche die dem Gefälle entsprechende Endgeschwindigkeit nahe kommt, noch immer eine große Wirkung zu erwarten ist. Uebrigens wird auch durch die große Einfachheit dieser Maschine ein großes Gewicht in die Waagschale der Reactionsräder bei Vergleichung derselben mit andern Rädern gelegt.

Anmerkung. Die Umdrehungs- oder Reactionskraft ist

$$P = \frac{L}{v} = \frac{\sqrt{2gh + v^2} - v}{g} Q\gamma,$$

und für $v = 0$, $P = \frac{\sqrt{2gh}}{g} Q\gamma = \frac{c}{g} Q\gamma = 2 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma$, wie wir schon in I, §. 420 gefunden haben.

§. 174. Die im vorigen Paragraphen gefundene Formel

$$L = \frac{(\sqrt{2gh + v^2} - v)\, v}{g} Q\gamma$$

für die Leistung eines Reactionsrades, ändert sich, wenn man den Ausfluß- widerstand berücksichtigt, die Ausflußgeschwindigkeit Theorie der Reactionsräder.

$$c = \varphi \sqrt{2\,gh + v^2} = \sqrt{\frac{2\,gh + v^2}{1 + \zeta}}$$

und die Ausflußmenge $Q = Fc = \varphi F \sqrt{2\,gh + v^2}$ setzt, in folgende um

$$L = (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v)\,\frac{v Q \gamma}{g}$$

$$= (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v)\,.\,\frac{\varphi F v}{g}\,\sqrt{2\,gh + v^2},$$

worin φ der Geschwindigkeits- oder Ausflußcoefficient und F die Summe der Inhalte der Ausmündungen bezeichnet. Ist Q gegeben, so läßt sich auch $L = \left(\frac{Q}{F} - v\right)\frac{v\,Q\,\gamma}{g}$ und hiernach der Wirkungsgrad des Rades

$$\eta = \frac{L}{Q\,h\,\gamma} = \left(\frac{Q}{F} - v\right)\frac{g\,h}{v} \text{ setzen.}$$

Der Wirkungsgrad $\eta = (\mu \sqrt{2\,gh + v^2} - v)\,\frac{v}{g\,h}$ ist mit $v \sqrt{2\,gh + v^2} - v^2$ zugleich ein Maximum, und zwar für

$$\sqrt{2\,gh + v^2} + \frac{v^2}{\sqrt{2\,gh + v^2}} = \frac{2\,v}{\mu},$$

wie durch Differenziiren u. s. w. nach I, Einleitung Art. X gefunden werden kann. Durch Umformungen dieser Gleichung stößt man auf die biquadratische Gleichung $v^4 + 2\,gh\,v^2 = \frac{\mu^2\,g^2\,h^2}{1 - \mu^2}$, deren Auflösung die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1}$$

giebt, bei welcher der Wirkungsgrad ein Maximum, und zwar da

$$c = \sqrt{2\,gh + v^2} = \sqrt{g\,h}\,\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1} \text{ ausfällt,}$$

$$\eta = \mu \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1}\,.\,\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1} - \frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1$$

$$= 1 - \sqrt{1 - \mu^2} \text{ wird.}$$

Die effective Leistung ist hiernach

$$L = \eta\,Q\,h\,\gamma = (1 - \sqrt{1 - \mu^2})\,Q\,h\,\gamma$$

$$= \mu^2 \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1}\,.\,F\,\sqrt{gh^3}\,.\,\gamma,$$

Theorie der Reactionsräder.

da das Ausflußquantum

$$Q = \mu F c = F \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} + 1}$$

gesetzt werden kann.

Dividiren wir die Leistung durch die Geschwindigkeit v der Röhre im Mittelpunkte der Ausmündungen, so bekommen wir die Reactionskraft:

$$P = (\mu \sqrt{2gh + v^2} - v) \frac{Q\gamma}{g}$$
$$= (\mu \sqrt{2gh + v^2} - v) \sqrt{2gh + v^2} \cdot \frac{\mu F \gamma}{g},$$

und daher beim stillstehenden Rade:

$$P = \mu^2 \cdot 2 F h \gamma.$$

Die Richtigkeit der vorstehenden Theorie des Reactionsrades hat der Verfasser durch Versuche bestätigt gefunden. Diese Versuche wurden an einem Modellrade von 1 Meter Durchmesser und $7\frac{1}{2}$ Quadratcentimeter Mündungsquerschnitt bei 4 Decimeter Druckhöhe angestellt, und es sind die Ergebnisse derselben in einer kleinen Schrift, welche kürzlich in Freiberg unter dem Titel „Versuche über die Leistung eines einfachen Reactionsrades“ erschienen ist, enthalten.

Durch Vergleichung der effectiven Ausflußmenge Q mit dem theoretischen Aufschlagquantum $Fc = F\sqrt{2gh + v^2}$, wurde der Ausflußcoefficient dieses Rades: $\mu = 0{,}9425$ gefunden, und wird nun dieser in die Formel $\eta = 1 - \sqrt{1 - \mu^2}$ eingesetzt, so erhält man den Maximalwirkungsgrad des Rades $\eta = 1 - \sqrt{1 - 0{,}9425^2} = 1 - \sqrt{0{,}1117} = 0{,}666$, was auch die Versuche gaben. Die Umdrehungsgeschwindigkeit, bei welcher dieser eintritt ist theoretisch

$$v = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} - 1} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}334}{0{,}334}} \cdot \sqrt{gh} = \sqrt{2gh},$$

also gleich der Fallgeschwindigkeit, welche der Druckhöhe h entspricht, und auf diesen Werth haben auch die Versuche geführt.

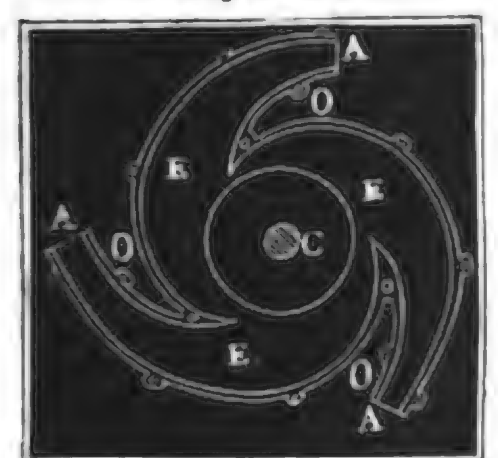
Setzen wir endlich den Werth $\mu = 0{,}9425$ in die Formel $P = \mu^2 \cdot 2 F h \gamma$, so erhalten wir die Reactionskraft des Wassers $= 0{,}888 \cdot 2 F h$, was ebenfalls durch die Versuche bestätigt wurde. War die Radgeschwindigkeit v über $\sqrt{2gh}$, so machte sich der mit dem Quadrate von v wachsende Luftwiderstand bemerklich, so daß von da an die Abweichung zwischen dem theoretischen und effectiven Wirkungsgrade mit v^3 wuchs, und zuletzt das Rad mit der Maximalgeschwindigkeit $v = 2 \cdot \sqrt{2gh}$ leer umging.

Anmerkung. In der Schrift des Herrn Professors Schubert, „Beitrag zur Berichtigung der Theorie der Turbinen“, stellt der Herr Verfasser über die

Theorie des Reactionsrades mehrere fingirte, einer wissenschaftlichen und naturgemäßen Grundlage entbehrende Behauptungen auf. Ich halte es daher für meine Schuldigkeit, meine Leser vor dem ernsthaften Gebrauche dieser Schrift zu warnen, und deshalb auf meine oben citirte Schrift zu verweisen.

§. 175. In der neueren Zeit giebt man den Reactionsrädern krumme Schwungröhren, und nennt sie gewöhnlich Whitelaw'sche oder Schottische Turbinen. Manouri d'Ectot hat jedoch schon vor längerer Zeit solche Räder in Frankreich ausgeführt. (S. Journal des Mines, 1813, Tom. XXXIII.) Die schottischen, von Whitelaw und Stirrat construirten Turbinen weichen von dem Reactionsrade Manouri's im Wesentlichen nicht ab. (S. Dingler's polytechn. Journal Band 88, und polytechn. Centralblatt, Band II. 1843, vorzüglich aber die Schrift: Description of Whitelaw's and Stirrat's Patent Watermill, 2. Edit. London and Birmingham, 1843). Eine besondere Einrichtung der Whitelaw'schen Turbinen besteht darin, daß man die Ausflußmündungen des Wassers durch eine bewegliche Seitenwand erweitern oder verengern und dadurch den Ausfluß selbst reguliren kann. Ein horizontaler Durchschnitt einer solchen Turbine ist in Fig. 322 abgebildet. Diese Turbine besteht aus drei Schwungröhren, das Wasser tritt bei E in diese ein und bei A aus. OA ist die um O drehbare, einen Theil der inneren Seitenwand bildende Klappe zum Reguliren des Ausflusses. Die Stellung dieser Klappe während des Ganges läßt sich durch einen ähnlichen Apparat, wie bei dem in Fig. 321 abgebildeten Rade, bewirken. Whitelaw'sche Turbinen.

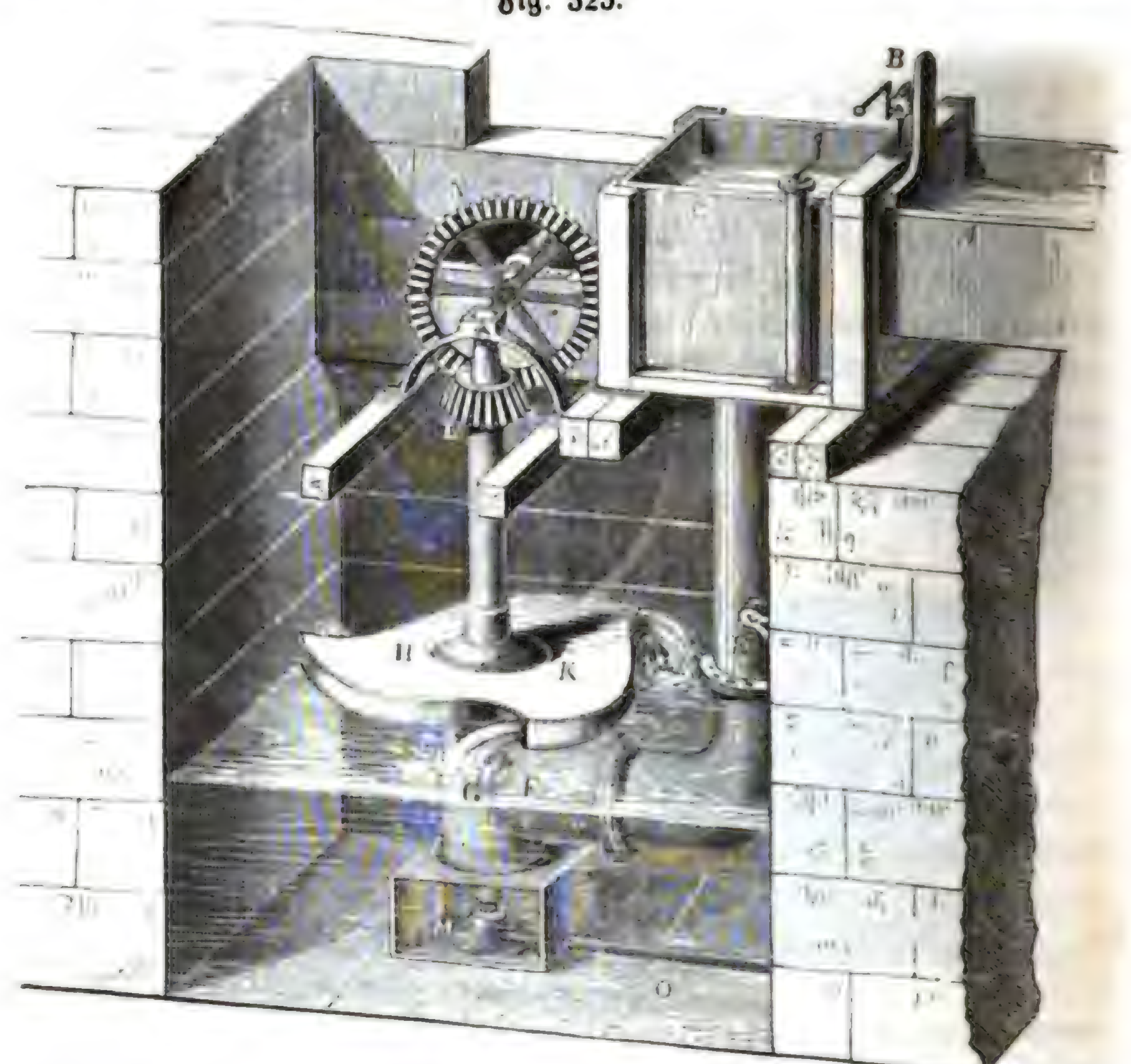
Fig. 322.



Die ganze Zusammenstellung einer Whitelaw'schen Turbine ist aus Fig. 323 (a.f.S.) zu ersehen. A ist das Wasserzuleitungsgerinne, B ein Schutzbrett und C das Einfallreservoir, aus welchem das Wasser in die Einfallröhre DEF läuft. E ist eine Drehklappe, durch welche der Wasserdruck regulirt werden kann. Bei F tritt das Wasser in den feststehenden Cylinder G und von da in das darüber befindliche Rad HK, das auf der stehenden Welle LM festsitzt. Die Reaction des durch drei Radmündungen ausströmenden Wassers treibt das Rad mit der Welle in umgekehrter Richtung um, und diese Bewegung wird durch die Zahnräder L und N zunächst auf eine horizontale Welle übergetragen u. s. w. Das Rad, die Welle, die Einfallröhren u. s. w. sind von Gußeisen; die Pfanne des Stiftes M aber erhält ein Futter von Messing. Das Oel zum Schmieren des Zapfens

Whitelaw'sche Turbinen. läuft durch ein bis über den Wasserspiegel im Einfallkasten emporsteigendes Rohr O zu. Nach Redtenbacher (s. dessen Theorie und Bau der

Fig. 323.



Turbinen und Ventilatoren) kann man die Welle mit ihrem Zapfen ganz vom Wasser absperren, wenn man beide mit einem bis an die obere Deckplatte des Rades reichenden Gehäuse umgiebt. Von der Theorie und von der geometrischen Construction dieser Maschinen wird erst weiter unten gehandelt.

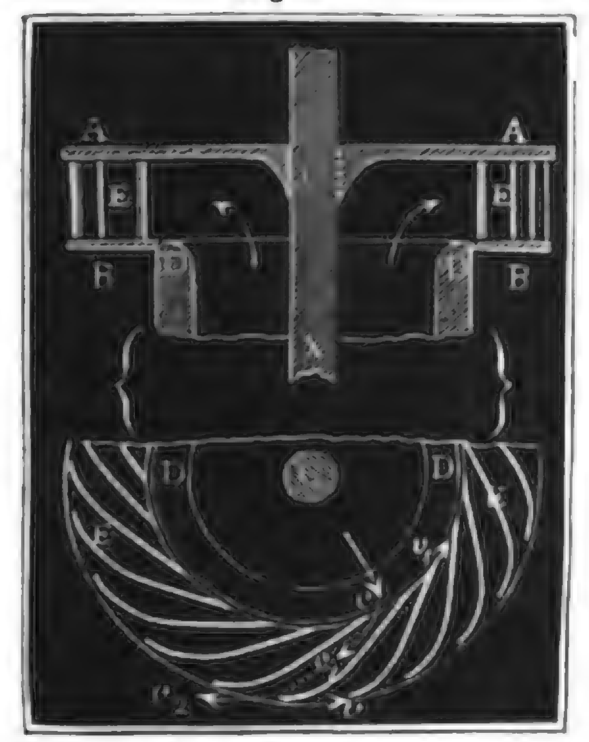
Reactionsrad von Combes. §. 176. An die Whitelaw'schen Turbinen schließt sich zunächst das Combes'sche Reactionsrad an. Auch bei diesem fließt das Wasser von unten zu; doch unterscheidet es sich dadurch wesentlich von den ersteren Rädern, daß seine in größerer Anzahl vorhandenen umlaufenden Kanäle oder Schwungröhren unmittelbar aneinanderstoßen, und durch krumme, zwischen zwei ringförmige Kränze eingesetzte Schaufeln gebildet werden. Die wesentlichste Einrichtung eines Combes'schen Reactionsrades ist aus

Digitized by Google

Fig. 324, welche einen Auf- und einen Grundriß desselben darstellt, ersichtlich. *AA* ist eine den oberen Radkranz bildende, mit der stehenden Welle *CX* fest verbundene Scheibe, *BB* ist der untere, durch die zwischen befindlichen Schaufeln *E, E*... mit der Scheibe *AA* fest verbundene Radkranz; *DD* ist der den untern Theil der Welle umgebende Cylinder, durch welchen das Wasser zugeführt wird, welches am ganzen inneren Radumfange ein- und, nachdem es die Kanäle zwischen den krummen Schaufeln durchlaufen hat, am ganzen äußeren Radumfange ausströmt.

Reactionsrad von Combes.

Fig. 324.



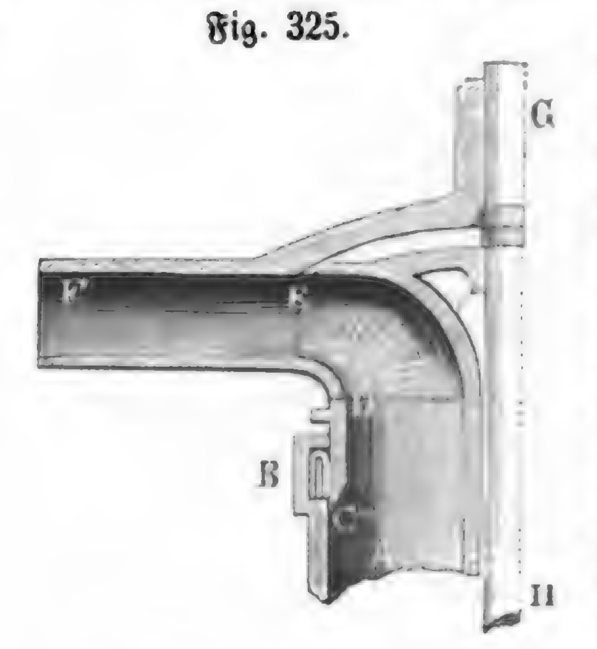
Eine andere wesentliche Abweichung der Combes'schen Reactionsräder von den Whitelaw'schen Turbinen besteht noch darin, daß dieselben keinen wasser- und luftdichten Abschluß zwischen dem Rade *B* und dem Zuflußreservoir *D* haben, der bei den Whitelaw'schen Rädern kaum entbehrt werden kann. Der Grund dieser Vereinfachung ist aber folgender. Der Druck des Wassers in einem Ausflußreservoir ist an verschiedenen Stellen sehr verschieden; da wo das Wasser beinahe still steht, drückt es am stärksten, und da wo es am schnellsten läuft, am schwächsten (s. I. §. 339). Die Geschwindigkeit des Wassers hängt aber wieder von dem Querschnitte des Reservoirs ab, und es steht dieselbe im umgekehrten Verhältnisse zum Querschnitte; daher kann man dem Wasserdrucke durch Veränderung des Querschnittes eine beliebige Größe ertheilen, und ihn auch gleich Null, oder vielmehr dem Atmosphärendrucke gleichmachen. Bohrt man nun an der Stelle, wo das Wasser nur mit der Atmosphäre drückt, ein Loch in das Gefäß, so wird durch dasselbe weder Wasser heraus-, noch Luft hineinströmen. Damit aber umgekehrt, durch den ringförmigen, übrigens möglichst eng zu machenden Raum zwischen *B* und *D* weder Wasser aus-, noch Luft einströme, hat man daher nur nöthig, dem Querschnitte an der Uebergangsstelle eine gewisse Größe zu geben

Anmerkung 1. Die Combes'schen Reactionsräder werden auch oft mit Leitschaufeln versehen, welche das Wasser in bestimmter Richtung in das Rad einführen. Die in Deutschland von Wedding und Nagel ausgeführten Turbinen (erstere in Sagan, letztere in Schwerin), sind insofern den Combes'schen Rädern ähnlich, als sie von unten beaufschlagt werden, in der Construction aber ähneln sie mehr den Fourneyron'schen Turbinen.

Digitized by Google

Reactionsrad von Combes.

Fig. 325.

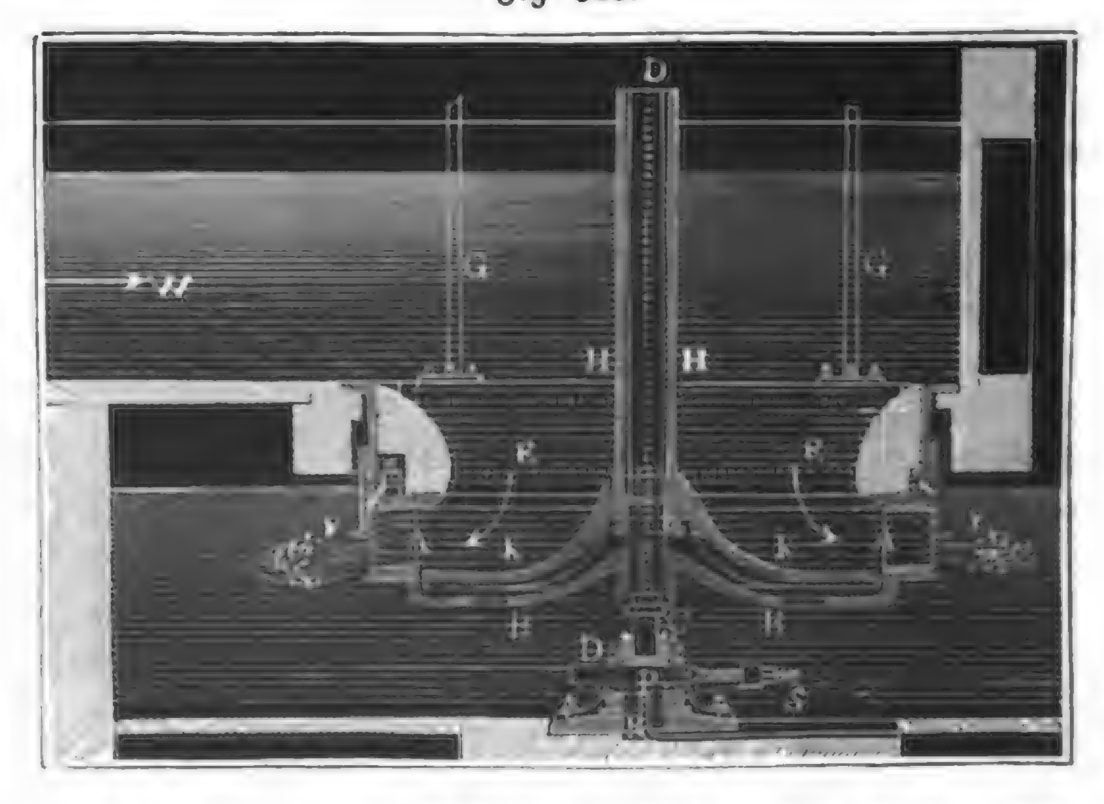


Anmerk. 2. Herr Redtenbacher bewirkt den wasserdichten Abschluß zwischen dem Zuflußreservoir *AB*, Fig. 325, und dem Rade *DEF* durch einen beweglichen Messingring *CD*, der vom Wasser durch seinen Druck so stark an die untere Ringfläche *D* des Rades angedrückt wird, daß das Wasser an dieser Stelle nicht durchdringen kann. Die Berührungsflächen bei *D* sind natürlich ganz eben abzuschleifen. Auch ist der Ring selbst durch eine aus ringförmigen, mit Metallringen ausgesteiften Lederriemen bestehende Dichtung *B* mit dem Zuflußreservoir *AB* verbunden.

Turbine von Cadiat.

§. 177. An die bis jetzt beschriebenen horizontalen Wässerräder reihen sich zunächst die Cadiat'schen Turbinen an. Sie sind ohne Leitschaufeln wie die Whitelaw'schen und Combes'schen Räder, und werden, wie die Fourneyron'schen Turbinen, von oben beaufschlagt. Eigenthümlich ist diesen Rädern noch eine das Rad von außen umschließende kreisförmige Schütze. Einen vertikalen Durchschnitt von diesem Rade führt Fig. 326 vor Augen. *AA* ist das eigentliche Rad, *BB* aber die Schale, welche das-

Fig. 326.



selbe mit der stehenden Welle *CD* verbindet. Der Stift *C* dieser Welle ruht in einer Pfanne, welche wir weiter unten näher kennen lernen werden. *EE* ist das Reservoir mit kreisförmigem Querschnitte, das oben mit dem Zuleitungskanale *H* in fester Verbindung ist und unten unmittelbar über

dem oberen Radkranze ausmündet. Damit das bei W zufließende, im Reservoir niedersinkende und auf dem Wege EA dem Rade zufließende Wasser so wenig wie möglich in dieser Bewegung gestört werde oder Contraction erleide, erweitert sich das Reservoir EE sowohl auf- als auch abwärts allmälig, wie aus der Figur deutlich zu ersehen ist. Der Ausfluß des Wassers wird durch eine das Rad von außen umgebende kreisförmige Schütze FF regulirt. Das Ziehen oder Senken derselben erfolgt durch vier Stangen mittels eines besondern Mechanismus, dessen nähere Einrichtung aus der Figur nicht zu ersehen ist. Damit das Wasser nicht zwischen dem Schutzbrette und der Gefäßwand durchdringen kann, ist ein die innere Fläche des Schutzbrettes berührender Lederring eingesetzt. Turbine von Cadiat.

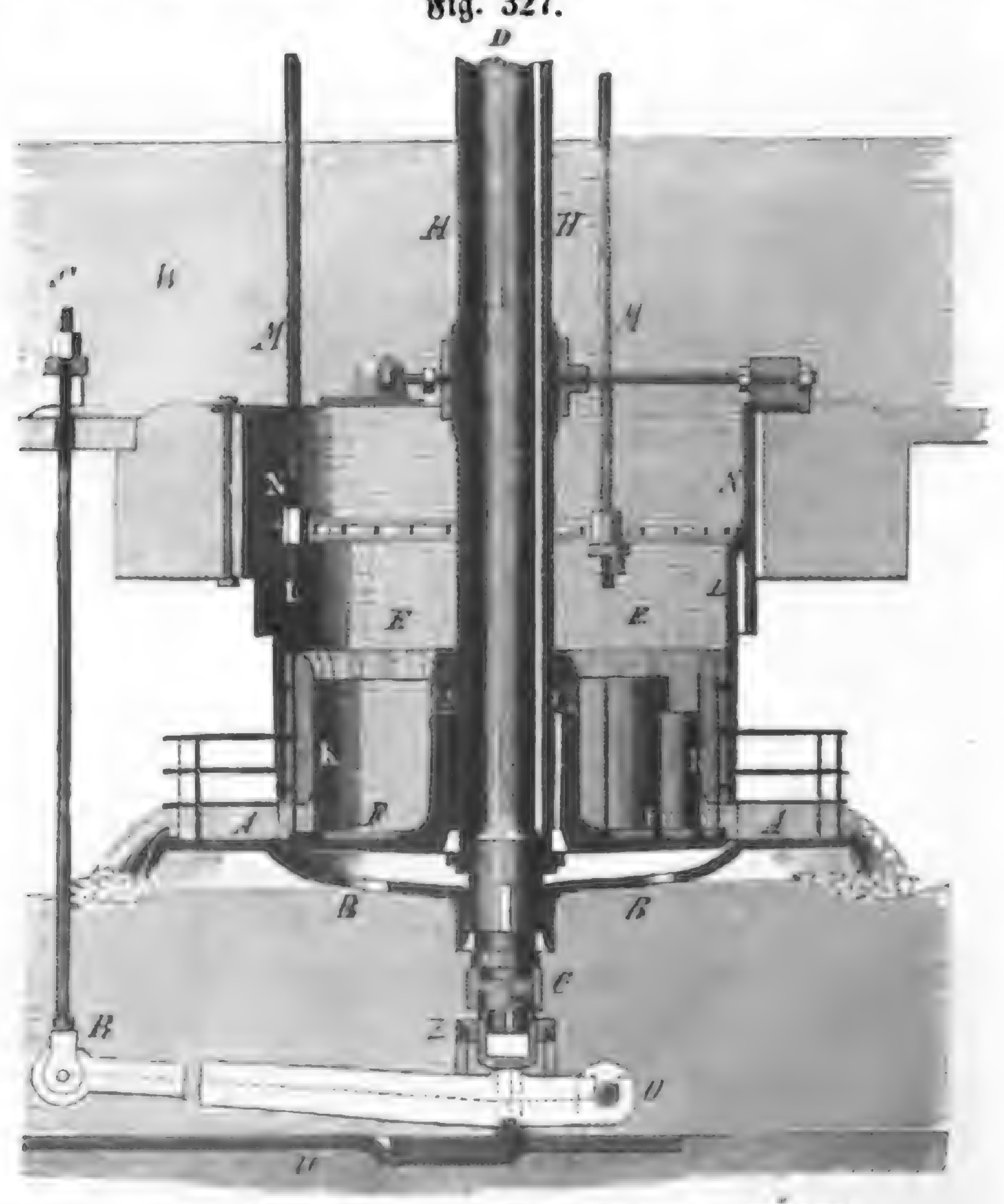
Die stehende Welle CD ist noch mit einer Röhre HH umgeben und auf dieser der Teller KK befestigt, der von dem inneren Umfange des unteren Radkranzes umgeben wird, so daß das Wasser nach unten abgesperrt ist und nicht auf die Schale des Rades drückt. Diese Einrichtung (nach Redtenbacher) weicht von der, welche Cadiat angewendet hat, ab, ist aber genau dieselbe wie bei den Fourneyron'schen Turbinen. Cadiat läßt den Teller mit der Röhre ganz weg, und hebt den Druck des Wassers auf die Schale B durch einen Gegendruck von unten auf, indem er noch ein zweites Reservoir anbringt, welches die untere Fläche des Rades A fast berührt, und mit dem Druckwasser GH in Communication gesetzt wird. Jedenfalls ist diese Einrichtung weniger zweckmäßig als die Fourneyron'sche, um so mehr, da es nicht möglich ist, den Austritt des in diesem Reservoir völlig hydrostatisch drückenden Wassers durch den wenn auch noch so engen ringförmigen Spalt zwischen dem Rade und dem Reservoir zu verhindern. Die hier abgebildete Turbine geht, wie man sieht, unter Wasser.

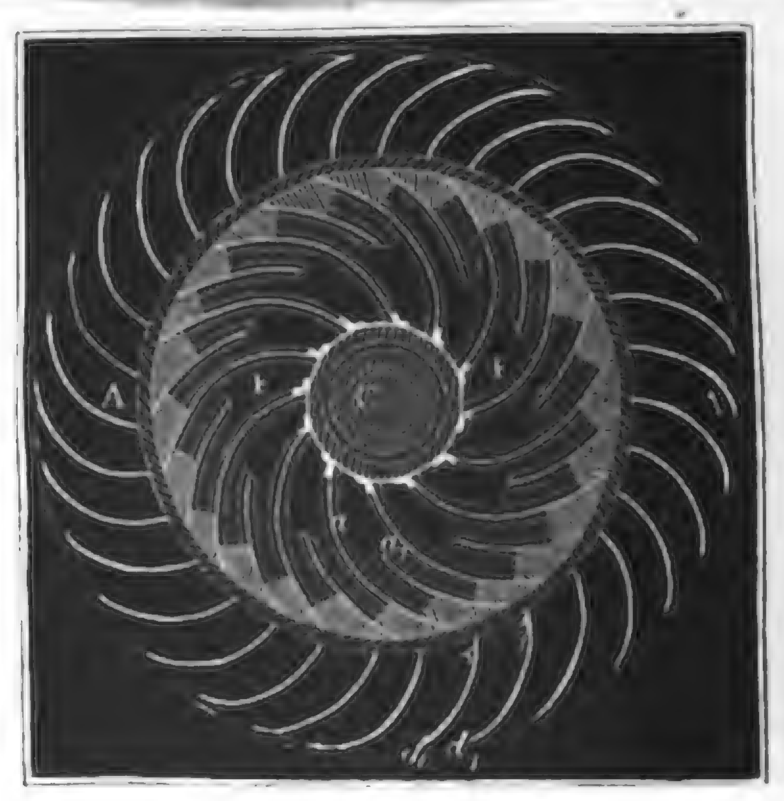
Anmerkung. Eine vollständige und genaue Beschreibung einer Cadiat'schen Turbine ohne Bodenteller und mit Druckwasser unter dem Radteller, liefert M. Armengaud d. Aelt. im zweiten Bande seiner Publication industrielle.

§. 178. Die Fourneyron'sche Turbine ist, namentlich in ihrer neuesten Einrichtung, eins der vollkommensten horizontalen Wasserräder, wenn sie nach den Regeln der Mechanik richtig ausgeführt wird. Sie geht entweder in freier Luft, oder unter Wasser, und ist entweder eine Nieder- oder eine Hochdruckturbine. Bei der Niederdruckturbine fließt das Wasser in das oben offene Ausflußreservoir mit freier Oberfläche zu, wie Fig. 327 auf umstehender Seite, bei einer Hochdruckturbine hingegen, ist das Ausflußreservoir oben verschlossen und das Wasser wird durch eine Röhre, die sogenannte Einfallröhre, von der Seite zugeführt, wie Figur 328 auf Seite 339 zeigt. Erstere kommt natürlich bei kleinem und letztere bei großem Gefälle in Anwendung. Im Wesentlichen besteht das eigentliche Rad AA aus zwei horizontalen Kränzen von Eisen, aus Fourneyron's Turbinen.

Fourneyron's Turbinen. einem gußeisernen Teller BB und aus einer stehenden Welle CD, also genau aus denselben Theilen, wie die in Fig. 326 abgebildete Turbine von

Fig. 327.

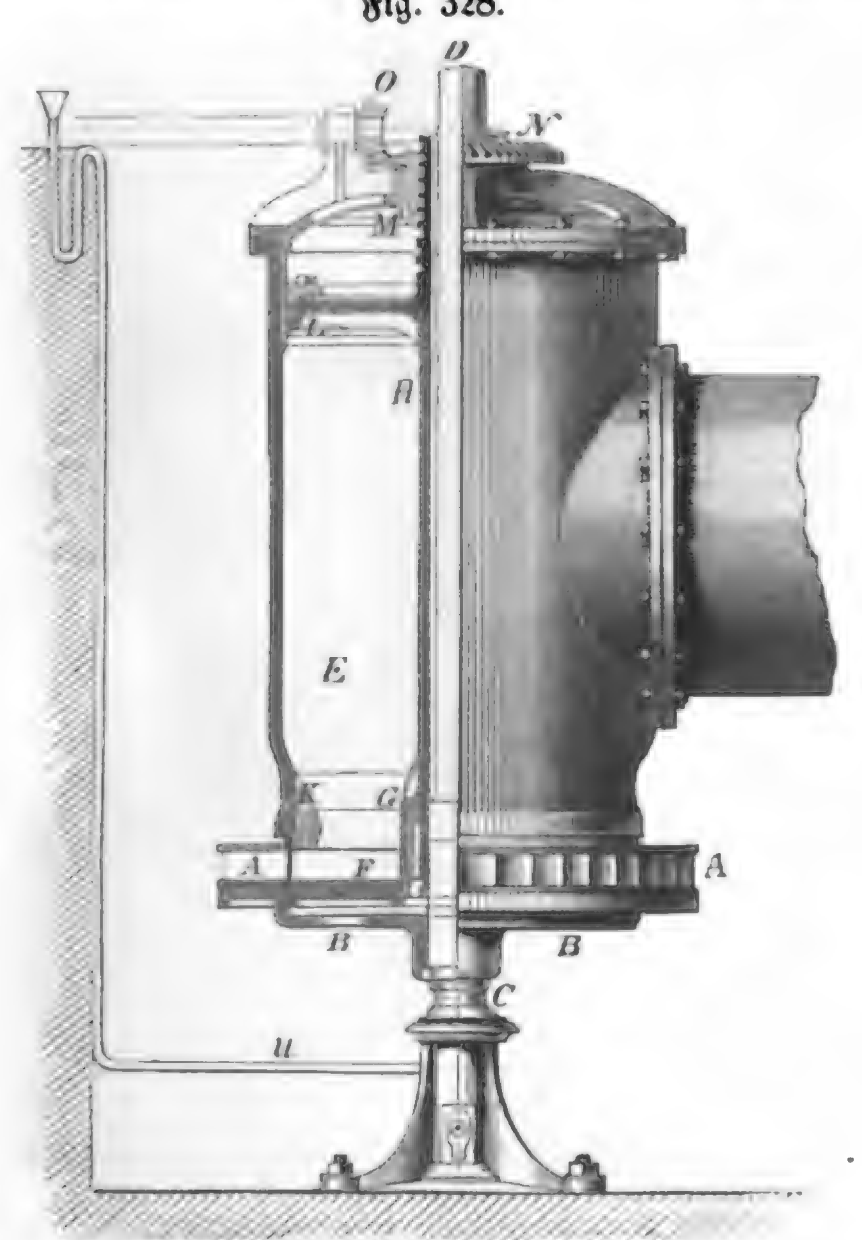




Digitized by Google

Cadiat. Das bei W zufließende Wasser tritt zunächst in das cylindrische Reservoir EE. Damit es nicht auf den Radteller BB drücke und dadurch eine bedeutende Erhöhung der Zapfenreibung hervorbringe, wird eine die Fourneyron's Turbinen.

Fig. 328.

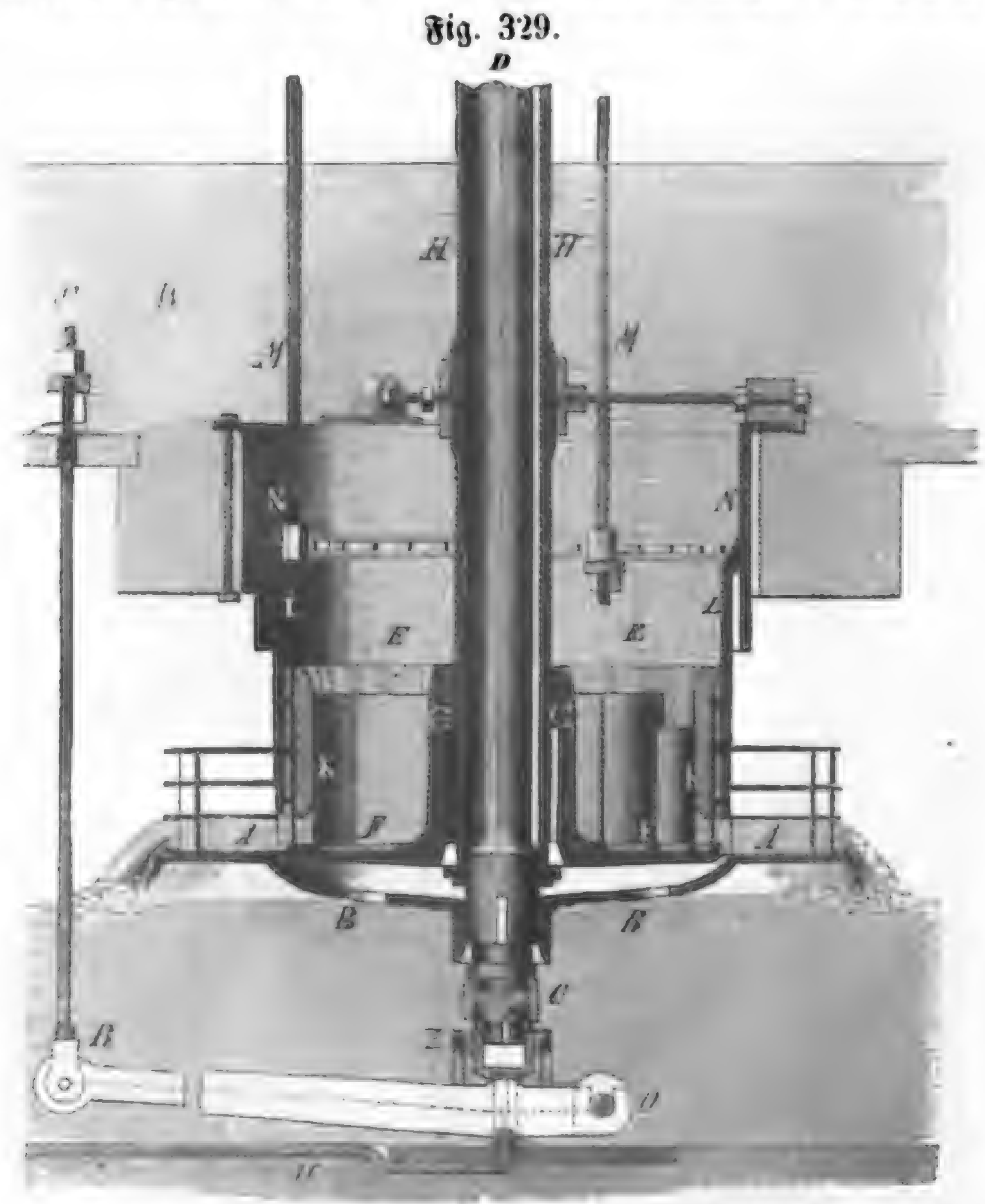


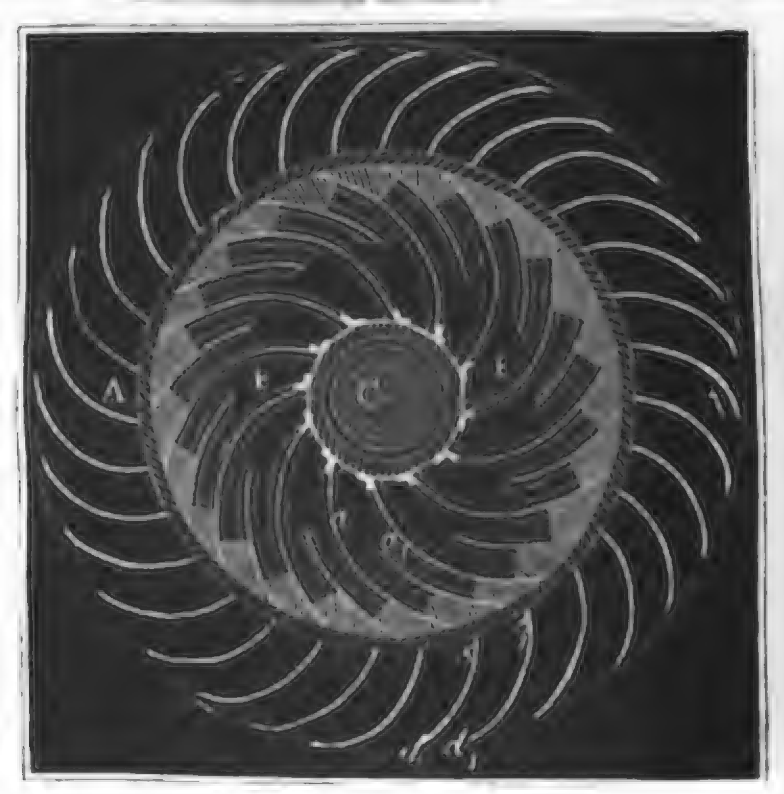
Radwelle vollkommen umschließende Röhre GH eingesetzt, und an deren unteres Ende ein Bodenteller FF befestigt, welcher den Druck des darüberstehenden Wassers aufnimmt. Auf diesen Teller werden cylindrisch gebogene Bleche, die sogenannten Leitschaufeln, auf-, sowie zwischen den beiden Radkränzen die sogenannten Radschaufeln eingesetzt. Durch die Leitschaufeln, wie $a\,b$, $a_1\,b_1$ u. s. w. Fig. 327, erhält das durch den ringförmigen Raum am unteren Ende des Reservoirs EE ausfließende Wasser eine bestimmte Richtung, mit welcher es auch zu dem diese Mündung umschließenden Rade AA gelangt, dessen von den Schaufeln $b\,d$, $b_1\,d_1$ u. s. w. gebildete Zellen es von innen nach außen durchläuft. Hierbei reagirt das Wasser so stark gegen die hohlen Flächen der Radschaufeln, daß dadurch das ganze Rad in entgegengesetzter Richtung umgedreht wird, während der Ausfluß- und Leitschaufelapparat seinen Stand behält.

Fourneyron's Turbinen

Um den Ausfluß des Wassers aus dem Reservoir und dadurch den Gang des Rades zu reguliren, wird ein cylindrisches Schutzbrett *KLLK*, Fig.

Fig. 329.

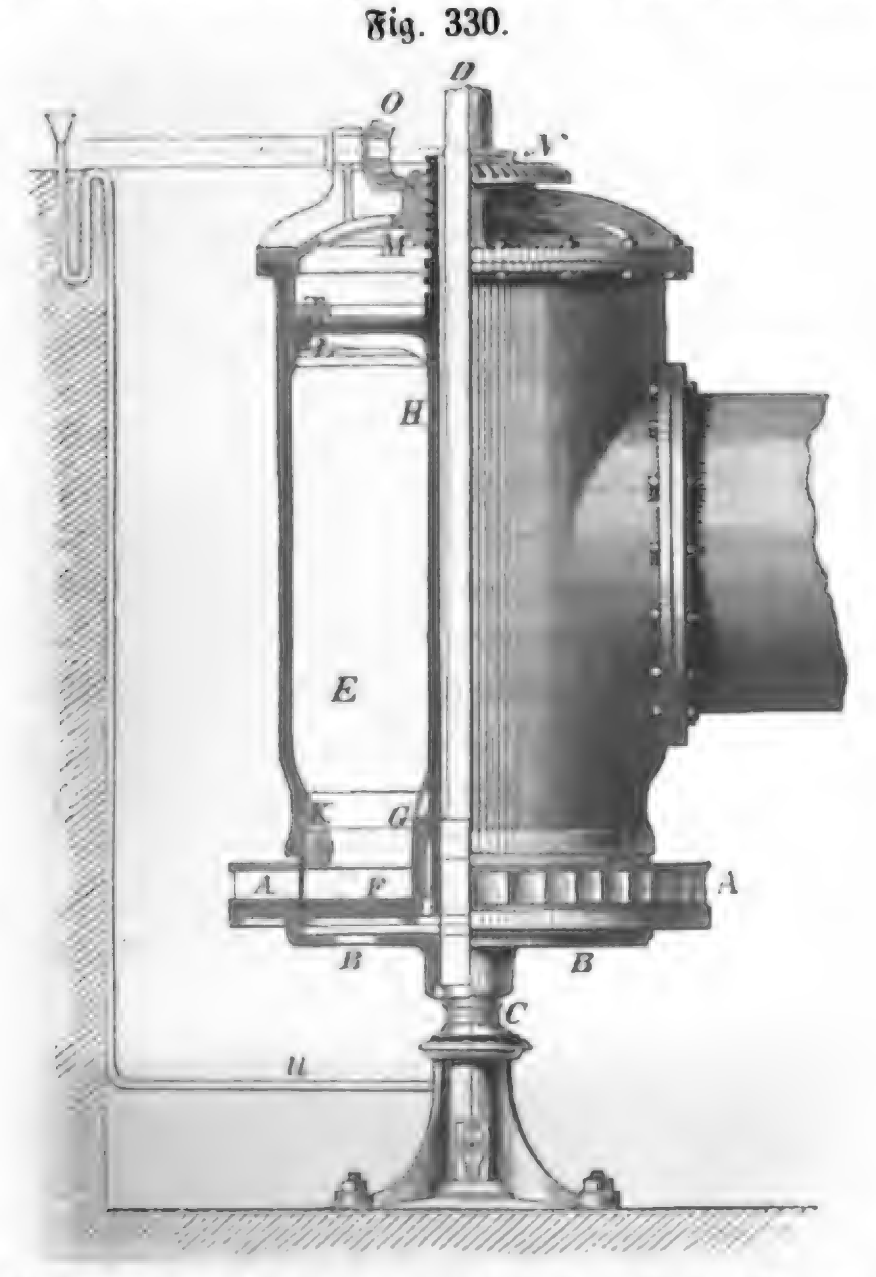




Digitized by Google

329, in Anwendung gebracht, welches durch drei Stangen M, M . . gesenkt und gehoben werden kann. Damit diese Stangen recht gleichmäßig wirken, hat man verschiedene Mechanismen in Anwendung gebracht. Fourneyron kuppelt dieselben durch ein Räderwerk, Cadiat aber durch einen Kurbelapparat. Die Schütze KL besteht aus einem hohlen gußeisernen Cylinder, dessen äußere Oberfläche die innere Seite des oberen Radkran- Fourneyron's Turbinen.

Fig. 330.

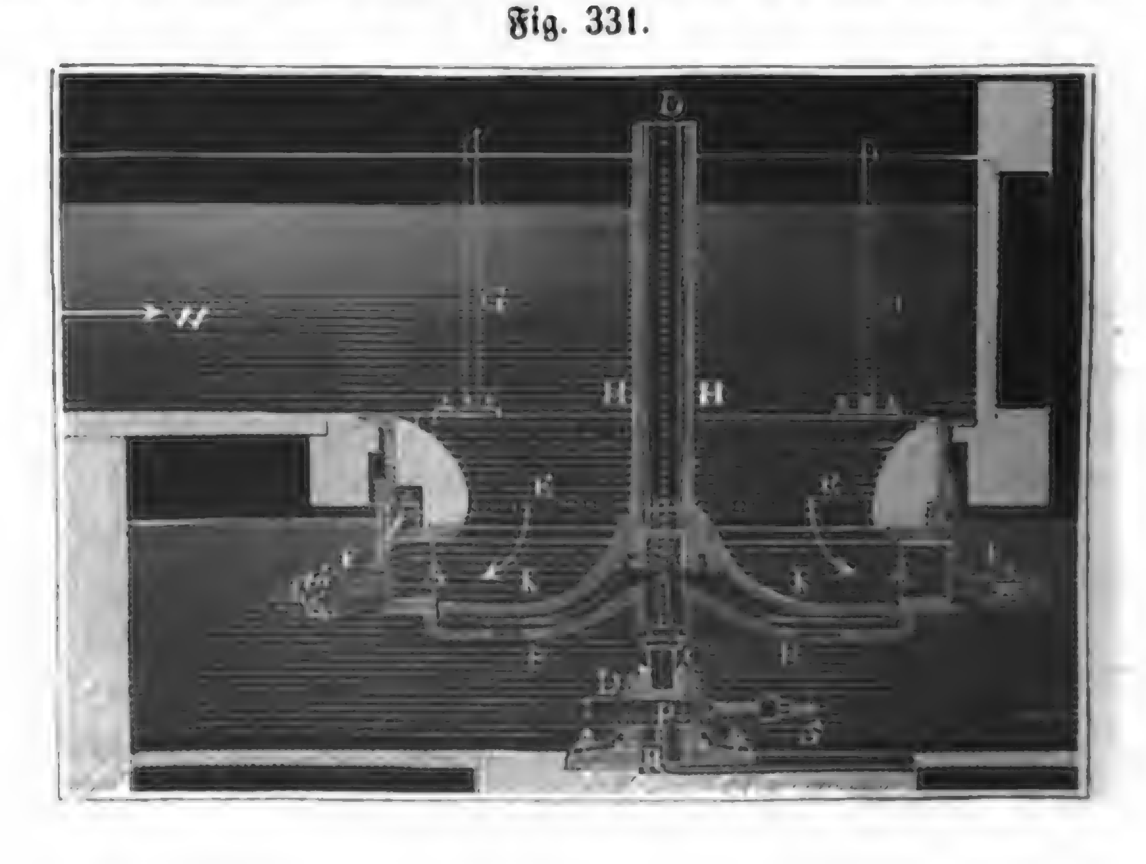


zes fast berührt, weshalb beide genau abzudrehen sind. Damit kein Wasser zwischen der Schütze KL und dem festliegenden Cylinder NN hindurchgehe, wird über LL ein Lederstulp, ähnlich wie bei Pumpen, eingesetzt. Endlich werden auf die Innenfläche des Schützencylinders Holz- oder Metallstücke K, K . . . aufgeschraubt, und diese unten gut und glatt abgerundet, damit das Wasser ohne Contraction und mit dem kleinsten Verluste an lebendiger Kraft unter denselben zum Ausflusse gelange. Bei Hochdruckturbinen gehen die Schützenstangen entweder durch Stopfbüchsen im Deckel des Ausflußreservoirs, oder es ergreifen dieselben den Schützencylinder von außen, wie z. B. bei der Turbine in St. Blasien. Nach Redtenbacher kann man

Fourneyron's Turbinen. endlich auch das Reguliren des Ausflusses durch Heben oder Senken des Bodentellers F, Fig. 330, bewirken. Zu diesem Zwecke läuft die Einhüllungsröhre GH oben schraubenförmig aus, und es erhält die Mutter M hierzu ein conisches Zahnrad N, das sich durch ein conisches Getriebe O in Umdrehung setzen läßt. Die Mutter M ist aber so gelagert, daß sie keine Verschiebung annehmen kann; es wird daher durch ihre Umdrehung ein Auf- oder Niedergehen der Röhre GH sammt Teller F herbeigeführt. Damit aber das Wasser von oben ganz abgesperrt werde, wird die Röhre GH noch mit einem Kopfteller HL versehen und dessen Umfang ebenfalls durch einen Lederstulp abgedichtet.

Zapfenlagerung. §. 179. Ein sehr wichtiger Theil einer Turbine ist der Zapfen und die Lagerung desselben. Das oft beträchtliche Gewicht der Turbine und die große Umdrehungsgeschwindigkeit derselben erzeugen an der Basis des Zapfens oder Stiftes ein so großes Reibungsmoment, daß ein sehr schnelles Abführen desselben eintritt, wenn derselbe nicht mit der größten Sorgfalt geölt wird. Es haben deshalb auch die meisten Turbinenconstructeurs immer besonders ihr Augenmerk auf die Herstellung dauerhafter Turbinenstifte verwendet. Wenn man beobachtet hat, daß die Turbinenstifte viel eher abgeführt werden, als die Stifte anderer stehender Wellen, so hat diese Abweichung theils in der mit der großen Umdrehungsgeschwindigkeit verbundenen Erhitzung des Stiftes und theils in dem unvollkommenen und durch den Zutritt des Wassers erschwerten Schmieren und Oelen ihren Grund. Um diesem Uebelstande so viel wie möglich zu begegnen, hat man die Turbinen möglichst leicht und vorzüglich ihre Welle nicht unnöthig lang zu machen, ferner die sich reibenden Flächen möglichst groß, also den Stift sehr dick (in

Fig. 331.



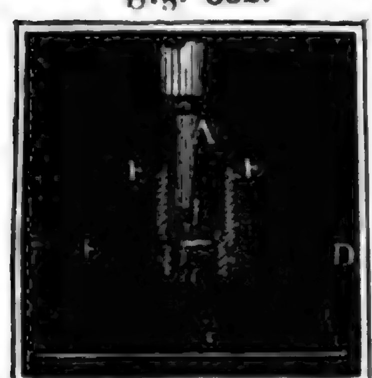
der Regel nur wenig schwächer als die Welle selbst) zu machen, ferner den Zutritt des Wassers zwischen den Reibungsflächen möglichst zu verhindern, und endlich einen ununterbrochenen Strom von Oliven- oder besser Nußöl zwischen die Berührungs- oder Reibungsflächen durchzuleiten. Zapfenlagerung

Außer der Unterstützung am Stifte oder unteren Zapfen ist natürlich auch noch eine Lagerung am oberen Ende der Welle oder in der Nähe desselben anzubringen.

Eine sehr einfache, jedoch nur bei wenig Druck anwendbare Zapfenlagerung zeigt Fig. 331. Es ruht hier der Zapfen C in einer Pfanne D von Rothguß, die innerhalb eines auf der Radstubensohle aufgeschraubten Pfannenträgers durch Stellkeile PS nach Bedürfniß gehoben oder gesenkt werden kann. Das Oel wird durch ein Rohr R zugeführt, welches neben den Stellkeilen durch den Boden der Pfanne geht.

Die Einrichtung eines Zapfens nach Cadiat führt Fig. 332 vor Augen.

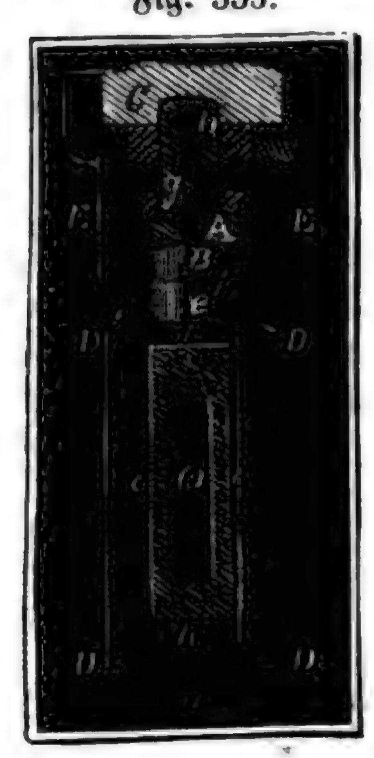
Fig. 332.



A ist der Fuß der stehenden Welle, B ist ein gehärteter Stahlstift, welcher entweder durch eine Schraube, oder durch Rippen mit A fest verbunden wird; C ist das Lager desselben, welches ebenfalls aus hartem Stahle besteht, $DEED$ ist das auf der Sohle fest aufsitzende Lagergehäuse aus Gußeisen, EE ist ein messingener Mantel zum Abhalten des Wassers, F ein Rohr, durch welches das Oel in den zwischen B und E befindlichen leeren Raum geführt wird, endlich ist G der Hebel oder Stellkeil zum Heben oder Senken der Turbine.

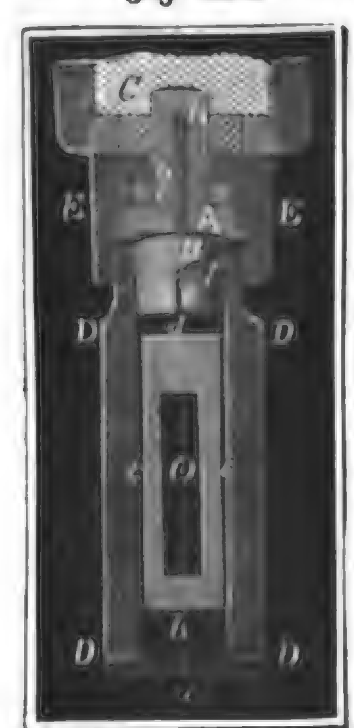
Am complicirtesten ist der Lagerungs- oder Schmierapparat von Fourneyron. Die allgemeine Einrichtung desselben ist aus Fig. 329 zu ersehen, zur Kenntnißnahme der speciellen Einrichtung wird aber Fig. 333 dienen. Aus Fig. 329 ist wenigstens zu entnehmen, wie das Zapfenlager Z auf einem um O drehbaren Hebel OR aufruht, und wie derselbe durch eine Zugstange RS mittelst einer Schraube S gehoben oder gesenkt werden kann. Auch sieht man in U noch das Rohr zum Zuführen des Oeles. Der lebhafteren Circulation des Oeles wegen ist es gut, wenn die Einmündung des Rohres möglichst hoch, mindestens aber über dem Spiegel des Oberwassers steht. Die sich reibenden Theile A und B, Fig. 333 bestehen aus gehärtetem Stahl. Der obere Theil A ist mit der Welle C fest ver-

Fig. 333.



Zapfenlagerung. bunden, der Untertheil B hingegen sitzt in einem Gehäuse DD fest, welches in dem Zapfenständer Z mittelst des Hebels OR, Fig. 329, auf- oder niedergeschoben werden kann. Des sicheren Standes wegen ist die Grundfläche A, Fig. 334, in Form eines Kugelsegmentes ausgehöhlt und die Kopffläche von B ebenso gewölbt, auch werden beide noch durch einen Metallmantel EE umgeben, der überdies noch den Zweck hat, das Oel zwischen den Reibungsflächen zurückzuhalten. Das durch ein Rohr zugeleitete Oel tritt bei a in den hohlen Raum b, von da durch die Kanäle c in den Raum d. Aus diesem fließt es durch drei von unten senkrecht und von oben schief auslaufende Kanäle ef ... am Umfange des Stahllagers in die Höhe bis zu den Reibungsflächen, wo ihm durch drei radiallaufende Furchen hinreichende Gelegenheit zur Ausbreitung gegeben wird. Endlich geht noch von der Mitte dieser Flächen eine Bohrung gh in die Welle hinein, durch welche das Oel nach außen abfließen und in Circulation erhalten werden kann.

Fig. 334.



Stärken. §. 180. Bei Anordnung einer Turbine für eine gegebene Wasserkraft hat man außer den Hauptdimensionen auch noch einige Hauptstärken zu berechnen. Namentlich sind die Dicke des Reservoirs oder Röhrenapparates, die Dicken der Teller und die Stärke der stehenden Welle nach den Regeln der Festigkeitslehre zu bestimmen. Ueber die Berechnung der Wanddicken von den Röhren oder Cylindern, welche den Zuführungs- und Ausflußapparat ausmachen, wird in I., §. 306 das Nöthige mitgetheilt. Ebenso ist bereits in II., §. 111 von der Ausmittelung der Wellenstärken die Rede gewesen. Ist L die Nutzleistung der Turbine in Pferdekräften ausgedrückt, und u die Anzahl ihrer Umdrehungen pro Minute, so hat man die nöthige

Stärke der stehenden Welle $d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll.

Die Stärke s des Bodentellers läßt sich auf folgende Weise ermitteln. Da dieser Teller durch das Wellenauge etwas an Festigkeit verliert, und durch die Kuppelhülse wieder etwas daran gewinnt, so können wir in der Rechnung denselben massiv annehmen. Ist nun sein Halbmesser $= r$ und die Druckhöhe des darüberstehenden Wassers $= h$, so hat man den Druck auf jede Hälfte des Tellers

$$P = \frac{1}{2} \pi r^2 h \gamma.$$

Jeder dieser Drücke greift aber im Schwerpunkte der halbkreisförmigen

Digitized by Google

Basis an; es ist daher der Hebelarm eines jeden in Hinsicht auf den Mittelpunkt (s. I., §. 108) $x = \frac{4r}{3\pi}$, und sein statisches Moment

Stärken.

$$Px = \frac{1}{2}\pi r^2 h \gamma \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{2}{3} r^3 h \gamma.$$

Nehmen wir nun an, daß dieses Moment eine Brechung in diametraler Richtung hervorbringe, so haben wir nach I., §. 203, zu setzen:

$$Px = 1700 \; . \; 2r \; . \; s^2, \text{ d. i. } \frac{2}{3} r^3 h \gamma = 3400 r s^2,$$

und bekommen hiernach die gesuchte Tellerstärke

$$s = r \sqrt{\frac{h\gamma}{5100}} = 0{,}137\, r \sqrt{h} \text{ Zoll},$$

wo h und r in Fuß auszudrücken sind. Des eigenen Gewichtes wegen ist aber $s = 0{,}137\, r \sqrt{h} + 0{,}33$ Zoll zu nehmen.

Dem Radteller giebt man in der Regel dieselbe Dicke. Doch läßt sich diese Dicke auch mit Hülfe des Kraftmomentes sicherer bestimmen. Ist r_1 der äußere Halbmesser der Hülse, womit dieser Teller auf der Welle aufsitzt, und Pa das statische Moment der Umdrehungskraft, so hat man die Kraft am Umfange der Hülse $= \frac{Pa}{r_1}$. Damit nun dieselbe die Scheibe von der Hülse lostrennt, muß sie $= 2\pi r_1 s_1 K$ sein, und es ist daher umgekehrt zu setzen: die nöthige Tellerdicke $s_1 = \frac{Pa}{2\pi r_1^2 K}$, oder, da

$$Pa = 12 \; . \; \frac{15300\, L}{\pi u} \text{ und } K = 3000 \text{ ist (s. II., §. 111 und I., §. 189),}$$

so hat man $s_1 = \frac{31\, L}{u r_1^2}$, oder besser, wie oben, $s_1 = \frac{31\, L}{u r_1^2} + 0{,}33$ Zoll.

Nach außen zu kann die Stärke abnehmen, da hier r_1 größer ausfällt.

Anmerkung 1. Bei der Aufstellung und Fundamentirung einer Turbine hat man natürlich nicht allein die Gewichte der Maschinentheile, sondern auch die Wasserdrücke zu berücksichtigen. Letztere sind namentlich bei Hochdruckturbinen sehr groß. Unter Anderem ist nicht außer Acht zu lassen, daß das Wasser das Ausflußreservoir mit einer Kraft fortzuschieben sucht, welche gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, die den Querschnitt der Einfallröhre zur Basis und die Druckhöhe zur Länge hat; daß aber auch das Kniestück der Einfallröhre ebenso stark, jedoch in umgekehrter Richtung, auszuweichen sucht.

Anmerkung 2. Zur Bestimmung der Zapfenstärke könnte man zwar die Regel benutzen, wonach ein eiserner Zapfen, welcher in einem Lager von Rothguß geht, auf jeden Quadratzoll mit 1500 Pfund, und ein stählerner Zapfen, welcher in einer stählernen Pfanne läuft, mit 7000 Pfund zu belasten ist, allein wir wissen schon aus dem Obigen, daß es wegen des Abführens besser ist, die Zapfen nur wenig schwächer als die Welle selbst zu machen. Jedenfalls gelten die angegebenen Zahlen nur für mäßige Umdrehungen; und da nun das Abführen mit

Stärken. dem Drucke und der Umdrehungszahl zugleich wächst, so ist erklärlich, daß die mit großen Geschwindigkeiten umlaufenden Turbinen verhältnißmäßig sehr starke Zapfen erhalten müssen. Mit mehr Zuverlässigkeit läßt sich die Stärke eines Stahlzapfens

$$d_1 = 0{,}017 \sqrt{(1 + 0{,}1\, u)\, G} \text{ Zoll setzen,}$$

wenn G das Gewicht oder den Zapfendruck bezeichnet.

Beispiel. Für eine Turbine von 40 Pferdekräften Nutzleistung und 160 Umdrehungen pro Minute ist die nöthige Wellenstärke

$$d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{40}{160}} = 6{,}12 \,.\, 0{,}63 = 3{,}85 \text{ Zoll,}$$

wofür 4 Zoll zu nehmen sind. Ist ferner das Gewicht der armirten stehenden Welle 1500 Pfund, so hat man für die Zapfenstärke

$$d_1 = 0{,}017 \sqrt{(1 + 16)\,.\, 1500} = 2{,}72 \text{ Zoll.}$$

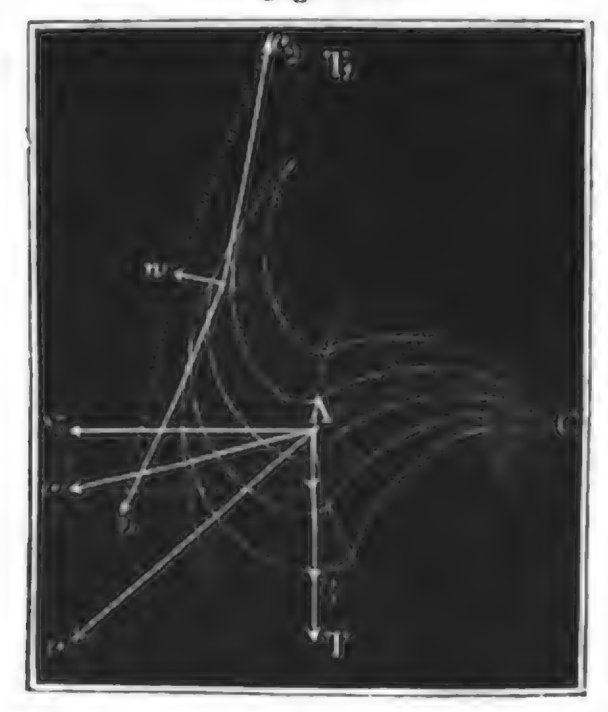
Ist der äußere Halbmesser der Radhülse $3\frac{1}{2}$ Zoll, so hat man ferner die Stärke desselben: $s_1 = \frac{31\,.\,40\,.\,4}{160\,.\,49} + 0{,}33 = 0{,}63 + 0{,}33 = 0{,}96$, oder sicherer 1 Zoll; und ist endlich die Druckhöhe $h = 25$ Fuß, und der innere Halbmesser des Rades $= 1{,}3$ Fuß, so hat man die Stärke des Bodentellers:

$$s = 0{,}137\,.\,1{,}3 \sqrt{25} + 0{,}33 = 0{,}89 + 0{,}33 = 1{,}22 \text{ Zoll.}$$

Theorie der Reactionsturbinen. §. 181. Um nun die mechanischen Verhältnisse und die Leistung der Fourneyron'schen Turbinen ermitteln zu können, wollen wir folgende Bezeichnungen einführen.

Der innere Halbmesser CA, Fig. 335, oder annähernd, auch der äußere Halbmesser des Reservoirs sei $= r_1$, der äußere Radhalbmesser CB aber $= r$, die innere Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= v_1$, die äußere aber $= v$, ferner die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Reservoir oder Leitschaufelapparat tritt, $= c$, die relative Geschwindigkeit, mit welcher es in die Radkanäle eintritt $= c_1$, und mit welcher es aus demselben heraustritt $= c_2$; ferner sei der Winkel cAT, welchen die Richtung des aus dem Reservoir tretenden Wassers mit dem inneren Radumfange einschließt, $= \alpha$, der Winkel c_1AT aber, welchen der in die Radzellen eintretende Wasserstrahl mit dem inneren Radumfange einschließt, $= \beta$, und der Winkel c_2BT_1, welchen der aus den Radzellen ausströmende Strahl mit dem äußeren Radumfange einschließt, $= \delta$. Noch sei der Inhalt aller Ausfluß-

Fig. 335.



Digitized by Google

öffnungen des Leitschaufelapparates $= F$, die Summe der Inhalte aller Eintrittsöffnungen in das Rad aber $= F_1$, und die der Inhalte aller Ausflußöffnungen am äußeren Radumfange $= F_2$; setzen wir ferner das ganze Radgefälle, vom Oberwasserspiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Wasser geht, bis Oberfläche des Unterwassers gemessen, $= h$, ferner die Höhe des Oberwasserspiegels über der Mitte von den Ausmündungen des Reservoirs oder den Einmündungen des Rades $= h_1$, und die Tiefe $h_1 - h$ der letzten unter den Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Wasser geht, unter der Oberfläche des Unterwassers, $= h_2$, und endlich die Höhe, welche den Druck des Wassers an der Stelle, wo das Wasser aus dem Reservoir in's Rad tritt, mißt, $= x$. Theorie der Reactionsturbinen.

Zunächst ist für die Ausflußgeschwindigkeit c, da sie durch die Druckhöhendifferenz $h_1 - x$ erzeugt wird, $\frac{c^2}{2g} = h_1 - x$, oder genauer, wenn das Wasser in dem Leitschaufelapparat oder beim Ausflusse aus demselben die Druckhöhe $\zeta \cdot \frac{c^2}{2g}$ verliert, $(1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} = h_1 - x$. Daher folgt

$c = \sqrt{\frac{2g(h_1 - x)}{1 + \zeta}}$ und umgekehrt, $x = h_1 - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g}$.

Damit das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete, ist es nöthig, daß sich die Ausflußgeschwindigkeit in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen lasse, wovon die eine der Größe und Richtung nach mit der inneren Radgeschwindigkeit v_1 zusammenfalle, die andere aber mit dem in die Radkanäle eintretenden Strahle einerlei Richtung habe. Dies vorausgesetzt, ist daher auch die Geschwindigkeit $A c_1 = c_1$, mit welcher das Wasser die Radkanäle zu durchlaufen anfängt, bestimmt durch die bekannte Gleichung

$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 - 2 c v_1 \cos.\alpha.$$

Die Ausflußgeschwindigkeit c_2 des Wassers aus dem Rade ergiebt sich aus der Druckhöhe x beim Eintritte, Druckhöhe h_2 beim Austritte, aus der der Eintrittsgeschwindigkeit entsprechenden Höhe $\frac{c_1^2}{2g}$, aus der der Centrifugalkraft des Wassers in dem Rade entsprechenden Vermehrung der Druckhöhe $\frac{v^2 - v_1^2}{2g}$ (s. II., §. 168):

$$\frac{c_2^2}{2g} = x - h_2 + \frac{c_1^2}{2g} + \frac{v^2 - v_1^2}{2g},$$

oder, wenn man die obigen Werthe von x und c_1 einsetzt,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_1 - h_2 - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} - \frac{2 c v_1 \cos.\alpha}{2g};$$

Theorie der Reactionsturbinen.

oder, da $h_1 - h_2 = h$, das Totalgefälle des Rades ist,

$$c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 cos.\alpha - \zeta . c^2.$$

Nimmt man noch an, daß das Wasser durch seine Reibung und durch seine krummlinige Bewegung in den Radkanälen die Druckhöhe $\frac{\varkappa c_2^2}{2g}$ verliere, so hat man richtiger

$$(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 cos.\alpha - \zeta . c^2.$$

Da das Aufschlagquantum $Q = Fc = F_1 c_1 = F_2 c_2$, also $c = \frac{F_2 c_2}{F}$ und $v_1 = \frac{r_1}{r} v$ ist, so hat man endlich für die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade tritt:

$$\left[1 + \zeta \left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \varkappa\right] c_2^2 + 2\, \frac{F_2}{F} . \frac{r_1}{r}\, c_2 v\, cos.\alpha - v^2 = 2gh.$$

Vortheilhafteste Geschwindigkeit.

§. 182. Um dem Wasser die größte Arbeit zu entziehen, muß bekanntlich die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers möglichst klein sein. Nun ist aber diese Geschwindigkeit, als Diagonale Bw eines aus der Ausflußgeschwindigkeit c_2 und Umdrehungsgeschwindigkeit v construirten Parallelogrammes,

$$w = \sqrt{c_2^2 + v^2 - 2c_2 v\, cos.\delta} = \sqrt{(c_2 - v)^2 + 4c_2 v \left(sin.\frac{\delta}{2}\right)^2};$$

daher ist also δ möglichst klein und $c_2 = v$ zu machen. Damit aber das Wasser in hinreichender Menge abfließe, ist es allerdings nicht möglich, δ = Null, sondern nur gestattet, diesen Winkel klein, etwa 10° bis 20° zu machen; wenn wir also auch die Gleichheit $c_2 = v$ hervorbringen, so bleibt demnach immer noch die kleine absolute Geschwindigkeit

$$w = \sqrt{4c_2 v \left(sin.\frac{\delta}{2}\right)^2} = 2v\, sin.\frac{\delta}{2}$$

und der entsprechende Arbeitsverlust $\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{\left(2v\, sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g} Q\gamma$ übrig. Man sieht nun zwar ein, daß nicht $v = c_2$, sondern v wenig größer als c_2 das Maximum der Leistung geben muß; indessen läßt sich aber auch ermessen, daß für $v = c_2$ und für einen kleinen Werth von δ die Abweichung von der Maximalleistung nur sehr klein sein kann. Da wir ohnedies noch für $v = c_2$ sehr einfache Beziehungen erhalten, so wollen wir dadurch auch im Folgenden nur die Bedingung $v = c_2$ festhalten, und dieselbe mit der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen verbinden. Es folgt so

$$\left[1 + \zeta \left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \varkappa\right] v^2 + 2\, \frac{F_2}{F} . \frac{r_1}{r}\, v^2 cos.\alpha - v^2 = 2gh,$$

oder $\left[2\frac{F_2}{F}\cdot\frac{r_1}{r}\cos.\alpha+\zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2+\varkappa\right]v^2=2gh,$ Vortheilhafteste Geschwindigkeit.
und daher die gesuchte, ziemlich die Maximalleistung versprechende äußere Radgeschwindigkeit $v=\sqrt{\frac{2gh}{2\frac{F_2}{F}\cdot\frac{r_1}{r}\cos.\alpha+\zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2+\varkappa}}$.

Statt des Querschnittsverhältnisses $\frac{F_2}{F}$ kann man auch den Winkel β einführen, welcher die Richtung des in das Rad eintretenden Strahles mit der inneren Umfangsgeschwindigkeit $Av_1=v_1$ einschließt. Es fordert nämlich der ungestörte Eintritt in das Rad, daß die absolute Geschwindigkeit c des Wassers durch den Eintritt nicht geändert werde, daß also auch der radiale Component $AN=c\sin.\alpha$ von c auch dem radialen Componenten $c_1\sin.\beta$ von c_1, und der tangentiale Component $c\cos.\alpha$ von c der Tangentialgeschwindigkeit $AT=c_1\cos.\beta+v_1$ des bereits eingetretenen Wassers gleich sei. Hiernach ist also

$$\frac{c_1}{c}=\frac{\sin.\alpha}{\sin.\beta},\quad c\cos.\alpha-c_1\cos.\beta=v_1$$

und $\frac{c}{v_1}=\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}$.

Ueberdies ist noch $Fc=F_2c_2=F_2v=\frac{r}{r_1}F_2v_1$;

daher folgt denn $\frac{F_2}{F}=\frac{r_1}{r}\cdot\frac{c}{v_1}=\frac{r_1}{r}\cdot\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}$ und die in Frage stehende äußere Radgeschwindigkeit

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{(\sin.\beta-\alpha)}+\zeta\left(\frac{r_1\sin.\beta}{r\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\varkappa}},$$

dagegen die innere Umfangsgeschwindigkeit

$$v_1=\frac{r_1}{r}v=\sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Ohne Berücksichtigung der Nebenverhältnisse wäre

$$v_1=\sqrt{\frac{gh\sin(\beta-\alpha)}{\sin.\beta\cos.\alpha}}=\sqrt{gh(1-tang.\alpha\, cotang.\beta)}.$$

§. 183. Mit Hülfe der Formel für v_1 läßt sich nun auch der Druck bestimmen, welcher an der Uebergangsstelle aus dem Reservoir in das Rad statt hat, es ist nämlich Wasserdruck.

Wasserdruck. $$x = h_1 - (1 + \zeta)\,\frac{c^2}{2g} = h_1 - (1 + \zeta)\,\frac{v_1^{\,2}}{2g}\left(\frac{sin.\beta}{sin.\beta - \alpha)}\right)^2$$

$$= h_1 - \frac{(1 + \zeta)\,h\,sin.\beta^2}{2\,sin.\beta\,cos.\,\alpha\,sin.(\beta - \alpha) + \zeta\,sin.\beta^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2[sin.(\beta - \alpha)]^2}$$

$$= h_1 - \frac{(1 + \zeta)\,h}{1 + cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.2\,\alpha + \zeta + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{sin.(\beta - \alpha)}{sin\,\beta}\right)^2}.$$

Lassen wir der Einfachheit wegen die Widerstände außer Acht, so erhalten wir

$$x = h_1 - \frac{h}{1 + cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.2\,\alpha}.$$

Läuft die Turbine in der freien Luft, so haben wir bei den zuletzt beschriebenen Turbinen von Fourneyron, Cadiat und Whitelaw, $h_1 = h$, und daher $x = \frac{cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.2\,\alpha}{1 + cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.2\,\alpha}\cdot h$; geht aber die Turbine unter Wasser, so ist $h_1 = h + h_2$, und daher

$$x = \frac{cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.\alpha}{1 + cos.2\,\alpha - cotg.\beta\,sin.2\,\alpha}\cdot h + h_2.$$

Soll im ersten Falle der Druck Null, oder vielmehr dem Atmosphärendrucke gleich sein, so hat man $x = 0$, soll er aber im zweiten Falle dem Drucke des Unterwassers gegen die Radmündungen gleich sein, so hat man $x = h_2$, in beiden Fällen aber $cos.2\alpha - cotg.\beta\;sin.2\alpha = 0$, d. i. $tang.\beta = tang.2\alpha$, also $\beta = 2\alpha$ zu machen.

Wenn also der Eintrittswinkel β doppelt so groß ist als der Austrittswinkel α, so ist der Druck an der Stelle, wo das Wasser aus dem Reservoir in's Rad tritt, gleich dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke.

Auf der anderen Seite ist leicht zu ermessen, daß dieser innere Druck größer ist als der äußere, wenn $\beta > 2\alpha$ und kleiner ist als dieser, wenn $\beta < 2\alpha$. Natürlich ändern sich die Verhältnisse etwas, wenn man, wie sehr recht, die Nebenwiderstände berücksichtigt. Es ist nämlich dann für die Gleichheit des äußeren und inneren Druckes:

$$1 + cos.2\alpha - cotg.\beta\;sin.2\alpha + \zeta + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{sin.(\beta - \alpha)}{sin.\beta}\right)^2 = 1 + \zeta,$$

oder $cotg.\beta\,sin.2\alpha = cos.2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2(cos.\alpha - cotg.\beta\;sin.\alpha)^2$;

setzt man im letzten Gliede $cotg.\beta = cotg.\,2\alpha = \frac{cos.\,2\alpha}{sin.\,2\alpha}$, also

Wasserdruck.

$$cotg.\beta \, sin.\, 2\alpha = cos.\, 2\alpha + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,\alpha}{sin.\, 2\alpha}\right)^2$$

$$= cos.\, 2\alpha + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(cos.\,\alpha)^2}, \text{ so folgt}$$

$$tang.\beta = \frac{sin.\, 2\alpha}{cos.\, 2\alpha + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(cos.\,\alpha)^2}}, \text{ also } \beta \text{ etwas kleiner als } 2\,\alpha.$$

Vernachlässigen wir wieder ζ und $\varkappa$, so bekommen wir durch Einführung des Werthes $\beta = 2\alpha$,

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\alpha\, cotg.2\alpha)} = \sqrt{\frac{gh\,(1 + tang.\alpha^2)}{2}} = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}gh}}{cos.\,\alpha}$$

und $c = \sqrt{2gh}$, wie sich von selbst versteht. Ist der innere Druck größer als der äußere, so hat man $v_1 > \frac{\sqrt{\frac{1}{2}gh}}{cos.\,\alpha}$ und $c < \sqrt{2gh}$, und ist er kleiner als dieser, so fällt $v_1 < \frac{\sqrt{\frac{1}{2}gh}}{cos.\,\alpha}$ und $c > \sqrt{2gh}$ aus.

§. 184. Die im letzten Paragraphen abgehandelten Druckverhältnisse sind bei Construction von Turbinen von großer Wichtigkeit, weil die Uebergangsstelle zwischen dem Reservoir und dem Rade nicht abgedichtet ist, und immer noch, wenn auch nur sehr enge ringförmige Spalten übrig bleiben, durch welche Wasser heraus, und Luft oder Wasser eindringen kann. Damit keins von beiden eintrete, muß also die Turbine so construirt werden, daß der innere Druck an dem Uebertritte in das Rad dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke gleich ausfällt, es muß also $\beta = 2\alpha$ oder besser, der Gleichung $tang.\beta = \dfrac{sin.\, 2\alpha}{cos.\, 2\alpha + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2}}$ Genüge geleistet werden.

Jedenfalls wird aber die Leistung einer Turbine eine kleinere, es mag Wasser zwischen dem Reservoir und dem Rade durchgehen, oder Luft eindringen, denn in dem einen Falle entzieht sich ein Theil des Aufschlages der Wirkung und im zweiten Falle, wenn Luft oder Wasser eindringt, stört diese die Bewegung des Wassers in den Radzellen. Es ist folglich nöthig, um einen großen Wirkungsgrad zu erhalten, das Rad so nahe wie möglich an den Teller und an die Rückwand anschließen zu lassen und so viel wie möglich der letzten Gleichung Genüge zu leisten.

Wenn aber bei einem kleineren Aufschlagquantum die Schütze gestellt, und dadurch ein kleinerer Inhalt F der Ausflußmündung hervorgebracht wird, so entsteht natürlich eine größere Ausflußgeschwindigkeit c und des-

Wasserdruck. halb wieder eine Verminderung des Druckes (x). War nun dieser schon vorher dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke gleich, so wird derselbe jetzt bei tieferem Schützenstande kleiner als jener Außendruck sein, und daher Luft oder Wasser von außen durch die ringförmigen Zwischenräume eindringen und am äußeren Radumfange mit ausströmen. Geht die Turbine in freier Luft um, so hat dieses Lufteinsaugen noch den Nachtheil, daß es, wenigstens bei tieferem Schützenstande, den vollen Ausfluß verhindert, so daß das Wasser nur an den concaven Seiten der Radkanäle hinströmt, ohne dieselben auszufüllen, die Reactionsturbine also in eine Druckturbine übergeht. Welches nachtheilige Verhältniß überdies noch bei tieferem Schützenstande eintritt, werden wir weiter unten näher kennen lernen.

Damit nun bei tieferem Schützenstande das nachtheilige Einsaugen und, nach Befinden, das Lostrennen der Wasserstrahlen von den erhabenen Seitenflächen der Radkanäle nicht eintrete, zieht man es vor, die Turbine so zu construiren, daß beim Normalgange des Rades und also bei völlig geöffneter Schütze, an der Uebergangsstelle ein mäßiger Ueberdruck x stattfinde, wenn auch eine kleine Wassermenge durch den Zwischenraum zwischen dem inneren Radumfange und dem äußeren Schützenumfange entweicht.

Auswahl von α und β. §. 185. Wenn wir in Beziehung auf den Innendruck eine Bestimmung nicht machen, so können wir allerdings den Winkeln α und β sehr verschiedene Werthe beilegen. Die Formel

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\alpha\, cotg.\beta)} = \sqrt{g\,h\left(1 - \frac{tang.\alpha}{tang.\beta}\right)}$$

giebt einen unmöglichen Werth für v_1, wenn $\frac{tang.\alpha}{tang.\beta} > 1$, also wenn $\alpha < 90^0$ und $\beta < \alpha$ oder wenn $\alpha > 90^0$ und $\beta > \alpha$ ist. Diese Werthe für α und β sind also völlig auszuschließen, weil sie Unmögliches fordern. Ist $\alpha = \beta$, so hat man $v_1 = 0$, auch sieht man, daß die vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit um so kleiner ausfällt, je näher sich die Winkel a und β sind. Die Formeln

$$c = \frac{v_1 sin.\beta}{sin.(\beta - \alpha)} \text{ und } F_2 = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{sin.\beta}{sin.(\beta - \alpha)} F$$

geben für $\beta < \alpha$ stets negative und also ebenfalls Unmögliches fordernde Werthe; es ist daher bei Construction einer Turbine stets nöthig, daß $\beta > \alpha$ und $\alpha < 90^0$ sei.

Zwischen diesen Grenzen kann man natürlich die Werthe von α und β sehr verschieden auswählen, doch führen sie nicht alle auf gleich zweckmäßige Constructionen. Fourneyron nimmt $\beta = 90^0$ und $\alpha = 30^0$ bis 33^0. Manche machen β kleiner, andere aber größer als 90^0. Schaufeln nach

einem kleineren Werthe von β construirt, haben eine größere Krümmung als Schaufeln mit einem stumpfen β. Große Krümmungen geben aber auch größere Hindernisse bei ihrer Durchlaufung und verhindern vielleicht gar den vollen Ausfluß. Aus diesem Grunde ist es daher anzurathen, den Winkel β eher stumpf als spitz, ihn vielleicht 100^0 bis 120^0 zu machen. Der Winkel α würde dann, wenn der Innendruck dem äußeren das Gleichgewicht halten soll, 50^0 bis 55^0 ausfallen. Damit aber die von den Leitschaufeln gebildeten Kanäle nicht sehr divergiren, und auch beim tieferen Schützenstande noch kein Saugen eintrete, macht man diesen Winkel nur 30^0 bis 40^0, und wenn die Turbine in freier Luft geht, vielleicht gar nur 25^0 bis 30^0. Sehr klein macht man aber α auch schon deshalb nicht, weil mit α auch der Inhalt der Ausflußöffnung und daher auch das Ausflußquantum abnimmt, oder vielmehr bei gegebenem Aufschlage das Rad zu groß ausfällt. Auf der anderen Seite ist noch zu berücksichtigen, daß die Verluste mit v^2 gleichmäßig wachsen, und daß daher eine Turbine unter übrigens gleichen Umständen einen größeren Wirkungsgrad hat, wenn sie langsam umläuft, als wenn sie eine große Umdrehungsgeschwindigkeit hat. Diesem zufolge sollte man also so construiren, daß die Winkel α und β nicht sehr von einander abweichen, und daher der Innendruck kleiner als der Außendruck ausfällt. Ist a die den Luftdruck messende Höhe einer Wassersäule, so kann man den absoluten Wasserdruck an der Uebergangsstelle durch die Höhe $a + x$ messen, und fällt nun diese Druckhöhe Null aus, so fließt das Wasser mit der Maximalgeschwindigkeit $c = \sqrt{2g(h_1 - x)} = \sqrt{2g(h_1 - a)}$ aus dem Reservoir. Wäre endlich $a + x$ negativ, also $x < -a$, so würde an der Uebergangsstelle ein luftleerer Raum entstehen, denn das Wasser würde durch die Radkanäle in größerer Menge ab- als durch das Reservoir zufließen, es würde daher Luft vom äußeren Radumfange aus eintreten und deshalb das Ausflußverhältniß ganz gestört werden. Führen wir nun in der Formel für $x = h - \frac{h}{1 + cos.2\alpha - cotg.\beta\, sin.2\alpha}$, $x = -a$ ein, so erhalten wir $1 + cos.2\alpha - cotg.\beta\, sin.2\alpha = \frac{h}{h+a}$, demnach Auswahl von α und β.

$$tang.\beta = \frac{sin.2\alpha}{1 + cos.2\alpha - \frac{h}{h+a}} = \frac{(h+a)\, sin.2\alpha}{(h+a)\, cos.2\alpha + a},$$

und daher die entsprechende vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{gh\left(1 - tang.\alpha \cdot \frac{(h+a)cos.2\alpha + a}{(h+a)\, sin.2\alpha}\right)} = \frac{h}{cos.\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(h+a)}}.$$

Turbinen ohne Leitschaufeln.

§. 186. Bei den Turbinen ohne Leitschaufeln läßt sich $\alpha = 90^0$ setzen, weil das Wasser auf dem kürzesten Wege, d. h. radial auswärts aus dem Reservoir ausfließt. Aus diesem Gesichtspunkte sind nun auch die Turbinen von Combes, Cadiat und Whitelaw zu betrachten. Setzen wir in der Formel für die vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit $\alpha = 90^0$ ein, so erhalten wir $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2 sin.\beta\ cos. 90^0}{cos.\beta} + \zeta \left(\frac{sin.\beta}{cos.\beta}\right)^2 + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$

$$= \sqrt{\frac{2gh}{\zeta\, (tang.\beta)^2 + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2}};$$

ohne Rücksicht auf die hydraulischen Nebenhindernisse aber

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0}} = \infty.$$

Eine unendlich große Geschwindigkeit kann aber das Rad aus doppelten Gründen nicht annehmen, denn erstens erreicht dieselbe schon ihre Grenze, wenn die disponible Arbeit von den Widerständen aufgezehrt wird, wenn also

$$Qh\gamma = \left(\frac{w^2}{2g} + \zeta \frac{c^2}{2g} + \varkappa \cdot \frac{c_2^2}{2g}\right) Q\gamma, \text{ d. i.}$$

$$h = \left[\left(2 sin. \frac{\delta}{2}\right)^2 + \zeta \left(\frac{r_1}{r}\, tang.\beta\right)^2 + \varkappa\right] \frac{v^2}{2g}, \text{ also}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(2 sin. \frac{\delta}{2}\right)^2 + \zeta \left(\frac{r_1}{r}\, tang.\beta\right)^2 + \varkappa}} \text{ ist,}$$

und zweitens hört für den Werth $x = -a$, d. i. $h - \frac{c^2}{2g} = -a$, oder $\frac{c^2}{2g} = a + h$, oder $\frac{1}{2g}\left(\frac{r_1}{r} \cdot \frac{v\, sin.\beta}{sin. (\beta - 90^0)}\right)^2 = a + h$, also bei $v = \frac{r}{r_1}\, cotg.\beta \sqrt{2g(a+h)}$, der volle Ausfluß auf, und es treten ganz andere Verhältnisse ein, weil das Wasser aus dem Reservoir nicht in der Menge nachströmen kann, in welcher es durch die Radkanäle bei gefülltem Querschnitte abgeführt wird.

Uebrigens giebt aber auch die obige Formel

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\zeta\, (tang.\beta)^2 + \varkappa \left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

wenn man die Erfahrungszahlen ζ und $\varkappa$ einsetzt, v noch lange nicht ∞. Selbst bei der besten Construction, Abglättung und Abrundung des Leit-

schaufelapparates, läßt sich der Geschwindigkeitscoefficient φ nicht größer als 0,95 und daher der entsprechende Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$, nicht kleiner als $\frac{1}{0,95^2} - 1 = 0,11$, also circa 11 Procent setzen; bei Turbinen ohne diesen Apparat fällt zwar der Widerstand in demselben weg, jedoch bleibt immer noch ein gewisser Verlust beim Eintritte in die Radkanäle übrig, der bei den Rädern von Combes und Cadiat vielleicht nur 5, bei den Whitelaw'schen Reactionsrädern aber 10 und noch mehr Procent betragen kann, da hier die Kanäle zu weit sind, als daß sie allen in sie eintretenden Wasserfäden eine bestimmte Richtung (β) geben könnten. Der dem Reibungs- und Krümmungswiderstande in den Radkanälen entsprechende Widerstandscoefficient $\varkappa$ läßt sich, wie wir weiter unten sehen werden, 0,05 bis 0,15 setzen, und wir erhalten daher für die Turbinen ohne Leitschaufeln, wenn wir $\varkappa = 0,1$ einsetzen, die vortheilhafteste Geschwindigkeit

Turbinen ohne Leitschaufeln.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0,05\,(tang.\,\beta)^2 + 0,1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

und für die Whitelaw'schen Reactionsräder

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0,1\,(tang.\,\beta)^2 + 0,1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Setzen wir noch $\beta = 60^0$ und $\frac{r}{r_1} = \frac{4}{3}$, so erhalten wir im ersten Falle $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0,148 + 0,178}} = 1,75\sqrt{2gh}$, und im zweiten

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0,296 + 0,178}} = 1,45\sqrt{2gh}.$$

Damit übrigens bei den Rädern ohne Leitschaufelapparat das Wasser ohne, oder mit möglichst kleinem Stoße eintrete, muß der bekannten Gleichung $\frac{F_2}{F} = \frac{r_1}{r}\,tang.\,\beta$ Genüge geleistet werden. Da nun aber F_2 durch den Schützenstand bestimmt ist, so folgt, daß die Maximalleistung nur bei einem gewissen Schützenstande erlangt werden kann.

§. 187. Das Nullsetzen der absoluten Ausflußgeschwindigkeit w führt nur bei den Leitschaufelturbinen nahe auf die Maximalleistung, bei Turbinen ohne Leitschaufeln, so wie bei allen Turbinen, wo der Leitschaufelwinkel α nahe 90^0 ist, fällt dagegen der Einfluß der Nebenhindernisse auf

Turbinen ohne Leitschaufeln.

den Gang des Rades zu groß aus, als daß $w = 0$, also $v = c_2$ gesetzt werden könnte. Um für diese Räder die vortheilhafteste Geschwindigkeit zu finden, schlagen wir aber folgenden Weg ein. Wir haben schon oben (s. II., §. 181), $(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \zeta c^2$ gefunden, und können nun hier, da $\cos.\alpha = \cos. 90^0 = 0$ und

$c = \frac{v_1 \sin.\beta}{\sin.(\beta - 90)} = - v_1 \tang.\beta = - \frac{r_1}{r} v \tang.\beta$ ist, setzen:

$(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 \left[1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right]$; also die Austrittsgeschwindigkeit selbst:

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}}.$$

Hiernach ist nun das verlorene Gefälle

$$y = \frac{c_2^2 + v^2 - 2 c_2 v \cos.\delta + \varkappa c_2^2 + \zeta c^2}{2g}$$

$$= \frac{(1 + \varkappa)\, c_2^2 + v^2 \left[1 + \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right] - 2 v c_2 \cos.\delta}{2g}$$

$$= \left(2gh + 2v^2 - 2v\cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}}\right) \frac{1}{2g}$$

$$= h - \left(v \cos\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}} - v^2\right) \cdot \frac{1}{g},$$

und sonach die zu erwartende Radleistung

$$L = \left(v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}} - v^2\right) \frac{Q\gamma}{g}.$$

Bezeichnen wir $1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \tang.\beta^2$ durch ψ und $\frac{\sqrt{1 + \varkappa}}{\cos.\delta}$ durch φ, so erhalten wir einfacher $L = (v \sqrt{2gh + \psi v^2} - \varphi v^2) \frac{Q\gamma}{\varphi g}$.

Damit dieser Werth ein Maximum gebe, muß aus Gründen des höheren Calculs sein: $\varphi v = \frac{gh + \psi v^2}{\sqrt{2gh + \psi v^2}}$, oder wenn wir das Verhältniß der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ zur Druckhöhe h, also $\frac{v^2}{2gh}$, durch χ bezeichnen, $\frac{\frac{1}{2} + \psi\chi}{\sqrt{\chi + \psi\chi^2}} = \varphi$, und hiernach $\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi \sqrt{\varphi^2 - \psi}}$.

Hat man hieraus χ bestimmt, so erhält man die Geschwindigkeiten $v = \sqrt{\chi \cdot 2gh}$, $v_1 = \frac{r_1}{r} v$, $c = - v_1 \, tang. \beta$ und Turbinen ohne Leitschaufeln

$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1 + \varkappa}}$, und hieraus die Querschnitte

$$F = \frac{Q}{c} \text{ und } F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Anmerkung 1. Streng genommen, sind auch die Leitschaufelturbinen auf diese Weise zu behandeln; da man indessen dadurch ziemlich complicirte Ausdrücke erhält, welche auf einen Werth von $\frac{c_2}{v}$ führen, der nur wenig kleiner als Eins ist, so haben wir wenigstens hier auf diese Behandlung Verzicht geleistet.

Anmerkung 2. Wird bei der Turbine von Cadiat die äußere Schütze tiefer gestellt, so gelangt das Wasser ebenfalls mit Stoß in das Rad; jedoch tritt insofern hier ein anderes Verhältniß ein, als bei Turbinen mit innerer Schütze, als der innere Druck bei einer Turbine mit innerer Schütze bei tieferem Stande der letzteren kleiner, bei einer Turbine mit äußerer Schütze aber größer ist, als bei geöffneter Schütze. Uebrigens findet bei dem Durchgange des Wassers durch die Mündung einer äußeren Schütze immer eine unvollkommene Contraction des Wasserstrahles statt, welche macht, daß der Querschnitt des abfließenden Wasserstrahles nicht F_2, sondern nur αF_2, wo α den Contractionscoefficienten bezeichnet, ist; bei der inneren Schütze hingegen läßt sich durch Abrundung diese Contraction fast ganz beseitigen.

§. 188. Die Turbinen stehen in einer Beziehung den ober- und mittelschlägigen Wasserrädern wesentlich nach. Wenn bei einem der letzteren Räder ein kleineres Wasserquantum vorhanden, oder eine kleinere Arbeit zu verrichten nöthig ist, und man zu diesem Zwecke die Schütze tiefer stellt, so wird, wie wir wissen, der Wirkungsgrad wegen der schwächeren Zellenfüllung eher größer als kleiner, bei einer Turbine hingegen findet das Gegentheil statt, es wird hier der Wirkungsgrad bei tieferem Schützenstande ein kleinerer, weil nun das Wasser mit Stoß in das Rad tritt. Dieses Verhältniß ist aber um deshalb ein sehr ungünstiges, weil man gerade bei einem kleineren Aufschlage ökonomischer mit der Arbeit umzugehen Ursache hat, als bei einem größeren oder vielleicht im Ueberfluß vorhandenen Aufschlage. Daß aber der Verlust an Arbeit bei einem tieferen Schützenstande ein sehr beträchtlicher sein kann, wird sich aus Folgendem ergeben. Einfluß der Schützenstellung.

Zerlegen wir die Geschwindigkeiten c und c_1 in ihre radiale und tangentiale Componenten $c \, sin. \alpha$, $c \, cos. \alpha$, $c_1 \, sin \, \beta$ und $c_1 \, cos. \beta$, und subtrahiren wir je zwei von einander, so bleiben uns die relativen Geschwindigkeiten $c \, sin. \alpha - c_1 sin. \beta$ und $c \, cos. \alpha - c_1 cos. \beta$; da aber noch das Wasser im Rade mit diesem die Geschwindigkeit v_1 gemeinschaftlich hat, so ist in Wirklichkeit die letztere relative Geschwindigkeit

$$= c \, cos. \alpha - c_1 \, cos. \beta - v_1.$$

Einfluß der Schützenstellung.

Einem bekannten Gesetze zufolge ist nun der einer plötzlichen Aufhebung dieser Geschwindigkeiten entsprechende Verlust an Druckhöhe:

$$y = \frac{1}{2g}\left[(c\,sin.\alpha - c_1\,sin.\beta)^2 + (c\,cos.\alpha - c_1\,cos.\beta - v_1)^2\right],$$

oder an mechanischer Leistung:

$$Y = yQ\gamma = \left[(c\,sin.\alpha - c_1 sin\,\beta)^2 + (c\,cos.\alpha - c_1 cos.\beta - v_1)^2\right]\frac{Q\gamma}{2g}.$$

Führen wir in dieser Formel $c_2 = v$ und $v_1 = \frac{r_1}{r}v$, ferner $c = \frac{F_2}{F}v$ und $c_1 = \frac{F_2}{F_1}v$ ein, so erhalten wir diesen Arbeitsverlust

$$Y = \left[\left(\frac{F_2 sin.\alpha}{F} - \frac{F_2 sin.\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2 cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 cos.\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}Q\gamma.$$

Hiernach läßt sich beurtheilen, welche Leistung einer Turbine entgeht, wenn sie den Formeln

$$F_1 sin.\alpha = F sin.\beta \text{ und } F_1 cos.\alpha = F cos.\beta + \frac{FF_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r}$$

nicht Genüge leistet. Wenn aber auch diesen Forderungen bei dem Normalgange, d. i. bei völlig geöffneter Schütze, entsprochen wird, so geschieht es doch nicht mehr, wenn die Schütze tiefer steht und F einen kleineren Werth F_x annimmt. Der Arbeitsverlust ist dann, selbst wenn auch die Leistung ein Maximum, nämlich $c_2 = v$ ist:

$$Y = \left[\left(\frac{F_2 sin.\alpha}{F_x} - \frac{F_2 sin.\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2 cos.\alpha}{F_x} - \frac{F_2 cos.\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}Q\gamma,$$

oder hierin $F sin.\beta = F_1 sin.\alpha$ und $F cos.\beta + \frac{FF_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r} = F_1 cos.\alpha$ einsetzt,

$$Y = \left[\left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2 (F_2 sin.\alpha)^2 + \left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2 (F_2 cos.\alpha)^2\right]\frac{v^2}{2g}Q\gamma$$

$$= \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2 \frac{v^2}{2g}Q\gamma.$$

Setzen wir nur beispielsweise $\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2}h$, was bei den Turbinen von Fourneyron zulässig ist, so erhalten wir

$$Y = \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2 \cdot \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}Qh\gamma;$$

also bei halb geöffneter Schütze, wo $F_x = \frac{1}{2}F$ ist, $Y = \frac{1}{2}\left(\frac{F_2 r}{F r_1}\right)^3 Qh\gamma$.

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust dadurch herabgezogen werden kann, daß man die Verhältnisse $\frac{F_2}{F}$ und $\frac{r}{r_1}$ klein, also überhaupt die Aus-

mündung des Rades und den äußeren Radhalbmesser klein, die Ausmündungen und den Halbmesser des Reservoirs aber groß macht. Einfluß der Schützenstellung.

Da $\frac{F_2}{F} = \frac{r_1 \sin.\beta}{r \sin.(\beta - \alpha)}$ ist, so hat man im letzten Falle auch

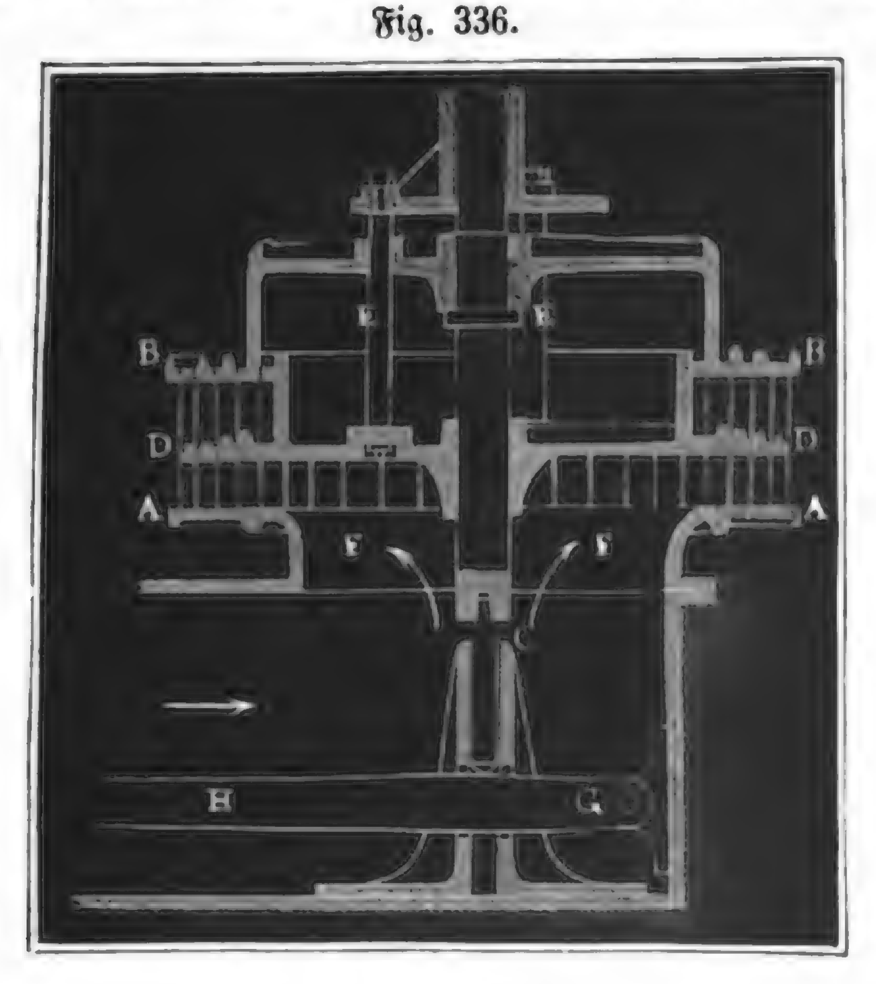
$$Y = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}\right)^2 Q h \gamma,$$

und folglich für $\beta = 90^0$ und $\alpha = 40^0$, $Y = 0,57\, Q h \gamma$. Es gehen also in diesem Falle 57 Procent an Leistung verloren.

In der Regel hört bei tieferen Schützenstellungen, wenn $F_x < \frac{1}{2} F$ ist, der volle Ausfluß ganz auf, indem das Wasser die Radkanäle nicht mehr vollständig ausfüllt, und das Rad in eine Druckturbine übergeht.

§. 189. Um den Arbeitsverlust, welcher bei einem tieferen Schützenstande eintritt, zu vermeiden oder mindestens zu ermäßigen, und um den vollen Ausfluß des Wassers aus dem Rade nicht zu verlieren, hat man in der neuesten Zeit mancherlei Vorrichtungen und namentlich Fourneyron zu diesem Zwecke die Etagenräder (s. II., Fig. 329) in Anwendung gebracht. Dieselben Räder sind von anderen Turbinen nur insofern verschieden, als sie durch eine oder zwei ringförmige Scheidewände in zwei oder drei Räume abgetheilt sind, so daß bei tieferem Schützenstande eine oder zwei Abtheilungen ganz abgeschlossen und das Wasser nur durch die übrigen Abtheilungen oder Etagen geht. Diese Räder erfüllen natürlich ihren Zweck nicht vollständig. Anders ist es aber bei dem in Fig. 336 ab- Stellapparate.

Fig. 336.



Digitized by Google

Stellapparat. gebildeten Apparate von Combes. Hier befindet sich zwischen beiden Radkränzen *AA* und *BB* ein Teller *DD*, der sich durch Stangen *E, E* ... mit Hülfe eines einfachen Mechanismus selbst während des Ganges der Maschine heben und senken läßt, und immer so gestellt wird, daß das bei *FF* zuströmende Wasser bei seinem Ausflusse den Raum *AD* vollständig ausfüllt. Jedenfalls erfüllt dieses Rad seinen Zweck vollständig, nur ist seine Ausführung schwer und kostbar.

Fig. 337.

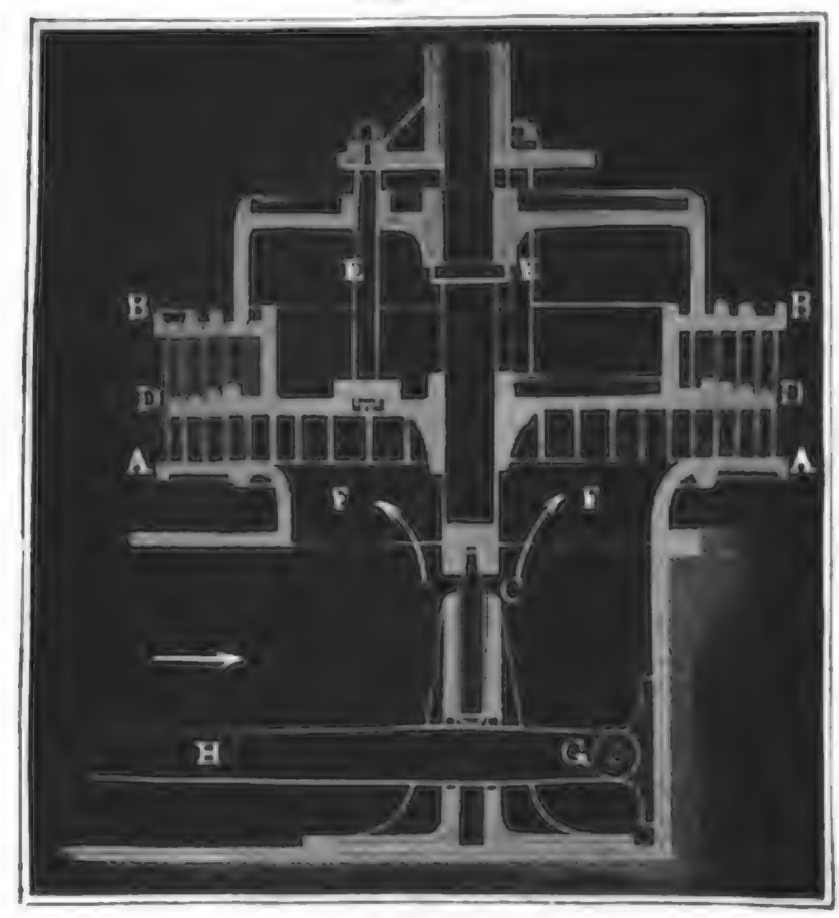


Fig. 338.



Die Turbine von Callon, so wie auch die von Gentilhomme sind ebenfalls so construirt, daß das, wenn auch in sehr kleiner Menge zufließende Wasser noch die Radzellen bei seiner Bewegung durch dieselben ausfüllt. Einen Theil der Callon'schen Turbine stellt Fig. 338 sowohl im Auf- als auch im Grundrisse vor.

Man sieht, der Leitschaufelapparat *B* ist hier oben ganz zugedeckt, und von innen durch ein System von Schützen *E, E* ...., wovon jede über zwei Leitschaufeln weggeht, zu verschließen. Um den Ausfluß des Wassers zu reguliren, hat man also nur eine gewisse Anzahl von Schützen zu heben und die übrigen ganz niederzulassen. Obgleich durch diesen Ausflußapparat das Wasser in jedem Falle ohne Stoß in das Rad eintreten kann, so besitzt doch dieses Rad noch insofern einen gewissen Grad von Unvollkommenheit, als hier das Wasser wenig oder gar nicht durch Reaction wirken kann, da es nicht in ununterbrochenen Strömen durch dessen Kanäle

Digitized by Google

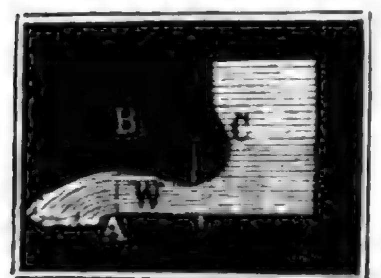
hindurchfließt. Bei diesem abwechselnden Leeren und Füllen der Radkanäle sind die Geschwindigkeiten c, c_1 und c_2 unaufhörlichen Schwankungen unterworfen, wenn x nicht $= 0$, also β nicht $= 2\alpha$ ist. Während z. B. bei noch ungefülltem Radkanale $c = \sqrt{2gh_1}$ ist, fällt bei vollständiger Füllung des Kanales $c = \sqrt{2g(h-x)}$ aus; so oscillirt mit jedem Füllen und Leeren, oder während eine Radzelle von einer verschlossenen Schütze zur anderen rückt, die Geschwindigkeit c innerhalb der Grenzen $\sqrt{2gh}$ und $\sqrt{2g(h-x)}$ unaufhörlich. Wenn nun die Maximalleistung nur bei einem bestimmten Werthe von v und $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ zu erreichen ist, so fällt in die Augen, daß bei einem veränderlichen Werthe von $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ dieselbe nicht erlangt werden kann. Stellapparate.

Bei der Turbine von Gentilhomme wird derselbe Zweck durch Kreissectoren erreicht, welche durch Zahnrad und Getriebe so gestellt werden, daß sie einen Theil des Leitschaufelapparates verschließen. Jedenfalls ist diese Einrichtung noch unvollkommener als die bei der Callon'schen Turbine.

Anmerkung. Eine ähnliche Stellvorrichtung wie die Combes'sche giebt auch der Ingenieur Hänel an. S. deutsche Gewerbzeitung, 1846.

§. 190. Es ist nun noch nöthig, eine Vergleichung zwischen den seither betrachteten Reactionsturbinen und den Stoß- und Druckturbinen, in welche jene allemal übergehen, wenn die Schütze C, Fig. 339, die größere Hälfte der Radweite AB verschließt, anzustellen. Druckturbinen.

Fig. 339.



Da das Wasser W die Radkanäle nur zum Theil anfüllt, so ist bei einem Gange in freier Luft der übrige Theil mit Luft angefüllt, es ist daher auch der Druck unmittelbar vor dem Rade dem Atmosphärendrucke gleich, und die Geschwindigkeit stets $c = \sqrt{2gh}$, und nicht von dem Gange des Rades abhängig. Nun haben wir aber für die Austrittsgeschwindigkeit $c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 cos.\alpha$, und für die Maximalleistung $c_2 = v$, daher gilt denn für diese Turbinen die Regel $2cv_1 cos.\alpha = 2gh$, oder $c = \sqrt{2gh}$ substituirt, $v_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{2\cos\alpha}$.

Für die Reactionsturbinen haben wir $v_1 = \sqrt{gh(1 - tang.\alpha\, cotg.\beta)}$ gefunden; und wir sehen daher, daß die Bedingungen für die Maximalleistung beider zusammenfallen, wenn $\frac{1}{2\cos.\alpha^2} = 1 - tang.\alpha\, cotg.\beta$, oder $tang.\beta = tang.2\alpha$, also $\beta = 2\alpha$ ist; welche Beziehung uns allerdings

Druckturbinen. schon insofern bekannt ist, da wir sie unter der Bedingung $x = 0$ gefunden haben. Es findet also insofern ein wesentlicher Unterschied zwischen den Turbinen beider Klassen statt, als die Geschwindigkeit der Maximalleistung bei der einen Klasse nicht von β abhängt, bei der anderen aber durch β bedingt ist, und daß nur für $\beta = 2\alpha$ diese Geschwindigkeit für beide Klassen eine und dieselbe ist. Während man also die Geschwindigkeit v_1 durch Auswahl des Winkels β, bei den Reactionsturbinen innerhalb sehr weiter Grenzen beliebig machen kann, ist bei den Stoßturbinen eine solche Wahl gar nicht gestattet.

In Beziehung auf die Leistungen beider Räder läßt sich aber Folgendes als Thatsache anführen. Wenn man bei einer Reactionsturbine die Schütze allmälig tiefer nieder läßt, so stellt sich ein kleinerer Wirkungsgrad heraus; hat man dieselbe endlich so tief gestellt, daß das Wasser die Radkanäle nicht mehr zu füllen vermag, und die Turbine in eine Druckturbine übergeht, so wird plötzlich der Wirkungsgrad ein größerer, weil nun der durch die plötzliche Geschwindigkeitsveränderung herbeigeführte Arbeitsverlust wegfällt. Bei noch tieferen Stellungen nimmt der Wirkungsgrad wieder allmälig ab. Diesem zufolge scheint allerdings den Druckturbinen ein ansehnlicher Vorzug vor den Reactionsturbinen eingeräumt werden zu müssen, allein derselbe ist wegen anderer Beziehungen doch nicht überwiegend, und nur dann zuzugestehen, wenn eine Turbine mit sehr veränderlichen Wassermengen gespeist wird. Da das in das Rad eintretende Wasser hier einen viel weiteren Raum vorfindet, als es bei seiner Geschwindigkeit nöthig hat, so nimmt es in demselben sehr unregelmäßige und oscillatorische Bewegungen an, und tritt nicht nur nicht mit der oben berechneten Geschwindigkeit c_2 aus, sondern verliert auch einen Theil seines Arbeitsvermögens, das die besonderen Widerstände bei den unregelmäßigen Bewegungen und das Zerreißen des Wassers verzehren. Hiervon liefern zahlreiche Beobachtungen den sichersten Beweis, und es läßt sich derselbe an jeder Turbine auch sogleich führen, wenn man sie mit der vortheilhaftesten Geschwindigkeit einmal als Reactions- und einmal als Druckturbine umlaufen läßt. Immer giebt die Turbine bei vollem Ausflusse und völlig geöffneter Schütze einen größeren Wirkungsgrad, als bei einem durch einen tieferen Schützenstand hervorgebrachten unvollen Ausflusse.

Bei Turbinen, welche unter Wasser gehen, erfolgt stets ein voller Ausfluß; diese Räder sind also nur Reactionsturbinen. Von ihnen ist natürlich ebenfalls bei völlig geöffneter Schütze ein größerer Wirkungsgrad zu erwarten, als von den in freier Luft umlaufenden Druckturbinen; dagegen ist auch bestimmt darauf zu rechnen, daß bei tieferem Schützenstande, wo die Schutzmündung nur $^2/_3$ oder noch ein kleinerer Theil der Radweite ist, der Wirkungsgrad der ersteren Turbine sich kleiner herausstellt, als bei einer Druck-

turbine. Es ist hiernach der große Nutzen der Etagen oder der Stellkränze zu ermessen.

Anmerkung. Die älteren Fourneyron'schen Turbinen waren bloße Druckturbinen; nachdem man aber von den größeren Leistungen der Reactionsturbinen vielfache Beweise erlangt hat, werden jetzt fast nur Reactionsturbinen construirt. Mehrere in hiesiger Umgegend im Gange befindliche Druckturbinen sprechen durch ihre kleinen Wirkungsgrade ebenfalls nicht zu Gunsten dieser Räder.

§. 191. Wir können nun auch die Leistung einer Turbine ausmitteln. Leistung. Das disponible Arbeitsquantum ist, bei der Aufschlagmenge Q und dem Gefälle h, $L = Qh\gamma$. Hiervon gehen aber die Verluste ab, welche das Wasser beim Durchgang durch die Rad- und Leitschaufelkanäle in Folge der Reibung u. s. w. erleidet. Da das Wasser mit der Geschwindigkeit c aus dem Leitschaufelapparat tritt, so können wir den Druckhöhenverlust beim Durchgang des Wassers durch diesen setzen: $h_1 = \zeta \dfrac{c^2}{2g}$,
und da es mit einer Geschwindigkeit c_2 aus den Radkanälen strömt, so können wir den Druckverlust beim Durchgang des Wassers durch diese durch eine Widerstandshöhe $h_2 = \varkappa \,.\, \dfrac{c_2^2}{2g}$ messen.

Nach den Versuchen des Verfassers ist für gut construirte Kanäle der Widerstandscoefficient $\zeta = \varkappa = 0{,}05$ bis $0{,}10$ zu setzen. (S. den Aufsatz im polytechn. Centralblatt, 1850, Lief. III., betitelt: »Versuche über den Widerstand, welchen das Wasser beim Durchgange durch die Turbinenkanäle erleidet«.)

Zu diesen Druckverlusten kommt noch die Geschwindigkeitshöhe $\dfrac{w^2}{2g}$ des abfließenden Wassers, welche mit der lebendigen Kraft desselben dem Rade entzogen wird. Wir können daher die effective Leistung der Turbine setzen:

$$L_1 = [h - (h_1 + h_2 + h_3)]\, Q\gamma$$
$$= \left[h - \frac{\zeta c^2 + \varkappa c_2^2 + w^2}{2g}\right] Q\gamma.$$

Für den vortheilhaftesten Gang hat man $c_2 = v$, ferner $w = 2v\,sin.\dfrac{\delta}{2}$ und, da $c r_1 sin.\,\alpha = c_2 r\, sin.\,\delta$ ist,

$$c = \frac{r\, sin.\,\delta}{r_1\, sin.\,\alpha} \,.\, c_2 = \frac{r\, sin\ \delta}{r_1\, sin.\,\alpha} \,.\, v,$$

folglich, wenn man noch $\varkappa = \zeta$ nimmt,

$$L_1 = \left(h - \left[\zeta\left(1 + \left(\frac{r\, sin.\,\delta}{r_1 sin.\,\alpha}\right)^2\right) + 4\left(sin\ \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\right) Q\gamma$$
$$= \left(1 - \left[\zeta\left(1 + \left(\frac{r\, sin.\,\delta}{r_1 sin.\,\alpha}\right)^2\right) + 4\left(sin.\ \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2gh}\right) Qh\gamma,$$

Leistung. also ist der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L_1}{Qh\gamma}$$
$$= 1 - \left[\zeta\left(1 + \left(\frac{r\ sin.\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\right)^2\right) + 4\left(sin\ \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2gh}.$$

Nach dem Obigen (s. §. 182) ist aber

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\zeta\left[1 + \left(\frac{r_1 sin.\beta}{r\ sin.(\beta-\alpha)}\right)^2\right] + 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\beta\ cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)}},$$

oder, da $c = \frac{v_1 sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)} = \frac{r_1 v\ sin.\beta}{r\ sin.(\beta-\alpha)} = \frac{r\ sin.\delta}{r_1 sin.\alpha}\ v$,

also $sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\alpha\ sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}$ sein muß,

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\zeta\left[1+\left(\frac{r\ sin.\delta}{r_1 sin.\alpha}\right)^2\right] + 2\ cotg.\alpha\ sin.\delta};$$

daher läßt sich endlich der Wirkungsgrad der Turbine

$$\eta = 1 - \frac{\zeta\left[1 + \left(\frac{r\ sin.\delta}{r_1 sin.\alpha}\right)^2\right] + 4\left(sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{\zeta\left[1 + \left(\frac{r\ sin\ \delta}{r_1 sin.\alpha}\right)^2\right] + 2\ cotg.\alpha\ sin.\delta}$$ setzen.

Von der hier gefundenen Leistung ist noch der Arbeitsverlust abzuziehen, welchen die Reibung am Stifte des Rades herbeiführt. Ist G das Gewicht der umlaufenden Turbine, r_2 der Halbmesser ihres Zapfens oder Stiftes und bezeichnet φ den Reibungscoefficienten, so haben wir diesen Arbeitsverlust $L_2 = {}^2/_3\,\varphi G \cdot \frac{r_2}{r}\ v$. (S. I., §. 171.)

Uebrigens ist nur bei Turbinen, welche unter Wasser gehen, h von Wasserspiegel zu Wasserspiegel zu nehmen, bei Turbinen, welche in freier Luft umgehen, aber von Oberwasserspiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades. Im letzteren Falle geht also durch das Freistellen, von Mitte der Ausmündungen bis Unterwasserspiegel gemessen, ein Theil des Totalgefälles verloren, wogegen den unter Wasser gehenden Turbinen durch die Reibung des Wassers am Rade ein Verlust erwächst.

Anmerkung. Bei Hochdruckturbinen ist auch noch der Arbeitsverlust, welchen die Reibung des Wassers in den Einfallröhren veranlaßt, abzuziehen.

Anordnung der Leitschaufelturbinen. §. 192. Wir haben nun die nöthigsten Regeln zur Berechnung, Anordnung und Construction einer Turbine zu entwickeln. Jedenfalls können wir das Aufschlagquantum Q und das Gefälle h als gegeben ansehen; und

wäre statt Q die Leistung L gegeben, so würde sich wenigstens Q aus L und aus dem Wirkungsgrad η (circa 0,75) durch die Formel $Q = \frac{L}{\eta h \gamma}$ berechnen lassen. Die übrigen Größen r, r_1, α, β, δ, v, n, e, u. s. w. sind nun theils beliebig, theils erfahrungsmäßig zu nehmen, theils theoretisch zu bestimmen. Zunächst nimmt man den Winkel α beliebig an. Bei den Rädern ohne Leitschaufeln ist er bekanntlich als 90^0 in Rechnung zu bringen, bei den Leitschaufelturbinen hat man

Anordnung der Leitschaufelturbinen.

1) $\alpha = 20$ bis 30^0

zu machen, ersteres bei hohem, letzteres bei kleinem Gefälle, um dort nicht zu weite und hier nicht zu enge Ausflußöffnungen, also dort nicht zu kleine und hier nicht zu große Räder zu erhalten.

Der Winkel β ist durch die Auswahl von α gewissermaßen schon bestimmt. Damit das Wasser ohne Druck in das Rad eintrete, müßte $\beta = 2\alpha$ sein, weil aber dieser Druck abnimmt, wenn die Schütze tiefer gestellt wird, so macht man, um keinen negativen Druck zu erhalten, β größer als 2α, am besten möchte vielleicht

2) $\beta = 2\alpha + 20$ bis $2\alpha + 40^0$

anzunehmen sein.

Das Verhältniß $v = \frac{r}{r_1}$ der Radhalbmesser zu einander, ist

3) zwischen den Grenzen 1,25 bis 1,5 auszuwählen.

Aus leicht begreiflichen Gründen ist bei einem großen Werthe von β und bei einem großen Rade das kleinere Verhältniß, bei einem kleineren Werthe von β und bei einem kleineren Rade aber das größere Verhältniß auszuwählen.

Der Austrittswinkel δ ist durch die Formel

4) $sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\alpha\ sin.\beta}{sin.(\beta - \alpha)} = \frac{sin.\alpha\ sin.\beta}{v^2\ sin.(\beta - \alpha)}$ bestimmt.

Dieser Winkel darf, damit dem abfließenden Wasser so viel wie möglich Arbeitsvermögen entzogen werde, nicht über 20 Grad betragen, und es sind deshalb die Werthe von α, β und $v = \frac{r}{r_1}$ so zu nehmen, daß δ unter 20 Grad ausfällt. Manche, z. B. Combes und Callon, suchen δ dadurch herabzuziehen, daß sie dem Rade außen eine größere Weite geben als innen; da aber dadurch der volle Ausfluß des Wassers gefährdet wird, so ist diese Construction nicht zu empfehlen.

Um ferner die Halbmesser des Rades und des Ausflußreservoirs zu ermitteln, wollen wir, in Uebereinstimmung mit den besseren der bekannten Turbinen, zur Bedingung machen, daß die Geschwindigkeit des Wassers im

Anordnung der Leitschaufelturbinen.

Reservoir 3 Fuß nicht überschreite. Legen wir aber diese Geschwindigkeit zu Grunde und lassen wir dabei die Querschnitte der Wellenröhre und der Schütze außer Acht, so können wir setzen: $Q = 3\pi r_1^2$, und folglich umgekehrt, den äußeren Halbmesser des Ausflußgefäßes oder den inneren Radhalbmesser:

$$5)\ r_1 = \sqrt{\frac{Q}{3\pi}} = 0{,}326\ \sqrt{Q},$$

wo r_1 in Fuß und Q in Cubikfuß zu nehmen sind.

Aus diesem Radius folgt nun der äußere Radhalbmesser

$$6)\ r = \nu r_1.$$

Die innere Radgeschwindigkeit bestimmt sich ferner durch die Formel

$$7)\ v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2 sin.\beta\, cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

Hieraus ergiebt sich aber die Austrittsgeschwindigkeit

$$8)\ c = \frac{v_1 sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)},$$

und der Querschnitt

$$9)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{Q sin.(\beta-\alpha)}{v_1 sin.\beta},$$

ferner die Eintrittsgeschwindigkeit

$$10)\ c_1 = \frac{c\, sin.\alpha}{sin.\beta} = \frac{v_1 sin.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} \text{ und}$$

$$11) \text{ der Querschnitt } F_1 = \frac{Q}{c_1} = \frac{Q sin.(\beta-\alpha)}{v_1 sin.\alpha},$$

endlich die äußere Rad- sowie die Austrittsgeschwindigkeit

$$12)\ v = c_2 = \frac{r}{r_1} v_1,$$

sowie der Inhalt sämmtlicher Austrittsmündungen vom Rade,

$$13)\ F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{Q}{v_1} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{Fc}{v_1}.$$

Ueberdies können wir noch die Zahl der Umdrehungen des Rades pro Minute, nämlich

$$14)\ u = \frac{30 v}{\pi r} = 9{,}55 \frac{v}{r} \text{ angeben.}$$

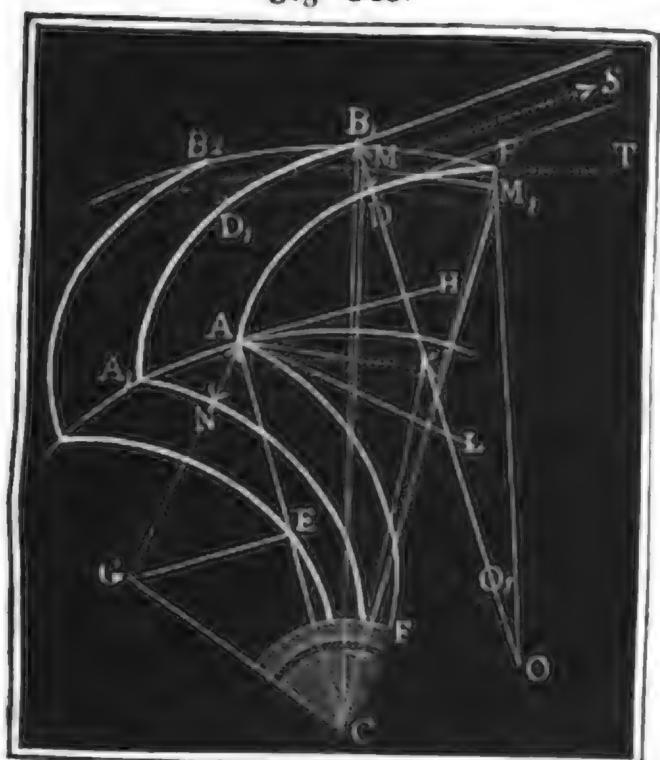
§. 193. Es bleibt nun noch übrig, Regeln zur Berechnung der Radschaufelzahl und der Dimensionen der Radmündungen abzuleiten. Die Ausflußöffnungen des Rades, welche zusammen den Inhalt $F_2 = \frac{Q}{c_2}$

Digitized by Google

haben sollen, bilden nicht den äußeren Umfang des Rades, sondern sie sind durch die äußeren Schaufelenden B_1, B_2 u. s. w., Figur 340, gelegte Querschnitte B_1D, B_2D_1 u. s. w. Auch haben wir unter r in den obigen Formeln nicht den Halbmesser CB des äußeren Radumfanges, sondern die Entfernung CM der Mitte der Mündung B_1D von der Umdrehungsaxe, sowie unter v nicht die Umdrehungsgeschwindigkeit von B, sondern von M zu verstehen. Ist nun δ der Winkel SMT, welchen die Axe des bei BD aus dem Rade tretenden Strahles mit der Tangente MT oder der Normale zum Halbmesser $CM = r$ einschließt, ferner n die Anzahl der Radschaufeln, s ihre Stärke, d die Weite B_1D der Ausmündungen, e die Radweite oder Schaufelhöhe und λ das Verhältniß $\frac{e}{d}$, so läßt sich setzen:

Anordnung der Leitschaufelturbinen.

Fig. 340.



$$n d e = n \lambda d^2 = \frac{n e^2}{\lambda} = F_2,$$

daher umgekehrt die Anzahl der Radschaufeln $n = \frac{\lambda F_2}{e^2}$;

ferner $2 \pi r \sin. \delta - n s = n d = \frac{n e}{\lambda} = \frac{F_2}{e}$ und es ist daher

$$n = \frac{\lambda F_2}{e^2} \text{ und}$$

$$e = \frac{F_2}{2 \pi r \sin. \delta - \frac{\lambda F_2 s}{e^2}}, \text{ annähernd}$$

$$= \frac{F_2}{2 \pi r \sin. \delta} \left(1 + \frac{\lambda F_2 s}{2 \pi r e^2 \sin. \delta}\right)$$

$$= \frac{F_2}{2 \pi r \sin. \delta} \left(1 + \frac{2 \pi r \sin. \delta \,.\, \lambda s}{F_2}\right).$$

Das Dimensionsverhältniß der Ausflußmündungen, d. i.

1) $\lambda = \frac{e}{d}$ wird $= 2$ bis 5 genommen, und zwar ersteres bei langen und weniger gekrümmten und letzteres bei kurzen und stärker ge-

Digitized by Google

Anordnung der Leitschaufel-turbinen.

krümmten Radkanälen, damit der volle Ausfluß nicht verloren geht. Nun folgt die Radhöhe

$$2)\ e = \frac{F_2}{2\pi r \sin.\delta}\left(1 + 2\pi r \sin.\delta \ .\ \frac{\lambda s}{F_2}\right),$$

ferner die Weite der Ausmündungen

$$3)\ d = \frac{e}{\lambda},$$ und die Schaufelanzahl

$$4)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2}.$$

Was endlich noch die Anzahl n_1 der Leitschaufeln anlangt, so kann man diese unter folgender Voraussetzung bestimmen.

Wir haben oben $\frac{F}{F_2} = \frac{2\pi r_1 \sin.\alpha}{2\pi r \sin.\delta}$ gesetzt;

es ist aber auch, bei der Leitschaufelstärke s_1

$$\frac{F}{F_2} = \frac{2\pi r_1 \sin.\alpha + n_1 s_1}{2\pi r \sin.\delta + n s};$$

soll daher beiden Gleichungen entsprochen werden, so hat man nur

$$\frac{n_1 s_1}{n s} = \frac{r_1 \sin.\alpha}{r \sin.\delta}$$ zu setzen,

folglich die Leitschaufelzahl

$$5)\ n_1 = \frac{n s \sin.\alpha}{v s \sin.\delta}.$$

Schaufel-construction.

§. 194. Die Schaufeln werden in der Regel nach Kreisbögen gekrümmt; bei den Leitschaufeln reicht ein Bogen aus, bei den Radschaufeln sind aber meist zwei tangential an einander anschließende Bögen nothwendig. Wie nun die Halbmesser dieser Bögen zu finden, und wie diese an einander anzusetzen sind, wird aus Folgendem hervorgehen. Man beschreibe mit $CM = r$, Fig. 341, einen Kreis, trage die Tangente MT auf und lege an diese den Ausflußwinkel $SMT = \delta$, dessen Bestimmung im vorigen Paragraphen gezeigt wurde. Auf MS ziehe man nun MO recht-

Fig. 341.

Digitized by Google

winkelig und trage zu beiden Seiten von M aus, $MD = MB_1 = \frac{1}{2} d$ auf. Jetzt ziehe man den Halbmesser CB_1 und lege an ihn den Winkel $B_1CB = \varphi^0$, welcher durch die Formel $\varphi = \frac{2\pi}{n} - \frac{r\,sin.\,\delta}{s}$ bestimmt ist; auch beschreibe man aus C durch B_1 und D Kreise. Der erstere dieser Kreise giebt den äußeren Radumfang, und die Punkte B, B_1 u. s. w. sind die äußeren Schaufelenden. Zieht man nun BO so, daß $BOD = BCB_1 = \varphi$ ausfällt, so erhält man in O das Centrum und in $BO = DO$ den Halbmesser des das äußerste Schaufelstück bildenden Bogens DB. Macht man $B_1O_1 = DO$, so erhält man ebenso das Centrum O_1 des Endstückes B_1D_1 der folgenden Schaufel u. s. w. Uebrigens läßt sich der Halbmesser $OB = OD = a$ des Bogens BD durch Auflösung des Dreieckes MOM_1 leicht berechnen. Es ist nämlich Schaufelconstruction.

$\frac{MO}{MM_1} = \frac{sin\ MM_1O}{sin.\ MOM_1}$, aber Sehne MM_1 ist $= 2r\,sin.\,\frac{\varphi}{2}$,

Winkel $MOM_1 = \varphi$ und Winkel $MM_1O = 90 + \delta - \frac{\varphi}{2}$, daher folgt

$$OM = \frac{2r\,sin.\,\frac{\varphi}{2}\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{sin.\,\varphi} = \frac{r\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{cos.\,\frac{\varphi}{2}},$$

und der gesuchte Radius $a = \frac{r\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{cos.\,\frac{\varphi}{2}} - \frac{1}{2} d.$

Bei dieser Construction kommt das Schaufelende B_1 ganz parallel zum gegenüberliegenden Schaufelelemente D zu liegen, und es fließt deshalb auch der Strahl ganz ohne Contraction aus. Wenn man diesen Parallelismus nicht herstellt, so stellt sich allemal ein Nachtheil heraus; divergiren die Tangenten von B und D nach außen, so läuft man Gefahr, den vollen Ausfluß zu verlieren, und convergiren dieselben, so entsteht eine partielle Contraction und der Strahl schlägt dann gegen die äußere Fläche von BD (s. I., §. 353).

Das innere Stück DA einer Radschaufel läßt sich in der Regel ebenfalls nach einem Kreisbogen krümmen. Der Halbmesser $KD = KA = a_1$ dieses Kreisbogens wird aber auf folgende Weise gefunden. Im Dreiecke CMK ist $CM = r$, $MK = a_1 + \frac{d}{2}$ und $\angle\ CMK = SMT = \delta$, daher

$$\overline{CK}^2 = r^2 + \left(a_1 + \frac{d}{2}\right)^2 - 2r\left(a_1 + \frac{d}{2}\right) cos.\ \delta.$$

Schaufelconstruction. Im Dreiecke CAK hingegen ist $CA = r_1$, $AK = a_1$ und $CAK = 180^0 - \beta$, daher $\overline{CK^2} = r_1^2 + a_1^2 + 2 r_1 a_1 \cos. \beta$. Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke folgt nun

$$r^2 + a_1 d + \frac{d^2}{4} - 2 r a_1 \cos. \delta - r d \cos. \delta = r_1^2 + 2 r_1 a_1 \cos. \beta,$$

und hieraus ergiebt sich der gesuchte Halbmesser:

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r d \cos. \delta + \frac{d^2}{4}}{2(r \cos. \delta + r_1 \cos. \beta) - d}.$$

Was endlich noch den Krümmungskreis einer Leitschaufel anlangt, so können wir dessen Halbmesser und Mittelpunkt dadurch finden, daß wir AL unter dem bekannten Winkel α an die Tangente AH des inneren Radumfanges anlegen, hierauf ein Perpendikel errichten und zuletzt dieses durch eine andere, in der Mitte E des Halbmessers CA errichtete Normale in G schneiden. Dieser Punkt G ist nun das Centrum der Leitschaufel AF, die man nun entweder ganz oder nur zum Theil bis zur Röhre, welche die Welle umgiebt, fortführt. Der Halbmesser $GA = GC = a_2$ dieser Schaufel ist $a_2 = \frac{r_1}{2 \cos. \alpha}$.

Die Mittelpunkte der Bögen von den übrigen Schaufeln befinden sich in mit CO, CK und CG beschriebenen Kreisen.

Beispiel. Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und ein Aufschlagquantum von 30 Cubikfuß die Construction, Anordnung und Berechnung einer Fourneyron'schen Turbine zu vollziehen.

Wählen wir:

1) $\alpha = 30^\circ$,

2) $\beta = 100^\circ$ und

3) $\nu = \frac{r}{r_1} = 1,35$ aus, so erhalten wir

$$\sin. \delta = \frac{\sin. \alpha \sin. \beta}{\nu^2 \sin. (\beta - \alpha)} = \frac{\sin. 30^\circ \sin. 80^\circ}{1,35^2 . \sin. 70} = 0,28752,$$

und hiernach

4) $\delta = 16^\circ, 42'$.

Es ist ferner der innere Radhalbmesser

5) $r_1 = 0,326 \sqrt{Q} = 0,326 \sqrt{30} = 1,785$ Fuß, wofür aber $= 1,80$ genommen werden soll, daher der äußere Radhalbmesser

6) $r = \nu . r = 1,35 . 1,8 = 2,43$ Fuß, wofür wir $= 2,45$ Fuß nehmen wollen, so daß nun die Kranzbreite $r - r_1 = 2,45 - 1,80 = 0,65$ Fuß ausfällt.

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse wäre ferner die innere Radgeschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{gh(1 - tang. \alpha \, cotg. \beta)} = \sqrt{5 . 31,25 (1 + tang. 30^\circ . cotg. 80^\circ)}$$

$= \sqrt{156,25 . 1,10182} = 13,105$ Fuß, mit Rücksicht auf die hydraulischen Hindernisse aber, wenn man $\zeta = \varkappa = 0,075$ nimmt,

Schaufelconstruction.

7) $v_1 = \sqrt{\left(\frac{2\,gh}{\frac{2\,sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} + \zeta\left[\left(\frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)}\right)^2 + \nu^2\right]}\right)}$

$= \sqrt{\left(\frac{62{,}5\,.\,5}{\frac{2 sin. 80^\circ cos. 30^\circ}{sin.\,70^\circ} + 0{,}075\left[\left(\frac{sin.\,80^\circ}{sin.\,70^\circ}\right)^2 + 1{,}35^2\right]}\right)}$

$= \sqrt{\left[\frac{312{,}5}{1{,}8152 + 0{,}075\,.\,2{,}9208}\right]} = \sqrt{\left[\frac{312{,}5}{2{,}03426}\right]}$

$= 12{,}394$ Fuß.

Nun folgt die äußere Radgeschwindigkeit

8) $v = \nu v_1 = 1{,}35\,.\,12{,}394 = 16{,}732$ Fuß, und die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritt aus dem Leitschaufelapparat

9) $c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)} = \frac{12{,}394\,sin.\,80^\circ}{sin\,70^\circ} = 12{,}989$ Fuß, ferner die relative Geschwindigkeit des eintretenden Rades:

10) $c_1 = \frac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\beta} = \frac{v_1\,sin.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} = 6{,}595$ Fuß, und die relative Austrittsgeschwindigkeit $c_2 = v = 16{,}732$ Fuß, endlich die absolute Austrittsgeschwindigkeit

11) $w = 2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2} = 2\,.\,16{,}732\,.\,sin.\,8^\circ, 21' = 4{,}860$ Fuß. Die Umdrehungszahl des Rades pr. Min. ist

12) $u = 9{,}55\,.\,\frac{v}{r} = 9{,}55\,.\,\frac{16{,}732}{2{,}45} = 65{,}22.$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen

13) $F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{12{,}989} = 2{,}3096$ Quadratfuß, und

14) $F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{30}{16{,}732} = 1{,}7930$ Quadratfuß.

Nimmt man ferner das Dimensionsverhältniß der Ausflußmündungen des Rades: $\lambda = 4$, und die Stärke einer Radschaufel $s = 3$ Linien $= 0{,}02$ Fuß, so erhält man die Radweite

15) $e = \frac{F_2}{2\,\pi\,r\,sin.\,\delta}\left(1 + 2\,\pi\,r\,sin.\,\delta\,.\,\frac{\lambda s}{F_2}\right)$

$= \frac{1{,}793}{2\,\pi\,.\,2{,}45\,sin.\,16^\circ, 42,}\left(1 + \frac{2\,\pi\,.\,2{,}45\,sin.\,16^\circ, 42'\,.\,4\,.\,0{,}02}{1{,}793}\right)$

$= \frac{1{,}793}{4{,}424}\left(1 + \frac{4{,}424\,.\,0{,}08}{1{,}793}\right) = 0{,}4053\,(1 + 0{,}1974)$

$= 0{,}485$ Fuß $= 5{,}82$ Zoll, ferner die Weite der Ausmündungen

16) $d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}485}{4} = 0{,}12125$ Fuß $= 1{,}45$ Zoll, folglich die Anzahl der Radschaufeln

17) $n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{1{,}793\,.\,4}{0{,}485^2} = 30$, wofür 32 zu nehmen sein möchte; und endlich die Anzahl der Leitschaufeln, wenn man denselben ebenfalls 3 Linien Stärke giebt

18) $n_1 = \frac{n\,s\,sin.\,\alpha}{\nu\,s_1\,sin.\,\delta} = \frac{32\,.\,sin\,30^\circ}{1{,}35\,sin.\,16^\circ, 42'} = 40.$ In der Regel macht

Schaufelconstruction.

man jedoch die Anzahl der Leitschaufeln nie größer als die der Radschaufeln. Der Theilwinkel des Rades ist bei 32 Schaufeln $\frac{360^\circ}{32} = 11\frac{1}{4}$ Grad, und der von einer Schaufel eingenommene Bogen

$$\frac{s}{r\, sin.\, \delta} = \frac{0{,}02}{2{,}45\, sin.\, 16^\circ, 42'} = 0{,}02841 = 1^\circ, 37';$$

und daher der Centriwinkel des äußeren Bogens einer Radschaufel

19) $\varphi = 11^\circ, 15' - 1^\circ, 37' = 9^\circ, 38'$. Der Halbmesser dieses Bogens ist

$$20)\ a = \frac{r\, cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{cos.\, \frac{\varphi}{2}} - \frac{1}{2} d$$

$$= \frac{2{,}45\, cos.\,(16^\circ, 42' - 4^\circ, 49')}{cos.\, 4^\circ, 49'} - \frac{0{,}12125}{2}$$

$$= \frac{2{,}45\, cos.\, 11^\circ, 53'}{cos.\, 4^\circ, 49'} - 0{,}0606 = 2{,}406 - 0{,}060 = 2{,}346 \text{ Fuß}.$$

Ferner ist der Halbmesser des inneren Bogens einer Radschaufel

$$21)\ a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\, d\, cos.\, \delta + \frac{1}{4} d^2}{2\,(r\, cos.\, \delta + r_1\, cos.\, \beta) - d}$$

$$= \frac{2{,}45^2 - 1{,}80^2 - 2{,}45 \,.\, 0{,}12125\, cos\ 16^\circ, 42' + \frac{1}{4} \,.\, 0{,}12125^2}{2\,(2{,}45 \,.\, cos.\, 16^\circ, 42' + 1{,}80\, cos.\, 100^\circ) - 0{,}1212}$$

$$= \frac{2{,}7662 - 0{,}2845}{2 \,.\, 2{,}0341 - 0{,}1212} = \frac{2{,}4817}{3{,}9470} = 0{,}6288 \text{ Fuß}.$$

Der Centriwinkel dieses Bogens ist endlich
$\varphi_1 = 180^\circ - \beta - \delta + \sigma - \tau$, wo $\sigma = \angle ACK$ und $\tau = \angle MCK$ durch folgende Formeln zu bestimmen sind:

$$tang.\, \sigma = \frac{a_1\, sin.\, \beta}{r_1 + a_1\, cos.\, \beta} \text{ und } tang.\, \tau = \frac{\left(a_1 + \frac{d}{2}\right) sin.\, \delta}{r - \left(a_1 + \frac{d}{2}\right) cos.\, \delta}$$

Es ist

$$tang.\, \sigma = \frac{0{,}6288\ sin\ 80^\circ}{1{,}80 - 0{,}6288\ cos.\ 80^\circ}, \text{ hiernach } \sigma = 20^\circ, 7', \text{ und}$$

$$tang.\, \tau = \frac{0{,}6894\ sin.\ 16^\circ, 42'}{2{,}45 - 0{,}6894\ cos.\ 16^\circ, 42'}, \text{ hiernach } \tau = 6^\circ, 19',$$

daher der Centriwinkel des inneren Bogenstückes der Radschaufeln:

22) $\varphi_1 = 180^\circ - 100^\circ - 16^\circ, 42' + 20^\circ, 7' - 6^\circ, 19' = 77^\circ, 9'$.

Endlich ist noch der Halbmesser der Leitschaufeln:

$$23)\ a_2 = \frac{r_1}{2\, cos.\, \alpha} = \frac{1{,}8}{2\, cos.\, 30^\circ} = 1{,}0392 \text{ Fuß}.$$

Das Arbeitsvermögen der Wasserkraft ist $L = Qh\gamma = 30 \,.\, 5 \,.\, 66 = 9900$ Fußpf., die Arbeit der Turbine dagegen

$$L_1 = \left(1 - \frac{\zeta\,(c^2 + v^2) + w^2}{2\, gh}\right) Q h \gamma$$

$$= \left(1 - 0{,}016 \,.\, \frac{0{,}075\ (12{,}989^2 + 16{,}732^2) + 4{,}860^2}{5}\right) .\ 9900$$

$$= [1 - 0{,}0032\ (0{,}075 \,.\, 448 + 23{,}62)] \,.\, 9900$$

$$= (1 - 0{,}1830) \,.\, 9900 = 0{,}817 \,.\, 9900$$

$$= 8088 \text{ Fußpfund}.$$

Wenn diese Turbine in freier Luft gehen soll, so ist noch ein gewisses Freistellen nöthig, welches, da die halbe Radhöhe $e = 0{,}2425$ Fuß beträgt, recht gut $\frac{1}{2}$ Fuß zu schätzen ist, und daher einen Arbeitsverlust von $30 . 0{,}5 . 66 = 990$ Fußpf. verursacht. Um den Wasserverlust beurtheilen zu können, muß die Druckhöhe x hinter der Schütze bekannt sein. Es ist nach dem Obigen Schaufelconstruction.

$$x = h - (1 + \zeta)\frac{c^2}{2g} = 5 - 1{,}075 . 0{,}016 . 12{,}989^2 = 5 - 2{,}889 = 2{,}111$$

Fuß, und daher die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit

$$w_1 = \sqrt{2gx} = 7{,}906\sqrt{2{,}111} = 11{,}48 \text{ Fuß}.$$

Wäre nun der kreisförmige Spalt zwischen Rad und Schütze $1\frac{1}{2}$ Linie weit, also sein Querschnitt

$$G = 2\pi r . \tfrac{1}{288} = \frac{2 . 1{,}8 . \pi}{288} = \frac{\pi}{80} = 0{,}0393 \text{ Quadratfuß},$$

so betrüge bei einem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}7$, die verloren gehende Wassermenge

$$Q_1 = 0{,}7\, G w_1 = 0{,}7 . 0{,}0393 . 11{,}48 = 0{,}316 \text{ Cubikfuß},$$

und diesem entspräche ein Arbeitsverlust von $Qh\gamma = 0{,}316 . 5 . 66 = 104$ Fußpf. Endlich geht noch ein kleiner Theil der Arbeit durch die Zapfenreibung verloren. Wiegt das armirte Wasserrad 3000 Pfund, ist der Zapfenhalbmesser desselben $= 1\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{1}{8}$ Fuß und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}075$, so hat man die Arbeit der Zapfenreibung

$$\varphi G \frac{r_2}{r} v = 0{,}075 . 3000 . \frac{16{,}732}{8 . 2{,}45} = 192 \text{ Fußpfund}.$$

Bringen wir noch die letzten drei Arbeitsverluste, d. i. $990 + 104 + 192 = 1286$ Fußpfund in Abzug, so bleibt uns die effective Radleistung

$$L_1 = 8088 - 1286 = 6802 \text{ Fußpfund} = 13{,}33 \text{ Pferdekräfte},$$

und es fällt der Wirkungsgrad nur $\eta = {}^{6802}/_{9900} = 0{,}688$ aus.

§. 195. Die Dimensionsverhältnisse der Turbinen ohne Leitschaufeln sind nur zum Theil wie die der Leitschaufelturbinen zu nehmen und zu berechnen. Das Wasser tritt hier auf dem kürzesten Wege, nämlich radial aus dem Ausflußreservoir; es ist hier folglich $\alpha = 90$ Grade. Der Winkel β wird hier größer, nämlich 140 bis 160 Grad genommen, um einen möglichst kleinen negativen Druck (x) an der Uebergangsstelle zu erhalten und dadurch das Einsaugen von Luft oder Wasser durch den Spielraum so viel wie möglich zu vermeiden. Das Halbmesserverhältniß $v = \frac{r}{r_1}$ nimmt man hier nur 1,15 bis 1,30, weil außerdem, wegen des großen Werthes von β, die Radkanäle zu lang ausfallen würden. Um den Arbeitsverlust beim Eintritt des Wassers aus dem Reservoir in das Rad möglichst herab zu ziehen, läßt man das Wasser nur mit 2 Fuß Geschwindigkeit zu treten, und macht deshalb den inneren Radhalbmesser Turbinen ohne Leitschaufeln.

1) $r_1 = \sqrt{\frac{Q}{2\pi}} = 0{,}4\sqrt{Q}$ Fuß, also den äußeren

2) $r = v r_2 = 0{,}4\, v\sqrt{Q}$ Fuß.

Turbinen ohne Leitschaufeln.

Setzen wir ferner

$$1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\, \beta^2 = 1 - \zeta \frac{tang.\, \beta^2}{\nu^2} = \psi \text{ und}$$

$$\frac{\sqrt{1 + \varkappa}}{cos.\, \delta} = \varphi, \text{ wobei wir meist } \zeta = \varkappa = 0{,}075$$

und δ annähernd 10 bis 20° nehmen können; so erhalten wir die Hülfsgröße

$$3)\ \chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\varphi^2 - \psi}},$$

aus welcher die vortheilhaftesten Umdrehungsgeschwindigkeiten des Rades

$$4)\ v = \sqrt{\chi} \cdot \sqrt{2gh} \text{ und}$$

$$5)\ v_1 = \frac{r_1}{r} v = \frac{v}{\nu} = \frac{\sqrt{\chi}}{\nu} \sqrt{2gh}$$

folgen, wonach sich nun die Ausflußgeschwindigkeiten

$$6)\ c = - v_1\, tang.\, \beta \text{ und}$$

$$7)\ c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1 + \varkappa}} \text{ berechnen lassen.}$$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen

$$8)\ F = \frac{Q}{c} \text{ und}$$

$$9)\ F_2 = \frac{Q}{c_2}, \text{ daher ist die Radhöhe}$$

$$10)\ e = \frac{F}{2\pi r_1}.$$

Ist ferner $\lambda = \frac{e}{d}$ d. i. das Dimensionsverhältniß der Ausmündungen, so hat man, da $n d e = F_2$ ist, $n e^2 = \lambda F_2$ und daher die nöthige Anzahl der Radschaufeln

$$11)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2}, \text{ und endlich, da}$$

$$(2\pi r\, sin.\, \delta - ns)\ e = F_2$$

ist, wenn s die Schaufelstärke bezeichnet, für den nöthigen Austrittswinkel

$$12)\ sin.\, \delta = \frac{F_2 + nse}{2\pi re} = \frac{(e + \lambda s)\, F_2}{2\pi re}.$$

Fällt δ zu groß, viel über 15 Grad aus, so muß man β oder ν größer nehmen.

Beispiel. Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und für einen Aufschlag von 50 C. Fuß pr. Sec. die Anordnung und Berechnung einer Cadiat'schen Turbine zu vollziehen (vergl. das letzte Beispiel). Nehmen wir $\beta = 150°$ und $\nu = 1{,}2$, so erhalten wir den Radhalbmesser

1) $r_1 = 0{,}4\sqrt{Q} = 0{,}4 \sqrt{30} = 2{,}19$, oder sicherer 2,25 Fuß, und
2) $r_2 = \nu r_1 = 1{,}2 \,.\, 2{,}25 = 2{,}70$ Fuß.

Turbinen ohne Leitschaufeln.

Setzen wir $\zeta = \varkappa = 0{,}075$ und nehmen wir einstweilen $\delta = 15$ Grad an, so erhalten wir

$$\psi = 1 - \zeta \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\beta^2 = 1 - 0{,}075 \frac{(tang.\ 30)^2}{1{,}44} = 0{,}9826$$

und

$$\varphi = \frac{\sqrt{1+\varkappa}}{cos.\ \delta} = \frac{\sqrt{1{,}075}}{cos.\, 15^0} = 1{,}0734,$$

daher

$$3)\ \chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\,\psi\,\sqrt{\varphi^2 - \psi}} = \frac{1{,}0734 - 0{,}4118}{1{,}9652\,.\,0{,}4118} = \frac{0{,}6616}{0{,}8093} = 0{,}8175$$

und daher

$$\sqrt{\chi} = 0{,}9042.$$

Hiernach sind nun die Radgeschwindigkeiten

$$4)\ v = \sqrt{\chi}\,.\,\sqrt{2gh} = 0{,}9042\,.\,7{,}906\,\sqrt{5} = 15{,}985 \text{ Fuß}$$

$$5)\ v_1 = \frac{v}{\nu} = \frac{15{,}985}{1{,}2} = 13{,}321 \text{ Fuß},$$

dagegen die Ausflußgeschwindigkeiten

$$6)\ c = -v_1\, tang.\ \beta = 13{,}321\ tang.\ 30^0 = 7{,}692 \text{ Fuß}$$

und

$$7)\ c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\varkappa}} = \sqrt{\frac{312{,}5 + 251{,}1}{1{,}075}} = 22{,}897 \text{ Fuß}.$$

Hieraus ergeben sich die Querschnitte der Ausmündungen

$$8)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{7{,}692} = 3{,}900 \text{ Quadratfuß, und}$$

$$9)\ F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{30}{22{,}897} = 1{,}3102 \text{ Quadratfuß}.$$

und es ist nun die erforderliche Radweite

$$10)\ e = \frac{F}{2\pi r_1} = \frac{3{,}900}{2\pi\,.\,2{,}25} = 0{,}2759 \text{ Fuß},$$

nimmt man ferner das Dimensionsverhältniß $\lambda = 2$, so erhält man die Anzahl der Schaufeln

$$11)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{2\,.\,1{,}3102}{0{,}2759^2} = 34, \text{ wofür 32 genommen werden soll,}$$

und, wenn man die Schaufelstärke = 0,015 Fuß annimmt,

$$sin.\ \delta = \frac{F_2 + nse}{2\pi re} = \frac{1{,}3102 + 32\,.\,0{,}015\,.\,0{,}2872}{2\pi\,.\,2{,}7\,.\,0{,}2872} = \frac{1{,}3102 + 0{,}138}{5{,}4\,.\,0{,}2872\,\pi}$$

$$= \frac{1{,}448}{4{,}872} = 0{,}2972, \text{ daher ist der Austrittswinkel}$$

$$12)\ \delta = 17^0, 17'.$$

Der Wirkungsgrad dieses Rades ist, ohne Rücksicht auf Wasserverlust, Zapfenreibung u. dergl.

$$\eta = (\nu\sqrt{2gh + \psi v^2} - \varphi v^2)\frac{Q\gamma}{\varphi g Q h \gamma} = \left(\sqrt{\frac{1}{\chi} + \psi} - \varphi\right)\frac{2\chi}{\varphi}$$

$$= (1{,}4852 - 1{,}0734)\,.\,\frac{1{,}635}{1{,}0734} = \frac{0{,}4118\,.\,1{,}635}{1{,}0734} = 0{,}627.$$

(Vergl. das Beispiel im vorigen Paragraphen.)

Schottische Turbinen.

§. 196. Die schottische Turbine oder das Reactionsrad mit getrennten Radkanälen (Schwungröhren) ist in so fern etwas anders als die Cadiat'sche Turbine zu behandeln, als hier das Wasser wegen der großen Breite der Kanäle entweder ganz oder wenigstens größtentheils mit Stoß in das Rad tritt, und in so fern auch hier eine viel größere Auswahl in der Form und Größe der Radkanäle möglich ist, als bei den Rädern mit aneinander anliegenden Radkanälen. Namentlich kann man hier den Austrittswinkel δ viel kleiner machen, als bei den letzten Rädern. Wegen der beliebig kleinen Anzahl ihrer Kanäle eignen sich die schottischen Turbinen vorzüglich zur Aufnahme einer Wasserkraft mit wenig Wasser und viel Gefälle.

Die Weite der Einfallsröhre oder des Ausflußreservoirs bestimmt sich zunächst, wenn man höchstens eine Zuflußgeschwindigkeit von 6 Fuß zuläßt, durch die Formel $r_1 = \frac{Q}{\sqrt{6\pi}} = 0,23\,\sqrt{Q}$.

Den äußeren Halbmesser r macht man 2, 3 bis 4mal so groß als r_1, je nachdem die Anzahl der Schwungröhren 4, 3 oder 2 ist. Die Geschwindigkeiten v, v_1 und c, folglich auch die Querschnitte F_1 und F_2 sind wie bei den Turbinen ohne Leitschaufeln (s. vorigen Paragraph) überhaupt zu bestimmen. Zuletzt folgt die Radhöhe

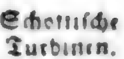
$$e = \frac{F}{2\pi r_1}$$

und die äußere Weite der Radkanäle

$$d = \frac{F_2}{n e}.$$

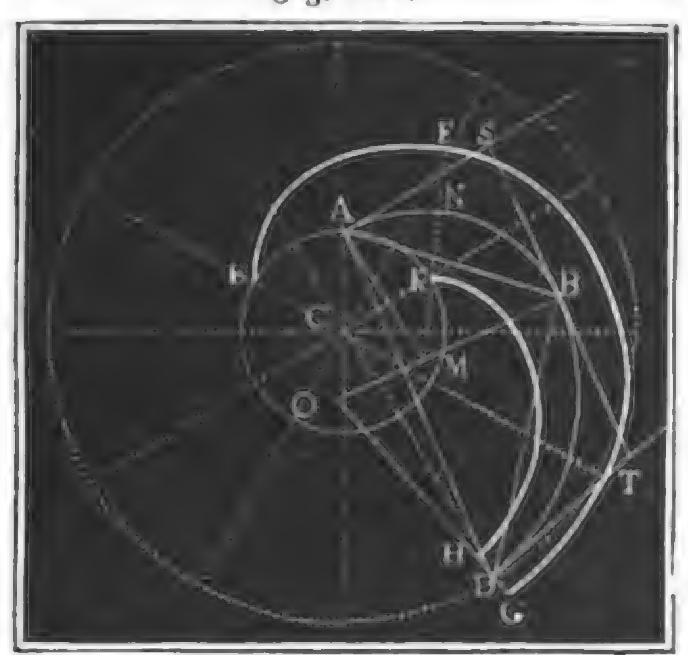
Jedenfalls ist aber bei der Bestimmung von v oder $\chi = \frac{v^2}{2gh}$, der Widerstandscoefficient ζ beim Eintritt größer als 0,075 zu nehmen, da ein schwacher Stoß bei den in so sehr verschiedenen Richtungen in das Rad eintretenden Strahlen nicht zu vermeiden ist; wir können vielleicht, ohne einen beträchtlichen Fehler befürchten zu müssen, $\zeta = 0,10$ setzen. Da auch die Schwungröhren sehr lang ausfallen, so müßte auch $\varkappa$ viel größer als bei den Radturbinen ausfallen, wenn nicht dieses ungünstige Verhältniß durch die größere Weite dieser Röhren etwas wieder ausgeglichen würde, jedoch möchte $\varkappa$ mindestens $= 0,075$ zu nehmen sein.

Die Schwungröhrenaxe ABD, Fig. 342, krümmt man in der Regel nach einer archimedeischen Spirallinie, doch kann man sie auch aus zwei Kreisbögen AB und BD zusammensetzen. Zu diesem Zwecke theilt man den Umfang des Ausflußapparates in so viel gleiche Theile, als das Rad Schwungröhren erhalten soll, hier z. B. in drei, und zieht nun aus jedem



dieser Punkte eine Gerade, wie z. B. AS, welche um den Winkel β von der entsprechenden Tangente oder um $SAC = 270^0 - \beta^0 = 90^0 + \beta^0$ vom entsprechenden Halbmesser CA abweicht. Ferner beschreibt man mit dem äußeren Halbmesser $CD = r$ einen Kreis und theilt auch diesen in so viel gleiche Theile, als Schwungröhren anzubringen sind, jedoch so, daß zwischen je zwei Punkten A und D beider Umfänge ein Centriwinkel von circa 135, 150 oder 180^0 enthalten ist, je nachdem die Anzahl der Schwungröhren 4, 3 oder 2 beträgt. Nachdem man nun die Axenrichtung DT so gelegt hat, daß sie um circa 80^0 von dem zugehörigen Halbmesser CD abweicht, findet man die Mittelpunkte M und O der die Axe ABD bildenden Bögen AB und BD, indem man die Winkel SAD und TDA durch die Geraden AB und DB halbirt, ST parallel mit AD zieht und AM rechtwinkelig zu AS, BO rechtwinkelig auf ST und DO winkelrecht auf DT errichtet. Die Richtigkeit oder Zulässigkeit dieses Verfahrens leuchtet sogleich ein, wenn man erwägt, daß durch die Theilung der Winkel SAD und TDA und durch das Legen der Parallelen ST die Winkel MBA und MAB, und also auch die Geraden MA und MB einander gleich gemacht, und daß ebenso Gleichheit zwischen den Winkeln ODB und OBD, und also auch zwischen den Linien OB und OD hergestellt worden ist. Um nun die Umgrenzung der Röhre zu finden, macht man

Fig. 342.



$$DG = DH = \text{der halben Mündungsweite } \frac{d}{2},$$

ferner $FN = KN$ und zieht nun die Bögen HK und GF so, daß die Weite GH allmälig in FK übergeht u. s. w.

Beispiel. Es ist für eine Wasserkraft von 150 Fuß Gefälle und 1$\frac{1}{2}$ Cubikfuß Aufschlag pro Sec. die Anordnung und Berechnung einer Schottischen Turbine auszuführen. Zuerst ist der innere Radhalbmesser

$$r_1 = 0{,}23 \sqrt{Q} = 0{,}23 \sqrt{1{,}5} = 0{,}282 \text{ Fuß};$$

nehmen wir indessen denselben $= 0{,}3$ Fuß und die Weite der Einfallröhre $= 0{,}75$ Fuß; bringen wir ferner nur zwei Schwungröhren in Anwendung und machen wir deshalb den äußeren Radhalbmesser $r = 4\, r_1 = 1{,}2$ Fuß; nehmen wir

Digitized by Google

Schottische Turbinen. noch $\beta = 150^\circ$, und $\delta = 10^\circ$, und setzen wir $\varkappa = \zeta = 0{,}100$, so erhalten wir

$$\psi = 1 - 0{,}1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang. \beta^2 = 1 - 0{,}1 \cdot \tfrac{1}{16} (tang.\, 30^\circ)^2$$

$$= 1 - 0{,}0021 = 0{,}9979, \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{1+\varkappa}}{cos.\, \delta} + \frac{\sqrt{1{,}1}}{cos.\, 10^\circ} = 1{,}0650.$$

Von dem Gefälle $h = 150$ Fuß verbraucht die Reibung des Wassers in der 0,75 Fuß weiten und vielleicht 200 Fuß langen Einfallröhre nach I., §. 366, den Theil

$$h_2 = 0{,}0213 \cdot 0{,}016 \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{l\,Q^2}{d^5} = 0{,}0003408 \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{200 \cdot 1{,}5^2}{0{,}75^5}$$

$$= 0{,}0003408 \cdot 1{,}621 \cdot \frac{200 \cdot 256}{27} = 0{,}03408 \cdot 1{,}621 \cdot \frac{512}{27} = 1{,}05 \text{ Fuß},$$

daher dürfen wir auch nur das Gefälle

$$h_1 = h - h_2 = 150 - 1{,}05 = 148{,}95 \text{ Fuß}$$

in Rechnung bringen. Das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß ist nun

$$\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\,\psi \sqrt{\varphi^2 - \psi}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}}{1{,}9958 \sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{0{,}1363}}{1{,}9958 \cdot 0{,}3692}$$

$$= \frac{0{,}6958}{0{,}7369} = 0{,}9443 \text{ und } \sqrt{\chi} = 0{,}9718,$$

daher folgen die Geschwindigkeiten

$$v = \sqrt{\chi} \cdot \sqrt{2gh} = 0{,}9718 \cdot 7{,}906 \sqrt{150} = 94{,}10 \text{ Fuß},$$

$$v_1 = \frac{r_1}{r}\, v = \frac{v}{4} = 23{,}525 \text{ Fuß},$$

$$c = -\, v_1\, tang.\, \beta = 23{,}525\, tang.\, 30^\circ = 13{,}58 \text{ Fuß}, \text{ und}$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\varkappa}} = \sqrt{\frac{9309 + 8836}{1{,}1}} = \sqrt{\frac{1{,}8145}{1{,}1}} = 128{,}43 \text{ Fuß}.$$

Hiernach sind die nöthigen Mündungsquerschnitte

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{1{,}5}{13{,}58} = 0{,}11044 \text{ Quadratfuß und}$$

$$F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{1{,}5}{128{,}43} = 0{,}01168 \text{ Quadratfuß}.$$

Ferner ist die entsprechende Radweite oder Mündungshöhe

$$e = \frac{F}{2\pi r_1} = \frac{0{,}11044}{0{,}6 \cdot \pi} = 0{,}05859 \text{ Fuß} = 0{,}703 \text{ Zoll},$$

und die Mündungsweite, da die Anzahl der Mündungen $n = 2$ ist,

$$d = \frac{F_2}{ne} = \frac{0{,}01168}{2 \cdot 0{,}05859} = 0{,}09967 \text{ Fuß} = 1{,}196 \text{ Zoll}.$$

Das Dimensionsverhältniß $\frac{e}{d}$ ist hiernach nur $\frac{0{,}05859}{0{,}09967} = 0{,}5879$; um dasselbe größer zu machen, müßte man drei oder mehr Schwungröhren in Anwendung bringen.

Der Wirkungsgrad dieses Rades ist ohne Rücksicht auf die Reibungen am Zapfen und in den Einfallröhren:

$$\eta = \left(\sqrt{\frac{1}{\chi} + \psi} - \varphi\right) \frac{2\chi}{\varphi} = \left(\sqrt{\frac{1}{0{,}9443} + 0{,}9979} - 1{,}0650\right) \cdot \frac{2 \cdot 0{,}9443}{1{,}065}$$

$$= (1{,}4342 - 1{,}0650) \cdot \frac{1{,}8886}{1{,}065} = 0{,}6547.$$

§. 197. Bei den Reactionsrädern, wo die Axen der Schwungröhren radial an das Reservoir anstoßen, erleidet das Wasser mit seinem Eintritte in das Rad einen Stoß und einen entsprechenden Arbeitsverlust, und sind diese Röhren auch nicht einmal gekrümmt, sondern tritt das Wasser durch Seitenmündungen aus den Schwungröhren, so findet auch ein Stoß des Wassers gegen die Endflächen der Schwungröhren statt, der einen zweiten Arbeitsverlust zur Folge hat. Da indessen jetzt in der Regel Räder mit gekrümmten Schwungröhren angewendet werden, so wollen wir in Folgendem nur den Verlust beim stoßweisen Eintritte in das Rad in Betracht ziehen. Die Ausflußgeschwindigkeit ist hier bestimmt durch die Formel $(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2gx + c^2 + v^2 - v_1^2$, oder da Schottische Turbinen.

$2gx + c^2 = 2gh - \zeta c^2$ ist, durch

$(1 + \varkappa) c_2^2 = 2gh + v^2 \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - \zeta c^2$; und es folgt hiernach

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh - \zeta c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] v^2}{1 + \varkappa}}.$$

Die dem Arbeitsverluste des Rades entsprechende Geschwindigkeitshöhe ist, da das Wasser beim Eintritte in das Rad plötzlich noch die Tangentialgeschwindigkeit v_1 annehmen muß,

$$y = (c_2^2 + v^2 - 2 c_2 v \cos.\delta + v_1^2 + \varkappa c_2^2 + \zeta c^2) \cdot \frac{1}{2g}$$

$$= \left((1 + \varkappa) c_2^2 + \zeta c^2 + v^2 \left[1 + \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - 2 v c_2 \cos.\delta\right) \cdot \frac{1}{2g}$$

$$= \left(gh + v^2 - v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh - \zeta c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] v^2}{1 + \varkappa}}\right) \cdot \frac{1}{g},$$

und sonach folgt die effective Radleistung

$$L = \left(v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh - \zeta c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] v^2}{1 + \varkappa}} - v^2\right) \frac{Q\gamma}{g}$$

$$= (v \sqrt{2gh - \zeta c^2 + \psi v^2} - \varphi v^2) \frac{Q\gamma}{\varphi g}, \text{ wenn}$$

$1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2$ durch ψ und $\frac{\sqrt{1 + \varkappa}}{\cos.\delta}$ durch φ bezeichnet wird.

Genau wie in §. 187 findet man das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\sqrt{\chi} = \frac{v}{\sqrt{2gh - \zeta c^2}}$ durch die Formel

$\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi \sqrt{\varphi^2 - \psi}}$, welches übrigens für $\varkappa = 0$, $\zeta = 0$ und $\delta = 0$,

Schottische Turbinen.

also für $\varphi = 1$, in

$$\chi = \frac{1-\sqrt{1-\psi}}{2\psi\sqrt{1-\psi}} = \frac{1-\frac{r_1}{r}}{2\left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{r_1}{r}} = \frac{r}{2r_1\left(1+\frac{r_1}{r}\right)}$$

$= \frac{r^2}{2r_1(r+r_1)}$ übergeht. Der Wirkungsgrad ist im letzteren Falle

$$\eta = \frac{v}{gh}\left(\sqrt{2gh-\zeta c^2+\psi v^2}-v\right) = \frac{r}{r+r_1},$$

also um so größer, je länger die Schwungröhren in Beziehung auf die Weite des Zuflußreservoirs sind.

Hiernach bestimmt sich $v = \sqrt{\chi(2gh-\zeta c^2)}$ und $v_1 = \frac{r_1}{r}v$, sowie

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh-\zeta c^2+\psi v^2}{1+\varkappa}},\ \text{und}\ F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Um den Widerstand beim Eintritte möglichst klein zu erhalten, macht man $\frac{F_2}{F}$ klein, also F groß; am besten aber so groß, daß die Geschwindigkeit c beim Eintritte in den beweglichen Radkörper nicht größer ausfällt, als die des zufließenden Wassers; und um dies zu erreichen, macht man den ringförmigen Querschnitt der Eintrittsmündung gleich dem Querschnitte des Zuleitungsrohres, d. i. $2\pi r_1 e = \pi r_1^2$, also die Radhöhe e = dem halben Halbmesser des Reservoirs. Endlich ergiebt sich hieraus noch die Weite der Ausmündungen des Rades: $d = \frac{F_2}{ne}$.

Fig. 343.



Anmerkung. Wenn man, wie in Fig. 343, statt der getrennten Schwungröhren einen einzigen Schwungring AA anbringt, und das Wasser durch gut abgerundete conoidische Mundstücke B, B... ausfließen läßt, so fallen die hydraulischen Hindernisse im Rade sehr klein aus, da die Bewegung des Wassers in dem Rade, namentlich, wenn man dieses hoch macht, sehr klein ist, und es bleibt dann vorzüglich nur der in diesem Paragraphen in Betracht gezogene Arbeitsverlust beim Uebertritt des Wassers aus der Kernröhre C in das Rad übrig. Der Wirkungsgrad eines solchen höchst einfachen Rades kann sicherlich auch auf $^2/_3$ gesteigert werden.

Vergleichung der Turbinen.

§. 198. Stellen wir in Folgendem eine Vergleichung der Fourneyron'schen, Cadiat'schen und Whitelaw'schen Turbinen unter ein-

Digitized by Google

ander an. Jedenfalls ist die Turbine mit Leitschaufelapparat die mechanisch vollkommnere Construction, da durch dieselbe dem Wasser beinahe alles Arbeitsvermögen (durch Gleichmachung von c_2 und v) entzogen werden kann, was bei den Turbinen ohne diesen Apparat nicht möglich ist. Mit Berücksichtigung aller Nebenverhältnisse erfordern alle drei Turbinen ziemlich eine und dieselbe Radgeschwindigkeit, nämlich $v = 0,7 \sqrt{2gh}$ bis $\sqrt{2gh}$, um die Maximalleistung hervorzubringen; nur sind diese Maximalleistungen verschieden, nämlich bei den Fourneyron'schen Turbinen circa 0,75, bei den Cadiat'schen Turbinen 0,65 und bei den Whitelaw'schen Turbinen nur 0,50 bis 0,60 Procent der Totalleistung. Diese Verhältnisse verändern sich jedoch mit der Größe des Aufschlages; während bei einer Whitelaw'schen Turbine durch eine Veränderung der Ausmündungen der Wirkungsgrad sich nicht wesentlich ändert, fällt derselbe bei den übrigen Turbinen bedeutend kleiner aus, so wie die Schütze bei einem schwächeren Aufschlage tiefer gestellt wird. Uebrigens findet zwischen den übrigen Turbinen noch der Unterschied statt, daß bei einer äußeren Schütze der Ausfluß stets voll bleibt, bei einer inneren Schütze aber, wenn dieselbe ohngefähr die halbe Radhöhe bedeckt, die Radkanäle von dem Wasser nicht vollständig gefüllt werden. Vergleichung der Turbinen.

Was den Wasserverlust anlangt, welcher durch die ringförmigen Spalten zwischen Rad und Schütze u. s. w. erfolgt, so ist dieser bei den Fourneyron'schen Turbinen am kleinsten, größer bei den Whitelaw'schen und noch größer bei den Cadiat'schen Turbinen, weil der innere Wasserdruck bei den ersteren Turbinen, zumal bei besseren Constructionen, den Atmosphärendruck nicht viel übertrifft, bei den letzteren Turbinen dieser Druck aber in der Regel ziemlich groß ist, und diese Räder ohne dies eine Spalte (bei der Schütze) noch mehr haben, als die anderen Turbinen. Uebrigens sind die Turbinen ohne Leitschaufelapparat, und zumal die Whitelaw'schen, jedenfalls einfacher und leichter vortheilhaft zu construiren, als die Fourneyron'schen Turbinen mit Leitschaufeln, die überdies noch durch fremdartige Körper, welche durch das Aufschlagwasser zugeführt werden, in ihrer vortheilhaften Nutzleistung mehr gestört werden können, als die ersteren Räder.

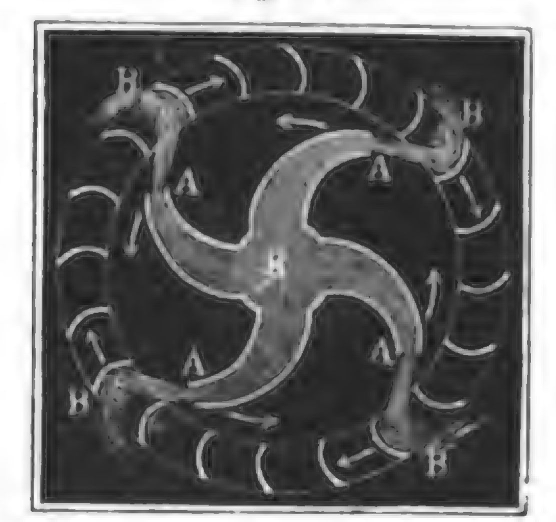
Im Allgemeinen läßt sich behaupten, daß die Turbinen von Fourneyron und Cadiat vorzüglich zur Benutzung von kleinen oder mittleren Gefällen (unter 30 Fuß) und von großen Aufschlagmengen, die Schottischen Turbinen aber mehr zur Verwendung hoher Gefälle und kleiner Wassermengen sich eignen.

Anmerkung. Bei den Turbinen ohne Leitschaufelapparat, namentlich, wenn dieselben ein hohes Gefälle haben, besitzt das abfließende Wasser noch eine große absolute Geschwindigkeit $w = c_2 - v$ (vergleiche die letzten Beispiele) und

Vergleichung der Turbinen.

es wird dadurch dem Rade selbst ein beachtenswerther Theil von mechanischer Leistung entzogen. Dieser Verlust läßt sich aber beseitigen oder sehr ermäßigen, wenn man die lebendige Kraft des abfließenden Wassers zum Umtriebe eines zweiten Rades verwendet. Der Maschineninspector Althans auf der Eisenhütte Sain hat eine derartige Construction ausgeführt bei einer Lohmühle zu Vallendar bei Ehrenbreitenstein, und aus Figur 344 ist die wesentliche Einrichtung derselben zu ersehen. *AEA* ist ein gewöhnliches Reactionsrad mit vier krummen Schwungröhren und 120 Fuß Gefälle (vergl. §. 175), und *BB* ist ein größeres Schaufelrad, welches durch das aus *A*, *A* ausfließende Wasser in Umdrehung gesetzt wird. Da beide Räder in umgekehrten Richtungen umlaufen, so sind sie noch durch ein besonderes Räderwerk mit einander in Verbindung zu setzen. Uebrigens gewährt das äußere Rad noch den Vortheil, daß es mit als Schwungrad dient, und dadurch einen gleichförmigeren Gang in die ganze Maschine bringt (s. inner-österreichisches Gewerbeblatt, Jahrgang 5, 1843).

Fig. 344.



Versuche an Turbinen.

§. 199. Versuche über die Leistungen der zuletzt betrachteten Turbinen mit Ausströmung von innen nach außen sind zwar in großer Anzahl bekannt gemacht worden, nur möchte nicht allen Angaben hierüber das nöthige Vertrauen geschenkt werden können. Mit diesen in manchen Beziehungen so vortrefflichen Maschinen Wirkungsgrade von 0,85 bis 0,90 erlangt haben zu wollen, ist geradezu zu widerlegen, und gelinde beurtheilt, nur Täuschungen zuzuschreiben. Da dem Ausflusse des Wassers durch die vollkommenste Mündung ein Geschwindigkeitscoefficient $\varphi = 0,97$ zukommt (s. I., §. 344), so findet schon beim Eintritte in das Rad oder in den Leitschaufelapparat der Arbeitsverlust $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{c^3}{2g} Q\gamma = 0,06 \frac{c^2}{2g} Q\gamma$ statt; da ferner die Reibung des Wassers in einer Röhre, welche 4mal so lang als weit ist (nach I., §. 366), $0,019 \,.\, 4 \,.\, \frac{v^2}{2g} Q\gamma = 0,076 \frac{v^2}{2g}$ Leistung consumirt und ohngefähr $\frac{v^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} = h$ ist, so bleiben wegen dieser Hindernisse schon nur 87 Proc. Leistung übrig; rechnet man nur 1 Proc. für den Krümmungswiderstand, 2 Proc. wegen des Stoßes an den Schaufelenden und 3 Proc. auf das Arbeitsvermögen, welche das abfließende Wasser behält, und nimmt man selbst auf andere Hindernisse, wie z. B. auf die im Leitschaufelapparate u. s. w. nicht Rücksicht, so bleiben nur 81 Procent Nutzleistung übrig; und wir können gewiß eine Turbine als eine höchst vorzügliche ansehen, wenn dieselbe den Wirkungsgrad

Digitized by Google

0,75 bis 0,80 hat. Es geben aber auch die Versuche von unparteiischen Experimentatoren, wie z. B. von Morin u. A., Wirkungsgrade von diesen Rädern an, welche zwar 0,80 nahe kommen, jedoch diesen Werth nie vollkommen erreichen. Versuche an Turbinen.

Morin rapportirt die Ergebnisse seiner Versuche in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris, 1838. Zunächst handelt er von den Versuchen, welche er an einer Fourneyron'schen Turbine zu Moussay angestellt hat. Dieses Rad hatte 0,85 Meter äußeren Durchmesser, 0,11 Meter Höhe, 7,5 Meter Gefälle und 0,738 Cubikmeter Aufschlagwasser pr. Sec., machte also eine Wasserkraft von 73,8 Pferdekräften zu Gute. Das allgemeinste Ergebniß dieser Versuche war: das Rad mochte mehr oder weniger unter Wasser gehen, es gab bei 180 bis 190 Umdrehungen pr. Min. die größte Nutzleistung von 69 Procent des ganzen Arbeitsvermögens. War die Umdrehungszahl circa 50 Procent kleiner oder größer, so sank übrigens dieser Wirkungsgrad nur um 7 bis 8 Procent. Hierbei war die Schütze fast vollständig aufgezogen, wurde aber dieselbe bis zur halben Radhöhe niedergelassen, so fiel der Wirkungsgrad um 8 Procent. Bei einem Gange in freier Luft würde dieses Fallen gewiß noch größer gewesen sein.

Nächstdem theilt Morin in der genannten Abhandlung die Resultate seiner ausgedehnten Versuche an einer Turbine in Mühlbach mit. Dieses Kreiselrad hatte 2 Meter äußeren Durchmesser und $\frac{1}{3}$ Meter Höhe; sein Gefälle betrug $3\frac{1}{2}$ bis $3\frac{3}{4}$ Meter, und sein Aufschlag $2\frac{1}{2}$ Cubikmeter pr. Sec.; es nahm also eine disponible Wasserkraft von 117 bis 125 Pferdekräften auf. Bei 50 bis 60 Umgängen pr. Min. und bei dem stärksten Schützenzuge gab es die größte Nutzleistung von 0,78, die jedoch, weil Morin bei der Wassermessung einen zu kleinen Ausflußcoefficienten angenommen hat, vielleicht nur 0,75 zu setzen ist. Dieser große Wirkungsgrad verminderte sich auch um 2 bis 4 Procent, wenn die Umdrehungszahl 40 Procent größer oder kleiner war, als die angegebene. Es änderte sich der Wirkungsgrad nicht, wenn das Rad wenig oder tief (1 Meter) unter Wasser ging. Ebenso trat keine Veränderung ein, wenn sich der Aufschlag im Verhältnisse 3 zu 5 veränderte. Auch verminderte sich der Wirkungsgrad mit der Höhe des Schützenstandes so, daß z. B. bei 0,05 Meter Schützenzug und bei der vortheilhaftesten Umdrehungszahl (58) der Wirkungsgrad nur 0,373 ausfiel. Uebrigens stellte Morin noch besondere Versuche über das Verhältniß $\frac{v}{\sqrt{2gh}}$ an, und fand, ganz der Theorie entsprechend, daß dieses Verhältniß mit v (wegen Einflusses der Centrifugalkraft) wächst, dagegen abnimmt, wenn der Schützenstand ein größerer wird.

Versuche an Turbinen.

§. 200. Herr Professor Redtenbacher theilt in seiner Schrift »über die Theorie und den Bau der Turbinen und Ventilatoren« noch die Resultate der an einer Turbine zu Siebenen in der Schweiz angestellten Versuche mit. Diese Turbine hatte folgende Dimensionen und Verhältnisse: $r_1 = 0,938$ Meter, $r = 1,128$ Meter; $h = 1$ Meter; $e = 0,254$ Meter; $Q = 0,2$ Cubikmeter; $\alpha = 12^0$, $\beta = 45^0$, $\delta = 10^0$ u. s. w. Die Hauptergebnisse der Versuche mit diesem Rade waren aber folgende: Beim Schützenzuge $e_1 = 0,1$ Meter war die vortheilhafteste Umdrehungszahl 17,5 und der entsprechende größte Wirkungsgrad $\eta = 0,464$; war der Schützenzug $e_1 = 0,2$ Meter, so trat der größte Wirkungsgrad $\eta = 0,646$ bei 21,1 Umdrehungen pr. Minute ein; und betrug der Schützenzug $e_1 = 0,254$ Meter, so fiel, bei 20,6 Umdrehungen, der Maximalwirkungsgrad nur 0,640 aus. Diese verhältnißmäßig sehr kleinen Wirkungsgrade mißt Redtenbacher wohl mit Recht der zu großen Krümmung der Radschaufeln bei. Uebrigens ging die Turbine in freier Luft.

Außer anderen interessanten Folgerungen, welche Redtenbacher aus den Wirkungen und Verhältnissen der bekannten Fourneyron'schen Turbinen zieht, möge besonders die hervorgehoben werden, daß ein solches Rad bei der Maximalleistung und bei völlig aufgezogener Schütze halb so viel Umdrehungen macht, als wenn es ganz leer, d. i. ohne Arbeit zu verrichten, umläuft.

Die Versuche, welche Combes an seinen Reactionsrädern mit und ohne Leitschaufelapparat angestellt hat, führen ebenfalls auf kleinere Wirkungsgrade. An einem Modellrade ohne Leitschaufeln von 0,14 Meter äußeren Durchmesser und mit 25 Schaufeln, betrug im günstigsten Falle bei 335 Umdrehungen pr. Minute, 0,48 Meter Gefälle und 285 Litres Aufschlag pr. Minute der Wirkungsgrad nur 0,511. Bei einem Modellrade von derselben Größe, mit 20 Leitschaufeln und 30 Radschaufeln und mit den Winkelgrößen $\alpha = 30^0$, $\beta = 90^0$ hat sich höchstens, und zwar bei 0,81 Meter Druckhöhe, 199 Umdrehungen pr. Minute und 372 Liter Aufschlag pr. Minute der Wirkungsgrad $\eta = 0,566$ herausgestellt. An einem Rade im Großen, welches zur Bewegung von Pumpen in Paris verwendet wird, wurde der Wirkungsgrad ebenfalls nur 0,53 gefunden. Dieses Rad hatte einen äußeren Durchmesser von 0,97 Meter, eine Höhe von 0,16 Meter, ein Gefälle von 0,91 bis 1,83 Meter und einen Aufschlag zwischen 400 und 85 Liter pr. Secunde. Die Zahl der Radschaufeln betrug 36, während die Leitschaufeln ganz fehlten und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute war bei der Maximalleistung von 117,75 Kilogramme, = 75.

Ausführliche Versuche mit zwei Fourneyron'schen Turbinen sind

auch noch von Morris in Delaware angestellt worden. (S. Journal of the Franklin Institute. Dec. 1843, auch polytechn. Centralblatt 1844, Heft X.) Das erste der beiden Versuchsräder hatte $4^2/_3$ Fuß äußeren Durchmesser und 8 Zoll Höhe, sein Gefälle betrug circa 6 Fuß und sein Aufschlag im Mittel 1700 Cubikfuß pr. Minute. Der größte Wirkungsgrad von 0,7 stellte sich bei dem größten Schützenzuge von 6 Zoll und bei 52 Umdrehungen oder einer inneren Radgeschwindigkeit $v_1 = 0{,}46\sqrt{2gh}$ heraus. Uebrigens aber variirte für $v_1 = 0{,}5\sqrt{2gh}$ bis $0{,}9\sqrt{2gh}$, η nur zwischen den Grenzen 0,64 bis 0,70. Das zweite Rad hatte 4 Fuß 5 Zoll äußeren Durchmesser, 6 Zoll Höhe, circa $4^1/_2$ Fuß Gefälle und 14 Cubikfuß Aufschlag pr. Secunde. Es ging unter Wasser und gab bei $4^1/_2$ Zoll Schützenzug folgende Leistungen. War $v_1 = 25$ bis 30 Procent von $\sqrt{2gh}$, so ergab sich $\eta = 0{,}63$; war $v_1 = 40$ bis 50 Procent von $\sqrt{2gh}$, so stellte sich $\eta = 0{,}71$ heraus, bei $\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}45$ oder $u = 49$, bekam man die Maximalleistung, nämlich $\eta = 0{,}75$, bei $\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}5$ bis 0,7, fiel $\eta = 0{,}60$ aus.

Versuche an Turbinen.

Anmerkung. Neuere Versuche mit einer Etagenturbine sind von Marozeau angestellt. Dieselben gaben einen mittleren Wirkungsgrad von 0,6. Siehe polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1848, oder Bulletin de Mulhouse, 1846, Nr. 101

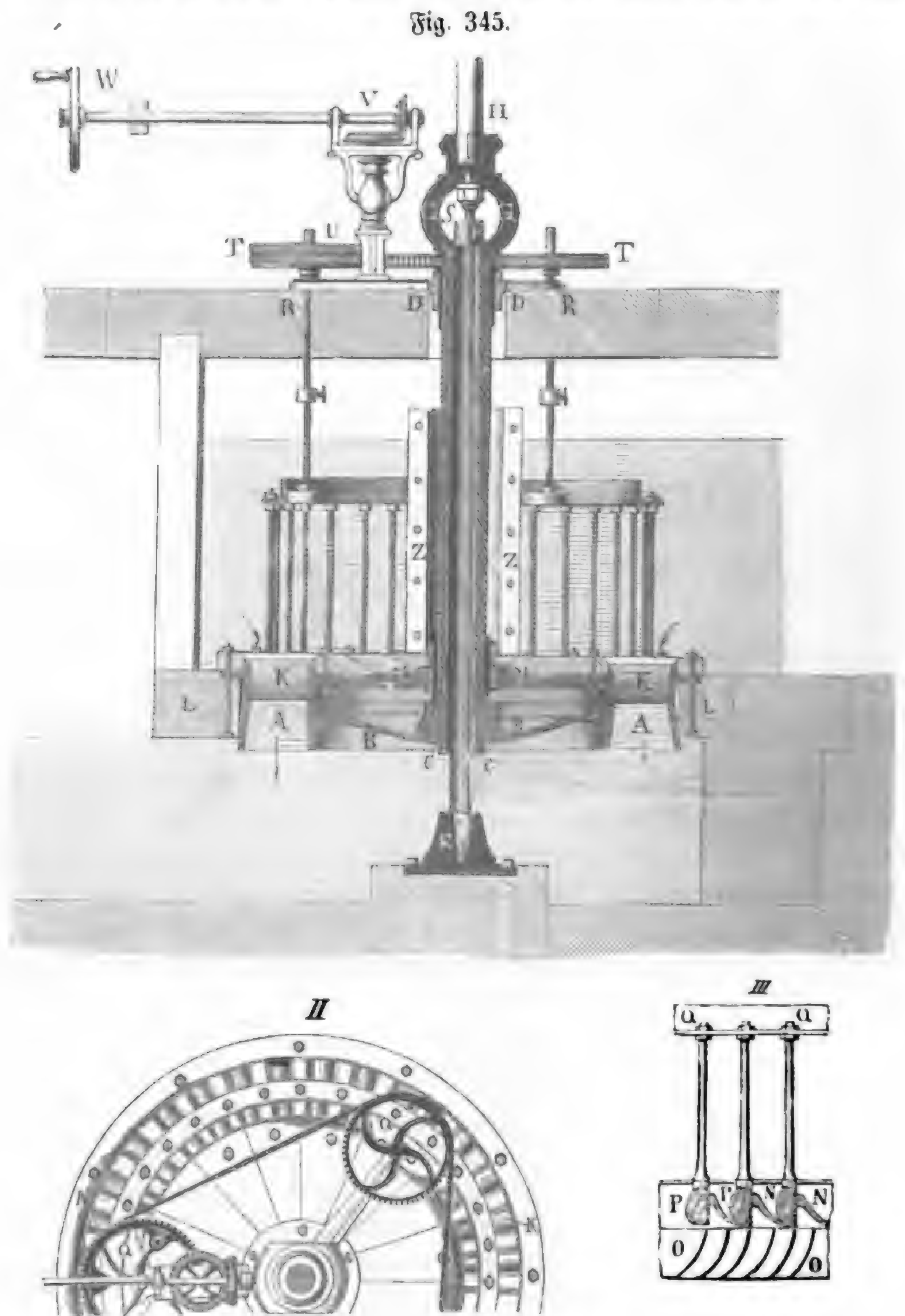
Fontaine's Turbine.

§. 201. Die in der neuesten Zeit von Fontaine und Jonval construirten Turbinen weichen insofern von den Fourneyron'schen Turbinen ab, als sich bei ihnen der Leitschaufelapparat nicht neben, sondern über dem Rade befindet, und dadurch das Wasser nicht von innen nach außen, sondern von oben nach unten auf das Rad geführt wird, und nicht am äußeren Umfange, sondern an der Grundfläche aus dem Rade tritt. Bei der Bewegung des Wassers von oben nach unten in den ebenfalls durch krumme Schaufeln gebildeten Kanälen spielt die Centrifugalkraft nur eine untergeordnete Rolle, indem die Schwerkraft an die Stelle derselben tritt. Zwischen der Turbine von Fontaine und der von Jonval findet aber der Unterschied statt, daß bei jener die Oberfläche des Unterwassers unmittelbar unter oder über dem Rade steht, daß dagegen bei dieser das aus dem Rade strömende Wasser eine Wassersäule über der Oberfläche des Unterwassers bildet, die ebenso auf den Gang des Rades ihren Einfluß ausübt, als wenn sie über dem Rade stünde.

Die Einrichtung einer Fontaine'schen Turbine ist aus Fig. 345 (I., II. und III.), auf folgd. Seite, welche dieselbe in einem vertikalen Durchschnitte und im Grundrisse vorstellt, zu ersehen. AA ist das Rad, BB

Fontaine's Turbine. der Radteller, welcher statt der Radarme das Rad mit der hohlen Welle *CCDD* fest verbindet. Damit der Zapfen nicht unter Wasser gehe, en=

Fig. 345.



digt sich die Welle *CD* in einem Auge *GG*, durch welches der stählerne Stift *FS* gesteckt ist, der durch die Schraubenmutter *S* tiefer oder höher

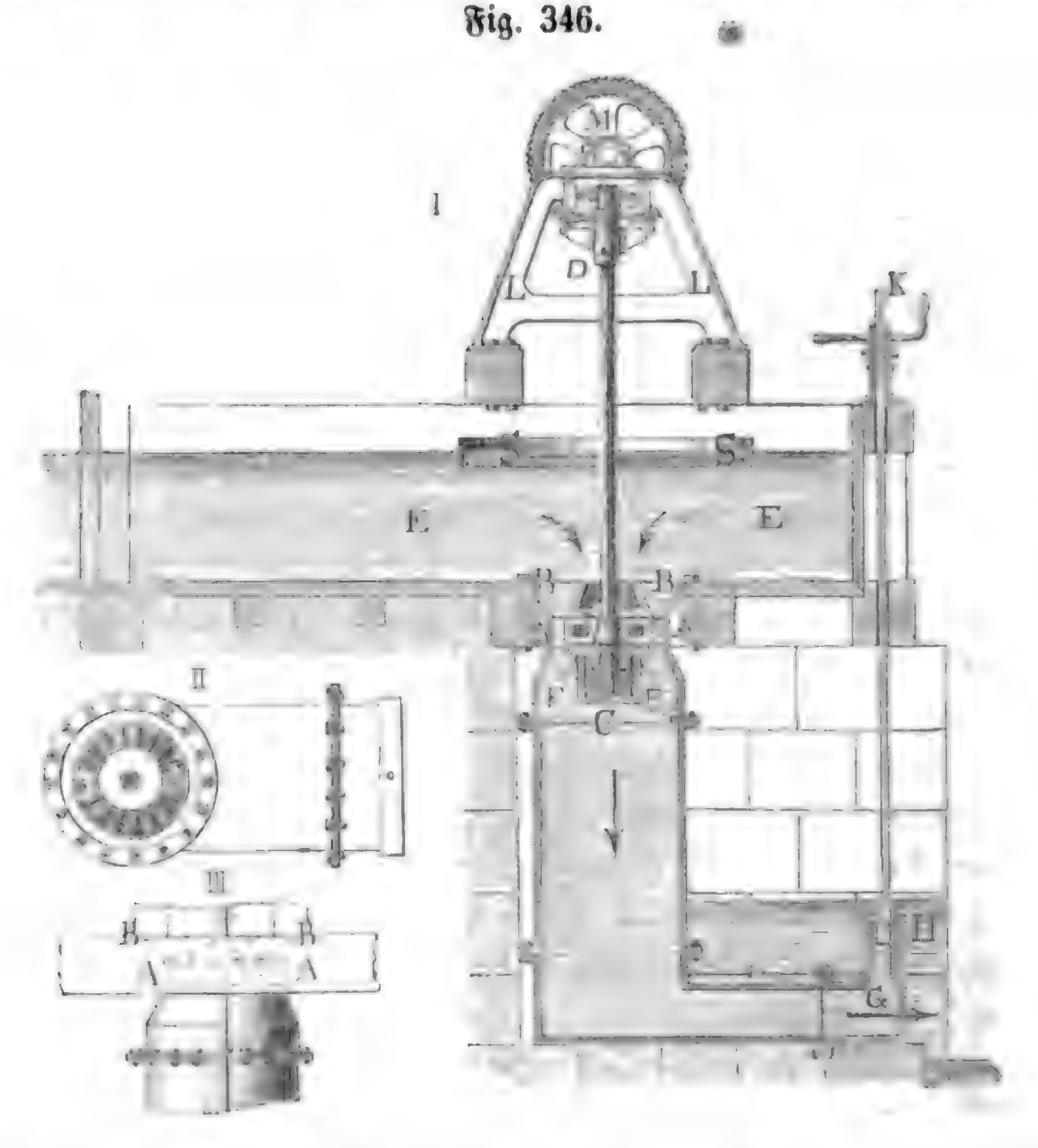
Digitized by Google

gestellt werden kann, und in einer stählernen Pfanne im Kopfe F einer festſtehenden Säule EF umläuft. Durch eine über dem Auge G eingesetzte stehende Welle H wird die Umdrehung des Rades fortgepflanzt. Um die stehende Welle gegen das Wasser zu schützen, wird sie wie bei einer Fourneyron'schen Turbine mit einem Mantel ZZ umgeben. Der Leitschaufelapparat KK ist auf die Balken LL aufgeschraubt und mit ihm ist auch ein Teller $KMMK$ verbunden, der ein cylindrisches Metalllager MM enthält, durch das, in Gemeinschaft mit einem höher stehenden Lager DD, die Turbinenwelle CD während ihrer Umdrehung in sicherem Stande erhalten wird. Die Gestalt einer Leitschaufel N und einer Radschaufel O ist aus III. zu ersehen. Zum Reguliren des Aufschlages dient ein Schützenapparat, welcher aus so vielen einzelnen Schützen P, P . . . besteht, als das Rad Leitschaufeln N, N . . . hat. Diese Schützen sind mit abgerundeten Holzstücken bekleidet, und laufen in Nuthen, welche in die cylindrischen Mäntel des Leitschaufelapparates eingelassen sind. Die Schützenstangen PQ, PQ . . . sind durch einen eisernen Ring QQ fest mit einander verbunden, der durch drei Zugstangen QR, QR . . . gehoben oder gesenkt werden kann. Zu diesem Zwecke werden die Enden R, R . . . dieser Stangen schraubenförmig zugeschnitten und Zahnräder T, T . . . aufgesetzt, deren Naben Schraubenmuttern bilden und deren Umfänge durch eine Kette ohne Ende mit einander verbunden sind. Wird nun mit Hülfe einer Kurbel W und vermittelst eines Räderwerkes UV das eine Rad T in Umdrehung gesetzt, so laufen die übrigen Räder gleichmäßig mit um, und es werden dadurch auch alle drei Zugstangen gleichmäßig angezogen oder niedergelassen. Fontaine's Turbine.

§. 202. Ansichten einer Jonval'schen Turbine sind unter Fig. 346 (auf folgender Seite) enthalten. Man nennt diese Turbinen wohl auch **doppeltwirkende**, weil bei ihnen das Wasser durch Druck und Zug (Saugen) zugleich wirkt. AA ist das ebenfalls durch einen Teller mit der stehenden Welle CD verbundene Rad, BB der darüberstehende, in das Aufschlaggerinne EE conisch einmündende Leitschaufelapparat. Das Zapfenlager ruht in einem Gehäuse C, welches durch die Träger FF unterstützt und festgehalten wird. Die Lage der Leit- und Radschaufeln, so wie ein Theil des Aeußeren von der Röhre, in welcher das Rad eingeschlossen ist, führt II. und III. vor Augen. Um die Oberfläche des Oberwassers ruhig zu erhalten, wird ein hölzerner Schwimmer SS aufgelegt, und um den Gang des Rades zu reguliren, wird eine Schütze G in Anwendung gebracht, die sich durch eine Kurbel und Schraube höher oder tiefer stellen läßt. Je nachdem die Schütze höher oder tiefer steht, fließt natürlich auch mehr oder weniger Betriebswasser in das Unterwasser H Jonval's Turbine.

Jonval's Turbine. ab, kann also auch das Rad mehr oder weniger Arbeit verrichten. Der Ständer LL trägt das Lager für den oberen Zapfen der Welle CD und das Lager einer liegenden Welle, auf welche die Umdrehung des Rades mittels eines conischen Räderwerkes M zunächst übergetragen wird. Bei

Fig. 346.



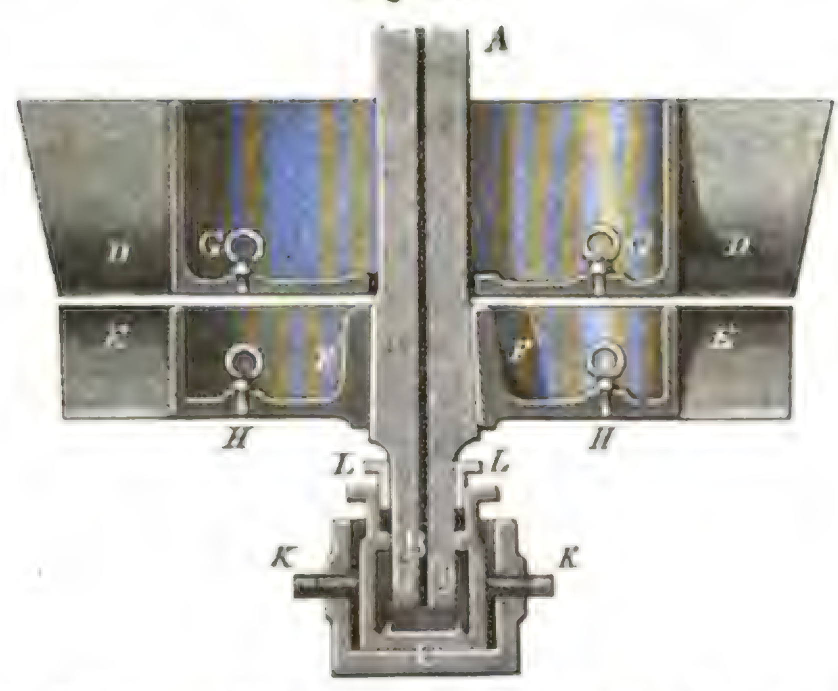
kleinen Rädern kann das Reservoir, in welchem das Rad eingeschlossen ist, aus gußeisernen Röhren zusammengesetzt werden, bei großen Rädern hingegen muß man es aus Quadern aufmauern.

Man ersieht aus dem so eben Mitgetheilten, daß die Turbinen von Fontaine und von Jonval in den Haupttheilen und in den wesentlichsten Verhältnissen vollkommen übereinstimmen, und kann daher auch leicht ermessen, daß sich für beide eine und dieselbe Theorie entwickeln lassen müsse. Bei beiden Rädern steht das Oberwasser in einer gewissen Höhe h_1 über der Eintrittsstelle in das Rad; was aber das Unterwasser anlangt, so steht dessen Oberfläche bei der Jonval'schen Turbine um eine gewisse Höhe h_2 unter dem Rade, während sie bei der Fontaine'schen Turbine bis zum Rade reicht, oder sogar über dem Rade steht. In Beziehung auf das Reguliren des Ganges beider Turbinen muß noch be-

merkt werden, daß die Fontaine'sche Turbine mit einer inneren, die Jonval'sche mit einer äußeren Schütze ausgerüstet, daß also insofern jene mit einer Fourneyron'schen und diese mit einer Cadiat'schen Turbine zu vergleichen ist. Jonval's Turbine.

Anmerkung. Die Jonval'schen, oder Köchlin'schen Turbinen, wie man sie auch wohl nennt, sind in der neuesten Zeit vielfach und mit sehr gutem Erfolge angewendet worden. Der vertikale Durchschnitt eines einfachen Rades dieser Art ist in Fig. 347 abgebildet. Die Welle AB ist längs ihrer Axe durch-

Fig. 347.



bohrt, um den Berührungsflächen zwischen dem Zapfen B und der Spurplatte Oel zuführen zu können. Es ist DD der Leitschaufelapparat und $EEFF$ das eigentliche Rad; die Bodenteller GG und HH sind mit Spunden G und H versehen, wodurch die Unreinigkeiten, wie Sand, Schmand u. s. w., von Zeit zu Zeit abgelassen werden können. Wie der Zapfen durch Schrauben KK centrirt und derselbe durch eine Stopfbüchse vor dem Zutritt des Wassers geschützt werden kann, ist aus der Figur deutlich zu erkennen.

In der neueren Zeit hat man auch Turbinen construirt, wo der Radraum und der Schaufelapparat durch Zwischenkränze in zwei Kammern getheilt sind, und die eine oder die andere dieser Kammern durch aufzulegende Sectoren abgesperrt werden kann. Man wendet diese Construction bei einer veränderlichen Aufschlagmenge an und erreicht dadurch denselben Zweck wie bei den Fourneyron'schen Turbinen mit Etagen. Das Reguliren des Ganges der Maschine wird bei neueren Maschinen nicht durch eine Schütze, sondern durch eine Klappe im Saugrohr oder noch besser durch eine Perspectivschütze am Fuße dieses Rohres bewirkt. Letztere besteht im Wesentlichen in einer kurzen Röhre, die das untere Ende des Saugrohres umschließt, und an diesem hinauf- und herabgeschoben wird, wenn die Abflußöffnung eine größere oder kleinere werden soll.

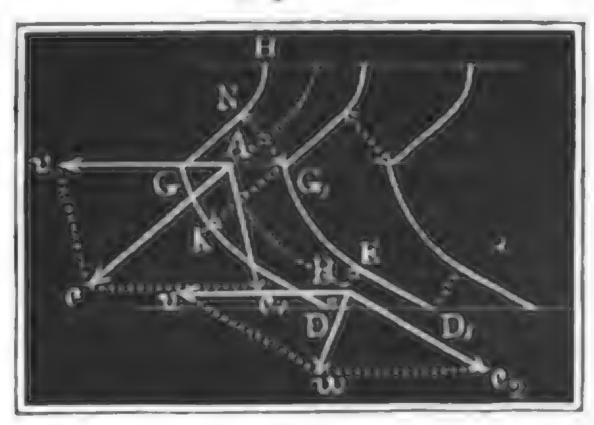
§. 203. Bei Entwickelung der Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbinen, wollen wir folgende, mit dem Obigen in möglichster Uebereinstimmung befindliche Bezeichnungen gebrauchen. Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

Digitized by Google

Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

Der Neigungswinkel einer Leitschaufel NG gegen den Horizont, oder der sogenannte Eintrittswinkel $NGG_1 = cAv$, Fig. 348, sei $= \alpha$, der Winkel c_1Av, welchen der Radschaufelkopf A mit der Radbewegung einschließt, $= \beta$, und der Winkel DD_1E, unter welchem der Radschaufelfuß D_1 den Horizont schneidet, sei $= \delta$; ferner sei die absolute Eintrittsgeschwindigkeit Ac des Wassers in das Rad $= c$, die dem mittleren Radhalbmesser $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ endsprechende Radgeschwindigkeit $Av = v$, die relative Eintrittsgeschwindigkeit $Ac_1 = c_1$ und die Austrittsgeschwindigkeit $Bc_2 = c_2$. Endlich sei, auch wie früher, F die Summe der Inhalte aller Querschnitte NG_1 des aus dem Leitschaufelapparate strömenden Wassers, F_1 die Summe der oberen Querschnitte G_1K und F_2 die Summe der unteren Querschnitte DE der Radkanäle.

Fig. 348.



Ist nun wieder ζ der Coefficient des Widerstandes in den Leitschaufelkanälen und x die den Druck des in das Rad eintretenden Wassers messende Höhe, so hat man auch hier $(1 + \zeta)\, c^2 = 2g(h_1 - x)$, und mit Berücksichtigung des durch die Höhe a (32,84 Fuß) einer Wassersäule zu messenden Atmosphärendruckes:

$$(1 + \zeta)\, c^2 = 2g\,(a + h_1 - x).$$

Für die relative Eintrittsgeschwindigkeit bleibt wie oben,

$$c_1^2 = c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\alpha.$$

Ist ferner b die Radhöhe, y die Höhe einer den Druck des Wassers unmittelbar unter dem Rade messenden Wassersäule und $\varkappa$ der Coefficient des Widerstandes in den Radkanälen, so hat man für die relative Austrittsgeschwindigkeit:

$$(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2g\,(b + x - y) + c_1^2$$
$$= 2g\,(a + h_1 + b - y) + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\alpha - \zeta c^2.$$

Wenn man nun wieder, um dem Wasser so viel wie möglich Arbeitsvermögen zu entziehen, $c_2 = v$ nimmt und überdies

$$c = \frac{v\ sin.\beta}{sin.\ (\beta - \alpha)}$$

einsetzt, so erhält man für die relative Austrittsgeschwindigkeit

$$\left[2\,\frac{sin.\beta\ cos.\alpha}{sin.(\beta - \alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa\right] v^2 = 2g\,(a + h_1 + b - y),$$

Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

und daher die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2g\,(a + h_1 + b - y)}{2\,\frac{sin.\beta\; cos.\alpha}{sin.\,(\beta - \alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)}\right)^2 + \varkappa}}.$$

Die Druckhöhe y ist in dem Falle, wenn die Turbine in freier Luft umgeht, der den Atmosphärendruck messenden Höhe a gleich, in dem Falle aber, wenn sie unter Wasser geht, $= a + h_2$, wo h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über der Grundfläche bezeichnet, und endlich in dem Falle, wenn sie über Wasser geht, wie bei der Jonval'schen Turbine, $= a - h_2 + z$, wo h_2 die Tiefe des Unterwasserspiegels unter der Grundfläche des Rades und z die Geschwindigkeitshöhe des durch die Schütze aus dem Reservoir in das Unterwasser strömenden Betriebswassers ist. Das Totalgefälle ist bei dem Gange des Rades in freier Luft: $h = h_1 + b$, beim Gange unter Wasser: $h = h_1 + b - h_2$, und beim Gange über Wasser: $h = h_1 + b + h_2$, daher hat man denn für die ersten beiden Fälle

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2\,\frac{sin.\beta\; cos.\alpha}{sin.\,(\beta - \alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\alpha}{sin.\,(\beta - \alpha)}\right)^2 + \varkappa}}$$

und für den letzten

$$v = \sqrt{\frac{2g\,(h - z)}{2\,\frac{sin.\beta\; cos.\alpha}{sin.\,(\beta - \alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)}\right)^2 + \varkappa}};$$

und es läßt sich auch, wenn die Mündung G, durch welche das Gefäß mit dem Unterwasser communicirt, sehr groß ist, also das Wasser sehr langsam abfließt, $z = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2 = 0$ setzen.

§. 204. Aus der Geschwindigkeit $v = c_2$ läßt sich auch die absolute Eintrittsgeschwindigkeit

$$c = \frac{v\,sin.\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)} \text{ und die Druckhöhe}$$

$$x = a + h_1 - (1 + \zeta)\,\frac{c^2}{2g} = a + h_1 - (1 + \zeta)\,\frac{v^2\,sin.\beta^2}{2g\,sin.\,(\beta - \alpha)^2}$$

berechnen. Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse ist aber

$$x = a + h_1 - \frac{h\,sin.\beta}{2\,cos.\,\alpha\;sin.\,(\beta - \alpha)},$$

und läßt man den Atmosphärendruck unbeachtet,

$$x = h_1 - \frac{h\,sin\,\beta}{2\,cos.\,\alpha\;sin.\,(\beta - \alpha)}.$$

Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

Es fällt $x = 0$, oder vielmehr dem äußeren Luftdrucke gleich aus, wenn $h_1 = \frac{h\ sin.\beta}{2\ cos.\alpha\ sin.(\beta - \alpha)}$ ist. Der durch den unvollkommenen Anschluß herbeigeführte Wasserverlust hängt von der Differenz zwischen dem inneren Drucke (x) und dem äußeren Drucke an der Uebergangsstelle ab, und ist bei der Fontaine'schen Turbine anders, als bei der Jonval'schen Turbine. Damit das Wasser in zusammenhängenden Strömen zufließe, darf x nie gleich Null, muß also $a + h_1 > \frac{h\ sin.\beta}{2\ cos.\alpha\ sin.(\beta - \alpha)}$ sein; damit sich ferner das Wasser nicht von der Grundfläche des Rades trenne, darf auch y nicht $=$ Null, muß also $a - h_2 + z > 0$, d. i. $h_2 < a + z$, oder $h_2 < a + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2$, also bei einem großen Inhalte der Ausflußöffnung G, $h_2 < a$ sein. Es darf also hiernach die Höhe des Rades über der Oberfläche des Unterwassers nie die Wasserbarometerhöhe $a = 32{,}84$ Fuß erreichen.

Wenn bei der Jonval'schen Turbine das Reservoir hoch und eng ist, so daß sich das Betriebswasser mit einer nicht unbedeutenden Geschwindigkeit in demselben bewegt, so hat man noch einige Verluste in diesem Reservoir zu berücksichtigen, wie z. B. die Wasserreibung, den Krümmungswiderstand, den Stoß bei der plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung u. s. w. Es ist aber rathsam, um alle diese Verluste möglichst unschädlich zu machen, dem Reservoir mehr Weite zu ertheilen, als das Rad im Durchmesser mißt.

Leistung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

§. 205. Die Leistung einer Fontaine-Jonval'schen Turbine läßt sich übrigens fast ganz wie die einer Fourneyron'schen Turbine und zwar dadurch ermitteln, daß wir von der Totalleistung $Qh\gamma$ die den Nebenhindernissen entsprechenden mechanischen Arbeiten in Abzug bringen. Zunächst ist der Verlust in dem Leitschaufelapparate $L_1 = \xi \cdot \frac{c^2}{2g} Q\gamma$, und dann der in den Radkanälen $L_2 = \varkappa \cdot \frac{c_2^2}{2g} Q\gamma$, ferner der Verlust, welcher der lebendigen Kraft des Wassers bei seinem Austritte aus dem Rade entspricht, $= \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{\left(2\ v\ sin.\ \frac{\delta}{2}\right)^2}{2g} Q\gamma$. Bei der Jonval'schen Turbine kommt hierzu noch der Arbeitsverlust, welcher der Erzeugung der Austrittsgeschwindigkeit w_1 durch den Schieber entspricht und

$$= \frac{w_1^2}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2g} \cdot \frac{Q^3}{G^2} \gamma$$

zu setzen ist. Hiernach können wir also die ganze Radleistung Leistung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

$$L = \left(h - (\zeta\, c^2 + \varkappa\, c_2^2 + w^2 + w_1^2) \cdot \frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

setzen, und nun auch leicht ermessen, daß dieser Verlust um so größer ausfällt, je größer der Austrittswinkel δ und je größer die Abflußgeschwindigkeit w_1, oder je kleiner die Austritts- oder Schützenmündung G ist. Bei völlig geöffneter Schütze und weitem Reservoir ist $w_1 = 0$ zu setzen. Man ersieht hieraus, daß auch bei der Turbine von Jonval der Wirkungsgrad um so mehr abnimmt, je kleiner das Aufschlagquantum oder je tiefer die Schützenstellung ist. Was die Fontaine'sche Turbine anlangt, so finden bei ihr in Beziehung auf die Schützenstellung dieselben Verhältnisse statt wie bei der Fourneyron'schen Turbine, denn es wird auch hier durch das Niederlassen der Schütze ein stoßweiser Eintritt des Wassers in das Rad und dadurch auch eine Krafttödtung herbeigeführt.

Aus Allem ist zu entnehmen, daß die Wirkungsgrade dieser Turbinen von Fontaine und Jonval nicht ansehnlich größer oder kleiner ausfallen können, als die der Fourneyron'schen Turbinen unter übrigens gleichen Umständen, was auch durch die weiter unten angeführten Versuche vollkommen bestätigt wird. Nach den Versuchen des Verfassers ist auch hier $\zeta = \varkappa = 0{,}075$ zu nehmen.

§. 206. Wir haben nun noch die Hauptregeln zur Anordnung und Construction der Fontaine-Jonval'schen Turbinen anzugeben. Zuerst nimmt man die Radschaufelwinkel β und δ willkürlich an, den letzten möglichst klein, nämlich 15^0 bis 20^0, den ersteren aber etwa 100^0 bis 120^0. Aus β und δ folgt sogleich der Leitschaufelwinkel α, indem man wegen Verhinderung eines stoßweisen Eintrittes setzt, $c_1 \sin.\beta = c_2 \sin.\delta = v \sin.\delta$ Anordnung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.
und $\frac{c_1}{v} = \frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}$, also durch Combination $\frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{\sin.\delta}{\sin.\beta}$;
es folgt nämlich hiernach $\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\alpha\ \sin.\beta} = \frac{1}{\sin.\delta}$ oder

$$1)\quad cotg.\alpha = cotg.\beta + \frac{1}{\sin.\delta}.$$

Aus den Winkeln α und β ergiebt sich nun die Radgeschwindigkeit

$$2)\quad v = \sqrt{\frac{2gh}{2\,\frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\alpha-\beta)}\right)^2 + \varkappa}}$$

und die Eintrittsgeschwindigkeit

$$3)\quad c = \frac{v \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}.$$

Anordnung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

Hieraus ergeben sich ferner die Querschnitte

$$4)\ F = \frac{Q}{c} \text{ und}$$

$$5)\ F_2 = \frac{Q}{v}.$$

Die Radweite oder Schaufellänge e, in radialer Richtung gemessen, läßt man in einem schicklichen Verhältnisse $\nu = \frac{e}{r}$ zum mittleren Radhalbmesser r stehen. Bei kleinen Turbinen kann man $\nu = 0,4$, bei großen aber $\nu = 0,2$ nehmen. Ebenso ist für das Verhältniß $\lambda = \frac{e}{d}$ der Schaufellänge oder der Länge der Ausmündungen zur Weite d derselben ein bestimmter Werth $= 2$ bis 4 zu setzen; ist daher n die Anzahl der Radschaufeln und s die Stärke der Schaufeln, so hat man nicht nur

$F_2 = 2\pi r e \sin.\delta - n s e = \frac{2\pi e^2}{\nu} \sin.\delta - n s e$, sondern auch

$F_2 = n d e = \frac{n e^2}{\lambda}$, und daher

$F_2 = \frac{2\pi e^2}{\nu} \sin.\delta - \frac{\lambda F_2 s}{e}$, woraus nun die Schaufellänge

$$6)\ e = \sqrt{\frac{\nu F_2}{2\pi \sin.\delta}} \left(1 + \lambda s \sqrt{\frac{\pi \sin.\delta}{2\nu F_2}}\right)$$

folgt, und sich weiter die Mündungsweite

$$7)\ d = \frac{e}{\lambda}, \text{ der mittlere Radhalbmesser}$$

$$8)\ r = \frac{e}{\nu} \text{ und die Anzahl der Radschaufeln}$$

$$9)\ n = \frac{F_2}{d e} = \frac{\lambda F_2}{e^2} \text{ ergiebt.}$$

Die Anzahl n_1 der Leitschaufeln nimmt man gleich oder höchstens um ein Viertel kleiner als die der Radschaufeln, und die Radhöhe b macht man ohngefähr der Radweite oder Schaufellänge gleich.

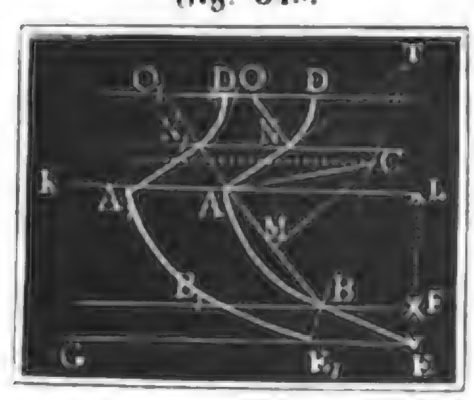
Schaufelconstruction.

§. 207. Die Schaufeln bilden windschiefe Flächen, deren Erzeugungslinie auf der einen Seite rechtwinkelig durch die Radaxe und auf der anderen Seite durch eine Leitlinie geht, die man sich auf einen mit dem mittleren Radhalbmesser r beschriebenen Cylindermantel verzeichnet denken kann. Da nun durch Abwickelung eines Cylindermantels auf eine Ebene ein Rechteck entsteht, so kann man Linien in dieses verzeichnen, die beim Wiederaufwickeln des Rechteckes auf den Cylinder als Leitlinien für die Schaufelflächen dienen können. Diese abgewickelten Leitlinien lassen sich

aber am besten aus geraden Linien und Kreisbögen zusammensetzen. Ist LK, Fig. 349, der abgewickelte Kreis, in welchem das Rad und der Leitschaufelapparat sich berühren, so findet man die Linie AND für die Leitschaufel, wenn man $AA_1 = \frac{2\pi r}{n}$ absticht, und AN, $A_1N_1 \ldots$ so zieht, daß der Neigungswinkel

Schaufelconstruction.

Fig. 349.



$$NAL = N_1A_1L \ldots = \alpha$$

ausfällt; wenn man ferner AO_1 winkelrecht gegen A_1N_1 fällt und nun das aus dem Durchschnitte O_1 dieser Normale AO mit einer in dem der Höhe des Leitschaufelapparates gleichen Abstande gezogenen Parallelen zu KL einen Kreisbogen N_1D_1, und auf gleiche Weise aus einem anderen Punkte O den Bogen ND u. s. w. beschreibt: AND, $A_1N_1D_1$ u. s. w. sind nun die abgewickelten Leitlinien von den Leitschaufeln. Um nun die Leitlinien für die Radschaufeln zu finden, ziehen wir im Abstande $EL =$ der Radhöhe b die Gerade EG parallel zu KL, machen $EE_1 = \frac{2\pi r}{n}$, und legen die Geraden EB, E_1B_1 u. s. w. so, daß die Winkel $BEG = B_1E_1G$ dem Austrittswinkel δ gleich werden; ferner fälle man die E_1B perpendikular auf BE und lege AB so an, daß der Winkel $ABC = \frac{\beta + \delta}{2}$ wird; errichtet man endlich in der Mitte M der Linie AB das Perpendikel MC, so schneidet dieses von BT das Centrum C des Bogens AB ab, welcher das obere Stück von der abgewickelten Leitlinie einer Radschaufel ausmacht, während die Gerade BE, so wie B_1E_1 u. s. w. den unteren Theil derselben bildet.

Man sieht leicht ein, daß bei dieser Construction der Leit- und Radschaufeln das Wasser ohne Contraction mit den Querschnitten AN_1 und BE_1 aus dem Leitschaufelapparate und aus dem Rade selbst austritt.

Beispiel. Es ist die Anordnung und Berechnung einer Jonval'schen Turbine zu vollziehen, welcher ein Aufschlagquantum Q von 8 Cubikfuß pro Secunde bei einem Gefälle h von 12 Fuß zu Gebote steht. Nehmen wir $\delta = 15°$, und $\beta = 110°$, so erhalten wir

$$cotg.\,\alpha = cotg.\,\beta + \frac{1}{sin.\,\delta} = -\,cotg.\,70° + \frac{1}{sin.\,15°}$$

$= -\,0{,}3640 + 3{,}8637 = 3{,}4997$, hiernach ist

1) $\alpha = 15°, 57'$,

also nahe 16° zu machen. Setzen wir nun $\zeta = x = 0{,}075$, so erhalten wir die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit im Theilkreise

Schaufelconstruction.

$$2)\ v = \sqrt{\frac{2gh}{2\,\frac{sin\ \beta\ cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{sin.\beta-\alpha}\right)^2 + x}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{\frac{2\,sin.110^0\,cos.16^0}{sin\ 94} + 0{,}075\left[1+\left(\frac{sin.110^0}{sin.94^0}\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}8110+0{,}1416}} = \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}9626}} = 19{,}55 \text{ Fuß},$$

und hieraus wieder die entsprechende Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers:

$$3)\ c = \frac{v\ sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)} = \frac{19{,}55\ sin.110^0}{sin.94^0} = 18{,}415 \text{ Fuß}.$$

Aus diesen Geschwindigkeiten berechnen sich die Querschnitte der Ausmündungen

$$4)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{8}{18{,}415} = 0{,}4344 \text{ Quadratfuß und}$$

$$5)\ F_2 = \frac{Q}{v} = \frac{8}{19{,}55} = 0\ 4092 \text{ Quadratfuß}.$$

Nimmt man nun das Verhältniß $\nu = \frac{e}{r} = 0{,}3$ und das Dimensionsverhältniß $\lambda = \frac{e}{d} = 3{,}5$, und setzt man die Schaufelstärke $s = 0{,}02$ Fuß, so erhält man die nöthige Radweite oder Schaufellänge

$$6)\ e = \sqrt{\frac{\nu F_2}{2\pi\ sin.\delta}}\left(1 + \lambda s\sqrt{\frac{\pi\ sin.\delta}{2\nu F_2}}\right) = 0{,}2748\ .\ 1{,}1274$$
$$= 0{,}310 \text{ Fuß},$$

ferner die Mündungsweite

$$7)\ d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}310}{35} = 0{,}08855 \text{ Fuß},$$

den mittleren Radhalbmesser

$$8)\ r = \frac{e}{\nu} = \frac{0{,}310}{0{,}3} = 1{,}033 \text{ Fuß},$$

und die Radschaufelanzahl

$$9)\ n = \frac{F_2}{de} = \frac{0{,}4092}{0{,}305\ .\ 0{,}08855} = \frac{40{,}92}{2{,}7} = 15{,}1\ldots,$$

wofür 16 anzunehmen sein möchte. Die Anzahl der Leitschaufeln kann eben so groß sein. Die Höhe des Rades ist $b = e = 0{,}310$ Fuß und die Weite des Saugrohres ist nur wenige Zoll über $2r = 2{,}066$ Fuß, etwa $= 2{,}25$ Fuß zu machen.

Die absolute Geschwindigkeit des aus dem Rade tretenden Wassers ist

$$w = 2v\,sin.\frac{\delta}{2} = 2\ .\ 19{,}55\ sin.7^1/_2{}^0 = 5{,}104 \text{ Fuß},$$

und die Geschwindigkeit des Wassers in der Saugröhre, da der Querschnitt derselben $= \frac{2{,}25^2\ .\ \pi}{4} = 3{,}976$ Quadratfuß beträgt,

$$w_1 = \frac{Q}{3{,}976} = \frac{8}{3{,}976} = 2{,}012 \text{ Fuß}.$$

Es ist folglich die zu erwartende effective Radleistung Schaufelconstruction.

$$L = \left(h - [\zeta (c^2 + v^2) + w^2 + w_1^2] \cdot \frac{1}{2g}\right) Q \gamma$$
$$= (12 - 0{,}016 \cdot [0{,}075 (18{,}415^2 + 19{,}55^2) + 5{,}104^2 + 2{,}012^2])\, 8 \cdot 66$$
$$= (12 - 0{,}016\, [0{,}075 (339 + 382) + 26{,}05 + 4{,}05]) \cdot 528$$
$$= [12 - 0{,}016\, (54{,}10 + 30{,}10)] \cdot 528 = (12 - 1{,}347) \cdot 528$$
$$= 5625 \text{ Fußpfund.}$$

Durch die Zapfenreibung und durch die hydraulischen Hindernisse im Saugrohre kann diese Leistung bis auf 5100 Fußpfund = 10 Pferdekräfte herabgezogen werden. Der entsprechende Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{5100}{8 \cdot 12 \cdot 66} = \frac{5100}{6336} = 0{,}80.$$

Wenn bei einem kleineren Aufschlag die Schütze oder Klappe im Saugrohr gestellt wird, so fällt natürlich diese Leistung noch kleiner aus.

§. 208. Ueber die Leistungen der Turbinen von Fontaine und von Jonval sind in der neuesten Zeit sehr zuverlässige Versuche angestellt worden. (S. Comptes rendus de l'Académie des Sciences à Paris, Bd. XXII. u. XXIII., 1846, oder polytechn. Centralblatt, Bd. VIII., 1846.) Versuche mit der Fontaine'schen Turbine sind aber auch schon früher von den Civilingenieurs Alcan und Grouvelle zur Ausführung gekommen. (S. Bulletin de la Société d'encouragement, Bd. XLIV. oder polytechn. Centralblatt, Bd. VI.) Diese Versuche führen darauf, daß auch bei den Fontaine'schen Turbinen (wie bei den Fourneyron'schen) der größte Wirkungsgrad bei dem höchsten Schützenstande eintrittt, und daß die Leistung bei veränderter Druckhöhe weniger abnimmt, als bei verändertem Aufschlagsquantum. Die Turbine zu Vadeney bei Chalons sur Marne, deren Leistung von Alcan und Grouvelle ermittelt wurde, hatte 1,6 Meter äußeren Durchmesser und 0,12 Meter Höhe, ihr Gefälle betrug circa 1,7 Meter, ihr Aufschlagsquantum 420 Liter und ihre Nutzleistung circa 8 Pferdekräfte. Als Hauptresultat dieser Versuche hat sich aber herausgestellt, daß bei einer Umdrehungszahl u von 30 bis 50 der mittlere Wirkungsgrad 0,67 war. Eine Fourneyron'sche allerdings schon mehrere Jahre im Gange befindliche Turbine gab fast unter denselben Verhältnissen, η nur = 0,60. Morin stellte seine Versuche an einer in der Pulvermühle zu Bouchet befindlichen Turbine an. Das Versuchsrad hatte 1,2 Meter mittleren Durchmesser und 0,25 Meter Weite, es war mit 24 Leit- und 58 Radschaufeln ausgerüstet, und hatte circa $1\frac{1}{2}$ Meter Gefälle bei 0,25 Cubikmeter Aufschlag. Es wurden an demselben Versuche bei 2. 3 und 4 Centimeter Schützenzug angestellt, und folgende Hauptresultate erlangt. Versuche an der Fontaine'schen Turbine.

War die Schütze ganz aufgezogen und die Zahl der Umdrehungen pro Minute = 45, so fiel der Wirkungsgrad am größten, und zwar 0,69 bis 0,70 aus, bei niedrigeren Schützenstellungen aber, wo der Aufschlag um $\frac{1}{4}$

Versuche an der Fontaine'schen Turbine.

kleiner ausfiel, ergab sich η noch 0,57. Der Wirkungsgrad veränderte sich mit der Geschwindigkeit des Rades nur wenig; denn bei 35 Umdrehungen war er noch 0,64 und bei 55 noch 0,66. Es hat sich überhaupt, und namentlich auch noch bei einigen, mit 1 Meter Gefälle angestellten Versuchen ergeben, daß die Abweichung von der vortheilhaftesten Geschwindigkeit $^1/_4$ derselben betragen kann, ohne daß der Wirkungsgrad über 4 bis 6 Procent kleiner wird. Ueberdies ergab sich, daß die größte Kraft, bei welcher das Rad anfing, unregelmäßig zu gehen, beinahe $1^1/_2$ mal so groß war, als die bei der Maximalleistung ausgeübte Kraft. Bei den Versuchen ging das Rad wenige Centimeter unter Wasser. Aus diesen Resultaten läßt sich entnehmen, daß die Turbine von Fontaine den vorzüglichen hydraulischen Kraftmaschinen beizuzählen ist. Ein besonderer Vorzug dieses Rades besteht überdies noch darin, daß dessen Zapfen ganz außerhalb des Wassers steht. Derselbe Zweck wird aber auch durch die graissage atmosphérique von Decker und Laurent erreicht, wo der untere Theil der Turbinenwelle mit einer Taucherglocke, die mit der Welle umläuft, umgeben ist. Die von dieser Glocke umschlossene Luft schützt hier den Zapfen gegen den Zutritt des Wassers und wird durch eine kleine Luftpumpe immer in der nöthigen Spannung erhalten.

Versuche an der Jonval'schen Turbine.

§. 209. Die Versuche über die Leistungen der Jonval'schen Turbinen sind nicht minder günstig ausgefallen, als die der Fontaine'schen Turbinen. Die Patentinhaber der Jonval'schen Turbine, Andrée Köchlin u. Comp. haben die Ergebnisse der Versuche an zwei Rädern aus ihrer Werkstatt im Bulletin de la Société industr. de Mulhouse, 1845 (s. Dingler's polytechn. Journal, Bd. 94., 1844) bekannt gemacht; wir theilen hiervon jedoch nur Folgendes mit. Eine Turbine von 0,95 Meter Durchmesser, 0,20 Meter Höhe, welche sich 0,80 Meter unter dem Spiegel des Oberwassers befand, übrigens aber ein Gefälle von 1,7 Meter und einen Aufschlag von 550 Liter pro Secunde benutzte, gab bei 73 bis 95 Umdrehungen pro Minute 0,75 bis 0,90 Wirkungsgrad. Mit Recht hält Morin diese Werthe für zu groß, und glaubt an denselben wegen einer unrichtigen Bestimmung der Aufschlagmengen Correctionen anbringen zu müssen, welche dieselben auf 0,63 bis 0,71 zurückführen.

Morin selbst machte aber Versuche an einer Turbine von 0,810 Meter äußerem Durchmesser, 0,120 Meter innerer Weite und 18 Schaufeln, welche bei 1,7 Meter Gefälle mit 200 bis 300 Liter Aufschlag pro Secunde arbeitete. Im Ganzen gelangt Morin zu folgenden Resultaten: im Normalzustande, bei ungehindertem Ein- und Austritte des Wassers, war die Umdrehungszahl des Rades pro Minute circa 90 und der Wirkungsgrad 0,72. Wurden Verengungsstücke auf das Rad aufgesetzt, so

fiel der Wirkungsgrad nur dann viel kleiner (0,63) aus, wenn dieselben den Querschnitt der Eintrittsmündungen in das Rad bedeutend verengten. Der Wirkungsgrad veränderte sich nicht ansehnlich, wenn die Geschwindigkeit um $1/4$ größer oder kleiner war, als bei dem Normalumgange des Rades. Durch das Tieferstellen der Schütze wurde der Wirkungsgrad ansehnlich kleiner, woraus folgt, daß dieselbe ein sehr unvollkommener Regulator des Rades ist. Wurde z. B. durch die Schütze der Querschnitt des abfließenden Wassers auf 0,4 des Werthes beim Normalzustande zurückgeführt, so ergab sich η höchstens = 0,625.

Versuche an der Jonval'schen Turbine.

Auch Herr Redtenbacher theilt einige Versuche an einer Jonval'schen Turbine mit, und findet den höchsten Wirkungsgrad bei völlig geöffneter Schütze und ohne Bedeckung des Rades durch Blechsectoren = 0,62. Auch hat er wie bei den Fourneyron'schen Turbinen gefunden, daß das Rad leer ungefähr zweimal so viel Umdrehungen macht, als im Normalzustande, bei Verrichtung der Maximalleistung.

§. 210. Ausgedehnte Versuche über die Wirkung dreier Köchlin-Jonval'schen Turbinen, sind von den Herren Hülsse, Bornemann und Brückmann in Vereinigung mit dem Verfasser in der Fischer'schen Papierfabrik zu Bautzen angestellt und von Herrn Brückmann im polytechn. Centralblatte, 1849, Lieferung Nr. 17 beschrieben worden.

Das größere dieser Räder hatte einen äußeren Durchmesser von 1,4 Meter, und eine Radweite von $1/6 \, . \, 1,4 = 0,233$ Meter; sein Kranz lag ungefähr 2,3 Meter unter dem Oberwasserspiegel, während das ganze Gefälle im Mittel 4,28 Meter betrug. Die Anzahl der Radschaufeln war 18, und die der Leitschaufeln 24. Die Versuche mit einem unmittelbar auf die Turbinenwelle aufgesetzten Bremsdynamometer gaben bei dem Aufschlag von 0,672 Cubikmeter pro Secunde und bei 80 bis 100 Umdrehungen pro Minute eine Leistung von circa 2115 Meter Kilogrammmeter, welche dem Wirkungsgrade 0,745 entspricht. Da die Reibung des 850 Kilogramm schweren Rades auf des Basis des 8,98 Centimeter starken Zapfens noch 234 Meter-Kilogramm Arbeit verzehrte, so ist die Leistung des Wassers im Rade 2349 Meter-Kilogramm, während das Arbeitsvermögen des Wassers $672 \, . \, 4,28 = 2876$ Meter-Kilogramm betrug, und daher der hydraulische Wirkungsgrad des Rades $\eta = \frac{2349}{2876} = 81,5$.

Das mittlere Rad hatte 0,963 Meter äußeren und $2/3 \, . \, 0,963 = 0,642$ Meter inneren Durchmesser, und seine Schaufelzahl betrug 18, dagegen die des Leitschaufelapparates 20. Die dynamometrischen Versuche an diesem Rade gaben bei einem Gefälle von 4,42 Meter, einem Aufschlag von 0,370 Cubikmeter pro Secunde, und bei einer Umdrehungszahl von 115

bis 145 eine effective Leistung von 1289 Meter-Kilogramm, und hiernach einen Wirkungsgrad von $\frac{1289}{1635} = 0{,}8$, der jedoch nach Abzug der Reibung des 493 Kilogramm schweren Rades auf der 7,62 Centimeter breiten Zapfenbasis auf 0,82 steigt.

Das kleine Rad hatte endlich 0,612 äußeren und 0,393 inneren Durchmesser, und seine Schaufelanzahl betrug wie die des Zuleitungsapparates nur 12. Es lag dasselbe nur 1,4 Meter unter dem Oberwasserspiegel, während das ganze Gefälle 4,513 Meter maß. Bei 0,197 Cubikmeter Aufschlag pro Secunde und einer Umdrehungszahl von 180 bis 229 pro Minute gab dieses Rad noch den Wirkungsgrad 0,70, der nach Abzug der Reibung das 229 Kilogramm schweren Rades an der Basis seines 6,35 Centimeter dicken Zapfens auf 0,715 sich steigert.

Nicht minder günstig sind die Ergebnisse der dynamometrischen Versuche ausgefallen, welche Herr Brückmann an einer Köchlin-Jonval'schen Turbine in der Spinnerei des Herrn Matausch zu Franzesthal in Böhmen angestellt, und welche derselbe ebenfalls im polytechn. Centralblatt, und zwar im Jahrgang 1849, Lieferung 22 veröffentlicht hat. Diese Maschine ist, wie auch die vorigen aus der Fabrik von Escher, Wyß und Comp. in Zürich hervorgegangen. Das Rad hatte 20 Schaufeln, einen äußeren Durchmesser von 4 Fuß 6½ Zoll engl., und einen Schaufelkranz von 9 Zoll Höhe und 9¼ Zoll Breite. Der sich nach oben etwas erweiternde Leitschaufelapparat hatte nur 15 Schaufeln und seine Höhe betrug ebenfalls 9 Zoll. Die Kranzfläche des Rades lag 1,4 Meter unter dem Oberwasserspiegel, das ganze Gefälle betrug 3 bis 3,1 Meter und der Aufschlag 0,966 bis 1,22 Cubikmeter pro Secunde. Statt einer Regulirungsklappe war eine bei den Versuchen stets offene Perspectivschütze am Fuße der Saugröhre angebracht, außerdem waren auch noch Deckel vorhanden, wodurch mehrere Einmündungen des Leitschaufelapparates sich zuschließen ließen. Die Versuche des Herrn Brückmann haben auf Folgendes geführt. Bei völlig geöffnetem Leitschaufelapparat und 81 bis 91 Umdrehungen des Rades pro Minute, war die Leistung dieser Turbine 38 Pferdekräfte, welchen der Wirkungsgrad 0,78 entsprach; waren aber drei von den 15 Leitschaufelkanälen bedeckt, so sank der Wirkungsgrad auf 0,75 und waren fünf dieser Kanäle bedeckt, so fiel der Wirkungsgrad gar auf 0,65.

Vergleichung der Turbinen unter einander.

§. 211. Vergleichen wir die Fontaine-Jonval'schen Turbinen mit den Fourneyron'schen Turbinen, so finden wir allerdings, daß sie in einigen Beziehungen den letzteren vorzuziehen sind, in anderen Beziehungen aber denselben nachstehen. Zunächst hat eine Turbine von Fontaine u. s. w. den Vorzug vor einer Fourneyron'schen Turbine, daß bei ihr

das Wasser bei seinem Eintritte in den Leitschaufelapparat von seiner anfänglichen Bewegung nicht so viel abgelenkt wird, als bei einer Fourneyron'schen Turbine; daß daher auch, wenn die Eintrittsgeschwindigkeit eine und dieselbe ist, bei jener Turbine ein kleinerer Eintrittswiderstand stattfindet, als bei dieser Turbine; oder daß bei jenem Rade eine größere Eintrittsgeschwindigkeit angewendet werden kann, als bei diesem, und also auch jenes Rad kleiner gemacht werden kann, als dieses. Dann besitzt diese Turbine auch noch den Vorzug, daß ihre Leitschaufeln das Wasser mehr in parallelen Fäden einführen, als bei den Fourneyron'schen Turbinen, wo eine Divergenz der in das Rad eintretenden Strahlen unvermeidlich ist. Vergleichung der Turbinen unter einander.

Auf der anderen Seite bieten aber auch die alten oder Fourneyron'schen Turbinen ihre Vorzüge dar. Erstens besteht ihr Zapfendruck fast nur in dem Gewichte des armirten Rades, während er bei den neueren Turbinen außerdem noch aus einem Wasserdrucke besteht, der mit der Umdrehungskraft wächst. Es ist also hier unter übrigens gleichen Umständen eine größere Zapfenreibung zu erwarten, als dort. Zweitens, bei den Fourneyron'schen Turbinen bewegen sich die Wassertheilchen neben einander mit gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit, bei den Fontaine-Jonval'schen Turbinen hingegen haben die neben einander niederfließenden Wasserelemente sehr ungleiche Umlaufsgeschwindigkeiten, die äußeren größere und die inneren kleinere. Es erwächst aber hieraus bei diesen Rädern ein, wenn auch nur kleiner Stoß beim Eintritte des Wassers in das Rad, eine größere Reibung des Wassers in den Radkanälen und vorzüglich noch eine gewisse Unregelmäßigkeit in der Bewegung des durch das Rad strömenden Wassers, indem die Centrifugalkraft dasselbe nach außen treibt. Endlich besteht ein Vorzug der älteren Turbinen noch in der leichteren Herstellung des Leit- und Radschaufelapparates.

Anmerkung 1. Sehr geeignet sind noch die Fontaine'schen Turbinen zur Benutzung der Ebbe- und Fluthkraft. Stellt man ein solches Rad in einen in das Meer ausmündenden Kanal und sperrt man durch zwei Schutzbretter auf der einen Seite den unteren und auf der anderen Seite den oberen Theil des Rades ab, so ist das auf der einen Seite höher stehende Wasser gezwungen, durch das Rad hindurchzugehen und dasselbe in Umdrehung zu setzen. Bei dem Umsetzen aus der Fluth in Ebbe, oder umgekehrt, aus der Ebbe in Fluth, ist natürlich die Schützenstellung umzukehren.

Anmerkung 2. Zu den Vorzügen der Jonval'schen Turbinen rechnet man noch den Umstand, daß man dieselben beliebig (natürlich noch nicht 32,84 Fuß) über das Unterwasser stellen kann, ohne einen namhaften Verlust an Wirkung zu verlieren, daß sie daher auch leicht einer Revision und Reparatur zu unterziehen sind, und ihnen durch eine Veränderung des Unterwasserstandes kein Verlust erwächst. Wie aus den Versuchen Marozeau's (s. die am Ende citirte Abhandlung), zugleich aber auch aus der obigen Theorie und aus besonderen theoretischen Untersuchungen Morin's folgt, darf jedoch die Höhe der Turbine

über dem Unterwasser eine gewisse Grenze nicht überschreiten, weil sonst das Wasser unmittelbar unter dem Rade die Continuität verliert, und eine kleinere Wirkung eintritt.

Vergleichung der Turbinen mit anderen Wasserrädern.

§. 212. Wir haben nun noch die Vorzüge und Mängel der Turbinen, und zwar vorzüglich der Reactionsturbinen, gegen die vertikalen Wasserräder aufzuzählen und gegen einander abzuwägen.

Die Turbinen besitzen zuerst insofern einen großen Vorzug vor den vertikalen Wasserrädern, als sie sich fast bei allen Gefällen von 1 bis 500 Fuß anwenden lassen, während die vertikalen Wasserräder höchstens eine Wasserkraft von 50 Fuß Gefälle aufzunehmen vermögen. Allerdings sind aber bei verschiedenen Gefällen die Wirkungsgrade der Turbinen sehr verschieden, namentlich fallen dieselben bei hohen Gefällen wegen der großen, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsenden hydraulischen Nebenhindernisse kleiner aus, als bei mittleren und kleinen Gefällen. Auf der anderen Seite läßt sich bei hohen Gefällen von 20 bis 40 Fuß von oberschlägigen Wasserrädern ein Wirkungsgrad erzielen, der bei Turbinen nicht erlangt werden kann. Nur bei mittleren Gefällen von 10 bis 20 Fuß kann man von beiden Rädern eine und dieselbe Leistung erwarten; sind aber die Gefälle klein, so geben die Turbinen in jedem Falle eine größere Nutzleistung, als die an deren Stelle gesetzten unterschlägigen Wasserräder. Die Ponceleträder sind höchstens bei Gefällen von 3 bis 6 Fuß den Turbinen an die Seite zu stellen. Die Turbinen haben vor den vertikalen Wasserrädern noch den großen Vorzug, daß sie bei verschiedenen Gefällen fast mit gleichem Wirkungsgrade arbeiten, und daß sie namentlich durch Stauwasser in ihrem Gange nicht gestört werden, da sie unter Wasser fast mit demselben Vortheil, ja in gewissen Fällen, noch mit mehr Nutzen arbeiten, als in freier Luft. Vertikale Wasserräder verlieren zwar stets an ihrem Wirkungsgrade, wenn sich ihr Gefälle verändert, jedoch nur dann beträchtlich, wenn die Gefälle selbst klein sind, oder gar ein Waten des Rades im Wasser eintritt. Auf der anderen Seite verursachen aber Veränderungen im Aufschlagsquantum bei vertikalen Wasserrädern weit weniger Arbeitsverlust, als bei den horizontalen Wasserrädern. Dieses Verhältniß gereicht den ersteren Rädern in ökonomisch hydraulischer Beziehung zum großen Vortheile. Um die Leistung eines vorher im Normalgange befindlichen vertikalen Wasserrades, zumal eines solchen, wo das Wasser hauptsächlich durch den Druck wirkt, nach Bedürfniß zu erhöhen, kann man auf dasselbe eine größere Wassermenge aufschlagen, und um die Leistung eines solchen Rades zu vermindern, braucht man nur demselben weniger Wasser zu geben; in beiden Fällen wird der Wirkungsgrad nicht namhaft kleiner oder größer. Ganz anders ist aber das Verhältniß in diesem Falle bei einer Turbine. Der vortheilhafte Gang einer solchen findet bei völlig geöffneter Schütze und also auch bei dem

größten Aufschlagsquantum statt; wenn nun ein kleineres Arbeitsquantum gefordert, daher auch ein kleineres Wasserquantum verbraucht, und zu diesem Zwecke die Schütze tiefer gestellt wird, so vermindert man die Leistung nur zum Theil durch Verminderung des Aufschlages, zum Theil aber durch Tödten der lebendigen Kraft des Wassers oder durch Schwächen des Wasserdruckes, und zieht dadurch den Wirkungsgrad herab. Dieses Krafttödten ist mit dem Bremsen oder Hemmen eines Wagens zu vergleichen, welches beim Bergabfahren, wo ein Ueberfluß an lebendiger Kraft vorhanden ist, vorgenommen wird. Während man also bei einem vertikalen Wasserrade durch Niederlassen der Schütze nur alles überflüssige Wasser vom Rade absperrt, und dieses nach Befinden noch zu anderen Zwecken gebrauchen kann, wird bei den Turbinen dadurch nur ein Theil des überflüssigen Wassers abgesperrt, das Arbeitsvermögen des anderen Theiles aber im Rade vernichtet. Vergleichung der Turbinen mit anderen Wasserrädern.

§. 213. In Hinsicht auf Veränderlichkeit in der Umdrehungsgeschwindigkeit findet eine große Differenz zwischen den horizontalen und vertikalen Wasserrädern nicht statt, bei beiden kann sich die Normalgeschwindigkeit ungefähr um den vierten Theil ihres Werthes vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Leistung sich bedeutend vermindert. Was aber die Größe dieser Geschwindigkeit selbst anlangt, so stellt sich allerdings ein großer Unterschied heraus. Mit Ausnahme der unterschlägigen Räder und namentlich der Ponceleträder gehen alle vertikalen Wasserräder meist nur mit Umdrehungsgeschwindigkeiten von 4 bis 8 Fuß um, die Turbinen hingegen haben vom Gefälle abhängige, sehr verschiedene, und meist weit größere Umlaufsgeschwindigkeiten. Aus diesem Grunde, und da überdies noch die Turbinen kleinere Halbmesser haben, als die vertikalen Wasserräder, machen sie denn auch in der Regel viel mehr Umdrehungen, als diese Räder. Je nachdem nun die Arbeitsmaschine eine große oder eine kleine Umdrehungszahl, d. i. einen schnellen oder einen langsamen Gang erfordert, wird sich daher auch ein horizontales oder ein vertikales Wasserrad mehr zu ihrer Bewegung eignen. Uebrigens aber sind die schnellen Bewegungen einer Maschine eher nachtheilig, als vortheilhaft, weil bei ihnen die Nebenhindernisse, wie Reibung, namentlich aber Stöße u. s. w. größer ausfallen; und aus diesem Grunde ist es oft vortheilhafter, durch eine Zwischenmaschine die Umdrehungszahl eines Rades in eine größere als in eine kleinere umzusetzen, und daher ein vertikales anstatt eines horizontalen Wasserrades anzuwenden.

Ist die Last einer Maschine veränderlich, wie z. B. bei einem Hammerwerke oder Walzwerke u. s. w., so ist die Anwendung eines vertikalen Rades ebenfalls vorzuziehen, denn dasselbe wirkt durch seine größere Masse, ob-

Vergleichung der Turbinen mit and. ren Wasserrädern

gleich es langsamer umläuft, mehr als Regulator als eine Turbine, bei deren Anwendung oft noch ein Schwungrad zur Ausgleichung der veränderlichen Bewegung nöthig ist. Bei constanter Last ist aber den Turbinen ein Vorzug in dieser Beziehung einzuräumen, weil vertikale Wasserräder, namentlich wenn sie von Holz sind, oft ein sogenanntes schweres Viertel haben, d. h. gleiche Theile ihres Umfanges nicht gleich schwer sind.

In ökonomischer Beziehung sind die Turbinen den vertikalen Wasserrädern wenigstens an die Seite zu stellen, bei hohen Gefällen aber und selbst bei mittleren Gefällen und einem großen Aufschlagsquantum sind dieselben sogar wegen ihrer Wohlfeilheit den vertikalen Rädern vorzuziehen. Selbst in Hinsicht der Dauerhaftigkeit ist den Turbinen der Vorzug vor den vertikalen Wasserrädern einzuräumen.

Auf der anderen Seite ist nicht außer Acht zu lassen, daß Turbinen ein reines Wasser zu ihrer Beaufschlagung erfordern, und daß deren Leistung durch zugeführten Sand, Schlamm, Moos, Kräuter, Blätter, Eisstücke, Baumzweige u. s. w. außerordentlich herabgezogen werden kann, was bei den vertikalen Wasserrädern nicht zu befürchten ist. Endlich kommt noch in Betracht, daß die Turbinen und namentlich die Leitschaufelturbinen schwieriger zu construiren sind, als die vertikalen Wasserräder, und daß Abweichungen von den mathematischen Regeln ihrer Construction bei den Turbinen von viel nachtheiligeren Folgen sind, als bei den vertikalen Wasserrädern. Deshalb sind denn auch bis jetzt so viele Turbinenanlagen mißlungen, und es haben die Turbinen noch nicht diejenige Verbreitung erhalten, die sie verdienen.

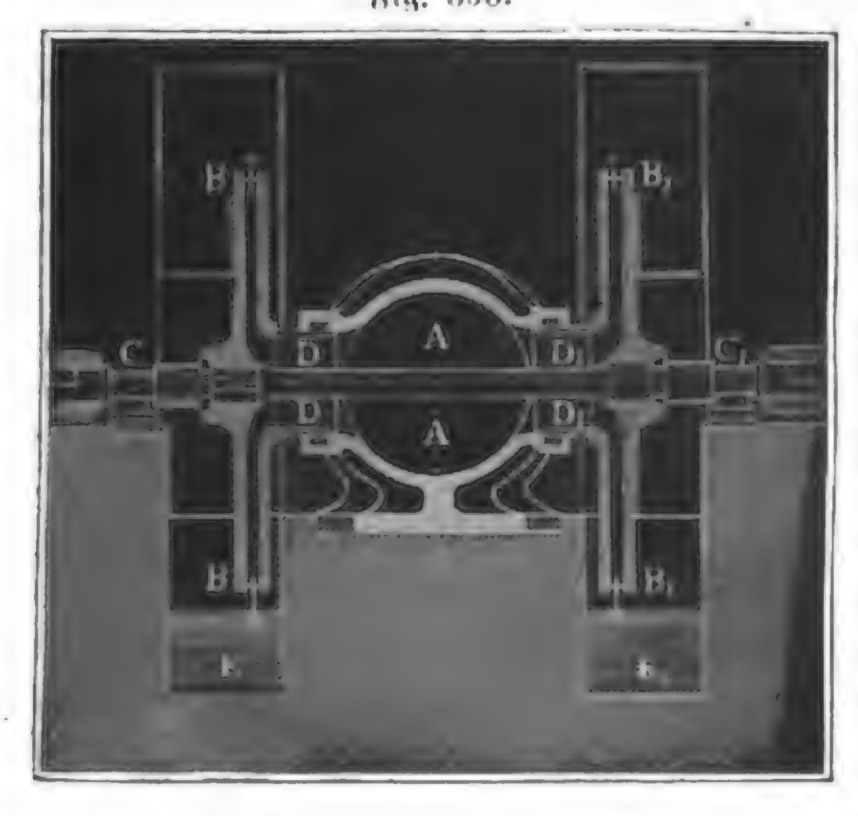
Turbinen mit horizontaler Axe.

§. 214. In der neuesten Zeit hat man auch angefangen, vertikale Wasserräder nach den Principien der Turbinen zu erbauen, jedoch ist über deren Nützlichkeit noch nichts Bestimmtes bekannt. Namentlich hat man die Jonval'schen und die Whitelaw'schen Räder auf horizontale Wellen gesetzt. Daß diese Aufstellung nur bei hohem Gefälle von Vortheil sein kann, ist leicht zu ermessen, da nur hier ein unvermeidlicher Gefällverlust beim Austritte des Wassers aus dem Rade zu übersehen ist. Jedenfalls hat ein solches Rad vor den Turbinen den Vorzug, daß es leichter, sicherer und gegen den Zutritt des Wassers geschützter gelagert werden kann, als eine Turbine. Nach Jonval und Redtenbacher kann man mit Vortheil zwei Räder einander gegenüber auf eine und dieselbe horizontale Welle setzen, weil dadurch jeder Wasserdruck in der Richtung der Radaxe aufgehoben wird, ohne auf die Zapfen zu wirken.

Die Einrichtung einer vertikalen Doppelturbine mit gesonderten Schwungröhren nach Redtenbacher, führt Fig. 350 vor Augen. AA ist die zur Seite einmündende Einfallröhre, BB das eine und B_1B_1 das andere Rad,

CC_1 die horizontale Radwelle, DD und DD_1 aber sind die Liderungsringe (siehe II., § 176), E und E_1 endlich sind die Abzugsgräben. Es ist leicht zu denken, wie auf gleiche Weise eine Combes'sche oder Fourneyron'sche Turbine aufzustellen ist. Dieselbe bekommt noch einen Leitschaufelapparat vor jedem Rade und fällt natürlich unter denselben Verhältnissen viel kleiner aus. Zum Reguliren des Radganges ist am besten ein in die Einfallröhre einzusetzendes Drosselventil geeignet. Turbinen mit horizontaler Are.

Fig. 350.



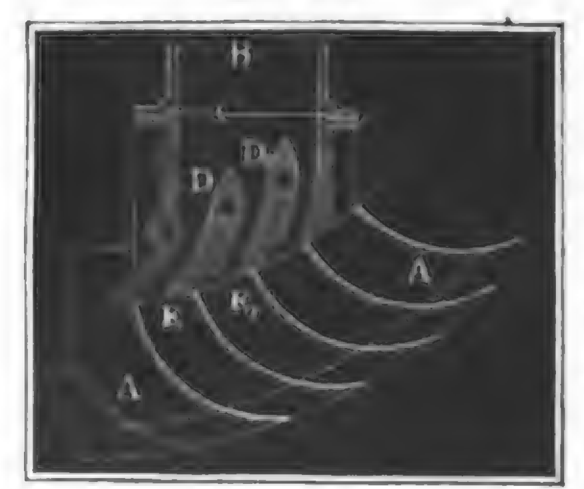
Nach demselben Principe kann man auch eine Verbindung von zwei Jonval'schen Turbinen mit gemeinschaftlicher horizontaler Welle herstellen. Beide einander gegenüberstehende Räder werden aus einem gemeinschaftlichen Reservoir gespeist, führen aber das Wasser in getrennten Abfallröhren nach unten ab. Ein ähnlich construirtes Wasserrad betreibt bei 31 Fuß engl. Gefälle mit 6396 Cubikfuß Aufschlag pr. Minute eine Baumwollenspinnerei zu West-Springfield im Staate Massachusets; es hat 40 Zoll Durchmesser und macht im normalen Gange 220 Umdrehungen pr. Minute, wobei es einen Wirkungsgrad von 0,65 giebt. Nach dem American. Franklin-Journal sollen in dem genannten Staate mehrere solcher Turbinen von 15 bis 140 Pferdekräften bei Gefällen von 9 bis 26 Fuß zum Betriebe an Spinnereien, Papiermühlen, Walzwerken u. s. w. mit Vortheil arbeiten. S. auch das polytechnische Centralblatt, Jahrgang 1850, Lieferung 9, oder the Civil Eng. and Arch. Journ. 1850, Febr., pag. 68.

§. 215. Vertikale Druckturbinen sind in neuerer Zeit in der hiesigen Gegend vom Herrn Kunstmeister Schwamkrug construirt worden. Diese Räder sind den Poncelet- und Tangentialrädern am ähnlichsten; während jedoch bei diesen Rädern das Wasser am äußeren Umfang in das Rad tritt, strömt es bei jenen am inneren Umfang in das Rad. Die Einrichtung einer solchen Turbine ist aus Fig. 351 (auf folgd. Seite) zu er-

Turbinen mit horizontaler Axe.

sehen. Es ist hier AA der vertikale Durchschnitt von einem Theile des Rades, BC das untere Stück der das Betriebswasser zuführenden Einfallröhre und CDD_1 der aus zwei Scheidewänden bestehende Leitschaufelapparat. Zum Reguliren des Ganges dienen drei (in der Figur an die Scheidewände angelegte) Klappen, deren Axen außerhalb des Rades mit einander so gekuppelt sind, daß sie sich durch eine einzige Zugstange gleichzeitig stellen lassen. Die Wirkung des Wassers in einem solchen Rade ist wesentlich so zu beurtheilen wie bei einem Tangentialrade, nur wird hier die relative Geschwindigkeit des Wassers im Rade durch die Centrifugalkraft vergrößert, während sie bei dem Tangentialrade durch diese Kraft einen Verlust erleidet. Dies ist jedoch nicht wesentlich; während die größte Nutzleistung für das Tangentialrad $v \cos. \delta = \frac{c}{2}$ fordert, ist für dieses Rad

Fig. 351.



$v_1 \cos. \delta = \frac{c}{2}$ zu machen, insofern in beiden Fällen c die Eintrittsgeschwindigkeit, δ den Eintrittswinkel, v die äußere und v_1 die innere Radkranzgeschwindigkeit bezeichnen. Nicht mit Unrecht könnte man daher die Poncelet'schen Turbinen Tangentialräder mit äußerer und die Schwamkrug'schen Turbinen Tangentialräder mit innerer Beaufschlagung nennen.

Die Turbinen mit liegender Welle haben den großen Vorzug, der leichteren, sicheren und vor dem Zutritt des Wassers geschützten Lagerung, und die theilweise Beaufschlagung derselben gewährt den Vortheil, daß diese Räder größer ausfallen als Turbinen, bei welchen das Wasser längs des ganzen Radumfanges eintritt, und daher bei gleichem Gefälle oder bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit weniger Umdrehungen machen als die Fourneyron'schen oder Jonval'schen Turbinen. Ihre Anwendung wird sich besonders dann rechtfertigen lassen, wenn zur Arbeitsverrichtung der Maschine nur eine kleine Umdrehungszahl nöthig ist, weil bei der mäßigeren Umdrehungszahl des Rades weniger Vorgelege oder einfachere Zwischenmaschinen nöthig sind als bei einer viel mehr Umdrehungen machenden Turbine mit allseitiger Wassereinführung. Derselbe Zweck läßt sich jedoch auch bei den Reactionsturbinen mit Schwungröhren einfacher, wenn auch vielleicht mit weniger mechanischem Vortheil erlangen. Dagegen ist mit diesen Rädern sowie mit den Druckrädern überhaupt nicht der hohe Wirkungsgrad zu er-

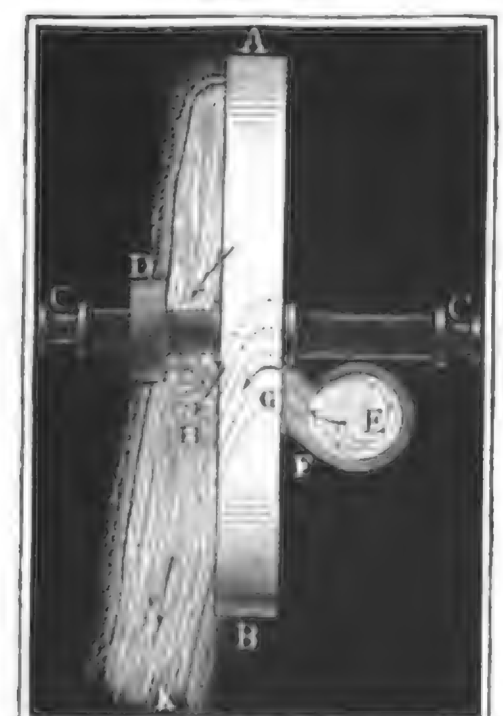
Digitized by Google

zielen wie bei den Reactionsturbinen mit Leitschaufelapparat und bei den Jonval'schen Turbinen ins Besondere. Ein besonderer Uebelstand der Turbinen mit einseitig innerer Beaufschlagung besteht in der Nebenwirkung derselben als Ventilator, indem von dem durch das Rad strömende Wasser Luft mit fortgerissen wird, wodurch das Rad in ein starkes Geräusch verursachende Schwingungen geräth. Turbinen mit horizontaler Axe.

Das Rad, an welchem der Erbauer seine dynamometrischen Versuche angestellt hat, hatte $7\frac{2}{3}$ Fuß (1 Fuß $= \frac{2}{7}$ Meter) äußeren und 6 Fuß inneren Durchmesser, ferner 4 Zoll Weite und 45 Schaufeln. Das Gefälle betrug $103\frac{1}{2}$ Fuß, und das durch einen Ueberfall und mittelst eines nicht angegebenen Ausflußcoefficienten bestimmte Aufschlagquantum 38,7 bis 133,6 Cubikfuß. Durch die Versuche mittels des Bremsdynamometers hat sich bei 112 bis 148 Umdrehungen pr. Min. ein Wirkungsgrad von 0,58 bis 0,79, also im Mittel von 0,68 herausgestellt. Näheres hierüber findet man im polytechnischen Centralblatt, Jahrgang 1849, Nro. 8 und 9, und im Jahrbuch für den sächsischen Berg- und Hüttenmann auf das Jahr 1850. Meine Bemerkungen hierzu stehen im polytechnischen Centralblatt 1850, Lieferung 3.

Anmerkung. Die einseitige Einführung des Wassers läßt sich auch bei nach dem Fontaine'schen Principe construirten, vertikal gestellten Turbinen anwenden, wie Fig. 352 im Grundrisse vor Augen führt, wo AB das Wasserrad, CC die Welle desselben, D das Rad zur Fortpflanzung der Kraft, E die Einfallröhre, F den Leitschaufelapparat, G die Radschaufeln und HK den Abzugsgraben vorstellen. Ein solches Rad hat vielleicht, da es bei allen Gefällen brauchbar ist, noch Vorzüge vor einem Ponceletrade. Setzt man zwei solche Räder auf eine Welle, und stellt man die Einfallröhre zwischen beide, so vermeidet man auch noch den Zapfendruck in der Axenrichtung.

Fig. 352.



Schlußanmerkung. Die Turbinenliteratur hat erst in der neuesten Zeit eine größere Ausdehnung erhalten. Da wir im Laufe des Vortrages schon eine große Anzahl von Abhandlungen angeführt haben, so wollen wir in Folgendem nur die vorzüglichsten, namentlich aber die Originalschriften über Reactionsturbinen aufführen. Die erste Abhandlung über die Fourneyron'sche Turbine findet sich im Bulletin de la Société d'encouragement, Jahrgang 1834, deutsch in Dingler's polytechnischem Journal, Band LIII. Nach dieser Zeit hat Morin Versuche angestellt, und deren Ergebnisse in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines. Metz et Paris 1838, bekannt gemacht, und es erschien auch die erste gründliche

Digitized by Google

Schlußanmerkung. Theorie dieser Räder von Poncelet in den Comptes rendus des séances de l'Acad. de Paris, unter dem Titel: Théorie des effets mécaniques de la turbine-Fourneyron, Paris 1838. In der zweiten Ausgabe von d'Aubuisson's Hydraulik sind diese Räder kurz und ohne besondere Ansichten abgehandelt. Das Werk von Combes: Recherches théoriques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux, Paris 1843, ist zwar keineswegs umfassend, jedoch insofern sehr beachtungswerth, als man hier zum ersten Mal die hydraulischen Nebenhindernisse bei der Entwickelung berücksichtigt findet, was Poncelet und auch Redtenbacher gewiß mit Unrecht nicht gethan haben. Das Werk von dem zuletzt genannten Schriftsteller: Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren, Mannheim 1844, ist vorzüglich nach Poncelet's Theorie bearbeitet, übrigens aber die vollständigste und vorzüglichste Schrift über diesen Gegenstand. Ueber die neueren Turbinen giebt es noch folgende beachtungswerthe Abhandlungen: Rapport sur un Mémoire de M. M. A. Koechlin, concernant une nouvelle turbine (Jonval) construite dans leurs ateliers, par Poncelet, Piobert et Morin, ferner Note sur la théorie de la turbine de Koechlin, par Morin, et note sur l'application de la théorie du mouvement des fluides aux expériences de M. Marozeau, par Morin, im XXII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc. Einen Auszug hiervon findet man im polytechnischen Centralblatte, Band VIII. 1846. Ferner: Expériences et note sur la turbine de M. Fontaine-Baron, par Morin im XXIII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc.: deutsch im Auszuge ebenfalls im polytechnischen Centralblatte, Band VIII. In Betreff der Jonval'schen und Fontaine'schen Turbinen ist auch noch nachzusehen im Bulletin de la société d'encouragement, Jahrgang 43 und 44, Paris 1844 und 1855. Gute Zeichnungen nebst Beschreibung der Turbinen von Cadiat, Callon, Fourneyron und Gentilhomme findet man auch in Armengaud's Publication industrielle. Wegen Porro's Turbine ist nachzusehen im polytechn. Centralblatt, B. VII., 1846. Die Einrichtung einer Nagel'schen Turbine lernt man aus Dingler's Journal, Bd. XCV., und die einer Passot'schen Turbine aus demselben Journale Bd. XCIV. kennen. Bourgeois' Schraubenrad (franz. turbine-hélice) ist eine Turbine mit schraubenförmigen Kanälen. S. polytechn. Centralblatt Bd. I., 1847. Ebenso Plataret's Schraubenturbine zu St. Maur bei Paris ist im polytechn. Centralblatt, 1849, beschrieben.

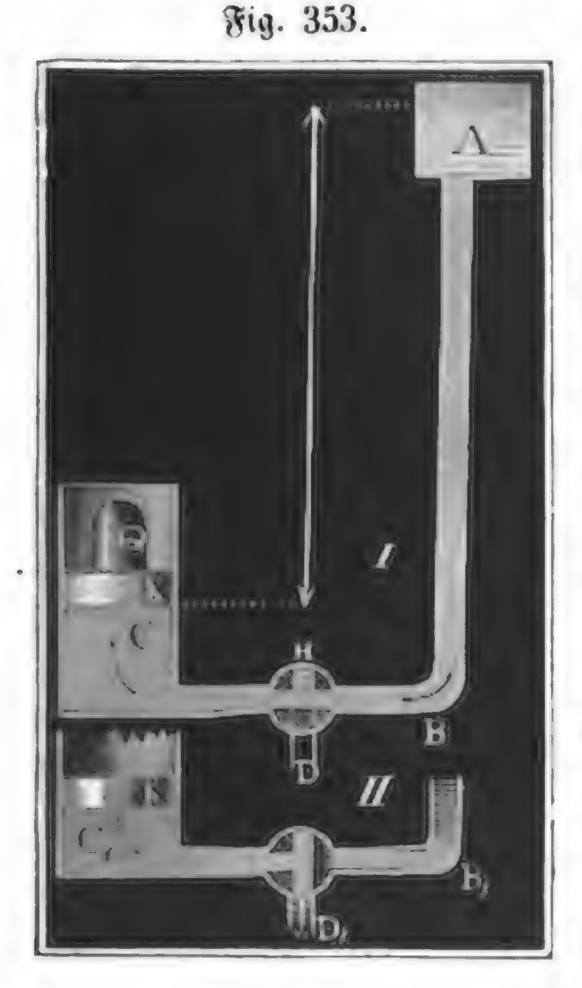
Sechstes Kapitel.

Von den Wassersäulenmaschinen.

§. 216. Wassersäulenmaschinen (s. II., §. 108) werden durch Wasser in meist aufrecht stehenden Röhren in Bewegung gesetzt. Die Bewegung derselben ist aber keine stetig kreisförmige, wie bei den Wasserrädern, sondern sie ist eine geradlinig wiederkehrende. Die Haupttheile einer Wassersäulenmaschine sind, wie aus Fig. 353, I. und II. zu ersehen ist, folgende. *A* ist der Sammelkasten für das Wasser, der sogenannte Einfallkasten, *AB* ist die Einfallröhre (franz. tuyau de chute; engl. pressure pipe), *C* ist der Treibcylinder (franz. cylindre principal; engl. working-cylinder), in welchem das Wasser zur Wirkung gelangt, indem es den belasteten Treibkolben *K* (franz piston moteur; engl. loaded piston) emportreibt. In dem Communicationsrohre *BC*, welches die Einfallröhre mit dem Treibcylinder verbindet, befindet sich die sogenannte Steuerung (franz. regulateur; engl. regulator), welche hier in einem Tförmig durchbohrten Hahne (franz. robinet, engl. cock) besteht, und dazu dient, die Verbindung zwischen der Einfallröhre und dem Treibcylinder abwechselnd herzustellen und aufzuheben. Im ersten Falle treibt das Wasser den Kolben mit seiner Last *Q* empor, und im zweiten Falle fließt das von der Einfallröhre abgeschlossene und unter dem Treibkolben befindliche Wasser durch den Hahn zurück und durch das Ausgußrohr *D* aus, während der nun unbelastete Kolben wieder niedergeht. Man hat einfachwirkende und doppeltwirkende, so wie auch einstiefelige und zweistiefelige Wassersäulenmaschinen. Bei der einfachwirken-

Wassersäulenmaschinen.

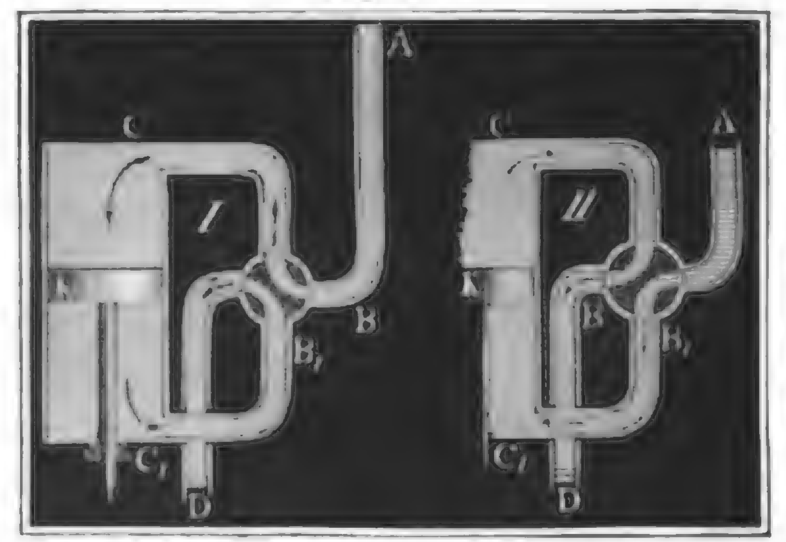
Fig. 353.



Digitized by Google

Wassersäulenmaschinen. den Wassersäulenmaschine (franz. machine à simple effet; engl. single acting engine), welche Fig. 353 vor Augen führt, wird der Kolben vom Wasser nur nach der einen Richtung fortgetrieben, den entgegengesetzten Weg hingegen durchläuft er durch sein eigenes oder durch ein mit ihm verbundenes Gewicht. Bei der doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine (franz. machine à double effet; engl. double acting egine) hingegen erfolgt sowohl der Auf- als auch der Niedergang des Kolbens durch die Kraft des Wassers. Die Einrichtung einer solchen Maschine giebt Fig. 354, I. u. II an. Man ersieht aus dieser Figur, wie ein Mal das Kraftwasser den Weg ABC einschlägt, den Kolben K niedertreibt und dabei das abgeschlossene Wasser auf dem Wege C_1B_1D abfließt, und wie das zweite Mal das Kraftwasser auf dem Wege AB_1C_1 zum Cylinder gelangt, den Kolben K auf-, und das unter ihm befindliche Wasser auf dem Wege CBD forttreibt

Fig. 354.



Die bisher behandelten Wassersäulenmaschinen sind einstiefelig oder haben nur einen Cylinder; man hat aber auch zweistiefelige oder Maschinen mit zwei Cylindern mit einer Einfallröhre und einer Steuerung, wie in Fig. 355 vorgestellt wird. Während hier (in I) das Druckwasser ABC den Kolben K aufwärts schiebt, geht der Kolben K_1 nieder und bringt das todte Wasser unter ihm auf dem Wege C_1B_1D zum Abfluß, und umgekehrt, während (in II.) der Kolben K_1 vom Druckwasser AB_1C_1 zum Aufsteigen genöthigt wird, geht der Kolben K nieder und drückt das abgesperrte todte Wasser durch das Ausgußrohr D fort.

Fig. 355 I.

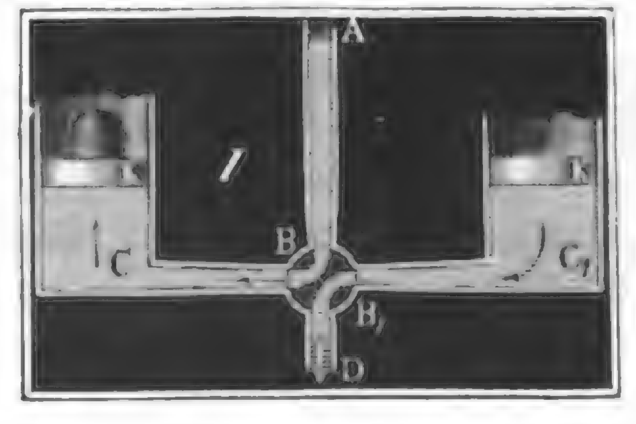
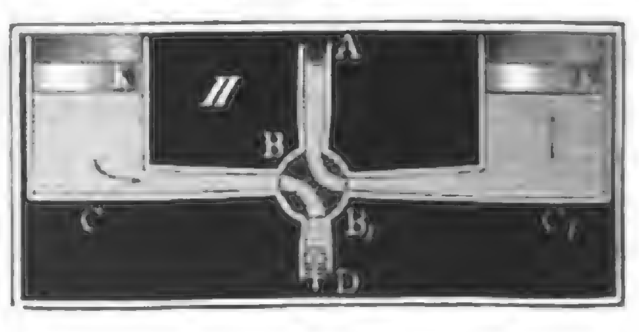
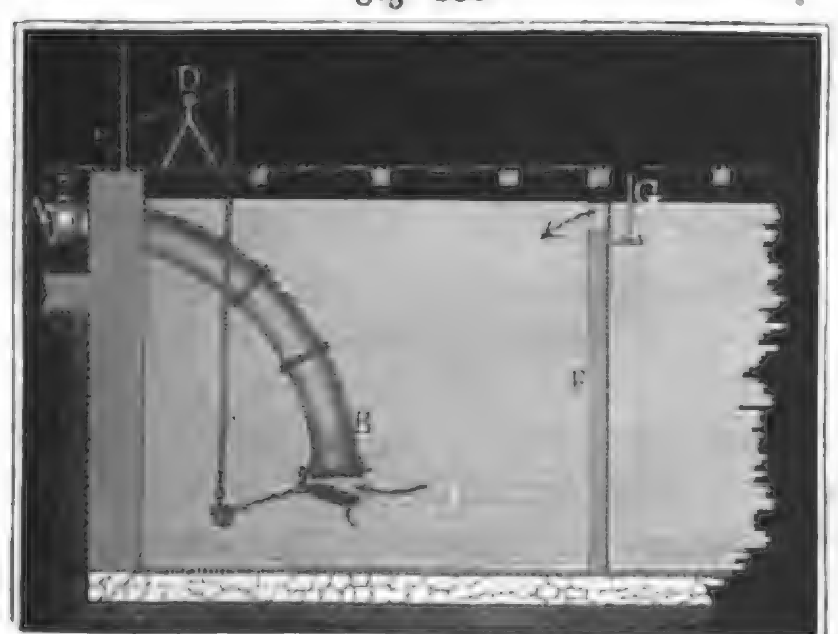


Fig. 355 II.



§. 217. Wir haben nun die Haupttheile einer Wassersäulenmaschine näher kennen zu lernen. Das Betriebswasser für eine Wassersäulenmaschine wird zunächst in dem sogenannten Einfallkasten oder Speisereservoir gesammelt. Es ist sehr zweckmäßig, dieses Bassin möglichst groß herzustellen, damit sich darin das Wasser mehr abklären und beruhigen kann und keine große Veränderungen in dem Niveau des Wasserspiegels eintreten können. Uebrigens ist es noch nöthig, Rechen oder Gitter zum Abhalten fremdartiger Körper, wie Holz, Blätter u. s. w., in dieses Reservoir einzusetzen, und nach Befinden, wenn das Wasser unrein ist, Scheidewände in demselben so anzubringen, daß das Wasser eine schlangenförmige Bewegung auf- und abwärts anzunehmen genöthigt und ihm mehrfache Gelegenheit zum Absetzen seiner Unreinigkeiten gegeben wird. Die Einfallröhre mündet mindestens $1\frac{1}{2}$ Fuß über dem Boden des Bassins und 3 bis 5 Fuß unter dem Wasserspiegel ein, um sowohl das Eindringen von schweren Körpern, als auch um die Entstehung eines Lufttrichters zu verhindern. Auch führt man wohl zu diesem Zwecke die Röhre gekrümmt in das Bassin ein, so daß die Mündung nach unten gerichtet ist. Uebrigens bringt man noch eine Klappe oder einen conischen Zapfen an, wodurch sich die Einmündung verschließen und der Eintritt des Wassers in die Einfallröhre verhindern läßt. In Fig. 356 ist ein solcher Speiseapparat abgebildet, AB ist das gebogene Kopfstück der Einfallröhre, C die Klappe, D ein Hebel zum Stellen der Klappe, F eine Scheidewand und G sind zwei Gitter zum Abhalten schwimmender Körper. Einfallröhren.

Fig. 356.



Was nun die Einfallröhren anlangt, so bestehen dieselben in der Regel aus Gußeisen, erhalten eine Länge von 5 bis 8 Fuß und eine Weite von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ der Weite des Treibcylinders. Die Stärke der Röhrenwände beträgt $\frac{3}{4}$ bis $\frac{5}{4}$ Zoll; die kleinere Stärke giebt man den oberen, die größere den unteren Einfallröhren. Am sichersten ist aber die Stärke e durch die Formel $e = 0{,}0025\, n\, d_1 + 0{,}75$ Zoll, wo d_1 die innere Weite in Zollen und n den Wasserdruck in Atmosphären (à 33 Fuß) bezeichnet, zu bestimmen. Die Formel in I., §. 306 giebt für bloße Röhrenleitungen

Digitized by Google

Einfallröhren. kleinere Stärken, diese sind aber hier deshalb nicht anwendbar, weil hier das Wasser mit veränderlicher Kraft und beim schnellen Absperren sogar stoßend wirkt. Uebrigens sind die Einfallröhren einzeln vor dem Einsetzen einer Prüfung zu unterziehen. Man verschließt die Röhre zu diesem Zwecke an beiden Enden, füllt dieselbe mit Wasser und setzt dieses durch eine engere Röhre mit einer hydraulischen Presse in Verbindung. Durch wiederholtes Kolbenspiel dieser Presse wird nun ein Druck erzeugt, der den Wasserdruck, welchen die Röhren künftig auszuhalten haben, mehrfach (4= bis 5mal) übertrifft. Wenn die Röhren bei dieser Pressung kein Wasser durchlassen, so sind sie in Gebrauch zu nehmen. Die meisten Röhren halten diese erste Probe nicht aus, sind aber dessenungeachtet vielleicht noch brauchbar, weil sich später ihre Porosität durch Bildung von Rost verliert, was durch eine zweite Probe, mehrere Wochen später, zu ermitteln ist. Bei der unten näher beschriebenen Wassersäulenmaschine zu Huelgoat hat man gesottenes Leinöl zur hydrostatischen Probe verwendet und dadurch den Röhren einen inneren Firnißüberzug gegeben, welcher sie überdies noch vor den chemischen Wirkungen des Wassers schützt.

Die Einfallröhren werden unter einander in der Regel durch **Kränze** und **Schrauben** (s. II., §. 104) verbunden. Zwischen je zwei Kränze kommt eine Scheibe von Blei oder Kitt zu liegen, die durch die Schrauben in den Kränzen stark zusammengedrückt wird. Des genauen Anschließens wegen gießt man das Blei gleich flüssig in den Zwischenraum zwischen je zwei Kränze, in deren Stirnflächen noch ringförmige Rinnen ausgespart sind, die das flüssige Blei ebenfalls ausfüllt, s. Fig. 357.

Fig. 357. Fig. 358.

Den Kitt verfertigt man aus Kalkmehl, Leinölfirniß und zerhacktem Hanfe. In dem Inneren der Röhren werden die Wechsel sehr oft noch durch Muffe aus Kupferblech, ähnlich wie die Büchsen bei Holzröhren, abgedichtet, s. Fig. 358. Auch werden zuweilen Röhren mit **Schnauzen** (s. II., §. 104) angewendet.

Treibcylinder §. 218. Der **Stiefel** oder **Treibcylinder** besteht entweder aus Gußeisen, oder, wegen der größeren Politurfähigkeit, aus Kanonenmetall. Um nicht viel Spiele (pr. Minute 3 bis 6) und eben dadurch weniger Arbeitsverlust zu erhalten, macht man den Treibcylinder mehr lang als weit, so daß der Kolbenhub s in demselben $2\frac{1}{2}$ bis 6 mal so groß ausfällt, als der Kolbendurchmesser d. Die mittlere Geschwindigkeit v des Kolbens macht man ohngefähr nur 1 Fuß, damit die mittlere Geschwindigkeit v_1 des Wassers in den Einfallröhren und daher auch die hydrauli=

schen Hindernisse in denselben nicht zu groß ausfallen. Rathsam ist es, Treib.cylinder mit der letzten Geschwindigkeit noch nicht die Grenze von 10 Fuß zu überschreiten, zweckmäßiger aber, dieselbe nur bis 6 Fuß zu steigern. Nehmen wir $v = 1$ und $v_1 = 6$ Fuß, so erhalten wir für das Verhältniß der Einfallröhren- und Cylinderweiten, da das Wasserquantum

$$= \frac{\pi d^2 v}{4} = \frac{\pi d_1^2 v_1}{4} \text{ ist, } \frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{v}{v_1}} = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0{,}408;$$

also circa $= 0{,}4$.

Ist das Aufschlags- oder Speisewasserquantum pr. Secunde $= Q$, so läßt sich für eine doppeltwirkende, oder für eine zweistiefelige einfachwirkende Wassersäulenmaschine setzen: $Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v$ und hiernach bestimmt sich die nöthige Weite des Treibcylinders:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

also für $v = 1$, $d = 1{,}13 \sqrt{Q}$ Fuß; für eine einstiefelige einfachwirkende Wassersäulenmaschine ist $Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} v$, und daher

$d = 1{,}60 \sqrt{\frac{Q}{v}}$, also für $v = 1$, $d = 1{,}60 \sqrt{Q}$ Fuß zu nehmen. Hat man nun den Kolbenhub $s = 2\frac{1}{2} d$ bis $6\,d$ genommen, so bestimmt sich die Zeit eines einfachen Spieles durch die Formel $t = \frac{s}{v}$, also für $v = 1$, $t = s$ Secunden, und hiernach die Anzahl der einfachen Spiele pr. Minute $n_1 = \frac{60''}{t} = \frac{60 \, . \, v}{s}$, also für $v = 1$, $n_1 = \frac{60}{s}$, die der Doppelspiele, $n = \frac{n_1}{2} = \frac{30\,v}{s}$, oder für $v = 1$, $n = \frac{30}{s}$.

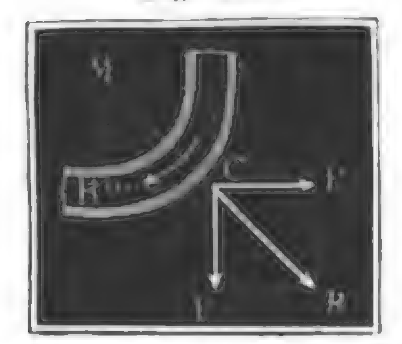
Uebrigens ist es zweckmäßiger, bei einer einfachwirkenden einstiefeligen Wassersäulenmaschine den Aufgang etwas langsamer und dafür den Niedergang etwas schneller als mit der mittleren Geschwindigkeit vor sich gehen zu lassen, weil die hydraulischen Hindernisse beim Aufgange größer sind, als beim Rückgange.

Der Treibcylinder ist innerlich genau auszubohren und auszuschleifen, damit sich der Kolben in ihm leicht und vollkommen abschließend auf und nieder bewegen kann. Die Wandstärke macht man wegen des allmäligen Abschleifens verhältnißmäßig sehr groß; bei den bestehenden Maschinen ist sie 2 bis 3 Zoll; indessen hängt sie jedenfalls auch von der Druckhöhe und Cylinderweite ab, und ist schicklicher durch die Formel $e = 0{,}0025\,nd + 1{,}25$ Zoll zu berechnen. Zur Verstärkung des Cylinders kann man denselben mit einigen ringförmigen Rippen gießen lassen.

Treibcylinder Der Treibcylinder wird von der Wassersäule mit einer Kraft P nach unten oder nach der der Kolbenbewegung entgegengesetzten Richtung gedrückt, die sich messen läßt durch das Gewicht $Fh\gamma$ einer Wassersäule, deren Grundfläche F die Kolbenfläche und deren Höhe die senkrechte Tiefe h dieser Fläche unter dem Wasserspiegel im Einfallreservoir ist. In der Regel ist aber diese Höhe h mehrere hundert Fuß, also auch diese Kraft des Wassers sehr beträchtlich und daher nöthig, dem Treibcylinder eine starke Unterstützung zu geben. Da diese Maschinen fast nur zum Wasserheben aus Gruben angewendet werden, so kommen sie in Schächte zu stehen und können daher nicht unmittelbar auf festes Gestein oder Grundmauerung gesetzt werden, sondern es ist nöthig, dieselben durch Gewölbe oder starke Balken aus Eichenholz zu unterstützen. Bei einigen Maschinen hat man die Cylinder unmittelbar auf gußeiserne Bogen gestellt.

Anmerkung. Außerdem hat der Treibcylinder noch einen Horizontaldruck in der Richtung des einströmenden Wassers auszuhalten, welcher dem Querschnitte des letzteren proportional ist, und nur deshalb weniger nachtheilig wirkt, weil sich sein Angriffspunkt wenig über der Basis des Cylinders befindet, und weil die mit dem Cylinder fest verbundene Communicationsröhre ebenso stark entgegengesetzt gedruckt wird. Auch ein Krumm- oder Kniestück AB, Fig. 359, erleidet nach der Mittellinie eine Reaction $CR = R$, die sich $= P\sqrt{2} = F_1 h\gamma \, . \sqrt{2}$ setzen läßt, wenn F_1 den Querschnitt der Röhre und h die Druckhöhe bezeichnet.

Fig. 359.



Treibkolben. §. 219. Der Treibkolben, welcher die Kraft des Wassers unmittelbar aufnimmt, besteht im Wesentlichsten aus einem außen abgedrehten und in den Treibcylinder einpassenden Cylinder. Um den vollkommenen Abschluß zu bewirken, ohne ein bedeutendes Hinderniß in der Bewegung zu erhalten, wird die sogenannte Liderung (eigentlich wohl Lederung, franz. aber garniture, engl. packing, leathering) angewendet, und dieselbe kann nun entweder an dem Kolben oder an dem Stiefel festsitzen. Im ersten Falle besteht der Kolben aus einem niedrigen Cylinder, der nur $^1/_5$ bis $^1/_2$ mal so hoch als dick ist, im zweiten Falle bildet er aber einen mit dem Stiefel gleich langen Cylinder, und erhält dann gewöhnlich den Namen Mönchskolben oder Bramahkolben (engl. plunger). Die Liderung selbst besteht bei den Wassersäulenmaschinen in der Regel aus Lederriemen, seltener aus Lederscheiben oder aus Metallringen; sie muß immer im Verhältniß des Wasserdruckes an die innere Stiefel- oder äußere Kolbenfläche anschließen, damit sie einerseits kein Wasser durchläßt, und andererseits auch keine zu große Reibung veranlaßt. Aus diesem Grunde sind denn auch die hydrostatischen Liderun-

gen, wo das Wasser das Leder oder den ablidernden Körper selbst an die abgeschliffene Fläche andrückt, die vorzüglichsten. In der Regel näht oder nietet man einen solchen Liderungskranz aus 3 bis 4 in Fett getränkten Lederriemen zusammen, und legt sie nun entweder in am Umfang des Kolbens ausgedrehte ringförmige Rinnen oder befestigt sie mittels Schrauben und durch einen Metallring umgestülpt auf die Grundfläche des Kolbens. In Fig. 360 ist ein Treibkolben (von einer Clausthaler Wassersäulenmaschine) mit eingelegten Liderungskränzen abgebildet. *A* ist der eigentliche Kolben oder sogenannte Kolbenstock und *B B* die mit ihm ein Ganzes bildende Kolbenstange, *a a* und *b b* aber sind die Liderungskränze und *c c* die feinen Bohrungen, durch welche der innere Umfang des unteren Lederkranzes mit dem Druckwasser in Verbindung gesetzt wird. Die Stulpliderung werden wir weiter unten an Zeichnungen bestehender Maschinen näher kennen lernen. Treibkolben.

Fig. 360.

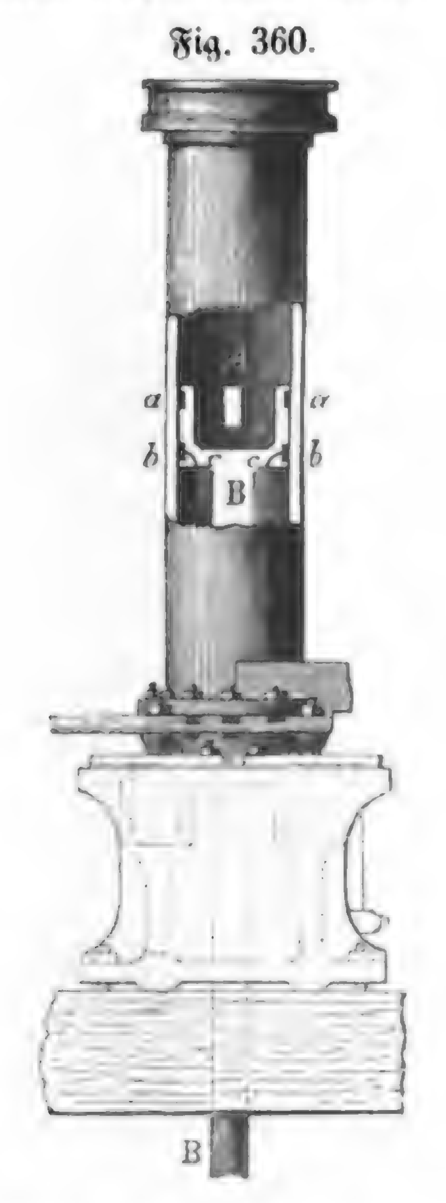
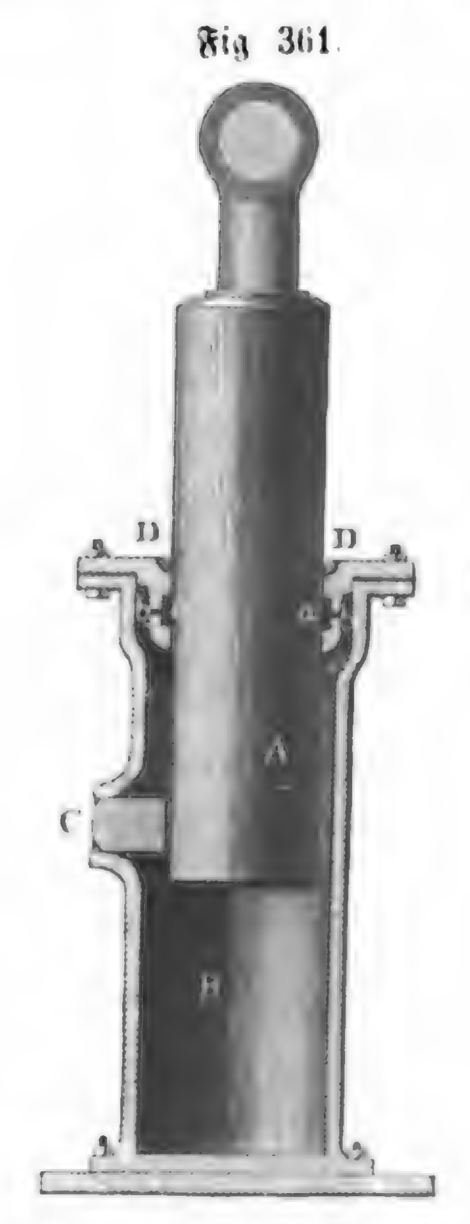


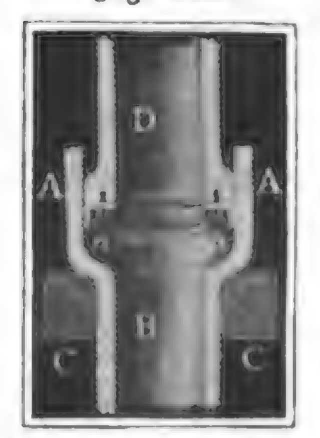
Fig. 361.



Ein **Bramahkolben** läßt sich ebenfalls hydrostatisch ablidern, wie aus Fig. 361 zu ersehen ist. Hier ist *A* der Kolben, *B* der Cylinder, *C* das Communicationsrohr, *DD* die aufgeschraubte Liderungsbüchse, *a a*

Treibkolben. der Liderungsring und bb die Bohrung für die hydrostatische Liderung. Jedenfalls ist diese Liderung in einer besonderen Büchse leichter herzustellen und leichter zu unterhalten, als die Liderung, welche mit dem Kolben fest verbunden ist. Auch empfiehlt sich die Anwendung dieser ungeliderten Kolben noch dadurch, daß es leichter ist, einen Cylinder richtig rund ab-, als auszudrehen. Ein besonderer Vortheil dieser Einrichtung erwächst endlich noch daraus, daß es hier möglich ist, durch Auswechselung des Kolbens und der Liderungsbüchse die Kraft der ganzen Maschine nach Bedürfniß zu verstärken, oder überhaupt zu verändern.

Fig. 362.



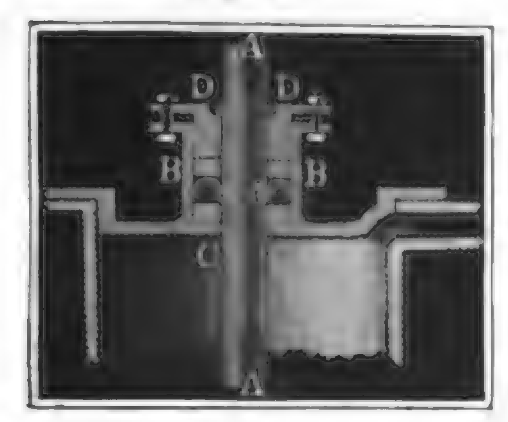
Anmerkung. Die Stulpliderung wendet man auch noch bei den Compensationsröhren (vergl. II., §. 104) an, welche in der Einfallröhrentour aus bekannten Gründen mit einzusetzen sind. Eine solche Röhre ist in Fig. 362 abgebildet, wo AA die innen abgeschliffene Schnauze ist, in welche die auf den Einstrichen CC aufruhende Röhre B ausläuft, aa aber den auf der Stirnfläche der Röhre D durch Ring und Schrauben befestigten Liderungsstulp andeutet.

Kolbenstange und Stopfbüchse. §. 220. Die Treibkolbenstange (franz. tige du piston; engl. piston rod) ist von dem Treibkolben aus entweder nach der Mündung oder nach dem Boden (oder Deckel) des Cylinders gerichtet. Im ersteren Falle bedarf sie keiner besonderen Bearbeitung und kann daher auch von Holz sein, wie wir in einer der Zeichnungen weiter unten auch wirklich sehen werden; im zweiten Falle hingegen muß sie durch eine Stopfbüchse gehen, deshalb aber rund abgedreht werden, und kann daher nur aus Eisen oder Kanonenmetall bestehen. Die Stärke einer solchen Stange ist nach der Theorie der absoluten Festigkeit zu bestimmen. Ist d der Treibkolbendurchmesser und p der Wasserdruck auf jeden Quadratzoll des Kolbens, so hat man die Kraft desselben: $P = \frac{\pi d^2}{4} \cdot p$; ist nun aber d_2 die Stärke der Kolbenstange und K der Festigkeitsmodul ihres Materials, so hat man das Tragvermögen derselben: $P = \frac{\pi d_2^2}{4} K$; man erhält daher durch Gleichsetzen beider Kräfte die nöthige Kolbenstangenstärke: $d_2 = d \sqrt{\frac{p}{K}}$. Hierzu ist K aus der Tabelle in I., §. 189 zu nehmen, p aber durch die Formel $p = \frac{h\gamma}{144}$ zu bestimmen.

Die Stopfbüchse (franz. boîte à garniture; engl. stuffing-box) ist ein auf dem Cylinderdeckel aufsitzendes Gehäuse, welches mit Lederscheiben oder Hanfzöpfen so ausgefüttert ist, daß sich die hindurchgehende

Kolbenstange leicht bewegen läßt, ohne Wasser oder nach Befinden Dampf, Luft u. s. w. hindurch zu lassen. Bei den Wassersäulenmaschinen sind die Stopfbüchsen in der Regel mit Lederscheiben abgelidert, weswegen man sie auch Lederbüchse (franz. boîte à cuir) nennt. Man ersieht aus Fig. 363 in AA die Kolbenstange, BB die Stopfbüchse, BaC ihre Liderung und DD ihren Deckel zum Zusammenpressen der letzteren. Zuweilen bringt man zwischen die Lederscheiben noch einen Lederstulp aa in Form einer Rinne, und umgiebt denselben durch zwei Messingringe, wovon der eine hohl und der andere erhaben abgedreht ist, wie aus der letzten Figur ersehen werden kann. Eine Vertiefung im Deckel der Stopfbüchse dient zur Aufnahme der Schmiere, welche aus 6 Theilen Schweinefett, 5 Theilen Talg und 1 Theil Baumöl, besser aber aus reinem Olivenöl od. Ochsenklauenöl, bestehen soll. Kolbenstange und Stopfbüchse

Fig. 363.



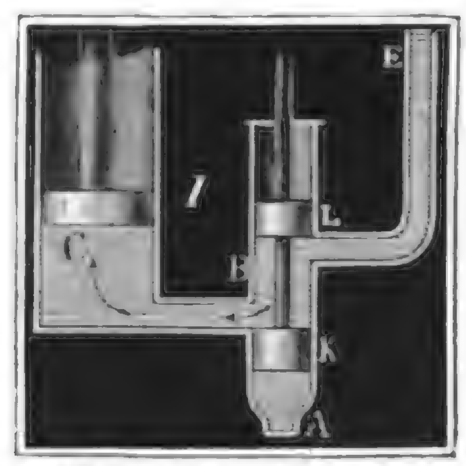
Bei der Clausthaler Maschine hat man auch Schmierpressen angewendet, welche mittels eines kleinen Kolbens, der durch ein kleines Gewicht niedergedrückt wird, die Schmiere durch eine feine Röhre der Liderung pressen, die in ihrer Mitte einen Messingring mit Iförmigen Querschnitt enthält.

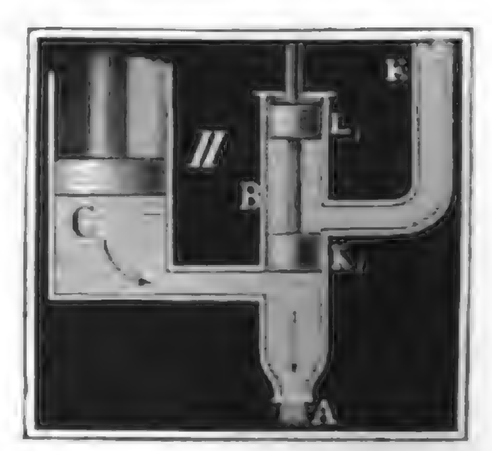
§. 221. Die Steuerung ist gleichsam die Seele einer Wassersäulenmaschine, durch sie wird diese Maschine erst in den Stand gesetzt, ihre Arbeit ohne Unterbrechung zu verrichten. Sie besteht im Wesentlichen aus zwei Hauptvorrichtungen, wovon die eine das abwechselnde Zulassen und Absperren des Kraft- oder Betriebswassers vom Treibcylinder unmittelbar bewirkt, die andere aber dazu dient, die erste Vorrichtung mit der eigentlichen Kraftmaschine (mit der Treibkolbenstange) zu verbinden, so daß zu ihrer Bewegung eine fremde Hülfe nicht nöthig ist. Wir können recht gut jene Vorrichtung die innere, diese aber die äußere Steuerung nennen. Was die innere Steuerung anlangt, so kommen davon bei den Wassersäulenmaschinen nur zwei Arten vor, nämlich die Hahnsteuerung und die Kolbensteuerung, und es ist die erstere von der letzteren fast ganz verdrängt worden, so daß man bei den neuesten Maschinen fast nur diese vorfindet. Steuerung.

Die Art und Weise, wie ein Hahn die Umsteuerung bewirkt, ist bereits aus dem Obigen (§. 216) bekannt; es bleibt daher zunächst nur noch übrig, die Wirkungsweise der Steuerkolben kennen zu lernen. Die Einrichtung der Kolbensteuerung für eine einstiefelige, einfachwirkende Maschine führt Fig. 364, I. und II. (a. f. S.), vor Augen. Es ist hier E die

Steuerung Einfallröhre, C der Treibcylinder, B der den Steuerkolben einschließende Steuercylinder, A das Ausgußrohr, K aber der Steuerkolben und L der sogenannte Gegenkolben, welcher nur dazu dient,

Fig. 364.

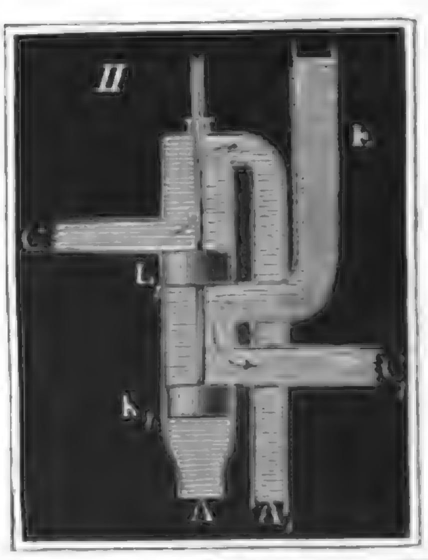




durch Erzeugung eines Gegendruckes eine leichtere Bewegung des Steuerkolbens oder der Steuerkolbenstange zu bewirken. Bei der tieferen Stellung I. des Steuerkolbens K ist der Treibcylinder mit der Einfallröhre in Verbindung gesetzt, es kann daher der Treibkolben emporsteigen, bei der höheren Stellung II. hingegen sperrt der Steuerkolben K_1 das Kraftwasser ab, es kann daher der Treibkolben nur das unter ihm befindliche Wasser bei A zum Austritte nöthigen. Die Einrichtung der Kolbensteuerung für eine doppeltwirkende oder für eine zweistiefelige Wassersäulenmaschine läßt sich aus Fig. 365, I. und II., ersehen. Es ist auch hier E die Einfallröhre, C aber das Communicationsrohr nach dem einen und C_1 das nach dem anderen Treibcylinder, ferner A der Aus-

Fig. 365.



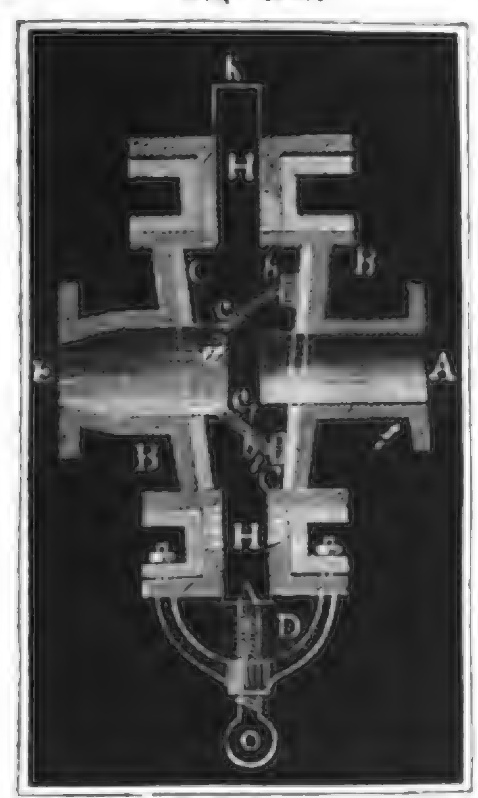


guß für den ersten und A_1 der Ausguß für den zweiten Cylinder. Man sieht nun aus I., wie bei der oberen Kolbenstellung das Kraftwasser mit C in Verbindung gesetzt ist, und das todte Wasser aus C durch A abfließen kann, und aus II., wie bei der tieferen Kolbenstellung das Kraftwasser nach C_1 treten und das abgesperrte Wasser unter C bei A_1 austreten kann.

Digitized by Google

§. 222. Der Hahn oder die Piepe kommt als Regulator oder Umsteuerungsapparat noch bei den kleinen Wassersäulenmaschinen zu Bleiberg in Kärnthen und bei den von Schitko construirten Wassersäulenmaschinen zu Schemnitz in Ungarn vor. Er hat die Form eines abgekürzten Kegels und sitzt in einem gleichgestalteten Gehäuse; um ihn leicht drehen zu können, läuft er in schwächeren cylindrischen Enden aus, die von Stopfbüchsen umgeben werden. Wegen des starken Abführens setzt man ein hartmetallenes Futter in das Gehäuse, was sich leicht auswechseln läßt. In Fig. 366 ist *HH* der Hahn, *BB* sein Gehäuse und *CC* dessen Futter, ferner *K* der Kopf, an dem die Umdrehungskraft angreift, *D* aber eine Schraube, um den Hahn in seinem Gehäuse nach Bedürfniß zu heben oder zu senken. Die Bohrungen oder Wege des Hahnes sind verschieden, namentlich bei einfachwirkenden einstiefeligen Maschinen anders als bei doppeltwirkenden einstiefeligen oder einfachwirkenden zweistiefeligen Maschinen, wie wir auch schon oben gesehen haben. Steuerhahn.

Fig. 366.



Aendert sich die Bewegungsrichtung des Kraftwassers im Hahne um 90 Grad, so wird der Hahn durch dieses Wasser mit einer Kraft in diagonaler Richtung gegen sein Gehäuse gepreßt, die bei einer großen Druckhöhe und einem nicht unbedeutenden Querschnitte der Hahnbohrung eine große Reibung und ein starkes Abführen hervorbringt; dieses nachtheilige Verhältniß hat aber Schitko bei seinen Elidirungshähnen, wie Fig. 366 vorstellt, beseitigt, er hat nämlich, der Hauptbohrung *a* entgegengesetzt, noch zwei Ausschnitte *b* und b_1 im Hahne angebracht, und diese durch feine Löcher *c* und c_1 mit jener verbunden, so daß sich in ihnen ein Gegendruck bildet, der bei richtiger Größe der Ausschnitte dem Diagonaldrucke in der Hauptbohrung das Gleichgewicht hält.

Zur Verminderung des Abführens oder wenigstens zur Beseitigung des ungleichförmigen Abführens trägt es ferner noch bei, wenn man den Hahn nicht bloß um 90° hin- und zurückdreht, sondern wenn man denselben immer in derselben Richtung im Kreise herumführt, weil dadurch nach und nach alle Theile im Umfange des Hahns mit allen Theilen der inneren Mantelfläche in Berührung kommen. Die Hähne sind zuerst vom hiesigen Bergrath Brendel angewendet worden und finden sich auch bei den

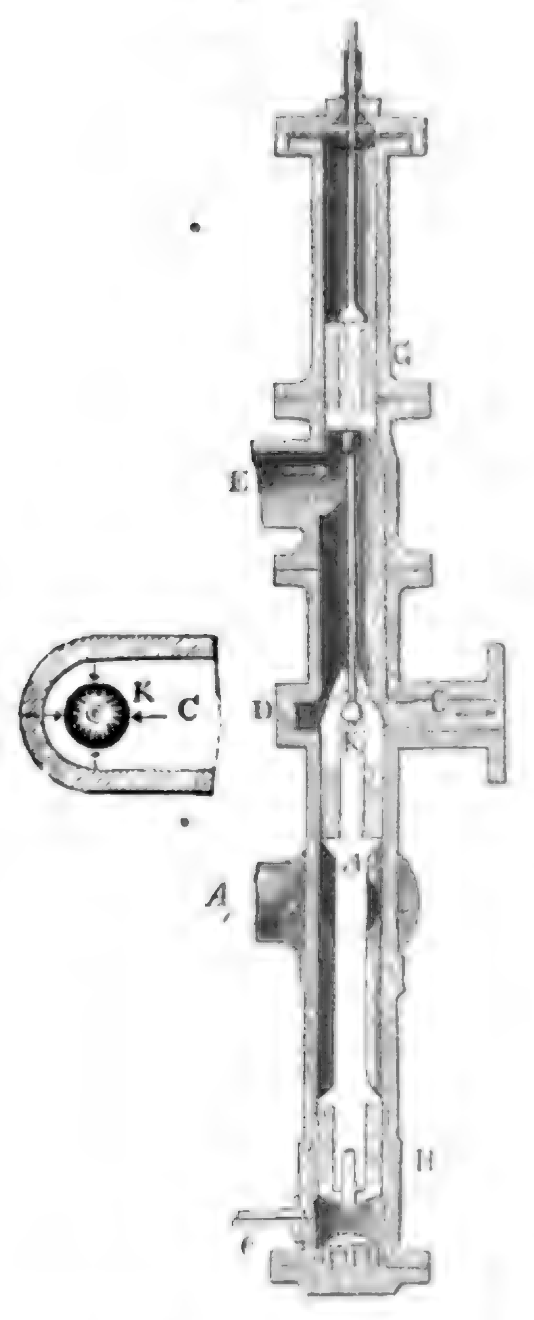
Digitized by Google

Steuerhahn. hierortigen, von Herrn Brendel construirten Wassersäulenmaschinen vor. Die näheren Verhältnisse der Brendel'schen Steuerung werden wir aber weiter unten (§. 230) näher kennen lernen.

Anmerkung. Bei einer von Armstrong construirten Wassersäulenmaschine zu Newcastle-on-Tyne ist auch der Versuch mit einer eigenthümlich construirten Schiebersteuerung gemacht worden. S. polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1849, Lieferung 10.

Steuerkolben. §. 223. Was nun die Kolbensteuerung anlangt, so wendet man bei derselben meist Kolben mit Packwerk von über einander liegenden Lederscheiben an, ähnlich wie wir oben (§. 220) bei der Liderung der Stopfbüchsen angegeben haben. Bei der Maschine zu Huelgoat ging der aus Kanonenmetall bestehende Steuerkolben anfangs 7 Jahre ohne Liderung, während der Anwesenheit des Verfassers (1839) wurde aber, da er sich um 1 Millimeter abgeschliffen hatte, statt dessen ein neuer mit einem aus 24 zusammengepreßten Lederscheiben bestehenden, 5 Zoll hohen, vollkommen abgedrehten Packwerk eingesetzt. Reichenbach hat auch Kolben mit einem zinnernen Liderringe angewendet, und in der neuesten Zeit hat man bei den bayerischen Maschinen eine vereinigte Lederstulp- und Zinnringliderung vortheilhaft gefunden.

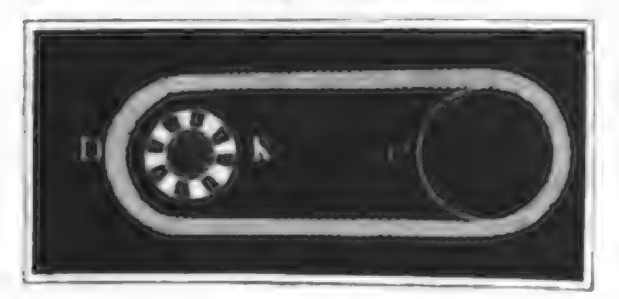
Fig. 367.



Wenn am Ende des Treibkolbenspieles der Steuerkolben AK, Figur 367, emporsteigt und die Wassersäule allmälig vom Cylinder absperrt, also das Wasser in seiner Bewegung auf dem Wege EC gehemmt wird, so preßt es den Steuerkolben einseitig, und giebt dadurch zu einem sehr starken Abführen des Steuerkolbens Veranlassung; um aber dies zu verhindern, führt man das Ende des Communicationsrohres CD ganz um den Steuercylinder herum, so daß es diesen vollkommen umschließt, und das Wasser von allen Seiten her auf den auf- oder niedersteigenden Kolben drücken muß. Jedenfalls leidet bei dieser Einrichtung die Liderung noch etwas, weil sie sich hier beim

Durchgange durch CD ausdehnen kann und bei dem höheren oder tiefe- Steuerkolben.
ren Kolbenstande wieder zusammengedrückt wird, und deshalb ist denn die Zu- und Abführung des Wassers aus dem Treibcylinder in den Steuercylinder durch Löcher, wie Fig. 368 im horizontalen Durchschnitte vor Augen führt, in dieser Beziehung noch besser, obwohl in anderer Beziehung wieder ein Nachtheil, nämlich dem Wasser ein größeres hydraulisches Hinderniß, erwächst.

Fig. 368.

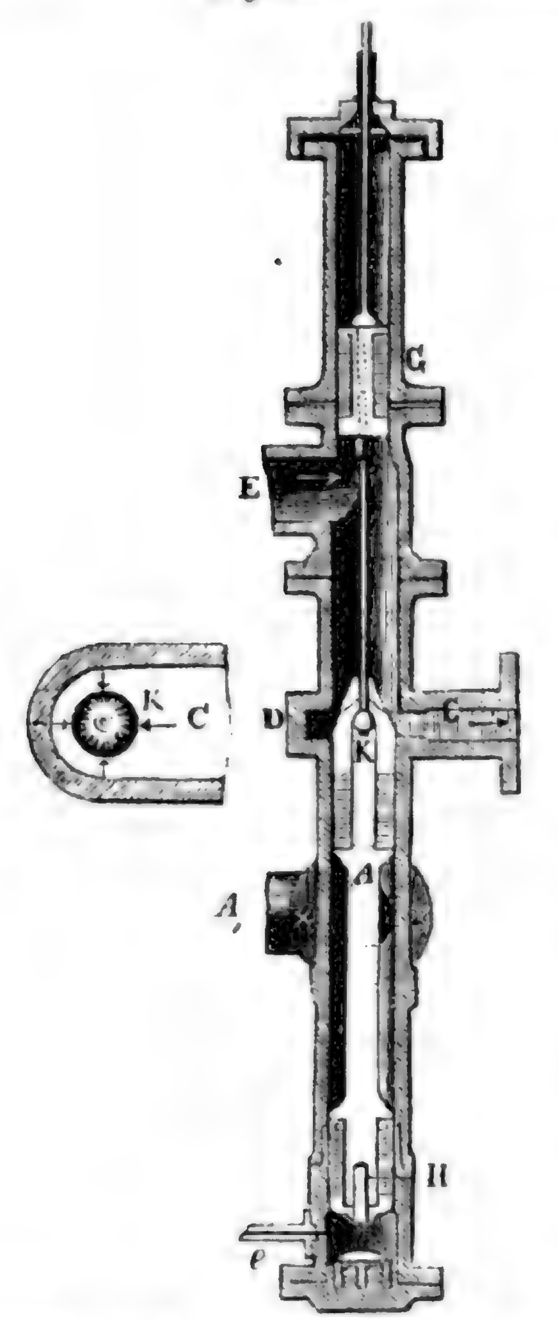


Von großer Wichtigkeit auf den Gang einer Wassersäulenmaschine ist noch die Form des Steuerkolbens K. Es darf nämlich die Communication zwischen C und E nicht plötzlich aufgehoben und dadurch die Bewegung der Wassersäule in der Einfallröhrentour nicht momentan vernichtet werden, weil sonst eine bedeutende Erschütterung in der Maschine, die sich auch durch ein starkes Geräusch kund giebt, entsteht, welche nicht selten das Zersprengen der Röhren oder das Ausgehen derselben in den Schlössern zur Folge gehabt hat. Um diesen Stoß, oder den sogenannten Widder des Wassers zu beseitigen, hat man natürlich nur nöthig, das Absperren des Kraftwassers allmälig vor sich gehen zu lassen. Dies ist aber nur durch eine langsame Bewegung und durch eine besondere Form des Steuerkolbens zu bewirken. Von den Mitteln, eine langsame Steuerkolbenbewegung hervorzubringen, kann erst in der Folge die Rede sein, was aber die Gestaltung des Kolbens anlangt, so ist es nöthig, den Kopf des letzteren, oder vielmehr denjenigen Theil desselben, welcher die Absperrung zunächst bewirkt, conisch zu formen, oder einen conischen Hut K auf denselben aufzusetzen, welcher eine ringförmige Mündung zwischen C und E herstellt, die sich mit dem Aufgange des Steuerkolbens allmälig mehr und mehr verengt, bis sie endlich ganz verschwindet und dadurch die Communication aufgehoben wird. Außerdem bringt man auch wohl noch Einschnitte in den Kolbenstock selbst an, die, von oben nach unten gehend, sich zuletzt allmälig verlaufen, so daß anfangs noch immer eine schwache Communication zwischen C und E übrig bleibt, wenn auch der eigentliche Steuerkolbenstock schon ringsum von dem Steuercylinder umschlossen wird, und diesen Kolben erst nach Durchlaufen des letzten Theiles seines Weges vollkommen absperrt. Bei der Wassersäulenmaschine zu Clausthal ist die Conicität und die Elidirung des Steuerkolbens zugleich angewendet; bei der Maschine zu Huelgoat hingegen ist dieser übrigens faßförmig abgerundete Kolben mit 10 Ausschnitten versehen.

§. 224. Die Vorrichtung zur Bewegung der Steuerung einer Wasser- Steuerungsarten.
säulenmaschine ist eine ziemlich complicirte, und deshalb zusammengesetz-

Steuerungsarten. ter, als bei den Dampfmaschinen, weil man es hier mit einem fast incompressibeln und unausdehnbaren Körper, dem Wasser, zu thun hat, das sogleich seinen Druck verliert, wenn es auf allen Seiten von der drückenden Wassersäule abgesperrt wird. Sowie der Steuerkolben *K*, Fig. 369, bei seinem Aufgange das Druckwasser vom Treibcylinder *C* abschließt, so hört entweder auch die Bewegung des Treibkolbens auf, oder es

Fig. 369.



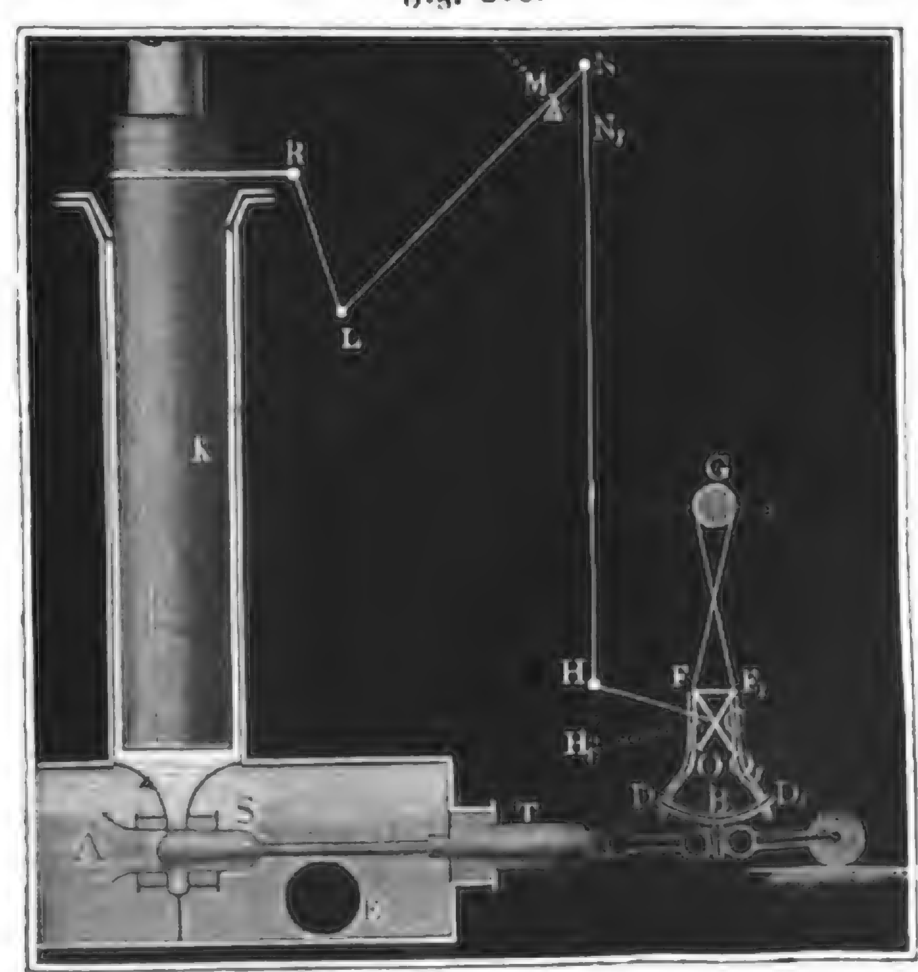
trennt sich derselbe vermöge seiner innewohnenden lebendigen Kraft von dem Wasser unter ihm, weil sich das letztere nicht auszudehnen vermag. Das Sichlostrennen des Treibkolbens von dem Wasser und die damit verbundene Bildung eines luftleeren Raumes ist aber keineswegs zu gestatten, weil dies nur unter heftigen, den regelmäßigen Gang der Maschine gänzlich störenden Stößen oder Erschütterungen vor sich gehen kann. Um es zu vermeiden, ist daher nöthig, daß der Steuerkolben schon zu steigen anfängt, während der Treibkolben noch im Aufsteigen begriffen ist, und daher die lebendige Kraft aller mit ihm verbundenen Massen durch das Hinderniß aufzuheben, welches aus dem allmäligen Absperren des Druckwassers erwächst. Wenn nun auch im Momente des Absperrens der Treibkolben seinen Weg durchlaufen hat, so ist deswegen das Umsteuern noch nicht vollendet, denn es gehört hierzu vielmehr noch, daß der Steuerkolben noch weiter emporsteige, um dem abgeschlossenen Wasser unter dem Treibkolben einen Weg zum Austritt desselben aus der Maschine zu eröffnen. Aus diesem Grunde ist es denn auch unmöglich, die Steuerung unmittelbar mit der Kraftmaschine zu verbinden, oder die Bewegung der Steuerkolbenstange unmittelbar von der Bewegung der Treibkolbenstange abzuleiten, denn dann würde mit dem Stillstande der einen auch Stillstand der anderen verbunden sein. Damit vielmehr der Steuerkolben den übrigen Theil seines Weges noch zurücklegen kann, während der Treibkolben schon zur Ruhe übergegangen

ist, ist es nöthig, einen Zwischenapparat anzubringen, welcher auch noch dann auf den Steuerkolben wirkt, wenn der Treibkolben bereits zur Ruhe übergegangen ist. Dieser Apparat kann aber im Wesentlichen bestehen: entweder in einem Gewichte, welches von der Kolbenstange bei ihrem Aufgange mit emporgehoben und von ihr in dem Augenblicke fallen gelassen wird, wenn sie ihren Weg zurückgelegt hat, oder in einer Feder, welche während der Treibkolbenbewegung gespannt, und am Ende dieser losgelassen wird, oder endlich in einer zweiten oder Hülfswassersäulenmaschine, die von der Kraftmaschine unmittelbar gesteuert wird und deren Treibkolben die Steuerkolbenstange in Bewegung setzt. Man hat also hiernach von einander zu unterscheiden: Gewichtssteuerung, Federsteuerung und Wasserdrucksteuerung. Steuerungsarten.

§. 225. Die Gewichtssteuerung findet man jetzt nur noch entweder bei älteren oder bei kleinen Wassersäulenmaschinen in Anwendung, sie begreift die Fallbocksteuerung, Hammersteuerung, Wagensteuerung, Pendelsteuerung u. s. w. in sich. Im Wesentlichen stimmen diese Steuerungsarten vollkommen überein, denn sie bestehen der Hauptsache nach in einem schweren Körper, der erst von der Kraftmaschine aufgehoben wird, und nachher beim Niederfallen die Umsteuerung bewirkt, z. B. den Steuerhahn umdreht, oder den Steuerkolben aufzieht. Hier möge nur von den Steuerungen zweier dem Verfasser durch Autopsie näher bekannten Maschinen die Rede sein. Gewichtssteuerung.

Bei der kleinen Wassersäulenmaschine auf der Grube Pfingstwiese

Fig. 370.

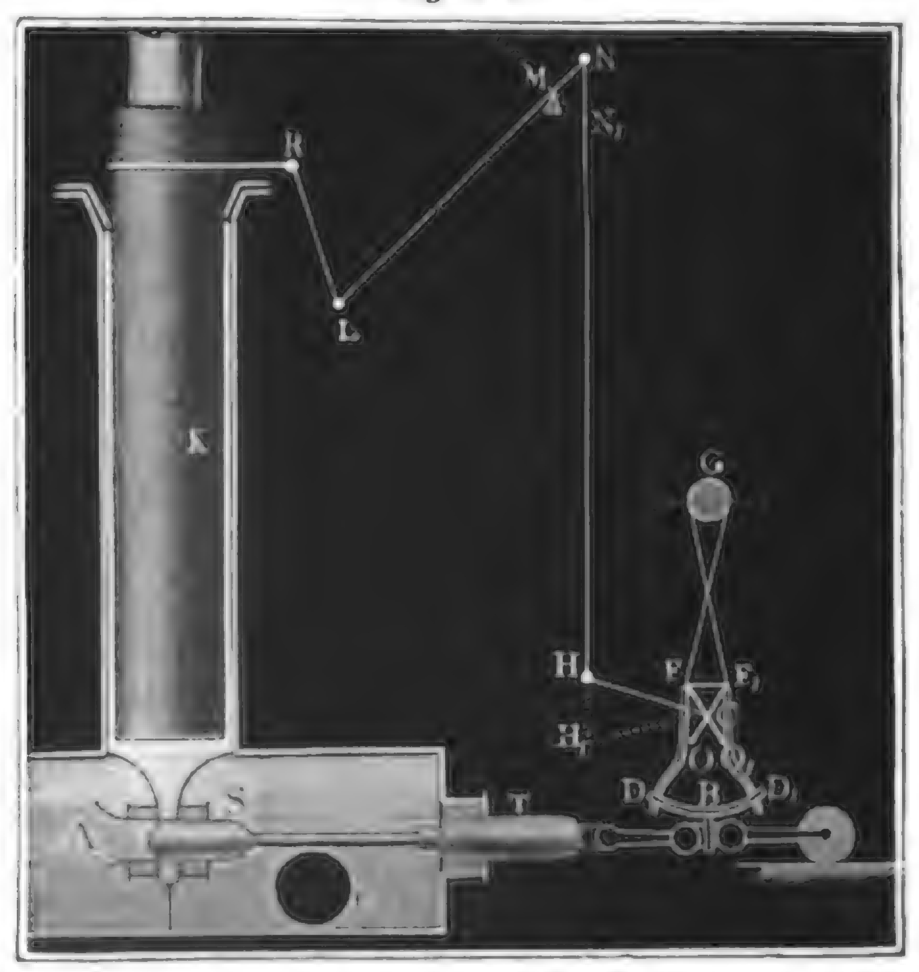


Digitized by Google

Gewichts-steuerung.

bei Ems ist eine Pendelsteuerung angewendet, welche die mit zwei Mönchskolben S und T ausgerüstete und unter dem Treibcylinder K horizontal hinlaufende Steuerkolbenstange TS, Figur 371, in Bewegung setzt. Das Steuerpendel CG schwingt sich um eine horizontale Axe C und besteht vorzüglich aus einer schweren Linse G und zwei hakenförmigen Federn FD und F_1D_1, die einen Bügel $D\,B\,D_1$ tragen, aus dessen Mitte ein Bolzen B ausläuft, der die Steuerkolbenstange innerhalb zweier Röllchen erfaßt.

Fig. 371.



Das Aufheben des Pendels bis etwas über den höchsten Punkt hinaus erfolgt durch Stangen- und Hebelapparat $CHNMLR$, der bei C und M drehbar, bei R aber an den Treibkolben angeschlossen ist. Die Mittheilung der Bewegung erfolgt aber nicht in der Drehungsaxe C des Pendels, sondern mittels eines um eine besondere Axe (C) drehbaren Armes CO, welcher mit CH ein Ganzes bildet und abwechselnd bald die eine Feder FD, bald die andere Feder F_1D_1 so weit auswärts schiebt, bis die Linse G aus dem labilen Gleichgewichte kommt und nun durch Niederfallen der Kolbenstange vermittels B den nöthigen letzten Schub ertheilen kann. Am Anfange des Treibkolbenhubes hat natürlich der ganze Hebelapparat einen todten Gang, da der Angriff des Armes CO an die eine oder andere Feder erst dann erfolgen darf, wenn der Treibkolbenhub beinahe vollbracht ist, um durch allmäliges Vorrücken des Steuerkolbens die verzögerte Bewegung des Treibkolbens eintreten zu lassen.

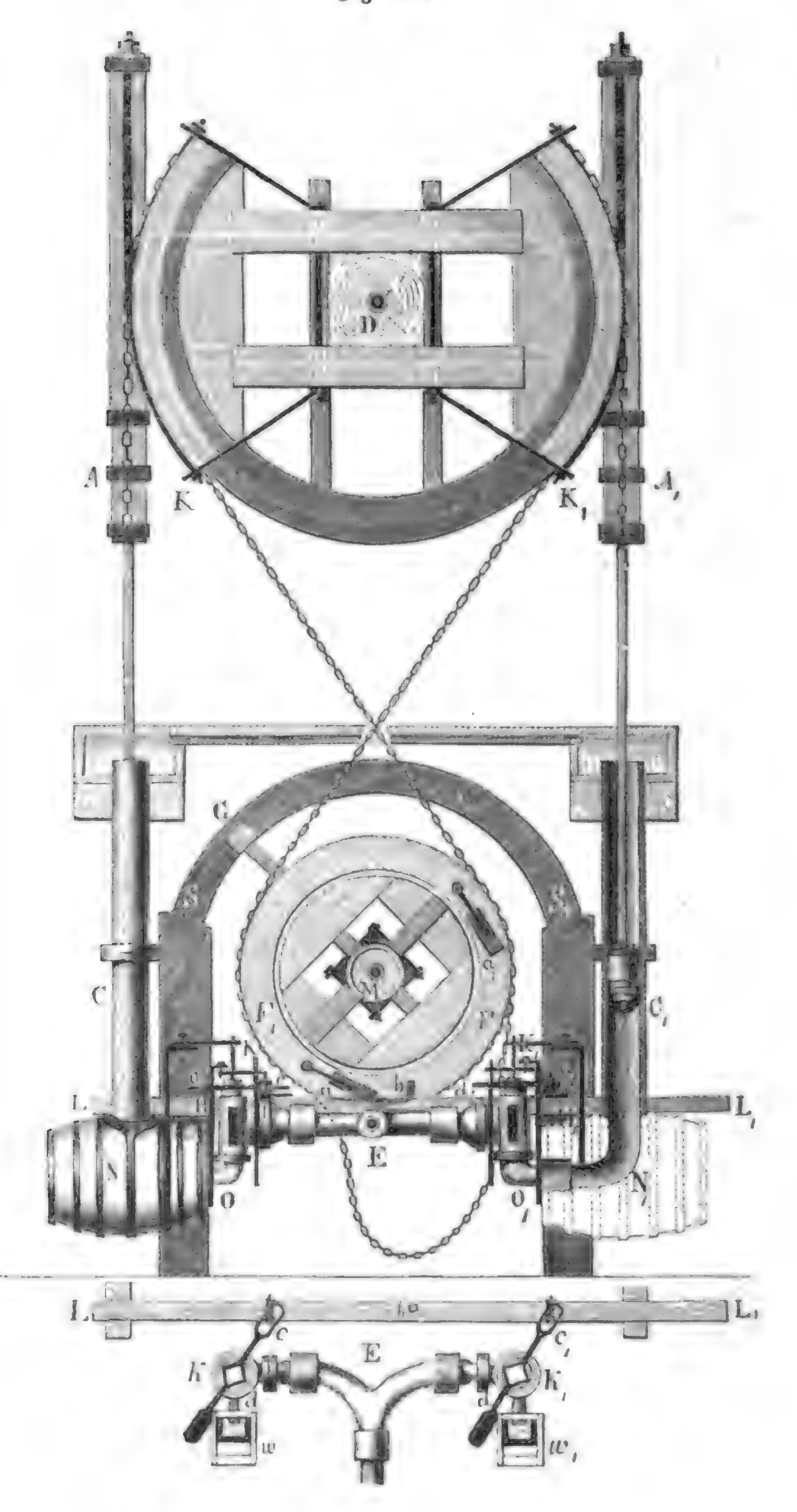
Es ist übrigens aus der Figur leicht zu ersehen, wie durch die Communicationsröhre am Fuße des Treibcylinders das Kraftwasser dem letzteren zu-, und nach vollbrachter Wirkung aus demselben abgeführt wird. Steht der Steuerkolben S in der Ausmündung A, so tritt das durch die Einfallröhre E zugeführte Kraftwasser durch die entgegengesetzte Einmündung in die Communicationsröhre und von da in den Treibcylinder, steht aber S in der Einmündung auf der Seite von E, so läuft das nun getödtete Wasser aus dem Treibcylinder durch die Communicationsröhre bei A aus. Gewichtssteuerung.

Anmerkung. Die wegen ihrer abweichenden Construction sehr eigenthümliche Wassersäulenmaschine auf der Pfingstwiese hat nur 60 Fuß Gefälle, 4 Fuß Hub und 1⅛ Fuß Kolbendurchmesser. Sie machte bei Anwesenheit des Verfassers (1839) in 65 Secunden nur 1 Spiel.

§. 226. Die Einrichtung der **Hammersteuerung** lernt man am besten an den kleinen zweistiefeligen Maschinen zu **Bleiberg** in Kärnthen kennen, die übrigens **Gerstner** in seiner Mechanik ganz ausführlich beschrieben hat. Einen Auf- und Grundriß von den wesentlichsten Theilen dieser Maschine giebt Fig 372 auf folgender Seite. Hammersteuerung.

Hammer-steuerung

Fig. 372.



Hier sind A und A_1 die beiden Treibkolbenstangen, und es ist BDB_1 ein mit diesen durch Ketten und Gegenketten verbundener und um D drehbarer doppelarmiger Hebel oder sogenannter Balancier. Mit dem letzteren ist wieder die den Steuerhammer G und das Steuerrad FF_1 tragende horizontale Welle M durch andere Ketten FK und F_1K_1 verbunden. Man sieht nun bei näherer Betrachtung der Figur leicht ein, wie durch diese Vorrichtungen aus der auf- und niedergehenden Bewegung der Treibkolbenstangen die aufsteigende Bewegung des Hammers abgeleitet wird und der Hammer niederfallen kann, ohne von den Ketten und von dem Balancier gestört zu werden. An den Stirnflächen des Steuerrades sitzen zwei Bolzen a und a_1, welche beim Niederfallen des Hammers an den Bolzen b treffen, der aus der horizontalen und auf Rollen laufenden Steuerstange LL_1 hervorragt. Diese Stange hat noch zwei andere Bolzen c und c_1, und diese sind mit den Hahnköpfen K und K_1 durch die Schlüssel oder Arme d und d_1 so verbunden, daß sie die Hähne H und H_1 um 90^0 drehen, so wie der Hammer bei seinem Niederfallen bis S oder S_1 mittels der Bolzen a, a_1, b, und c, c_1 die Steuerstange nach der einen oder nach der anderen Seite schiebt. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß diese Umsteuerung oder Umdrehung der Hähne durch einen niederfallenden Hammer sehr schnell erfolgen und mit Stößen, zumal aber mit dem hydraulischen Widder verbunden sein muß, und daß sich ihre Anwendung nur bei kleineren Maschinen und Maschinen mit mäßigen Gefällen rechtfertigen läßt. Hammersteuerung

Die Hähne haben eine Axen- und eine Seitenbohrung, durch jene wird das durch die Einfallröhre E zugeführte Kraftwasser mittels Kniestücke O und O_1 in die faßförmigen Fußstücke N und N_1 der Treibcylinder C und C_1 geführt, durch diese hingegen wird das Kraftwasser dem Hahne zu- und aus dem Cylinder abgeführt. Um immer nur so viel Kraftwasser zu verbrauchen, als nöthig ist, den vom Treibkolben durchlaufenen Raum auszufüllen, wird durch Aufstauung des bereits ausgetretenen Wassers in besonderen Ausgußkästen W, W_1 ein Ausfluß unter Wasser hergestellt.

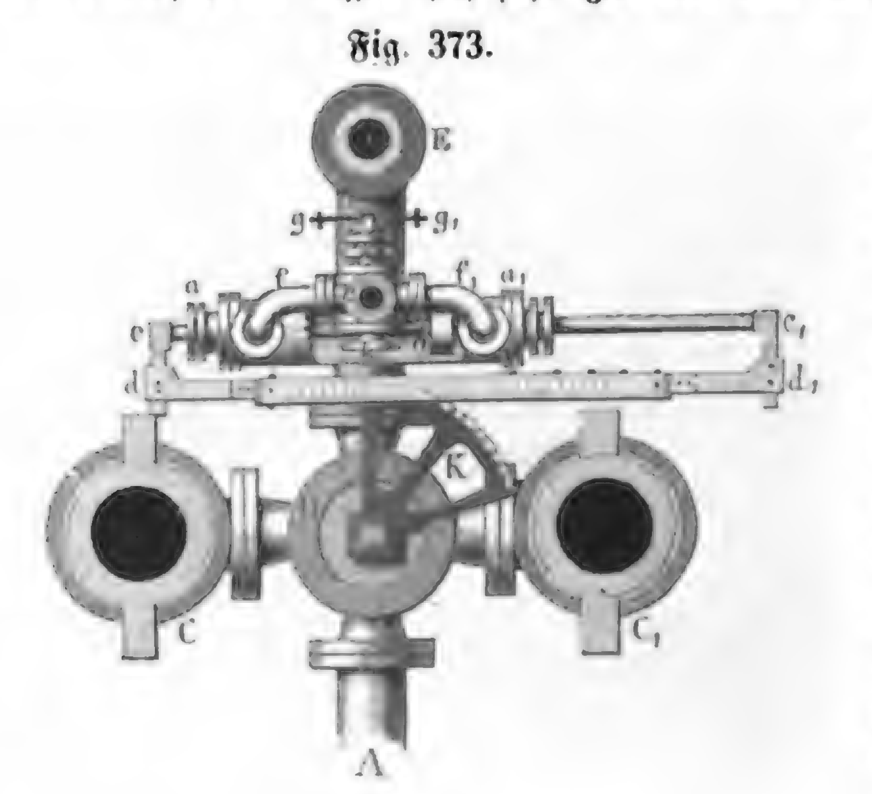
Anmerkung 1. Die hier abgebildete Maschine hat circa 260 Fuß Gefälle, $6^1/_4$ Fuß Hub, 7 Zoll weite Treibcylinder und macht pr. Min. 8 Hübe. Sie gehört in mehrfacher Beziehung zu den unvollkommneren Maschinen, ihre Anwendung rechtfertigt sich jedoch wegen örtlicher Verhältnisse und wegen ihrer Wohlfeilheit vollkommen. Es ist überhaupt eine Regel, bei der Auswahl und Construction einer Maschine es nicht bloß auf die größte Vollkommenheit abzusehen, sondern auch die Umstände, Verhältnisse, unter welchen die Maschine arbeiten soll, mit zu berücksichtigen, zumal aber keine kostbaren Maschinen zu bauen, wo Umtriebskraft noch im Ueberflusse vorhanden ist.

Anmerkung 2. Wassersäulenmaschinen mit Federsteuerung sind bis jetzt noch nicht angewendet worden.

Hülfswassersäulenmaschinen.

§. 227. Die Verhältnisse der Steuerung durch eine Hülfswassersäulenmaschine lassen sich sehr gut aus dem Grundrisse in Fig. 373

Fig. 373.



von der großen Wassersäulenmaschine im Leopoldschachte bei Schemnitz ersehen. Diese Maschine ist ebenfalls zweistiefelig, C ist der eine und C_1 der andere Stiefel, E die Einfallröhre, A das Ausgußrohr, H der Steuerhahn (s. Fig. 366) und K ein auf dem Kopfe desselben fest aufsitzender Quadrant. Die Hülfssteuermaschine besteht aus einem horizontalen Treibcylinder $a a_1$, dem Treibkolben b und dessen Kolbenstange $c c_1$. Sie ist durch Querarme mit der eigentlichen Steuerstange $d d_1$ verbunden, so daß sie mit dieser einen rectangulären Rahmen bildet; endlich ist die letzte Stange mit dem quadrantförmigen Hahnschlüssel K durch zwei entgegengesetzt laufende Laschenketten so verbunden, daß die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens b eine Drehung des Hahnes um 90^0 hin und zurück hervorbringt. Die Steuerung der Hülfsmaschine erfolgt durch den horizontal liegenden Hahn $h h_1$, mit zwei Bohrungen wie beim Hauptsteuerhahne H Das von oben durch eine enge mit der Einfallröhre E verbundene Röhrchen e führt das Druckwasser nach dem Hahne und von da wird es durch die Communicationsröhrchen f und f_1 bald auf die eine, bald auf die andere Seite des Kolbens b geleitet, so daß dieser in die Bewegung hin und her versetzt wird, und zugleich das seiner Bewegung entgegenstehende und von der Einfallröhre abgesperrte Steuerwasser durch die andere Hahnbohrung hindurch und von da durch ein nach unten gerichtetes Ausgußrohr zum Austritte nöthigt. Die Drehung des kleinen Hahnes hh_1 hin und zurück erfolgt durch einen doppelarmigen Schlüssel gg_1, welcher mit schwachen Ketten an einen ihm parallelen doppelarmigen Hebel angeschlossen ist, der mit dem Balancier auf einer Welle sitzt, womit die beiden Treibkolbenstangen gekuppelt sind. Das ganze Steuerungsspiel ist nun leicht zu übersehen; während des Aufsteigens des einen Treibkolbens und des Nieder-

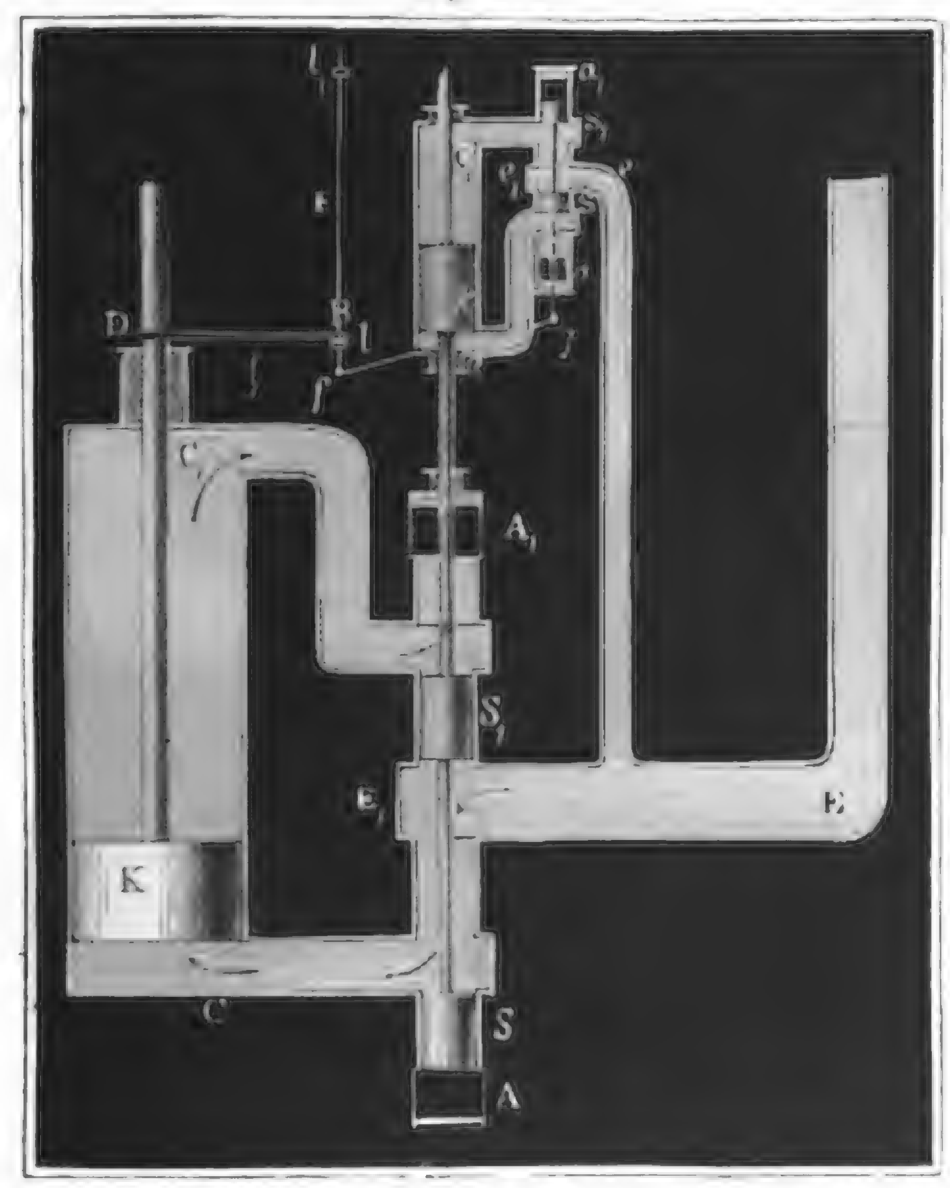
Digitized by Google

steigens des anderen wird der Hahn hh_1 durch den Hebel gg_1 umgedreht, dadurch die Communication der Druckwasser mit dem Cylinder aa_1 auf der einen Seite aufgehoben und auf der anderen Seite hergestellt, und auf diese Weise eine Kraft erzeugt, die den Kolben b sammt Hahn H in die entgegengesetzte Stellung bringt, so daß nun der erste Treibcylinder von der Einfallröhre abgesperrt, der andere aber damit in Verbindung gesetzt wird, und hierauf das entgegensetzte Treibkolbenspiel vor sich gehen kann. Hülfswassersäulenmaschine.

Anmerkung. Die Leopoldschachter Maschine hat das bedeutende Gefälle von 710 Fuß (Oesterr. Maaß), den Hub von 8 Fuß, und einen Kolbendurchmesser von nur 11 Zoll; jeder Kolben spielt in der Minute 3 mal.

§. 228. Die Umsteuerung durch eine Hülfsmaschine läßt sich auch sehr gut aus der, in Fig. 374 abgebildeten, doppeltwirkenden Wassersäulenma-

Fig. 374.

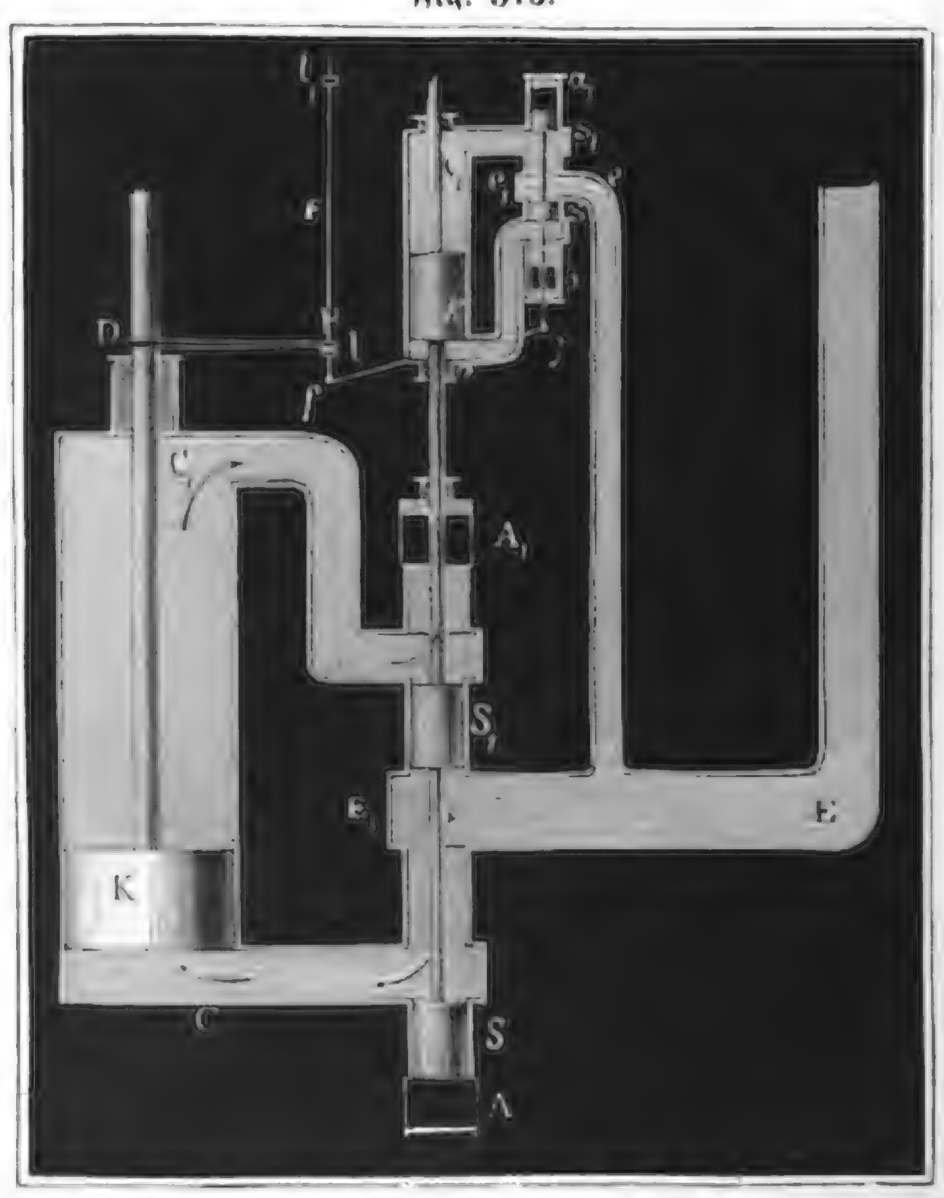


schine zu Ebensee im österreichischen Salzkammergute ersehen, da hier die Hülfsmaschine der Hauptmaschine mathematisch ähnlich construirt ist. Es ist CC_1 der Stiefel der Haupt- und cc_1 der Stiefel der Hülfsmaschine, ferner K der Kolben in dem einen und k der Kolben in dem anderen Cylinder; ferner sind S und S_1 Steuerkolben der Haupt-, sowie s und s_1

Hülfswassersäulenmaschine.

Steuerkolben der Hülfsmaschine; noch ist EE_1 das Eintrittsrohr der ersten, sowie ee_1 das Eintrittsrohr der zweiten Maschine, und endlich sind A und A_1 die Austragemündungen der Hülfsmaschine. Es findet also vollständige Uebereinstimmung in allen Theilen zwischen beiden Maschinen statt, nur ist die eine viel größer als die andere, hat namentlich einen viel größeren Hub, als diese. Die Umsteuerung der Hülfsmaschine erfolgt durch den Arm BD, welcher an der Treibkolbenstange D festsitzt, und die Steuerkolbenstange gs mittels eines Hebels fg und einer Stange ll_1 dadurch in Bewegung setzt, daß der Endring B von BD kurz vor dem Ende

Fig. 375.



des Treibkolbenauf- oder Niederganges den einen oder den anderen der Ringe l, l_1, welche an der Stange F sitzen, ergreift und dadurch diese in Bewegung setzt. Es ist nun leicht einzusehen, wie durch diese Bewegung das Kraftwasser bald von oben, bald von unten auf den Kolben k geleitet, dadurch aber die Kolbenverbindung kS_1S eine auf- oder niedergehende Bewegung anzunehmen genöthigt, und die Wirkung des Kraftwassers auf den Treibkolben K in die entgegengesetzte verwandelt wird.

Anmerkung 1. Die Maschine zu Ebensee hat nur ein Gefälle von 36 Fuß,

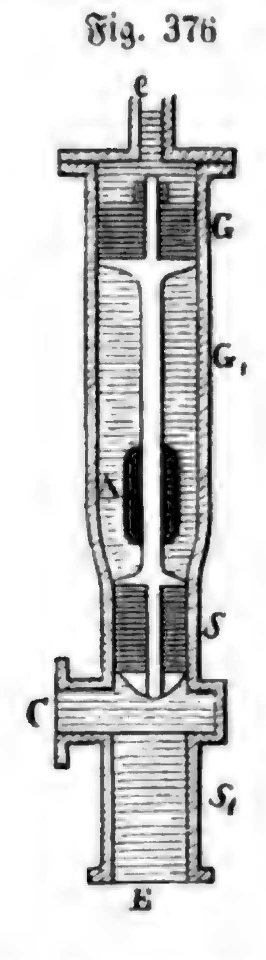
Digitized by Google

einen Hub von 17 Zoll und eine Cylinderweite von 9½ Zoll; sie macht pro Minute 6 Spiele und setzt zwei doppeltwirkende Druckpumpen in Bewegung. Hülfs-wassersäulen-maschine.

Anmerkung 2. Eine einfachwirkende zweistiefelige Wassersäulenmaschine mit einem der Hauptmaschine vollkommen ähnlichen Steuerungssysteme hat der Kunstmeister Baldauf schon vor vielen Jahren projectirt, sie ist jedoch nicht zur Ausführung gekommen. Ein schönes Modell von ihr besitzt die hiesige Bergakademie, und eine Zeichnung und Beschreibung derselben ist in der Schrift: de la Richesse minérale, par Héron de Villefosse, zu finden.

§. 229. Bei den größeren Maschinen neuerer Construction ist nach dem Muster der Reichenbach'schen Maschinen in Bayern der Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaschine mit dem Treibkolben der Hülfsmaschine in einer und derselben Röhre, dem sogenannten Steuercylinder, zugleich eingeschlossen, und bei einigen Maschinen sogar verrichtet der Gegenkolben zugleich mit die Dienste des Treibkolbens der Hülfsmaschine, wodurch allerdings eine große Vereinfachung erlangt wird. Am einfachsten ist die in Fig. 376 abgebildete und an zwei Maschinen bei Freiberg angewendete Construction. Steuer-cylinder.

Fig. 376

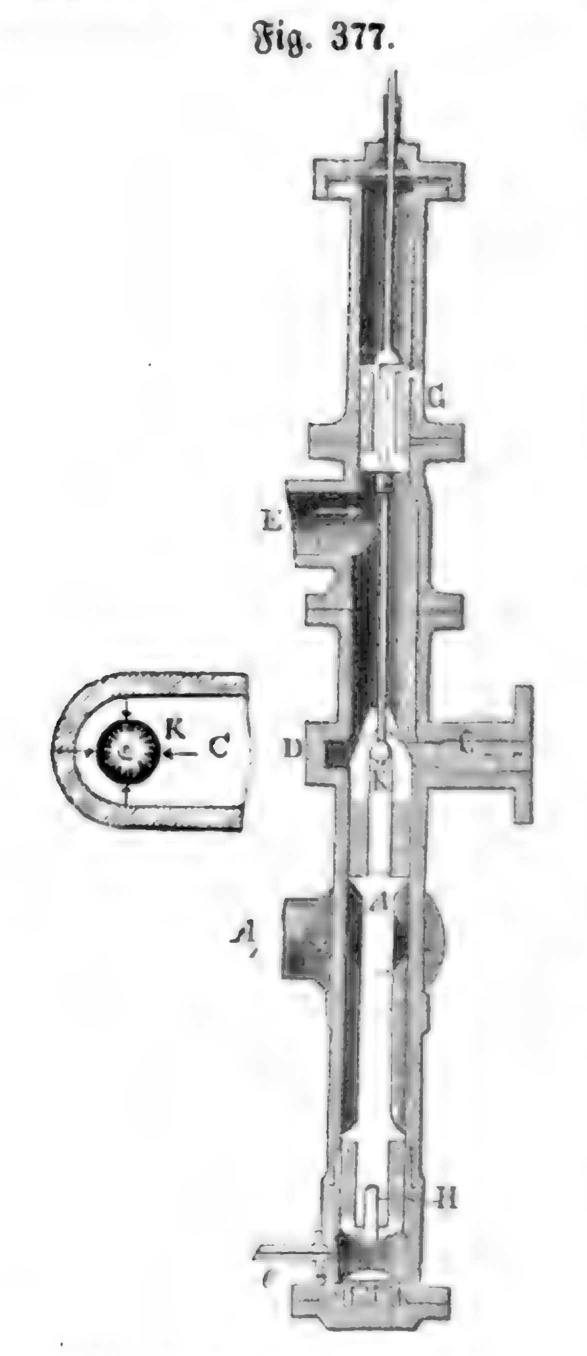


Es ist hier S der Hauptsteuer-, G aber der Gegen- und Hülfstreibkolben, C die Communication mit dem Haupttreibcylinder, E aber ist die Communication mit der Einfallröhre und A die Austrittsmündung für das Kraftwasser; endlich ist e die Communication mit der Steuerung der Hülfsmaschine, welche hier in einem Hahne besteht. Der Kolben G ist größer als S, und es geht daher die Steuerkolbenverbindung SG nieder, sowie oben bei e das Kraftwasser zugelassen wird, und umgekehrt steigt dieselbe in Folge der Kraft auf S empor, sowie das Kraftwasser oben bei e abgesperrt ist. Hierbei wird bei jedem Spiele ein gewisses Steuerwasserquantum verbraucht und der Wirkung auf den Treibkolben entzogen, das sich messen läßt durch den Raum, welchen G bei seinem Auf- oder Niedergange durchläuft, und bei dieser Construction deshalb nicht sehr klein ist, weil der Kolben G mindestens noch einmal so viel Querschnitt haben muß als der Kolben S, dessen Querschnitt man doch nicht kleiner nimmt als den der Einfall- oder Communicationsröhren. Bei der in Fig. 377 auf umstehender Seite abgebildeten Steuerung der Clausthaler

Steuer-cylinder.

Maschine ist dieser Aufwand an Steuerwasser kleiner, weil hier drei Kolben, nämlich der Hauptsteuerkolben *AK*, der Gegenkolben *G* und der Hülfstreib- oder Wendekolben *H* vorkommen, und der letzte etwas schwächer ist, als der erste. Das Steuerwasser wird hier von unten durch das Rohr *c* in den Steuercylinder geführt, und die Umsteuerung des Kolbens erfolgt mittels eines kleinen Hahnes, durch den das Wasser erst hindurchgeht, ehe es nach *e* gelangt, und durch welchen es auch nach vollbrachter Drehung ausgetragen wird. Die Bewegung dieses Hahnes erfolgt aber durch eine stehende Welle mit zwei knieförmig gebogenen Armen, die ein auf der Treibkolbenstange festsitzender Teller bald nach der einen, bald nach der anderen Seite wendet.

Fig. 377.



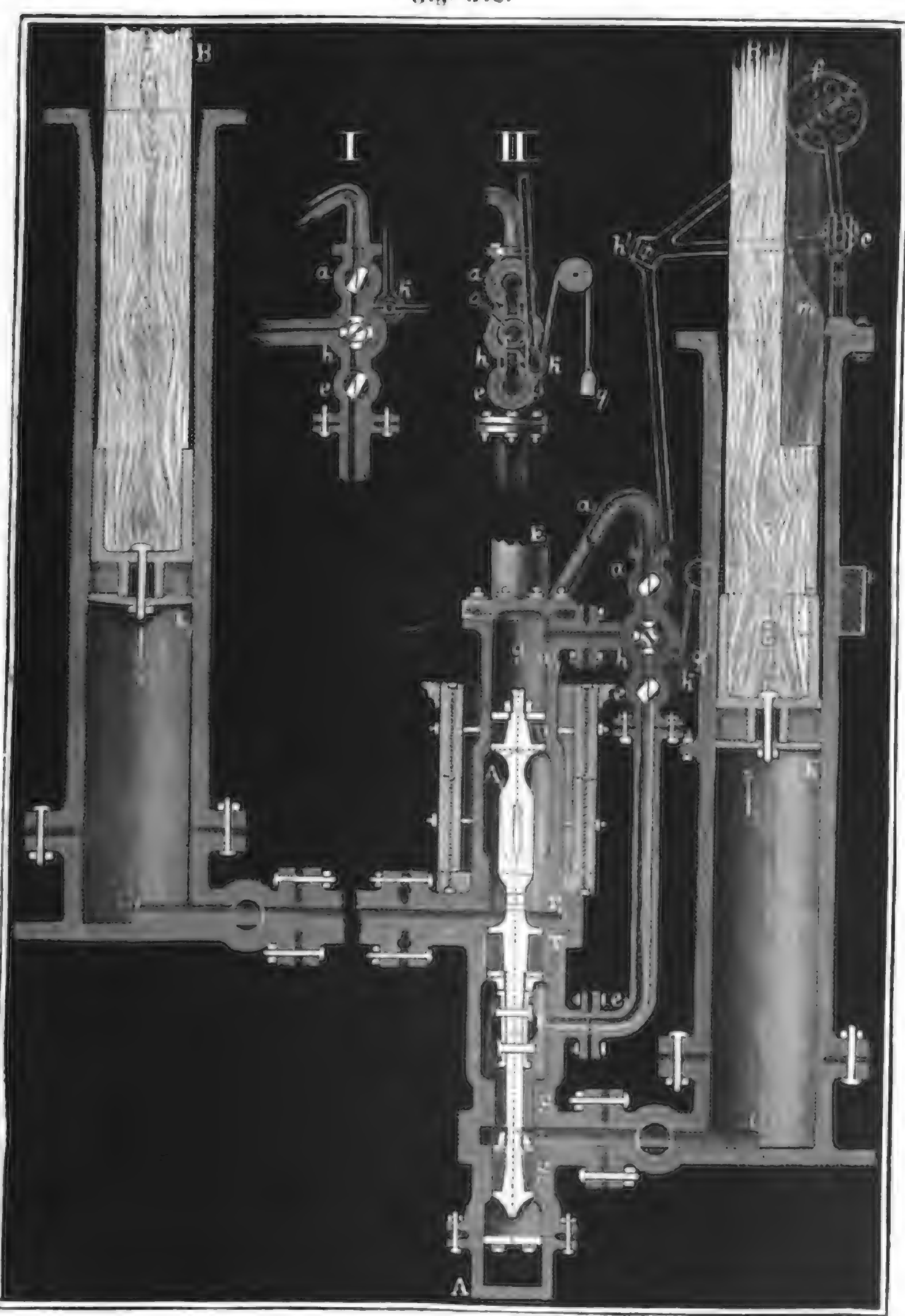
Anmerkung. Die Claustháler Wassersäulenmaschinen haben ein Gefälle von 612 Fuß, einen Kolbendurchmesser von 16½ Zoll und einen Hub von 6 Fuß, und machen pro Minute 4 Spiele.

Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube.

§. 230. Die Einrichtung und der Gang einer zweistiefeligen Wassersäulenmaschine läßt sich sehr gut durch nähere Betrachtung des in Fig. 378 auf nebenstehender Seite abgebildeten Vertikaldurchschnittes der Maschine auf Alte Mordgrube bei Freiberg vergegenwärtigen. Es sind hier CK und C_1K_1 die beiden Treibcylinder, K der eine und K_1 der andere Treibkolben, ferner S und T die beiden Steuerkolben, W aber ist der Wende- oder Hülfskolben, und S_1, T_1 und W_1 sind diejenigen Stellen im Steuercylinder ATW_1, welche diese drei Kolben bei der entgegengesetzten Bewegung der Treibkolben einnehmen. Es ist ferner E die Einmündung der Einfallröhre E_1E in den Steuercylinder, CS das Communicationsrohr für den ersten und CT das Communicationsrohr für den anderen Treibcylinder, sowie A die Austragemündung des ersten und A_1 (fast ganz von der Steuerkolbenstange gedeckt) die Austragemündung des zweiten Cylinders. Die beiden Treibkolbenstangen BK und B_1K_1 sind durch einen gleicharmigen Hebel oder so-

Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube.

Fig. 378.



Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube.

genannten **Balancier** (in der Figur nicht abgebildet) so mit einander verbunden, daß bei dem Aufgange der einen Kolbenstange der Niedergang der anderen erfolgt. Hiernach ist nun leicht zu übersehen, wie bei dem abgebildeten tieferen Steuerkolbenstande das Kraftwasser den Weg ES_1C einschlägt und den Kolben K emportreibt, dagegen der Kolben K_1 niedergeht und das todte Wasser den Weg $C_1T_1A_1$ einschlägt, und bei A_1 austritt.

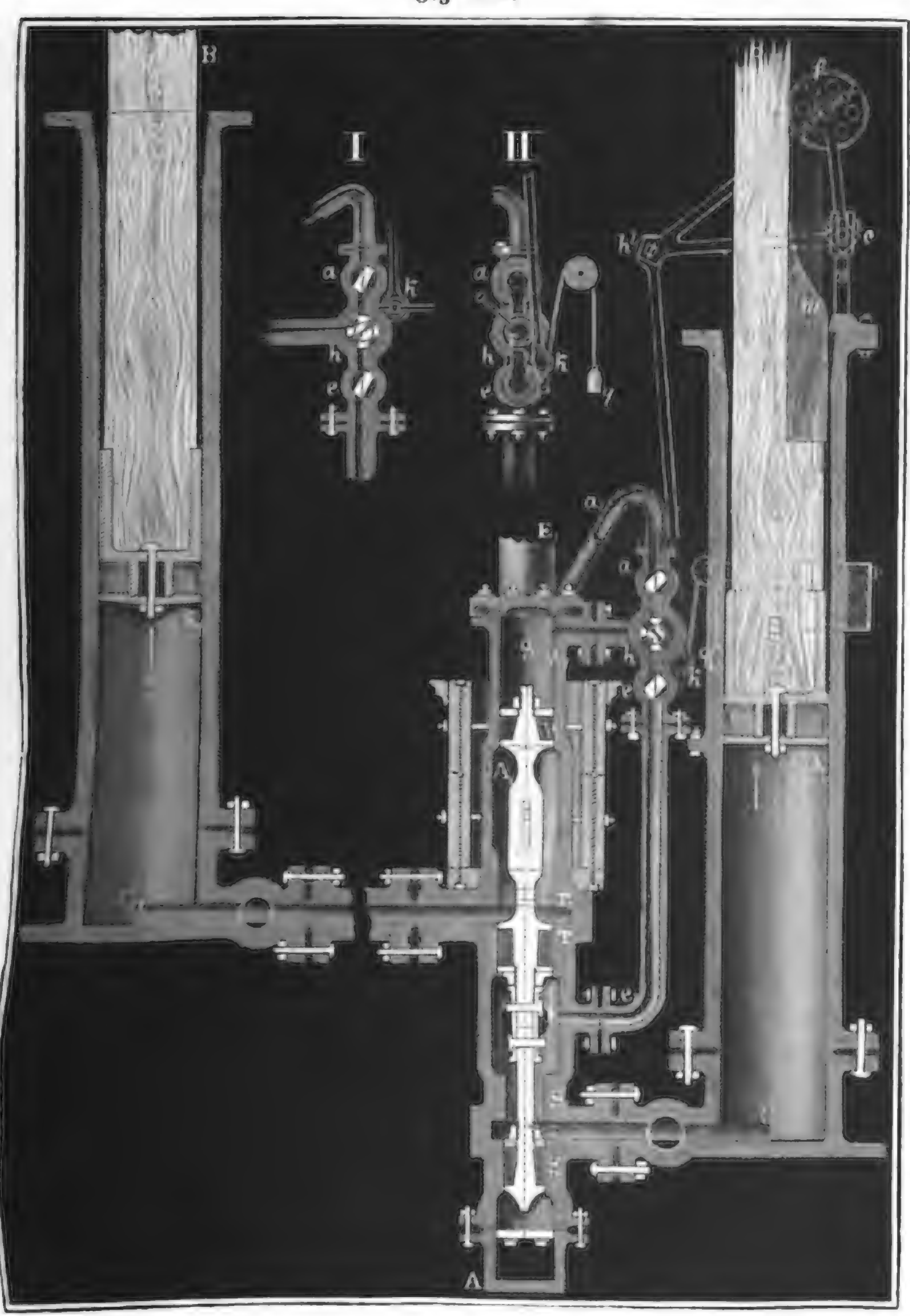
Die Hülfssteuerung erfolgt durch einen schon oben näher beschriebenen, doppelt gebohrten Hahn h, der in I. in der zweiten Stellung und in II. äußerlich abgebildet ist. Dieser Hahn steht durch die Röhre ee_1 mit der Einfallröhre, und durch die Röhre gh mit dem Steuercylinder in Verbindung. Man kann nun auch leicht ermessen, wie bei der einen Stellung von h das Kraftwasser den Weg Ee_1ehgW nehmen und den Wendekolben W niederdrücken muß, und wie umgekehrt bei der zweiten Stellung von h das Kraftwasser von W abgesperrt wird, daher das Aufsteigen der Kolbenverbindung STW, das Zurücklaufen des Steuerwassers durch gh und der Austritt desselben durch aa_1 erfolgen kann. Damit die Steuerkolbenverbindung beim Absperren des Druckwassers von W emporsteige, und beim Zulassen desselben niedergehe, ist allerdings nöthig, daß der von dem Kraftwasser von unten gedrückte Steuerkolben T mehr Querschnitt habe, als der Steuerkolben S, welcher durch das Kraftwasser von oben gedrückt wird, und daß der Wendekolben einen hinreichend großen Querschnitt habe, damit die Wasserdrücke auf W und S zusammen den entgegengesetzten Wasserdruck auf T übertreffen.

Was endlich noch die äußere Steuerung dieser Maschine anlangt, so besteht diese wesentlich aus dem mit vier Zähnen ausgerüsteten Steuerrädchen r, der Klinke rk, der Stange kl, dem Winkelhebel lcf mit seinem Frictionsrade f und den zwei gegen einander gestellten und auf der Treibkolbenstange BK befestigten Keilen m und m_1 (der letztere hier nicht sichtbar). Die Klinke rk ist übrigens noch durch Arme mit der Axe des Hahnes verbunden, und wird in ihrem Eingriffe zwischen die Zähne des Rädchens r noch durch ein kleines Gegengewicht q unterstützt. Wenn der Treibekolben K nahe am Ende seines Auf- oder Niederganges gekommen ist, so schiebt sich der Keil m (oder m_1) unter das Frictionsrad, dreht dadurch den Hebel lcf um etwas, wodurch nun auch die Stange lk angezogen und das Rad sammt Hahn h mittels der Klinke um einen Quadranten gedreht wird; wenn später wieder der Treibekolben ein kleines Stück seines umgekehrten Weges zurückgelegt hat, so fällt der Hebel wieder nieder und es gleitet nun die Klinke über dem folgenden Zahn herab, den sie nahe am Ende dieses Treibkolbens ergreift rc.

Anmerkung. Die Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube hat ein Ge-

Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube.

Fig. 379.



fälle von 356 Fuß, einen Hub von 8 Fuß, eine Treibcylinderweite von $1\frac{1}{2}$ Fuß und macht 4 Doppelspiele pro Minute.

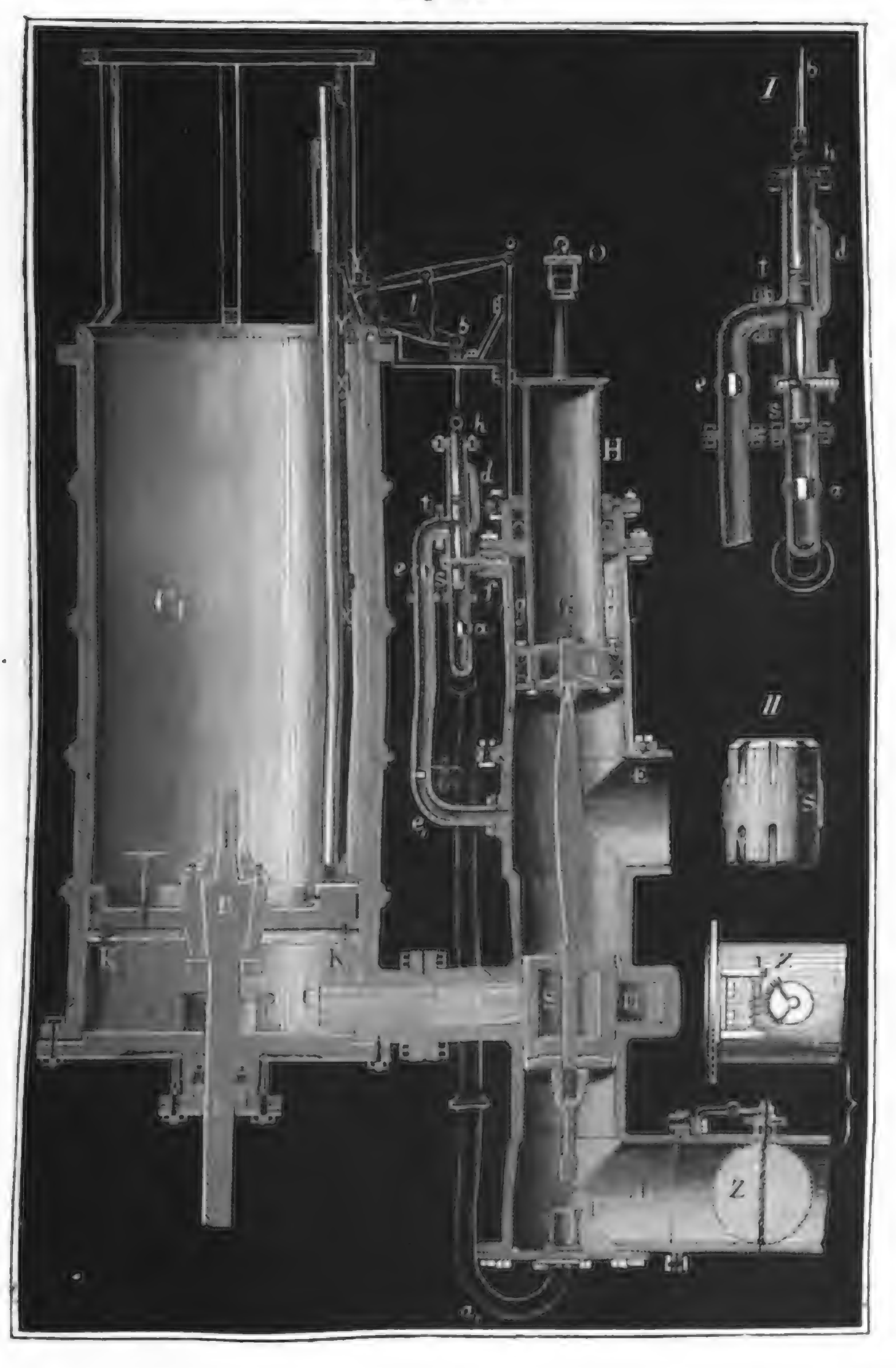
Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.

§. 231. Eine der schönsten und vollkommensten Wassersäulenmaschinen ist die zu Huelgoat in der Bretagne; sie ist einfachwirkend einstiefelig, jedoch steht neben ihr eine vollkommen gleiche Schwestermaschine. Die wesentliche Einrichtung dieser Maschine führt Fig. 380 auf nebenstehender Seite vor Augen und ihre Bewegungsverhältnisse wird man aus Folgendem kennen lernen. CC_1 ist der Treibcylinder, KK_1 der Treibkolben und BB_1 die bei B durch eine Stopfbüchse gehende Treibkolbenstange. Während bei der Nordgrubener Maschine die Treibkolben durch einen einzigen breiten Stulp abgelidert sind, ist hier, wie sich aus der Figur leicht ersehen läßt, der Treibkolben durch einen eingesetzten Lederkranz und durch einen aufgeschraubten Stulp zugleich gelidert. Der zur Seite stehende Steuercylinder ASG ist mit dem Treibcylinder durch das Communicationsrohr DD_1 verbunden, die Einfallröhre mündet bei E und das Austragerohr bei A in demselben ein. Mit dem im Niedergange begriffenen und auf dem halben Wege befindlichen Steuerkolben S ist durch die Stange ST ein Gegenkolben T von größerem Durchmesser verbunden; es wird daher diese Kolbenverbindung durch das Kraftwasser emporgetrieben, so lange nicht noch eine dritte Kraft hinzutritt. Diese dritte Kraft wird aber dadurch hervorgebracht, daß man das Kraftwasser durch die Röhre e_1ef über den Kolben T leitet; um aber bei dem dadurch erzeugten Niedergange der Steuerkolbenverbindung nur eine kleine Quantität von Steuerwasser nöthig zu haben, ist auf T der hohle Cylinder GH aufgesetzt, der bei H durch eine Stopfbüchse geht und zur Aufnahme des Steuerwassers nur den ringförmigen Raum darbietet.

Das abwechselnde Zulassen und Absperren des Kraftwassers von dem hohlen Raume gg wird aber durch eine Hülfssteuerung bewirkt, die der Hauptsteuerung ganz ähnlich ist, und wie diese, aus dem eigentlichen Steuerkolben s, dem Gegenkolben t und dem durch die Stopfbüchse h gehenden cylindrischen, gleichsam nur eine dicke Kolbenstange bildenden Aufsatze besteht. Bei dem in der Figur ausgedrückten Stande von sth kann das Kraftwasser ungehindert den Weg ef nach g einschlagen, wird aber sth gehoben, so daß s über f zu stehen kommt, so wird diese Communication unterbrochen und zugleich dem den ringförmigen Raum ausfüllenden Steuerwasser ein Weg aa_1 eröffnet, durch welchen es beim nunmehr erfolgenden Aufgange von ST abfließen kann. Um endlich die Bewegung der Hülfssteuerkolbenverbindung sth von der Kraftmaschine selbst abzuleiten, ist auf dem Treibkolben KK_1 eine oben in einer Führung laufende runde Stange aufgesetzt und mit dieser eine zweite rectanguläre Stange verbunden, welche mit einer Reihe von Löchern versehen ist,

Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.

Fig. 380.



Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.

durch welche die Stiele der Däumlinge X_1 und X_2 in entgegengesetzten Richtungen gesteckt werden. Außerdem ist aber die Stange bh an zwei um c und o drehbaren und durch l mit einander verbundenen Hebeln aufgehangen, wovon der eine in ein Cirkelstück ausläuft, das sich in zwei anderen Däumlingen oder Knöpfen Y_1 und Y_2 endigt. Nahe am Ende des Treibkolbenniederganges trifft nun X_1 auf Y_1 und es gelangt so sth in den höchsten Stand, und nahe am Ende des Treibkolbenaufganges nimmt X_2 den Knopf Y_2 mit und es wird mittels der Hebel sth auf den tiefsten Stand zurückgeführt. Es ist nun leicht einzusehen, wie auf diese Weise die Umsteuerung von ST und so auch ein regelmäßiges Auf- und Niedergehen von K. K_1 erfolgen muß.

Balancier.

§. 232. Zur Regulirung des Ganges einer Wassersäulenmaschine sind noch mehrere Hülfsvorrichtungen nöthig, die wir in Folgendem noch näher kennen lernen müssen. Was zunächst den Auf- und Niedergang des Treibkolbens betrifft, so wird dieser durch einen sogenannten **Balancier**, d. i. durch eine Vorrichtung regulirt, die die Bewegung des Treibkolbens nach der einen Richtung hin unterstützt, und die Bewegung desselben nach der entgegengesetzten Richtung hindert, so daß das Kolbenspiel seinen regelmäßigen Fortgang hat, ohne eine bedeutende Geschwindigkeitsveränderung zu erleiden. Bei den auf beiden Seiten gleichbelasteten zweistiefeligen Maschinen besteht der Balancier, wie wir aus dem Obigen wissen, in einem gleicharmigen Hebel, welcher beide Treibkolbenstangen mit einander verbindet; hat aber die Maschine nur einen Cylinder, so ist eine fremde Kraft zum Ausgleichen nothwendig, und je nachdem nun diese Kraft in dem Gewichte eines festen Körpers oder in dem Drucke einer Wassersäule besteht, hat man es mit einem **mechanischen** oder mit einem **hydraulischen Balancier** zu thun. Da im zweiten Abschnitte von diesen Vorrichtungen speciell gehandelt wird, so genügen hier folgende allgemeine Bemerkungen. Der mechanische Balancier besteht in einem doppelarmigen Hebel, welcher auf der einen Seite mit Gewichten beschwert und auf der anderen Seite mit der Kolbenstange oder dem Gestänge überhaupt so verbunden ist, daß jene dem Gewichte desselben entgegenwirken und dadurch dem Aufgange desselben zu Hülfe kommen, dagegen aber den Niedergang desselben verzögern, so daß zu ersterem höchstens doppelt so viel Zeit verwendet wird, als zu letzterem. Der hydraulische Balancier hingegen besteht in einer zweiten Röhrentour, welche statt des einfachen Ausgußrohres vom Steuercylinder aus aufwärts steigt, und durch welche das todte Wasser abgeführt wird, so daß es eine Wassersäule bildet, die dem Gewichte des Gestänges beinahe das Gleichgewicht hält, und dasselbe mit einer gemäßigten Geschwindigkeit niedergeht. Bei der in Fig. 381 abgebildeten

Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.

Fig. 381.



Digitized by Google

Balancier. Maschine zu Huelgoat, sowie auch bei der Clausthaler Maschine, wovon in Fig. 377 der Steuercylinder abgebildet ist, sind hydraulische Balanciers angewendet, es stößt hier an *A* eine Steigröhre an, welche das Wasser nach vollbrachter Wirkung wieder auf einen Theil des ganzen Gefälles emporleitet.

In der mechanischen Leistung kann natürlich weder der eine, noch der andere Balancier eine Steigerung hervorbringen. Das was bei dem Treibkolbenaufgange durch einen Balancier an Effect gewonnen wird, geht namentlich wieder beim Niedergange desselben verloren. Der hydraulische Balancier hat den Vortheil der größeren Einfachheit, und der mechanische Balancier dagegen den Vortheil, daß seine Wirksamkeit durch Zulegen von Gewichten beliebig gesteigert werden kann.

Stellhähne. §. 233. Wesentlich wichtig sind noch die verschiedenen Hähne oder Drosselventile einer Wassersäulenmaschine, weil sich dadurch nicht nur der Gang der Kraftmaschine an sich, sondern auch der Steuerungsgang reguliren läßt. Alle diese Vorrichtungen wirken natürlich nur negativ, d. h. es kann durch diese nur eine Kraftstörung, nicht aber eine Kraftvermehrung hervorgebracht werden, und aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, sind diese Apparate keineswegs sehr willkommene Theile einer Wassersäulenmaschine. Die Wirkung dieser Theile besteht nämlich nur darin, der Bewegung des Wassers in einer Röhre ein Hinderniß entgegenzusetzen, so daß dieses langsamer zu gehen genöthigt wird. Um nun sowohl den Auf- als auch den Niedergang des Treibkolbens, und ebenso nicht nur den Auf-, sondern auch den Niedergang des Steuerkolbens zu reguliren oder zu mäßigen, hat man vier Hähne oder Klappen nothwendig, eine in der Einfallröhre und eine im Ausgußrohre, wie z. B. *Z*, Fig. 381, ferner einen Hahn in der Röhre, welche das Steuerwasser über den Hülfskolben führt; und einen solchen in der Röhre, welche das Steuerwasser von der Maschine abführt, wie z. B. *e* und *a* in den Figuren 379 und 380. Wenn nun auch eine bedeutende Ueberwucht bei der Bewegung des Treib- oder Steuerkolbens nach der einen oder anderen Richtung hin vorhanden ist, so läßt sich dieselbe sogleich durch Drehung des einen oder anderen Stellhahnes mäßigen, da in dem Widerstande, welchen man der mit dem Kolben gleichzeitig in Bewegung befindlichen und mit diesem unzertrennlich verbundenen Wassersäule entgegensetzt, diesem Kolben zugleich mit ein Bewegungshinderniß erwächst. Geht umgekehrt der Auf- oder Niedergang des einen oder anderen Kolbens zu langsam vor sich, so kann durch Zurückdrehen des entsprechenden Hahnes eine größere Geschwindigkeit desselben erlangt werden; jedoch hat dies, wie wir schon wissen, bei völliger Oeffnung des Hahnes seine Grenze.

Die Krafttödtung durch diese Stellhähne oder Stellklappen, nament-

lich aber durch die Stellvorrichtung in der Einfallröhre oder Kraftwasser- säule, welche man gewöhnlich Tagepipe zu nennen pflegt, erfolgt bei einer Wassersäulenmaschine gerade so wie die Krafttödtung durch die Schütze bei einer Reactionsturbine. Beide Maschinen stehen in dieser Hinsicht den ober- oder mittelschlägigen Wasserrädern nach (vergl. II §. 188 und 212). Stellhähne.

Eine Wassersäulenmaschine sollte zur Erlangung des größten Wirkungs- grades immer so stark belastet sein, daß sie ohne Stellung der Tagepipe ihren regelmäßigen Gang annimmt. Ist nun aber das Arbeitsvermögen dieser Maschine größer als das geforderte Arbeitsquantum, so muß entwe- der der Ueberschuß durch die Tagepipe vernichtet werden, oder man muß die Maschine mit einem kleineren Hube arbeiten lassen. Wenn das letztere Mittel ausreicht, so ist es allerdings das vorzüglichere, weil dasselbe durch Verminderung des Aufschlages die geforderte Verminderung in der Lei- stung giebt, und daher den Wirkungsgrad der Maschine nur wenig ver- mindert, allein dieses Mittel ist bei gegebener Last nicht anwendbar.

Die Veränderung des Hubes einer Wassersäulenmaschine ist durch Verstellung der Daumen oder Keile auf der Treibkolbenstange sehr leicht zu ermöglichen, und aus diesem Grunde ist auch die Stange X_1X_2, Fig. 381, welche mit dem Treibkolben auf- und niedergeht, mit einer Reihe von Löchern versehen. Je näher man die Daumen X_1 und X_2 einander bringt, je zeitiger erfolgt natürlich auch die Umsteuerung und je kleiner ist also auch der Treibkolbenweg.

§. 234. Wir kommen nun zur Berechnung der Leistung einer Was- sersäulenmaschine. Bedienen wir uns hierbei folgender Bezeichnungen. Der Inhalt der Treibkolbenfläche sei $= F$, der Inhalt des Querschnittes der Einfallröhren aber F_1, ferner der Durchmesser des Treibkolbens $= d$, der der Einfallröhren $= d_1$ und der der Austrageröhre $= d_2$, ferner sei das Gefälle vom Wasserspiegel im Einfallkasten bis Wasserspiegel des Ausgußkastens gemessen, $= h$, die mittlere Druckhöhe beim Aufgange des Treibkolbens, also die senkrechte Tiefe der gedrückten Kolbenfläche unter dem Wasserspiegel im Einfallkasten, bei mittlerem Kolbenstande, $= h_1$, und die mittlere Druckhöhe beim Niedergange des Kolbens, d. i die senk- rechte Tiefe der Kolbenfläche unter der Ausgußmündung, bei mittlerem Kol- benstande, $= h_2$, noch sei s der Kolbenhub oder Weg des Treibkolbens pr. Spiel (franz. la course du piston; engl. the stroke of piston), l_1 die Länge der Einfall-, l_2 die der Austrageröhrenaxe, v die mittlere Kol- bengeschwindigkeit, v_1 die mittlere Wassergeschwindigkeit in der Einfall-, v_2 aber die in der Austrageröhre. Setzen wir zugleich eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine voraus, nehmen wir an, daß sie pr. Min. n voll- Leistung.

Leistung. ständige Spiele mache und dabei im Durchschnitt pr. Sec. Q Cubikfuß Aufschlagwasser verbrauche.

Der mittlere Druck des Wassers gegen die Treibkolbenfläche F ist $P_1 = Fh_2\gamma$ (s. I. §. 298), folglich die geleistete Arbeit desselben pr. Spiel, ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse: $P_1 s = Fsh_1\gamma$, daher pr. Min. $nPs = nFsh_1\gamma$, und endlich die mittlere Leistung pr. Sec.

$$L_1 = \frac{n}{60}\,Ps = \frac{n}{60}\,Fsh_1\gamma, \text{ oder, da } \frac{nFs}{60} = Q \text{ ist, } L_1 = Qh_1\gamma.$$

Beim Rückgange des Kolbens wirkt die mittlere Kraft $P_2 = Fh_2\gamma$ entgegen, wird also auch die Arbeit $P_2 s = Fh_2 s\gamma$ consumirt, daher ist denn auch der entsprechende Arbeitsverlust pr. Sec. $L_2 = Qh_2\gamma$ und sonach die übrigbleibende zu Gebote stehende Leistung:

$$L = L_1 - L_2 = Q\,(h_1 - h_2)\gamma = Qh\gamma,$$

wie bei jeder anderen hydraulischen Kraftmaschine.

Diese Formel ändert sich nicht, wenn auch der Treibkolben den Treibcylinder nicht vollkommen ausfüllt, wenn, wie z. B. bei dem Mönchskolben, ein Zwischenraum zwischen dem Kolben- und dem Cylinderumfange übrig bleibt, oder wenn der Kolben in seinem tiefsten Stande den Cylinderboden nicht berührt; ebenso bleibt die Formel dieselbe, wenn der Ausgußpunkt unter dem mittleren Kolbenstande befindlich, also h_2 negativ und $h = h_1 + h_2$ ist. Auch kommt auf die Form der Kolbenfläche nichts an (s. I. §. 304); es ist stets unter F der Inhalt des Querschnittes rechtwinkelig gegen die Axe desselben zu verstehen, also $F = \frac{\pi d^2}{4}$ zu setzen. Hierbei ist allerdings vorauszusetzen, daß beim Kolbenniedergange nur ein dem Kolbenhube s entsprechendes Wasserquantum Fs austrete, nicht aber alles im Cylinder, und nach Befinden, in der Communications- und in der Ausgußröhre befindliche Wasser. Bei Anwendung eines hydraulischen Balanciers oder eines aufsteigenden Ausgußrohres kann natürlich der letzte Fall gar nicht eintreten; anders ist es aber, wenn das Ausgußrohr abwärts gerichtet ist und unter dem tiefsten Kolbenstande ausmündet. Damit in diesem Falle das Wasser bis zum tiefsten Kolbenstande in dem Cylinder zurückbleibe und nicht durch von unten zutretende Luft verdrängt werde, ist es nöthig, einen Ausfluß unter Wasser herzustellen.

Anmerkung. Wir sehen aus dem Obigen, daß die Leistung einer Wassersäulenmaschine nur vom Totalgefälle $h = h_1 - h_2$, nicht aber von den einzelnen Druckhöhen h_1 oder h_2 des Auf- oder Niederganges abhängt, nur findet insofern eine Einschränkung statt, als bei Anwendung eines niedersteigenden Ausgußrohres die Tiefe des Unterwasserspiegels unter dem Kolbenstande noch nicht eine Atmosphärenhöhe (32,8 Fuß) betragen darf, weil die Atmosphäre durch ihren Druck auf diesen Spiegel in dem Austragerohre nur einer Wassersäule von dieser Höhe das Gleichgewicht zu halten vermag.

§. 235. Unter den Nebenhindernissen ist die **Kolbenreibung** eins der vorzüglichsten. Da genaue Versuche hierüber bis jetzt noch nicht angestellt worden sind, so bleibt nichts übrig, als dieselbe aus dem Wasserdrucke mit Hülfe eines der bekannten Reibungscoefficienten zu berechnen. Ist die Liderung eine hydrostatische, so erhalten wir die Kraft, mit welcher das Wasser jedes Element e der Liderungsfläche gegen den abzuschließenden Cylindermantel drückt, für den Kolbenaufgang $= e h_1 \gamma$, und für den Niedergang $= e h_2 \gamma$, und daher die entsprechenden Reibungen $= \varphi e h_1 \gamma$ und $\varphi e h_2 \gamma$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Obgleich die Kräfte der einzelnen Flächenelemente sehr verschiedene Richtungen haben, so sind doch sämmtliche Reibungen unter sich und zwar mit der Kolbenaxe parallel, und es ist daher ihre Mittelkraft oder die Gesammtreibung des Kolbens gleich der Summe der Reibungen aller Liderungselemente, und demnach so zu bestimmen, daß man in obigen Formeln statt e die Summe aller Elemente, d. i den Inhalt der ganzen Liderungsfläche einsetzt. Bezeichnen wir die Breite dieser Fläche, oder, wenn es zwei Liderungskränze giebt, die Breite beider zusammen, durch b, so können wir den Inhalt der Liderungsfläche durch $\pi d b$ ausdrücken, und erhalten so die beiden Kolbenreibungen $R_1 = \varphi \pi d b h_1 \gamma$ und $R_2 = \varphi \pi d b h_2 \gamma$.

Kolbenreibung.

Der leichteren Uebersicht wegen drückt man gewöhnlich diese Reibung so wie auch die übrigen Nebenhindernisse durch das Gewicht einer Wassersäule aus, welche den Treibkolbenquerschnitt zur Grundfläche hat, und deren Höhe h_3 oder h_4 den Gefälleverlust ausdrückt, welcher der Kolbenreibung entspricht. Hiernach setzen wir also $R_1 = F h_3 \gamma$ und $R_2 = F H_4 \gamma$, also auch $F h_3 = \varphi \pi d b h_1$ und $F h_4 = \varphi \pi d b h_2$, oder $F = \frac{\pi d^2}{4}$ eingeführt, $\frac{d h_3}{4} = \varphi b h_1$ und $\frac{d h_4}{4} = \varphi b h_2$, hiernach die den Kolbenreibungen entsprechenden Gefälleverluste: $h_3 = 4 \varphi \frac{b}{d} h_1$ und $h_4 = 4 \varphi \frac{b}{d} h_2$.

Bringt man diese Höhen in Abzug, so erhält man für die mittlere Kraft beim Aufgange: $P_1 = F(h_1 - h_3)\gamma = \left(1 - 4 \varphi \frac{b}{d}\right) F h_1 \gamma$

und beim Niedergange: $P_2 = F(h_2 + h_4)\gamma = \left(1 + 4 \varphi \frac{b}{d}\right) F h_2 \gamma$,

daher die resultirende mittlere Leistung

$$L = \frac{n}{60}(P_1 - P_2)s = \frac{n}{60}\left((h_1 - h_2) - 4 \varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right) F s \gamma$$

$$= \left(h - 4 \varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right) Q \gamma.$$

Kolbenreibung. Ist die Steighöhe h_2 Null oder sehr klein, so läßt sich einfacher

$$L = \left(1 - 4\,\varphi \frac{b}{d}\right) Q h \gamma \text{ setzen.}$$

Man ersieht übrigens hieraus, daß der Arbeitsverlust wegen der Kolbenreibung um so größer ausfällt, je größer $\frac{h_1}{h}$ und $\frac{h_2}{h}$ ist, je tiefer also die Maschine steht und je höher das Wasser beim Austragen zurücksteigt.

Um diesen Arbeitsverlust möglichst herabzuziehen, soll man den Liderungskranz nicht unnöthig breit machen. Bei den bestehenden Maschinen liegt $\frac{b}{d}$ innerhalb der Grenzen 0,1 bis 0,2. Der Reibungscoefficient φ ist aber, so lange besondere Versuche hierüber nicht angestellt worden sind, nach Morin im Mittel 0,25 zu setzen. Dies vorausgesetzt, erhalten wir nun $4\varphi\frac{b}{d} = 0{,}1$ bis $0{,}2$; es verzehrt also hiernach die Kolbenreibung 10 bis 20 Procent von der ganzen disponiblen Arbeit.

Hydraulische Nebenhindernisse. §. 236. Ein anderer Arbeitsverlust der Wassersäulenmaschinen entspringt ferner aus der Reibung des Wassers in den Einfall- und Austrageröhren. Nach der in I. §. 364 vorgetragenen Theorie ist der dieser Reibung entsprechende Druckhöhenverlust, wenn ζ den Reibungscoefficienten bezeichnet, $h = \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$; auf die Einfallröhre angewendet aber $h_5 = \zeta \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ und auf die Austrageröhre bezogen: $h_6 = \zeta \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$. Nun ist aber das Wasserquantum $\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi d^2}{4} v$, also $d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2 = d^2 v$, oder $v_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 v$ und $v_2 = \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 v$, daher läßt sich setzen: $h_5 = \zeta \cdot \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$ und $h_6 = \zeta \cdot \frac{l_2 d^4}{d_2^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$, und es ist bei Geschwindigkeiten (v_1 oder v_2) von 5 bis 10 Fuß, $\zeta = 0{,}021$ bis $0{,}020$ zu setzen.

Um diese Widerstandshöhe herabzuziehen, hat man weite Einfall- und Austrageröhren anzuwenden und den Treibkolben langsam auf- und niedergehen zu lassen.

Die Bewegung des Wassers in den Röhren einer Wassersäulenmaschine ist insofern noch verschieden von der Bewegung des Wassers in einfachen Röhrenleitungen, als sich die Geschwindigkeit von jener unaufhörlich verändert, bald vernullt, bald zu-, bald abnimmt u. s. w., während die Geschwindigkeit in dieser immer eine und dieselbe bleibt. Aus diesem Grunde spielt denn auch bei einer Wassersäulenmaschine die Trägheit

des Wassers eine größere Rolle, als bei der Bewegung des Wassers in einfachen Leitungen. Um eine Masse M in die Geschwindigkeit v zu versetzen, ist bekanntlich die mechanische Arbeit $\frac{Mv^2}{2}$ zu verrichten, um also auch der Wassersäule in der Einfallröhre eine Geschwindigkeit v_1 zu ertheilen, ist, da dieselbe das Gewicht $F_1 l_1 \gamma$ hat, die mechanische Arbeit $F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ aufzuwenden. Wenn die Wassersäule durch den Steuerkolben erst nach vollbrachtem Spiele des Treibkolbens von diesem abgesperrt würde so ginge diese Arbeit nicht verloren, denn diese Säule würde dem Treibkolben während seiner Verzögerung und seines allmäligen Uebergehens zur Ruhe diese Arbeit zurückgeben, allein das Absperren des Kraftwassers von dem Treibkolben erfolgt, wenn auch gegen das Ende, jedoch noch während der Bewegung desselben, so daß der Treibkolben und die Wassersäule gleichzeitig zur Ruhe übergehen; es muß daher der Steuerkolben während der ersten Hälfte seines Aufganges der Wassersäule alle lebendige Kraft allmälig entziehen, indem er derselben durch allmälige Verengung des Querschnittes ein wachsendes Hinderniß in den Weg legt. Deshalb ist denn auch anzunehmen, daß die Arbeit der Trägheit: $F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ bei jedem Spiele verloren gehe. Hydraulische Neb n. hindernisse.

Führen wir noch $v_1 = \frac{d^2}{d_1^2} v$ und $F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$ ein, so erhalten wir für diese Arbeit den Ausdruck $\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$, daher die entsprechende mittlere Kraft während des ganzen Treibkolbenweges s,

$$= \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$$

und der entsprechende Gefäll- oder Druckhöhenverlust:

$$h_7 = \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ein auf gleiche Weise auszudrückender Verlust findet auch beim Rückgange des Treibkolbens statt, wo das Wasser genöthigt wird, mit der Geschwindigkeit v_2 auszutreten, und die am Anfange des Kolbenweges zu überwindende lebendige Kraft beim Ausgusse verloren geht und daher der Maschine ebenfalls entzogen wird. Der entsprechende Druckhöhenverlust ist daher $h_8 = \frac{d^2 l_2}{d_2^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Um beide Trägheitsverluste möglichst klein zu erhalten, ist daher nöthig, die Einfall- und Austrageröhre weit und beide möglichst kurz zu machen, ferner eine kleine Kolbengeschwindigkeit und einen großen Hub in Anwendung zu bringen.

Hydraulische Nebenhindernisse. Anmerkung. Um die nachtheiligen Wirkungen des Stoßes der, zumal bei der Gewichtssteuerung, zu schnell abgesperrten Wassersäule zu mäßigen oder ganz zu beseitigen, hat man an dem unteren Ende der Einfallröhre, nahe vor der Steuerung einen Windkessel (franz. réservoir à air; engl. air vessel) d. i. ein mit comprimirter Luft angefülltes cylindrisches Gefäß angebracht, wie man es z. B. an Feuerspritzen, von welchen erst später die Rede sein wird, vorfindet. Es nimmt hier die abgesperrte Luft die überflüssige lebendige Kraft des Wassers auf, indem sie von dieser zusammengedrückt wird, und es wird die Arbeit dieser Kraft durch das am Anfange des folgenden Spieles eintretende Sichwiederausdehnen der Luft beinahe wieder gewonnen, indem das hierbei wieder aus dem Windkessel herausgedrängte Wasser ziemlich unter dem hydrostatischen Drucke in den Treibcylinder tritt. In der Anwendung bei Maschinen mit hohem Gefälle hat sich gezeigt, daß sich die Luft im Windkessel mit dem Wasser vermengt und sich dadurch allmälig ganz aus demselben entfernt. Um aber dies zu verhindern, müßte entweder ein Kolben in diesen Kessel eingesetzt werden, welcher die Luft vom Wasser absperrt, oder es müßte eine kleine Luftpumpe angewendet werden, welche ununterbrochen Luft in den Kessel einführt und so den Abgang wieder ersetzt.

§. 237. Richtungs- und Querschnittsveränderungen in den einzelnen Röhren und Kanälen einer Wassersäulenmaschine sind die weiteren Ursachen von den Arbeitsverlusten dieser Maschine. Diese Verluste lassen sich theils nach den bekannten und in I. Abschnitt VI. Kap. I. und II. gefundenen Regeln der Hydraulik, theils mit Hülfe der Resultate besonders hierüber angestellter Versuche (Siehe polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1851, Lieferung 4.) bestimmen.

In den Einfall- und Austrageröhren befinden sich gekrümmte Kniestücke, worin gewöhnlich die Richtung des bewegten Wassers um einen Rechtwinkel abgelenkt wird. Ist r die halbe Weite der Röhre und a der Krümmungshalbmesser der Axe ihres Kropfes, so entspricht dem letzteren nach I. §. 376 der Widerstandscoefficient

$$\zeta_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{r}{a}\right)^{7/2},$$

und ist nun bei Geschwindigkeit v_1 des durchströmenden Wassers der Druckhöhenverlust $= \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, also für einen Krümmling in der Einfallröhre

$$h_9 = \zeta_1 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für einen solchen in der Austrageröhre

$$h_{10} = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2y}.$$

Beim Ein- und Austritt des Wassers in und aus dem Steuercylinder wird die Richtung des Wassers durch ein Knie plötzlich um einen Rechtwinkel abgelenkt, es findet daher hier nach I. §. 375 ein Druckhöhenver-

lust $\zeta_2 \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}984 . \frac{v_1^2}{2g}$, also nahe $= \frac{v_1^2}{2g}$ statt; der Allgemeinheit wegen möge jedoch für den Eintritt aus der Einfallröhre in den Steuercylinder die Widerstandshöhe Hydraulische Nebenhindernisse.

$$h_{11} = \zeta_2 \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}$$

und für den Austritt aus dem Steuercylinder in das Austragerohr

$$h_{12} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} = \zeta_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}$$

gesetzt werden.

Für den Uebertritt des Wassers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr ist nach den oben angeführten Versuchen der Widerstandscoefficient $\zeta_3 = 5$ und für Uebertritt aus dem Communicationsrohre in den Steuercylinder ist derselbe $\zeta_4 = 34{,}5$. Ist nun d_3 der Durchmesser des Steuercylinders unmittelbar beim Steuerkolben, so hat man für den Uebergang des Wassers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr die Widerstandshöhe

$$h_{13} = \zeta_3 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} = 5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g},$$

und umgekehrt für den Uebertritt aus diesem Rohre in den Steuercylinder

$$h_{14} = \zeta_4 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g} = 34{,}5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}.$$

Endlich ist für den Eintritt in den Treibcylinder nach den besonders zu diesem Zwecke angestellten Versuchen $\zeta_5 = 31$, und dagegen für den Austritt aus demselben $\zeta_6 = 26$; folglich für jenen die verlorene Druckhöhe

$$h_{15} = \zeta_5 . \frac{v^2}{2g} = 31 . \frac{v^2}{2g}, \text{ und für diesen dieselbe}$$

$$h_{16} = \zeta_6 \cdot \frac{v^2}{2g} = 26 . \frac{v^2}{2g}.$$

Um überhaupt die Verluste durch plötzliche Geschwindigkeitsveränderungen zu vermindern, hat man den Communicationsröhren und dem Theile des Steuercylinders, durch welchen das Betriebswasser hin- und zurückgeht, mit der Einfall- und Austrageröhre einerlei Querschnitt zu geben, oder wenigstens jene Röhren u. s. w. durch ein sich allmälig erweiterndes Rohr mit diesen in Verbindung zu setzen.

Besondere Arbeits- oder Druckhöhenverluste werden noch durch die in Hähnen oder Drosseln bestehenden Regulirungsapparate oder Pipen herbeigeführt. Dieselben sind durch die Formel $h = \zeta_7 \cdot \frac{v^2}{2g}$ zu bestimmen, und die Coefficienten ζ_7 (h_8) hängen vom Stellwinkel der Pipe ab und

Hydraulische Nebenhindernisse. sind aus den Tabellen in I. §. 377 zu entnehmen. Hiernach ist also für den Aufgang des Treibkolbens: $h_{17} = \zeta_7 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$ und für den Rückgang $h_{18} = \zeta_8 \cdot \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Durch Stellung der Regulirungspipe kann man dem Widerstandscoefficienten jeden beliebigen, zwischen 0 und ∞ enthaltenden Werth ertheilen, daher auch jeden Ueberschuß an Kraft tödten und die Geschwindigkeit des Auf- und Niederganges nach Willkür oder Bedürfniß mäßigen.

Leistungsformel. §. 238. Wenn wir vor der Hand die Steuerung unbeachtet lassen, so können wir nun eine Formel zur Bestimmung der Nutzleistung einer Wassersäulenmaschine zusammensetzen. Die mittlere Kraft beim Aufgange des Kolbens ist

$$P = [h_1 - (h_3 + h_5 + h_7 + h_9 + h_{11} + h_{13} + h_{15} + h_{17})]\, F\gamma,$$

und die Last beim Rückgange:

$$P_1 = (h_2 + h_4 + h_6 + h_8 + h_{10} + h_{12} + h_{14} + h_{16} + h_{18})\, F\gamma,$$

folglich die Leistung für ein vollständiges Kolbenspiel

$$(P - P_1)\, s = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4 + \ldots + h_{18})]\, Fs\gamma$$

und die Leistung pr. Sec.:

$$L = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4 + \ldots + h_{18})] \cdot \frac{n}{60} \cdot Fs\gamma.$$

Setzen wir noch

$$\zeta \frac{l_1 d^4}{d_1^5} + \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 + \zeta_3 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 + \zeta_7 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4,$$

oder

$$\left[\zeta \frac{l_1}{d_1} + \frac{d_1^2 l_1}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 + \zeta_7\right] \left(\frac{d}{d_1}\right)^4,$$

$$= \varkappa_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \text{ und}$$

$$\zeta \frac{l_2 d^4}{d_2^5} + \frac{d^2 l_2}{d_2^2 s} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 + \zeta_4 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 + \zeta_8 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4,$$

oder

$$\left[\zeta \frac{l_2}{d_2} + \frac{d_2^2 l_2}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 + \zeta_8\right] \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 = \varkappa_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4$$

so können wir sehr einfach und übersichtlich die Leistung ausdrücken:

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \left[\varkappa_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\right)\right] \cdot \frac{n}{60}\, Fs\gamma.$$

Wegen der größeren Länge der Einfallröhre fällt $\varkappa_1$ meist größer aus, als $\varkappa_2$, und deshalb macht man denn auch gewöhnlich die Aufgangszeit t_1 größer, als die Niedergangszeit t_2.

Läßt man beide in dem Verhältnisse $\frac{t_1}{t_2} = \nu$, z. B. $^2/_1$ stehen, so hat Leistungsformel.
man $t_1 = \frac{\nu}{\nu+1} \cdot \frac{60''}{n}$ und $t_2 = \frac{1}{\nu+1} \cdot \frac{60''}{v}$; und behält man für v die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Spieles $\frac{2s}{t_1+t_2} = \frac{2ns}{60''}$ bei, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit beim Aufgange

$$= \frac{s}{t_1} = \frac{\nu+1}{\nu} \cdot \frac{ns}{60} = \frac{\nu+1}{\nu} \cdot \frac{v}{2},$$

dagegen die beim Niedergange

$$= \frac{s}{t_2} = (\nu + 1) \cdot \frac{ns}{60} = (\nu + 1) \cdot \frac{v}{2},$$

folglich läßt sich allgemeiner ausdrücken die **Leistung**:

$$L = \Big[h - \Big(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \Big[\varkappa_1 \Big(\frac{\nu+1}{2\nu}\Big)^2 \Big(\frac{d}{d_1}\Big)^4 + \varkappa_2 \Big(\frac{\nu+1}{2}\Big)^2 \Big(\frac{d}{d_2}\Big)^4\Big] \frac{v^2}{2g}\Big)\Big] \cdot \frac{n}{60} Fs\gamma,$$

oder $\frac{n}{60} \cdot Fs = Q$ eingesetzt,

$$L = \Big[h - \Big(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \Big[\varkappa_1 \Big(\frac{1}{\nu}\Big)^2 \Big(\frac{d}{d_1}\Big)^4 + \varkappa_2 \Big(\frac{d}{d_2}\Big)^4\Big] \Big(\frac{\nu+1}{2}\Big)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\Big)\Big] Q\gamma,$$

oder $v = \frac{2Q}{F} = \frac{8Q}{\pi d^2}$ eingesetzt,

$$L = \Big(h - \Big[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \Big(\frac{\varkappa_1}{\nu^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{d_2^4}\Big) \Big(\frac{\nu+1}{2}\Big)^2 \cdot \frac{1}{2g} \cdot \Big(\frac{8Q}{\pi}\Big)^2\Big]\Big) Q\gamma.$$

Bei einer doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine ist natürlich auch die Arbeit doppelt.

Diese Formel führt sehr gut vor Augen, daß die Nutzleistung einer Wassersäulenmaschine um so größer ausfällt, je größer d, d_1 und d_2 ist, je weiter also sämmtliche Cylinder und Röhren sind. Auch läßt sich durch den höheren Calcül finden, daß die Leistung bei gegebener Anzahl von Spielen am größten ausfällt, oder die Nebenhindernisse am kleinsten werden, wenn $\frac{\varkappa_1}{\nu^3 d_1^4} = \frac{\varkappa_2}{d_2^4}$, d. i. wenn $\nu = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_2^4}{\varkappa_2 d_1^4}}$ ist. Wäre z. B. $d_2 = d_1$ und $\varkappa_1 = 8\varkappa_2$, so würde $\nu = \sqrt[3]{8} = 2$ betragen, also die Aufgangszeit noch einmal so groß sein müssen, als die Niedergangszeit. Bei Anwendung eines an die Treibkolbenstange angeschlossenen Balanciers läßt sich dieses Verhältniß ν zwischen der Auf- und Niedergangszeit leicht durch Zu-

Leistungsformel. legen und Abnehmen von Gewichten u. s. w. bewirken. Das Reguliren der Zeiten durch die Pipen in der Einfallröhre und in der Austrageröhre hingegen erfolgt stets nur auf Unkosten der Nutzleistung, da diese Apparate einen durch ζ_7 gemessenen Kraftverlust hervorbringen, der um so größer ausfällt, je mehr diese Pipen zugedreht werden.

Ist die geforderte Arbeit kleiner, als die Nutzleistung der Wassersäulenmaschine, so muß natürlich der Ueberschuß an Arbeit ebenfalls durch Stellung der Pipen vernichtet werden.

Beispiel. Man soll für ein Gefälle h von 350 Fuß und für ein Wasserquantum $Q = 1$ Cubikfuß pro Secunde die Anordnung und Berechnung einer einfachwirkenden einstiefeligen Wassersäulenmaschine vollziehen. Lassen wir den Treibkolben mit der mittleren Geschwindigkeit $v = 1$ Fuß auf- und niedersteigen, so haben wir für dessen Querschnitt den Inhalt

$$F = \frac{2Q}{v} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2 \text{ Quadratfuß},$$

und lassen wir das Wasser in den Einfall- und Ausgußröhren mit $v_1 = v_2 = 5$ Fuß mittlerer Geschwindigkeit sich bewegen, so haben wir für den Querschnitt dieser Röhren:

$$F_1 = \frac{2Q}{v_1} = {}^2/_5 = 0{,}4 \text{ Quadratfuß}.$$

Hiernach folgt der Durchmesser des Treibkolbens:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} = 1{,}5958 \text{ Fuß},$$

und der der Einfall- und Austrageröhren:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}6}{\pi}} = 0{,}71364 \text{ Fuß}.$$

Der Einfachheit und Sicherheit wegen wollen wir aber $d = 20$ Zoll, und $d_1 = 9$ Zoll in Anwendung bringen.

Wenn wir der Ausgleichung des Stangengewichtes wegen u. s. w. das Ausgußrohr 50 Fuß hoch über dem mittleren Kolbenstande aufsteigen lassen, also $h_2 = 50$ Fuß annehmen, so bekommen wir $h_1 = h + h_2 = 400$ Fuß. Nehmen wir ferner an, daß die Axenlänge l_1 der Einfallröhre 450, die der Ausgußröhre aber, also l_2, nur 66 Fuß betrage. Bei 20 Zoll Kolbendurchmesser bekommen wir

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{25}{9} = 2{,}182 \text{ Quadratfuß, daher}$$

$$v = \frac{2Q}{F} = \frac{2}{2{,}182} = 0{,}9166 \text{ Fuß}.$$

Rechnen wir nun noch auf 4 Spiele pro Minute, so erhalten wir den Hub

$$s = \frac{60\,v}{2n} = \frac{60 \cdot 0{,}9166}{8} = 6{,}8745 \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir ferner die Breite b des Liderungskranzes am Treibkolben $= {}^1/_8\, d = 2^1/_2$ Zoll an, so bekommen wir zunächst die durch Treibkolbenreibung aufgezehrte Druckhöhe

$$4\,\varphi\,\frac{b}{d}\,(h_1 + h_2) = 4 \cdot 0{,}25 \cdot {}^1/_8\,(400+50) = \frac{450}{8} = 56{,}25 \text{ Fuß}.$$

und es bleibt nach Abzug der Kolbenreibung nur noch das nutzbare Gefälle oder die Druckhöhe Leistungsformel.

$$h - 4\varphi \frac{b}{d} (h_1 + h_2) = 350 - 56,25 = 293,75 \text{ Fuß übrig}$$

Um nun die hydraulischen Widerstände zu finden, müssen wir zunächst die Coefficienten x_1 und x_2 berechnen. Es ist der eine, für die Einfallröhre,

$$x_1 = \zeta \frac{l_1}{d_1} + \frac{d_1^2 l_1}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 + \zeta_7,$$

und der andere, für die Austrageröhre,

$$x_2 = \zeta \frac{l_2}{d_2} + \frac{d_2^2 l_2}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 + \zeta_8,$$

hierein aber zu setzen:

$$\zeta = 0,021, \quad \frac{l_1}{d_1} = \frac{450}{3/4} = 600, \quad \frac{l_2}{d_2} = \frac{66}{3/4} = 88,$$

daher $\zeta \frac{l_1}{d_1} = 0,021 \,.\, 600 = 12,6$, und $\zeta \frac{l_2}{d_2} = 0,021 \,.\, 88 = 1,85$,

ferner $\frac{d_1^2 l_1}{d^2 l} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 . \frac{450}{6,87} = 13,26$ und $\frac{d_2^2 l_2}{d^2 l} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 . \frac{66}{6,87} = 1,94.$

Nimmt man ferner an, daß sowohl in der Einfallröhre als auch in der Austrageröhre eine Krümmung vorkommt, deren Radius $a = 4r$, für welche also $\frac{r}{a} = 1/4$ ist, so hat man den entsprechenden Widerstandscoefficienten

$$\zeta_1 = 0,131 + 1,847 \,.\, \left(\frac{1}{4}\right)^{7/2} = 0,15.$$

Nehmen wir ferner an, daß die Einfall- und Austrageröhre mit dem Steuercylinder durch ein rechtwinkeliges Knie verbunden sind, so haben wir noch für beide Röhren $\zeta_2 = 0,984$ zu setzen, und ist der Querschnitt des Steuercylinders doppelt so groß, als der der Einfall- und Austrageröhre, so haben wir $d_3^2 = 2\,d_1^2 = 2\,d_2^2$ und daher

$$\zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ und } \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 = \frac{34,5}{4} = 8,62.$$

Endlich ist noch

$$\zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 = 31 \left(\frac{9}{20}\right)^4 = 1,27 \text{ und}$$

$$\zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 = 26 \left(\frac{9}{20}\right)^4 = 1,07,$$

und sind daher die Stellhähne in der Einfall- und in der Austrageröhre völlig geöffnet, ist also ζ_7 und $\zeta_8 = 0$, so hat man

$$x_1 = \left\{\begin{matrix} 12,60 \\ 13,26 \\ 0,15 \\ 0,98 \\ 1,25 \\ 1,27 \end{matrix}\right\} = 29,51 \quad \text{und} \quad x_2 = \left\{\begin{matrix} 1,85 \\ 1,94 \\ 0,15 \\ 0,98 \\ 8,62 \\ 1,07 \end{matrix}\right\} = 14,61,$$

und hiernach das dem vortheilhaftesten Gange entsprechende Verhältniß der Aufgangszeit zur Niedergangszeit

$$\nu = \sqrt[3]{\frac{x_1}{x_2}} = \sqrt[3]{\frac{29,51}{14,61}} = 1,264.$$

Leistungsformel. Durch Einführung dieser Werthe erhält man die Höhe der arbeitenden Kraftsäule:

$$h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \left(\frac{x_1}{\nu^2 d_1^4} + \frac{x_2}{d_2^4}\right)\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g}\left(\frac{8Q}{\pi}\right)^2\right]$$

$$= h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_1) + \left(\frac{x_1}{\nu^2} + x_2\right)\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{8Q}{\pi d_1^2}\right)^2\right]$$

$$= 293{,}75 - \left(\frac{29{,}51}{1{,}59} + 14{,}61\right)\left(\frac{2{,}264}{2}\right)^2 . 0{,}016 . \left(\frac{8 . 16}{9\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - (18{,}55 + 14{,}61) . 1{,}281 . 0{,}016 . \left(\frac{128}{9\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - 33{,}16 . 0{,}0205 . \left(\frac{128}{9\pi}\right)^2 = 293{,}75 - 13{,}93 = 279{,}82 \text{ Fuß.}$$

Hiernach folgt der Wirkungsgrad dieser Maschine, ohne Rücksicht auf die Arbeit, welche die Steuerung beansprucht,

$$\eta = \frac{279{,}82}{350} = 0{,}799,$$

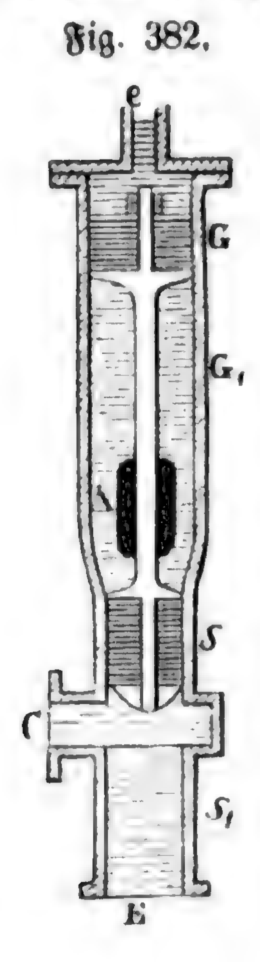
und die Nutzleistung

$$L = Q\left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_1) + \text{u.s.w.}\right)\right]\gamma = 279{,}82 . 1 . 66$$

$$= 18468 \text{ Fußpfund} = 86{,}2 \text{ Pferdekräfte.}$$

Berechnung der Steuerung. §. 239. Ein sehr wichtiger Gegenstand ist noch die **Anordnung** und **Berechnung** der **Steuerung** einer Wassersäulenmaschine. Da bei den neueren und besseren Maschinen vorzüglich nur die Kolbensteuerung vorkommt, so wollen wir in Folgendem auch nur auf diese Rücksicht nehmen. Betrachten wir zunächst das **Zweikolbensteuersystem**, wie es bei einigen hiesigen Maschinen vorkommt, und in Fig. 382 abgebildet ist; nehmen wir hierbei an, daß der Steuerkolben S von unten mit der mittleren Druckhöhe h_1, von oben aber mit der mittleren Druckhöhe h_2 vom Wasser gedrückt werde, und bezeichnen wir die Höhe des Gegenkolbens G über dem Steuerkolben S durch e, daher auch die Höhe des Wasserdruckes unter $G = h_2 - e$ und die über G, je nachdem das Druckwasser zugelassen oder abgesperrt wird, $= h_1 - e$ oder $h_2 - e$. Nehmen wir noch den Durchmesser des Steuerkolbens S, $= d_1$ und den des Gegenkolbens, $= d_2$, und setzen wir voraus, daß die Liderung beider Kolben aus über einander liegenden Lederscheiben bestehe, und ziemlich von einer und derselben Höhe sei.

Fig. 382.



Steht nun die Steuerkolbenverbindung oben, wie auch Fig. 382 anzeigt, so soll das Zulassen des Kraftwassers über G ein Niedergehen der Kolbenverbindung bewirken, es muß also die Differenz der Wasserdrücke auf S und G in Vereinigung mit dem Ge-

wichte R der Kolbenverbindung die Reibungen der beiden Kolben S und G übertreffen. Der Druck über G ist Berechnung der Steurung.

$= \frac{\pi\, d_2^2}{4} (h_1 - e)\, \gamma$ und der Gegendruck unter $G, = \frac{\pi\, d_2^2}{4}\ (h_2 - e)\, \gamma$,

ferner der Druck über $S = \frac{\pi\, d_1^2}{4}\ h_2 \gamma$ und der Gegendruck unter S

$= \frac{\pi\, d_1^2}{4}\ h_1 \gamma$. daher folgt dann zunächst die niedertreibende Kraft

$$P = \frac{\pi\, d_2^2}{4} (h_1 - e - h_2 + e)\gamma + \frac{\pi\, d_1^2}{4} (h_2 - h_1)\, \gamma + R$$

$$= \frac{\pi}{4}\ (d_2^2 - d_1^2)\ (h_1 - h_2)\ \gamma + R,$$

oder das Gefälle $h_1 - h_2$ durch h bezeichnet, $P = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)\, h\gamma + R$. Die Kolbenreibung hat man, wenn sie auch keine hydrostatische ist, dem Kolbenumfang und der Differenz der Druckhöhen zu beiden Seiten des Kolbens proportional zu setzen, also durch die Formel $F = \varphi \pi\, d\, h\, \gamma$ auszudrücken und folglich im vorliegenden Falle

$P = \varphi\pi \big(d_1 (h_1 - h_2) + d_2 [h_1 - e - (h_2 - e)]\big)\, \gamma = \varphi\pi\, (d_1 + d_2)\, h\gamma$ anzunehmen. Deshalb gilt denn folgende Formel:

$\frac{\pi}{4}\ (d_2^2 - d_1^2)\ h\gamma + R = \varphi\pi\ (d_1 + d_2)\ h\gamma$, oder vereinfacht,

$$1)\ d_2^2 - d_1^2 + \frac{4\,R}{\pi\, h\, \gamma} = 4\,\varphi\ (d_1 + d_2).$$

Soll hingegen die Kolbenverbindung nach Absperren des Druckwassers über G von ihrem tiefsten Stande aus emporsteigen, so muß der Ueberschuß der Differenz der Kolbendrücke auf S allein das Gewicht der Kolbenverbindungen und die Reibungen derselben übertreffen, weil sich hier die Drücke zu beiden Seiten von G aufheben, es muß also sein

$\frac{\pi}{4}\ d_1^2\ (h_1 - h_2)\ \gamma = R + \varphi\pi\ (d_1 + d_2)\ h\gamma$, oder einfacher

$$2)\ d_1^2 - \frac{4\,R}{\pi\, h\, \gamma} = 4\,\varphi\ (d_1 + d_2).$$

Diese Formeln können nun dazu dienen, die beiden Kolbendurchmesser d_1 und d_2 zu berechnen. Ohne Rücksicht auf R, was bei großen Druckhöhen auch stets nur einen sehr unbedeutenden Einfluß hat, ist

$d_2^2 - d_1^2 = 4\,\varphi\ (d_1 + d_2)$ und $d_1^2 = 4\,\varphi\ (d_1 + d_2)$, daher $d_2^2 - d_1^2 = d_1^2$, oder $d_2^2 = 2\, d_1^2$ und sonach der Durchmesser des Gegenkolbens: $d_2 = d_1 \sqrt{2} = 1{,}414\ d_1$, also ungefähr $7/5$mal Durchmesser des Steuerkolbens, der sich aus der ersten Gleichung $d_2^2 - d_1^2$

Berechnung der Steuerung. $= 4\varphi\,(d_1 + d_2)$ oder $d_2 - d_1 = 4\varphi$ bestimmt, wenn man hierin $d_2 = d_1\sqrt{2}$ einsetzt.

Man erhält so $d_1 = \frac{4\varphi}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1) . 4\varphi = 2{,}414 . 4\varphi$ und $d_2 = 3{,}414 . 4\varphi$.

Mit Berücksichtigung der Kolbengewichte ist aber annähernd, jedoch genügend genau $d_2 = \sqrt{2d_1^2 - \frac{8R}{\pi h \gamma}} = d_1\sqrt{2} - \frac{4R}{\pi h \gamma d_1 \sqrt{2}}$ $= d_1\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\varphi \pi h \gamma \sqrt{2}}$, daher folgt aus der ersten Gleichung

$$d_2 - d_1 = 4\varphi - \frac{4R}{\pi h \gamma (d_1 + d_2)}, \text{ d. i.}$$

$$(\sqrt{2}-1)\,d_1 = 4\varphi + \frac{(\sqrt{2}-1)}{\varphi \pi h \gamma \sqrt{2}} R - \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\varphi \pi h \gamma (1+\sqrt{2})}, \text{ d. i.}$$

$$d_1 = (\sqrt{2}+1)\,4\varphi + \frac{(2-\sqrt{2})R}{2\varphi \pi h \gamma} \text{ und}$$

$$d_2 = (\sqrt{2}+2)\,4\varphi + \frac{(3\sqrt{2}-4)R}{2\varphi \pi h \gamma}.$$

Der Sicherheit wegen macht man beide Durchmesser noch etwas größer, und tödtet die überflüssige Kraft beim zu schnellen Steuerkolbenspiele durch die schon aus dem Früheren bekannten Regulirungshähne. Den bestehenden besseren Maschinen zufolge kann man übrigens 4φ nur 0,1, also $\varphi = 1/_{40}$ annehmen. Um beim Durchgange des Kraftwassers durch den Steuercylinder möglichst kleine hydraulische Hindernisse zu erhalten, giebt man diesem Cylinder an dieser Stelle gern denselben Querschnitt wie den Communications- und Einfallröhren, und wenn nun die Formeln einen Durchmesser d_1 geben, welcher kleiner ist als der Durchmesser der Einfallröhren, so ist gleich im Voraus darauf zu rechnen, daß eine überflüssige Kraft entsteht, die durch die Stellhähne weggenommen werden muß.

Beispiel. Es sei für die Steuerung einer Wassersäulenmaschine von 400 Fuß Gefälle das Zweikolbensystem anzuordnen, dessen Gewicht man im Voraus auf 150 Pfund schätzt. Ohne Rücksicht auf dieses Kolbengewicht hat man die Durchmesser

$d_1 = 2{,}414 . 4\varphi = 2{,}414 . 0{,}1 = 0{,}2414$ Fuß $= 2{,}897$ Zoll

und $d_2 = 3{,}414 . 0{,}1 = 0{,}3414$ Fuß $= 4{,}097$ Zoll;

mit Berücksichtigung dieses Gewichtes aber

$$d_1 = 0{,}2414 + \frac{0{,}586 . 150}{0{,}05 . 400 . 66\,\pi} = 0{,}2414 + \frac{0{,}586}{8{,}8 . \pi} = 0{,}2114 + 0{,}0212$$
$$= 0{,}2626 \text{ Fuß} = 3{,}151 \text{ Zoll und}$$

$$d_2 = 0{,}3414 + \frac{0{,}243 . 150}{0{,}05 . 400 . 66\,\pi} = 0{,}3414 + 0{,}0087 = 0{,}3501 \text{ Fuß} = 4{,}202 \text{ Zoll}.$$

Hinreichend sicher geht man, wenn man nun die Durchmesser $d_1 = 3\frac{1}{2}$ Zoll und $d_2 = 5$ Zoll in Anwendung bringt. Bei diesem kleinen Gegenkolben ist

allerdings nur ein kleines Steuerwasserquantum nöthig, dafür findet aber auch das Wasser bei seinem Durchgange durch den Steuercylinder ein größeres hydraulisches Hinderniß vor. Nimmt man deshalb $d_1 = 6$ Zoll, so muß man allerdings d_2 mindestens $= d_1 \sqrt{2} = 1{,}414 \,.\, 6 = 8{,}484$ Zoll, also etwa $8^3/_4$ bis 9 Zoll machen, und die überflüssigen Kräfte beim Auf- und Niedergang durch die Stellhähne vernichten. Berechnung der Steuerung.

§. 240. Bei dem Dreikolbensysteme ist der Gang der Rechnung im Ganzen nicht von dem Vorigen verschieden, nur hat man hier den Vortheil, daß man den einen Kolbendurchmesser beliebig, z. B. den eigentlichen Steuerkolbendurchmesser so groß annehmen kann, als die Einfallröhre weit ist. Die Steuerung bei der in Fig. 379 abgebildeten zweistiefeligen Wassersäulenmaschine wird hiernach auf folgende Weise zu berechnen sein. Bezeichnen wir den Durchmesser des unteren oder ersten Steuerkolbens durch d_1, den des zweiten durch d_2 und den des oben aufsitzenden Gegenkolben durch d_3, so können wir wegen des Niederganges setzen:

$$1)\ d_1^2 - d_2^2 + d_3^2 + \frac{4\,R}{\pi\, h\, \gamma} = 4\,\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3),$$

und wegen des Aufganges:

$$2)\ d_2^2 - d_1^2 - \frac{4\,R}{\pi\, h\, \gamma} = 4\,\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Aus d_1 läßt sich nun mit Hülfe dieser Formeln d_2 und d_3 berechnen. Der Sicherheit und der hydraulischen Hindernisse wegen nimmt man aber d_2 noch etwas größer an, als sich aus diesen Formeln berechnen läßt. Führt man diesen Werth in die Formel $2\,(d_1^2 - d_2^2) + d_3^2 + \frac{4R}{\pi\, h\, \gamma} = 0$ ein, so erhält man den Werth des Durchmessers vom dritten Kolben:

$d_3 = \sqrt{2\,(d_2^2 - d_1^2) - \frac{8R}{\pi\, h\, \gamma}}$, den man aus den eben angeführten Gründen ebenfalls sehr reichlich nimmt.

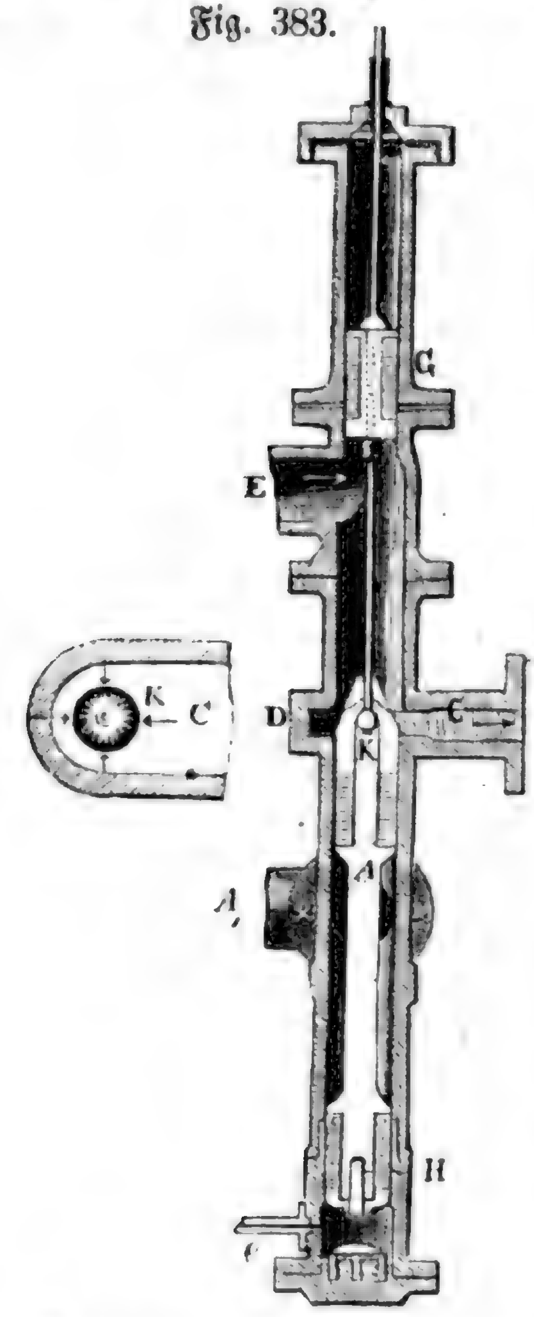
Für die Steuerung der in Fig. 381 abgebildeten Wassersäulenmaschine lassen sich folgende Formeln entwickeln. Es bezeichnet h_1 die mittlere Höhe der Kraft- und h_2 die der Lastwassersäule, d_1 aber den Durchmesser des Steuerkolbens, d_2 den des Gegenkolbens und d_3 den Durchmesser seines gleichsam einen dritten Kolben bildenden Aufsatzes. Es ist dann die Kraft beim Niedergange: $\frac{\pi}{4}\,[d_1^2(h_1 - h_2) + (d_2^2 - d_3^2)\,h_1 - d_2^2 h_1]\,\gamma + R$, und die des Aufganges: $\frac{\pi}{4}\,[d_2^2 h_1 - (d_2^2 - d_3^2)\,h_2 - d_1^2\,(h_1 - h_2)]\,\gamma - R$; daher

$$1)\ d_1^2 - \frac{h_1}{h}\, d_3^2 + \frac{4\,R}{\pi\, h\, \gamma} = 4\,\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)$$ und

Berechnung der Steuerung.

$$2)\ d_2^2 - d_1^2 + \frac{h_2}{h}\,d_3^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Fig. 383.



Hat man d_1 gegeben, so kann man hiernach d_2 und d_3 berechnen, muß aber aus bekannten Gründen für d_2 einen etwas größeren, sowie für d_3 einen etwas kleineren Werth in Anwendung bringen. Uebrigens rechnet man leichter mit den Formeln

$$1)\ d_2^2 - d_3^2 = 8\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)$$

und

$$2)\ d_2^2 + \left(\frac{h_1 + h_2}{h}\right) d_3^2 = 2d_1^2 + \frac{8R}{\pi h \gamma}.$$

Für die in Figur 383 abgebildete und bereits oben im Allgemeinen kennen gelernte Steuerung einer Clausthaler Wassersäulenmaschine hat man endlich, wenn d_1 den Durchmesser des Steuerkolbens, d_2 den Durchmesser des oberen oder Gegenkolbens und d_3 den des unteren oder Wendekolben bezeichnet, die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_1^2\,(h_1 - h_2) - d_2^2 h_1)]\,\gamma + R,$$

und hingegen beim Aufgange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_3^2\,(h_1 - h_2) - d_1^2\,(h_1 - h_2) + d_2^2 h_1]\,\gamma - R;$$ daher

$$1)\ d_1^2 - \frac{h_1}{h}\,d_2^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)$$ und

$$2)\ d_3^2 - d_1^2 + \frac{h_1}{h}\,d_2^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Beispiel. Wenn bei der letzten Maschine die Druckhöhen $h_1 = 688$ Fuß, und $h_2 = 76$ Fuß betragen, das Gewicht R der Kolbenverbindung aber 170 Pfund und der Steuerkolbendurchmesser $d_1 = \frac{1}{2}$ Fuß angenommen wird, so ergeben sich die Durchmesser der übrigen Kolben auf folgende Weise.

Es ist $d_3^2 = 8\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)$ und auch $= 2d_1^2 - \frac{2h_1}{h}\,d_2^2 + \frac{8R}{\pi h \gamma}$, oder in Zahlen, $d_3^2 = 0{,}2\,(0{,}5 + d_2 + d_3)$ und $= 0{,}5 - 2{,}248\,d_2^2 + 0{,}0107$. Nimmt man nun $d_2 = 0{,}3$ Fuß an, so erhält man ein Mal $d_3^2 = 0{,}5107 - 0{,}2023 = 0{,}3084$, also $d_3 = 0{,}555$ und hiernach das zweite Mal $d_3^2 = 0{,}2\ .\ 1{,}355$

$= 0,2710$, d. i. $d_3 = 0,5205$, nimmt man aber $d_2 = 0,33$, so erhält man $d_3^2 = 0,5107 - 0,2448 = 0,2659$, also $d_3 = 0,516$, und auch $d_3^2 = 0,2 . 1,346 = 0,2692$, also $d_3 = 0,519$. Hiernach wäre $d_2 = 0,33 . 12 = 3,96$, also circa 4 Zoll und $d_3 = 0,52 . 12 = 6,24$, also circa $6^1/_4$ Zoll zu nehmen. In Wirklichkeit ist $d_2 = 4$ Zoll 1,6 Linien und $d_3 = 5$ Zoll $9^2/_3$ Linien; woraus geschlossen werden kann, daß hier 4φ noch etwas kleiner als 0,1 ist. Berechnung der Steuerung.

Anmerkung. Um genauer zu rechnen, müßte man noch den Querschnitt der Steuerkolbenstange in Betracht ziehen.

§. 241. Das **Steuerwasserquantum** oder das Wasser, welches zur Bewegung der Steuerkolbenverbindung verwendet wird, giebt zu einem besonderen Arbeitsverluste oder zur Herabziehung des Wirkungsgrades Veranlassung, weil es dem eigentlichen Betriebswasser entzogen wird. Man soll es daher auch so viel wie möglich herabziehen und deshalb nicht nur den Gegenkolbendurchmesser d_3, sondern auch den Weg des Steuerkolbens möglichst klein machen. Dieser Weg hängt aber von der Höhe des Steuerkolbens und von der Höhe der Communicationsröhre, und erstere wieder von der letzteren ab; aus diesem Grunde hat man also die Communicationsröhre, welche den Steuercylinder mit dem Treibcylinder verbindet, möglichst niedrig zu machen, und das Fehlende lieber an Breite zuzusetzen. Deshalb ist denn auch diese Röhre gewöhnlich rectangulär im Querschnitte und hat mit dem Treibcylinder einerlei Weite d. Soll der Querschnitt dieser Röhre dem der Einfallröhre gleich sein, so hat man $a d = \frac{\pi d_1^2}{4}$, folglich die Höhe der Communicationsröhre, $a = \frac{\pi d_1^2}{4 d}$ zu nehmen. Damit der Steuerkolben beim halben Hube richtig abschließe, macht man ihn dreimal so hoch, als die Röhre, nimmt also dessen Höhe $a_1 = 3a$, deshalb ist der Steuerkolbenweg selbst: $s_1 = a_1 + a = 3a + a = 4a$, und das pro Spiel verbrauchte Steuerwasserquantum $= \frac{\pi d_3^2}{4} s_1 = \pi a d_3^2$. Steuerwasser.

Macht nun die Maschine pr. Min. n Spiele, so ist das pr. Secunde verbrauchte Steuerwasserquantum $Q_1 = \frac{n s_1}{60} . \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{n a}{60} \pi d_3^2$, und daher der entsprechende Verlust an Leistung:

$$L_1 = \frac{n s_1}{60} . \frac{\pi d_3^2}{4} . h\gamma = \frac{s_1}{s} \left(\frac{d_3}{d}\right)^2 L.$$

Es wird also dieser Verlust um so kleiner, je weniger Spiele die Maschine macht, je größer also der Treibkolbenhub s ist.

Was endlich noch die äußere und die Hülfssteuerung anlangt, so ist die Kraft, welche die Bewegung desselben beansprucht, so klein, daß wir dieselbe recht gut außer Acht lassen oder uns wenigstens mit deren Abschätzung begnügen können. Ueber die hierbei vorkommende Umsetzung der

Steuerwasser. Bewegung wird aber später an einem anderen Orte, wenn von den Zwischenmaschinen die Rede ist, ausführlich gehandelt.

Beispiel. Wenn bei der im Beispiele zu §. 238 berechneten Wassersäulenmaschine ein Steuerkolben von 9 Zoll Durchmesser und daher ein Gegenkolben von $9\sqrt{2} = 13$ Zoll angewendet wird, wenn ferner die Communicationsröhre die Höhe $a = \frac{\pi d_1^2}{4d} = \frac{9^2\pi}{4.20} = \frac{81\pi}{80} = 3{,}18$ Zoll, und deshalb der Steuerkolben die Höhe $a_1 = 3a = 9{,}54$ Zoll erhält, und sein Spiel den Hub $s_1 = a_1 + a = 12{,}72$ Zoll $= 1{,}06$ Fuß beträgt, so hat man das Steuerwasserquantum pro Spiel $= \frac{\pi}{4} (^{13}/_{12})^2 . 106 = 0{,}977$ Cubikfuß, und daher den entsprechenden Arbeitsverlust pr. Sec. $L_1 = \frac{n}{60} . 0{,}977 \cdot h\gamma = {}^4/_{60} . 0{,}977 . 350 . 66 = 1505$ Fußpfund oder circa 3 Pferdekräfte. Sicherlich würde man ökonomischer zu Werke gehen, wenn man einen schwächeren Steuerkolben und eine niedrigere Communicationsröhre anwendete, denn wenn man auch dadurch die hydraulischen Hindernisse etwas vermehrte, so würde man doch dadurch an Leistung nicht so verlieren, als durch Ersparniß an Steuerwasser gewinnen.

Erfahrungsresultate. §. 242. Ueber die Leistungen der Wassersäulenmaschinen sind erschöpfende Versuche nicht angestellt worden. In der Regel werden diese Maschinen nur in Bergwerken zum Heben des Wassers durch Pumpen verwendet, und es erstrecken sich die gemachten Versuche höchstens nur auf die Ermittelung der Leistung von der ganzen aus der Wassersäulenmaschine und aus Pumpen bestehenden Maschine. Da nun aber über die Pumpen selbst hinreichend sichere Beobachtungen ebenfalls nicht bekannt sind, so läßt sich allerdings mit aller Sicherheit der Wirkungsgrad der Wassersäulenmaschine nicht berechnen. Dagegen ist es sehr leicht, eine angenäherte Bestimmung dieses Wirkungsgrades zu finden, wenn man die Voraussetzung macht, daß die Wirkungsgrade der Wassersäulenmaschinen und Pumpen in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen; diese Voraussetzung läßt sich aber recht gut machen, da beide Maschinen in ihrer Construction und Bewegungsweise einander sehr ähnlich sind. Gewiß rechnet man nicht zum Vortheil für die Wassersäulenmaschine und entfernt sich überhaupt nicht sehr von der Wahrheit, wenn man den Arbeitsverlust der ganzen Maschine zur Hälfte der Wassersäulen- und zur Hälfte der Pumpenmaschine beimißt. Die Rechnung hierbei ist sehr einfach. Die disponible Leistung ist: $\frac{n}{60} (Fs + F_1 s_1) h\gamma$, wofern F_1 den Querschnitt und s_1 den Hub des Wendekolbens bezeichnet, die gewonnene Leistung aber ist $\frac{ns}{60} F_2 h_2 \gamma$, wenn F_2 den Querschnitt der Pumpenkolben und h_2 die Höhe bezeichnet, auf welche das Wasser durch die Pumpen gefördert wird.

Der Arbeitsverlust ist daher $= \frac{n}{60}(Fs + F_1 s_1) h\gamma - \frac{ns}{60} F_2 h_2 \gamma$, die Hälfte aber $= \frac{n\gamma}{120} [(Fs + F_1 s_1) h - F_2 s h_2]$ und demnach der Wirkungsgrad der Wassersäulenmaschine: Erfahrungsresultate

$$\eta = 1 - \tfrac{1}{2} \frac{(Fs + F_1 s_1) h - F_2 s h_2}{(Fs + F_1 s_1) h} = \tfrac{1}{2} + \frac{F_2 s h_2}{2 (Fs + F_1 s_1) h}$$

$= \frac{1}{2} (1 + \eta_1)$, wenn η_1 den Wirkungsgrad der ganzen Maschine bezeichnet. Hierbei wird freilich vorausgesetzt, daß Wasserverluste nicht vorkommen; bei gutem Zustande der Maschinen sind aber diese so klein, daß man sie außer Acht lassen kann. Unter anderem findet Herr Jordan, der Erbauer der Clausthaler Maschine den mittleren Wasserverlust bei der Wassersäulenmaschine $= \frac{1}{4}$ und den der Pumpen $= 2\frac{1}{4}$ Procent. Die Ausführung der Versuche ist nun dadurch zu bewirken, daß man die Regulirungsapparate in der Einfall- und Austrageröhre vollständig öffnet, und die Steighöhe der Pumpen so weit erhöht, bis die Maschine regelmäßig die verlangte Anzahl von Spielen vollbringt.

Durch Versuche der Art fand Jordan an der einen der zwei Schwestermaschinen in Clausthal: bei 4 Spielen pr. Minute $\eta_1 = 0{,}6568$ und bei 3 Spielen $\eta_1 = 0{,}7055$, und es ist daher im ersten Falle $\eta = \frac{1{,}6568}{2} = 0{,}8284$ und im zweiten $\eta = \frac{1{,}7055}{2} = 0{,}8527$, folglich im Mittel $\eta = \frac{1{,}6811}{2} = 0{,}84$ anzunehmen.

Wenn es nicht thunlich ist, die höchste Wirkung einer Wassersäulenmaschine durch Vergrößerung der Steighöhe des Pumpenwerkes zu erlangen, so kann man auch den zur Ermittelung des Wirkungsgrades nöthigen regelmäßigen Gang durch Verminderung der Kraftwassersäule sich verschaffen; jedoch ist dieses Verfahren nur dann zulässig, wenn die Kraftreserve der Maschine nicht bedeutend, und also auch die abzutragende Wassersäule nicht sehr hoch ist. Hierorts hat man die Verminderung der Wassersäule bloß durch wirkliches Einfallen des Aufschlagwassers in die Einfallröhre bewirkt, und den eigentlichen Wasserstand in dieser durch eine an einen Faden aufgehängte Schwimmkugel gemessen. Auf diese Weise hat sich bei der Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube, wenn dieselbe pr. Minute 3 Spiele machte, $\eta_1 = 0{,}684$, folglich der Wirkungsgrad der bloßen Wassersäulenmaschine $\eta = \frac{1{,}684}{2} = 0{,}84$ herausgestellt.

Die meisten Angaben über die Wirkung anderer Wassersäulenmaschinen sind zu unsicher, um ihnen einen Werth beilegen zu können, weil sie sich auf Beobachtungen bei nicht völlig geöffneter Tagepipe stützen und

Erfahrungsresultate.

die Stellung dieser nicht hinreichend genau beobachtet worden ist. Nimmt man den einer gewissen Stellung dieser Pipe entsprechenden Widerstandscoefficienten ζ aus der Tabelle in I. §. 377, so läßt sich daraus das hierbei durch diesen Apparat vernichtete Gefälle y berechnen, indem man setzt:

$$y = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und man kann daher auch den Wirkungsgrad durch die Formel

$$\eta = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{F_2 s h_2}{Fs\left[h - \zeta\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g}\right] + F_1 s_1 h}\right) \text{ berechnen.}$$

Beispiel. Eine Wassersäulenmaschine consumirt pro Spiel 10 Cubikfuß Kraft- und 0,4 Cubikfuß Steuerwasser, ihr Gefälle ist 300 Fuß, die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in der Einfallröhre aber 6 Fuß und die Stellung der in einem kreisförmigen Drosselventile bestehenden Tagepiepe 60°. Wenn nun durch dieselbe pro Spiel ein Wasserquantum von 3,5 Cubikfuß 420 Fuß hoch gehoben wird, wie groß ist der Wirkungsgrad dieser Maschine zu setzen? Nach I. §. 377 ist für 60° Stellung der Klappe: $\zeta = 118$, daher $\zeta . \frac{v_1^2}{2g} = 118 . 0{,}016 . 6^2$ $= 68$ Fuß, folglich läßt sich setzen:

$$\eta = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 . 420}{10\,(300 - 68) + 0{,}4 . 300}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 . 42}{232 + 12}\right)$$
$$= \frac{1}{2} . 1{,}6025 = 0{,}81.$$

Wassersäulenmaschinen mit Rädern verglichen.

§. 243. Vergleichen wir die Wassersäulenmaschinen mit den Wasserrädern, so finden wir allerdings manche Vorzüge dieser Maschinen gegen die Räder, wiewohl auf der anderen Seite auch die Wasserräder ihre besonderen Vorzüge besitzen. Die Wasserräder haben jedenfalls den Vorzug der Einfachheit und Wohlfeilheit vor den Wassersäulenmaschinen, und aus diesem wird man da, wo sich Wasserräder mit Vortheil anwenden lassen, also bei Gefällen von noch nicht 60 Fuß, die Anwendung eines oberschlägigen Wasserrades, und sogar bei Gefällen von 100 Fuß zuweilen sogar die Anwendung zweier oberschlägiger Wasserräder den Vorzug geben vor einer Wassersäulenmaschine. Beträgt aber das Gefälle mehr als zwei größte Radhöhen, so ist wohl in den meisten Fällen eine Wassersäulenmaschine vortheilhafter als ein ganzes Rädersystem, dessen Anschaffungs- und Unterhaltungskosten vielleicht die einer Wassersäulenmaschine noch übertreffen. Bei hohen Gefällen kann man aber auch horizontale Wasserräder anwenden; es bleibt daher hier nur zu erörtern übrig, wie sich die Wassersäulenmaschinen gegen diese Räder verhalten. In Hinsicht auf Einfachheit und Wohlfeilheit ist allerdings auch diesen Rädern ein, und zwar beachtungswerther Vorzug zu geben, weil dieselben bei hohen Gefällen sehr klein und daher verhältnißmäßig sehr wohlfeil ausfallen. Ganz anders ist es freilich in Hinsicht auf die Leistung oder den

Wirkungsgrad. Bei hohen Gefällen läßt sich von den Turbinen oder Reactionsrädern höchstens ein Wirkungsgrad von 0,70 erlangen, bei Wassersäulenmaschinen aber ein Wirkungsgrad von 0,80. In Hinsicht auf die Leistung sind also die Wassersäulenmaschinen den horizontalen Wasserrädern weit vorzuziehen, den oberschlägigen Wasserrädern aber mindestens an die Seite zu stellen. Hiernach wird also bei hohen Gefällen da, wo es nöthig ist, die Kraft sehr zu sparen, den Wassersäulenmaschinen der Vorzug zu geben, und da, wo ein Mangel an Wasserkraft nicht vorhanden ist und wo es auf Kostenersparung ankommt, werden die horizontalen Wasserräder vorzuziehen sein. Wassersäulenmaschinen mit Rädern verglichen.

Hierzu kommt aber noch, daß Wassersäulenmaschinen nur eine auf- und niedergehende, Turbinen hingegen eine stetig rotirende Bewegung geben, aus welcher sich jede andere Bewegung leicht ableiten läßt, was bei der ersten Bewegungsweise nicht so leicht möglich ist. Aus diesem Grunde findet man die Wassersäulenmaschinen nur selten, und zwar vorzüglich nur beim Bergbau zum Wasserheben angewendet.

Den Nachtheil, daß man die überflüssige oder Reservekraft durch Stellung der Tagepipe oder eines anderen Regulirungsapparates tödten muß, haben die Wassersäulenmaschinen mit den Turbinen gemeinschaftlich.

Anmerkung. Wie sich Wassersäulenmaschinen durch Kuppelung, Vorgelege u. s. w. zur Erzeugung einer rotirenden Bewegung verwenden lassen, kann erst später bei den Arbeitsmaschinen auseinandergesetzt werden.

§. 244. Noch hat man andere Maschinen, welche zwar durch die Kraft des Wassers in Bewegung gesetzt werden, aber weder den Rädern, noch den Wassersäulenmaschinen beizuzählen sind, sondern sich mehr zwischen diese stellen lassen. Unter diesen Maschinen wollen wir aber folgenden einige Aufmerksamkeit schenken. Kettenräder.

Das Kolbenrad (franz. roue à piston; engl. chain of buckets) ist in neuester Zeit wieder von Lamolières als Kraftmaschine angewendet worden. (S. Technologiste, Sept. 1845, oder Polytechn. Centralblatt, Bd. VII., 1846.) Die Haupttheile dieser Maschine sind ein Rad ACB, Fig. 384 auf folgender Seite, eine um dasselbe liegende Kette ADB mit Kolben E, F, G u. s. w., und eine Röhre EG, durch welche die Kette so hindurchgeht, daß ihre Kolben den Querschnitt der Röhre ziemlich genau ausfüllen. Das bei E oben zufließende Wasser sinkt in der Röhre EG nieder und drückt hierbei auf die Kolben F, G, so daß diese ebenfalls mit niedergehen und dadurch die ganze Kette mit dem Rade AB, an das nun eine Last angeschlossen werden kann, in Bewegung setzen. Lamolières' Kolbenrad besteht aus zwei Ketten und aus 10 bis 15 mit Leder abgeli-

Kettenräder. derten Schaufeln. Diese aber sind elliptisch geformt und achtmal so lang als breit. Das Rad besteht aus zwei Scheiben mit 6 Einschnitten zur Aufnahme der Schaufeln. Bei einem Gefälle von 2 Meter, einer Schaufelfläche von 0,0246 Quadratmeter, einem Aufschlag von 31 Liter und einer Umdrehungszahl u von 36 bis 39, soll sich ein Wirkungsgrad von 0,71 bis 0,72 herausgestellt haben.

Fig. 384.

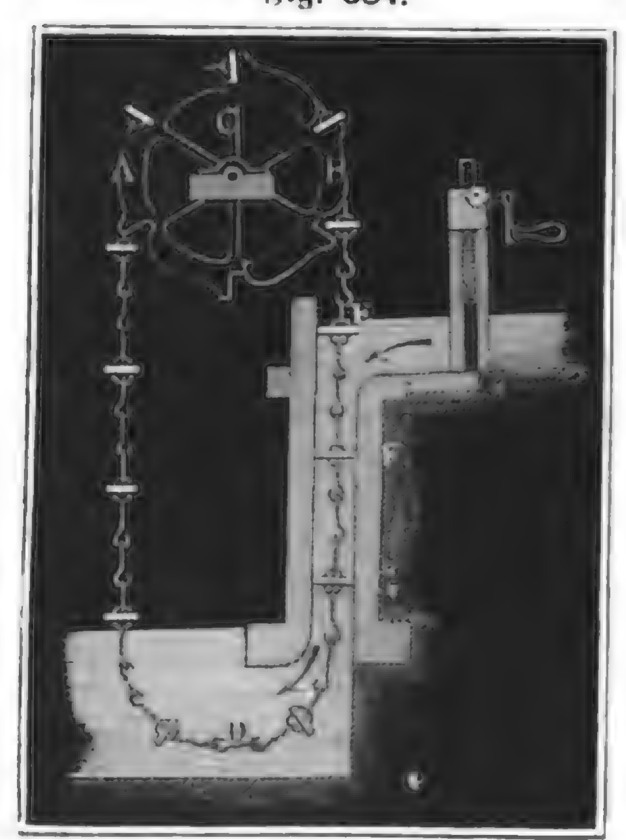
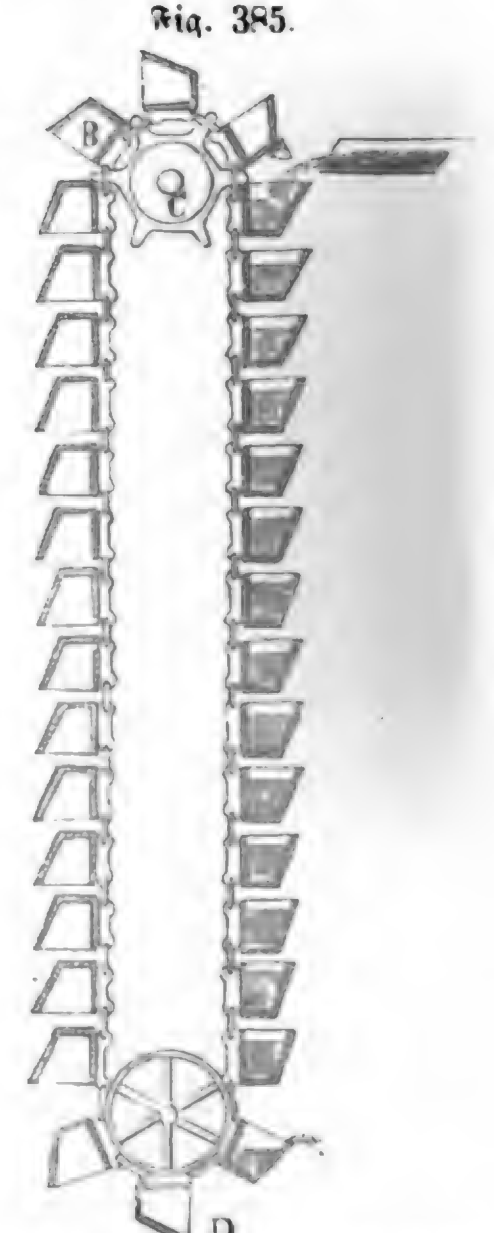


Fig. 385.

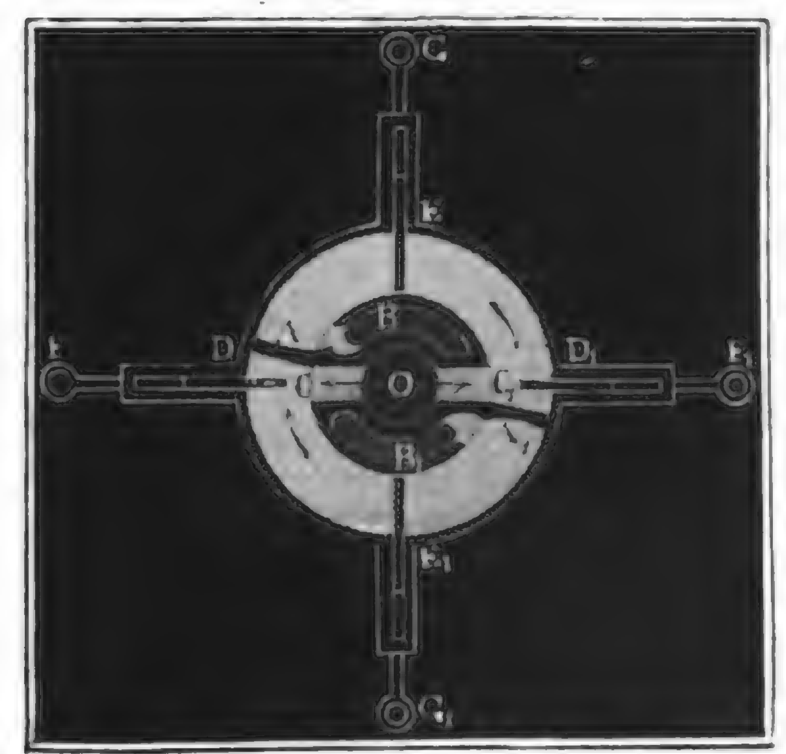


Ein ähnlicher Apparat ist die Eimerkette (franz. noria, chapelet; engl. chain of buckets). Hier sind Gefäße oder Eimer mit der Kette *ABD*, Fig. 385, verbunden, und dafür fehlt die Röhre ganz. Das bei *A* oben zufließende Wasser füllt die Eimer, nöthigt diese dadurch zum Niedersinken und bringt so die Kette mit dem Rade *ACB* in Bewegung Das Wasser fließt natürlich unten aus den Eimern und diese steigen auf der anderen Seite leer empor. Diese Maschinen sollten einen großen Wirkungsgrad geben, weil sie beinahe das ganze Gefälle nutzbar machen, allein sie gehören doch zu den unvollkommensten Maschinen, weil sie zu viel bewegliche Theile haben, die sich bald abführen und zu besonderen Verlusten und immerwährenden Reparaturen Veranlassung geben.

Digitized by Google

Anmerkung. Endlich lassen sich auch die sogenannten Rotationspumpen, Rotationsdampfmaschinen u. s. w. zur Aufnahme der Wasserkraft benutzen. In Fig. 386 ist der Durchschnitt von einer der vorzüglichsten Maschinen abgebildet. Der Verfasser hat diese Maschine Wassersäulenrad genannt und eine Beschreibung und Theorie desselben im polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1840, Nr. 9 niedergelegt. Es ist BOB_1 eine starke und genau abgedrehte Welle, und es sind A und A_1 zwei mit ihr fest verbundene Flügel, welche hier als Kolben dienen. Kettenräder.

Fig. 386.



Diese Kolben sind von einem feststehenden Gehäuse DED_1E_1 genau umschlossen, und es ist dasselbe mit vier Schiebern DF, D_1F_1, EG und E_1G_1, die durch die Maschine selbst heraus- und hereingezogen werden und dadurch das Steuern der Maschine hervorbringen, versehen. Die Welle ist der Länge nach dreifach durchbohrt, und jede Bohrung hat auch noch eine Seitenbohrung innerhalb des Gehäuses. Das Kraftwasser fließt durch die innere Bohrung O zu, tritt durch die Seitenbohrungen C und C_1 in den, übrigens abgeschlossenen hohlen Raum zwischen Welle und Gehäuse, drückt dabei gegen den Kolben A und A_1 und setzt dadurch die Welle in Umdrehung. Damit diese Umdrehung durch die Schieber nicht gestört werde, müssen sich dieselben stets zurückziehen, ehe die Kolben bei denselben ankommen, damit aber auch auf der entgegengesetzten Seite der Kolben kein Kraftwasser drücke, müssen die Schieber nach dem Durchgange der Kolben wieder zurückgehen und dadurch die Räume ABE und $A_1B_1E_1$ absperren, welche nur mit den Bohrungen B und B_1 communiciren, durch die das Wasser nach vollbrachter Wirkung abgeführt wird.

Schlußanmerkung. Wir theilen nun noch die Literatur und Notizen über die Statistik der Wassersäulenmaschinen mit. Belidor beschreibt in seiner Architecture hydraulique eine Wassersäulenmaschine mit horizontalem Treibcylinder, auch erfährt man von ihm, daß schon 1731 die Herren Denisard und De la Duaille eine Art Wassersäulenmaschine construirt haben. Dieselbe hatte jedoch nur 9 Fuß Gefälle und trieb durch einen Kolben etwa nur den zwanzigsten Theil des Kraftwassers 32 Fuß höher. Wie es scheint, so ist jedoch die Wassersäulenmaschine zum Wasserheben beim Bergbau zuerst von Winterschmidt und bald nachher auch von Höll erfunden oder wenigstens verbessert worden. Das Nähere über diese Erfindung ist nachzulesen in Busse's Betrachtung der Winterschmidt'- und Höll'schen Wassersäulenmaschine u. s. w., Freiberg 1804. Eine Beschreibung und Zeichnungen der Winterschmidt'schen Maschinen findet man in Calvör's historisch chronolog. Nachricht u. s. w. des Maschinenwesens u. s. w. auf dem Oberharze, Braunschweig 1763. Die Höll'-

Digitized by Google

sche Maschine lernt man aus der Anleitung zur Bergbaukunst von Delius, Wien 1773, und aus der Beschreibung der bei dem Bergbau zu Schemnitz errichteten Maschinen von Poda, Prag 1771, kennen. Jetzt im Gange befindliche Wassersäulenmaschinen finden sich in Bayern, Sachsen, am Harz, in Ungarn, Kärnthen, in der Bretagne u. s. w. vor. Von den bayerschen Maschinen werden wir später, wenn vom Wasserheben die Rede ist, handeln, übrigens aber sind bis jetzt ausführliche Beschreibungen von diesen Maschinen gar nicht vorhanden, doch findet man Manches hierüber in Langsdorf's Maschinenkunde, in Hachette's Traité élémentaire des Machines, und in Flachat's Traité élémentaire de Mécanique. Die Hauptverhältnisse der von Brendel in Sachsen ausgeführten Wassersäulenmaschinen findet man in Gerstner's Mechanik angegeben wo auch die Kärnthner oder Bleiberger Maschinen ganz ausführlich beschrieben sind. Die Maschinen im Schemnitzer Bergrevier behandelt Schitko in seinen Beiträgen zur Bergbaukunde, die beiden Clausthaler Maschinen aber beschreibt Jordan im X. Bande von Karsten's Archiv für Mineralogie u. s. w.; jedoch ist diese Beschreibung auch einzeln, bei Reimer in Berlin erschienen. Die Wassersäulenmaschine auf der Grube Huelgoat in der Bretagne hat ihr Erbauer Junker ausführlich im VIII. Bande der Annales des mines beschrieben; unter dem Titel: Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine d'Huelgoat, Paris 1835, ist die Beschreibung dieser Maschine auch separat zu erlangen. Nur wenig bekannt ist die kleine Wassersäulenmaschine von Althans auf der Grube Pfingstwiese bei Ems, ebenso die Henschel'sche Wassersäulenmaschine auf der Kohlengrube zu Obernkirchen in Kurhessen, und die Maschinen zu Sangershausen und zu Gerbstädt im Mannsfeldischen. Alle diese letzteren Maschinen sind übrigens eigenthümlich construirt. Eine englische Wassersäulenmaschine (Darlington's water pressure engine) ist abgebildet und beschrieben im II. Bande von der englischen Uebersetzung dieses Werkes.

Siebentes Kapitel

Von den Windrädern.

Windräder. §. 245. Die atmosphärische Luft kann entweder durch ihre Strömungen oder durch ihre Expansivkraft mechanische Arbeiten verrichten. Am gewöhnlichsten benutzt man aber die natürlichen Luftströmungen oder den Wind zur Verrichtung von mechanischer Arbeit, und zwar durch Anwendung von Rädern, die einen Theil der lebendigen Kraft des gegen sie sich bewegenden Windes zu Gute machen. Diese Räder heißen Windräder (franz. roues à vent; engl. wind-wheels), die unterstützenden Gebäude sammt Rädern und allen übrigen Theilen aber Windmühlen (franz. moulins à vent; engl. wind-mills). Ein Wind-

rad ist zwar eine Radwelle zur Aufnahme der Windkraft, wie ein Wasserrad eine Radwelle zur Aufnahme der Wasserkraft, doch weichen beide Räder deshalb wesentlich von einander ab, weil das eine einem nach allen Seiten hin unbegrenzten Luftstrome, das andere aber einem ganz oder wenigstens theilweise begrenzten Wasserstrome entgegengerichtet ist. Ein gewöhnliches Schaufelrad dem unbegrenzten Windstrome entgegengerichtet, kann gar keine Umdrehung annehmen, weil der Wind die Schaufeln auf der einen Seite des Rades genau ebenso stark stößt, als die auf der anderen Seite, beide Stoßkräfte also einander aufheben. Um es zur Aufnahme der Windkraft geschickt zu machen, müßte der Windstoß nur einseitig auf das Rad wirken, und daher die andere Seite des Rades gegen den Wind geschützt, etwa von einem feststehenden Mantel umgeben werden. Dieser Mantel kann allerdings erspart werden, wenn man die Schaufeln beweglich macht, nämlich dieselben an Angeln so aufhängt, daß sie sich von selbst auf der einen Seite des Rades mit der breiten Fläche dem Windstrome entgegenstellen, auf der anderen Seite aber durch Entgegenstellen mit der schmalen Seite sich dem Windstoße so viel wie möglich entziehen. Um solche Räder nicht nach der Windrichtung stellen zu müssen, giebt man denselben eine vertikale Umdrehungsaxe, läßt dieselben also in Horizontalebenen umlaufen, weshalb man sie auch horizontale Windräder (franz. roues horizontales à vent; engl. horizontal wind-wheels) genannt hat. Windräder.

Vortheilhafter als die Schaufelräder sind aber die sogenannten Flügelräder (franz. volants; engl. sail-wheels), d. i. Räder, deren Axen dem Wind- oder Wasserstrome entgegengesetzt sind und deren nur in sehr kleiner Anzahl vorhandene Arme breite Flächen oder sogenannte Flügel (franz. ailes; engl. vanes, sails) tragen, welche zur Aufnahme der Windkraft dienen und deshalb dem Windstrome unter einem schiefen Winkel entgegengerichtet sind. Da die Richtung des Windes eine mehr oder weniger horizontale ist, so hat man natürlich auch das Flügelrad mit seiner Axe ungefähr horizontal zu legen, weshalb seine Umdrehungsebene eine mehr vertikale ist, und das Rad auch ein vertikales Windrad genannt wird.

Anmerkung. Man hat auch horizontale Windräder mit hohlen Schaufeln angewendet und diese Panemoren genannt. Da der Windstoß gegen eine hohle Fläche größer ist, als gegen eine erhabene, und diese Schaufeln dem Winde auf der einen Seite des Rades die hohle und auf der anderen die erhabene Seite zuwenden, geht allerdings ein solches Rad ohne alle weiteren Hülfsmittel, wenn auch nur mit geschwächter Kraft, um.

§. 246. Der Hauptvorzug der Flügelräder vor den Schaufelrädern besteht darin, daß dieselben bei gleicher Größe oder gleichem Gewichte und Flügelräder.

Flügelräder. unter übrigens gleichen Verhältnissen mehr Arbeit verrichten, als die letzteren Räder. Während bei einem Schaufelrade nur eine einseitige Wirkung statt hat, und diese Wirkung im Ganzen nur der Projection der dem Windstrome ausgesetzten Schaufeln in der Ebene rechtwinkelig zur Windrichtung entspricht, findet bei den Flügelrädern eine ununterbrochene Wirkung auf jeden der Flügel statt. Wenn auch eine Flügelfläche des ersten Rades mit einer Schaufelfläche des anderen einerlei Inhalt hat, und vielleicht auch der Wind bei dem schiefen Stoße gegen die Flügel des ersten Rades weniger vortheilhaft wirkt, als bei dem Stoße gegen die Schaufeln des zweiten, so wird doch bei gleicher Windgeschwindigkeit das Flügelrad viel mehr mechanisches Arbeitsvermögen sammeln können als das Schaufelrad, da es dasselbe einem viel größeren Windstrome entnimmt. Vielfache Erfahrungen haben aber auch wirklich darauf geführt, daß die Flügelräder unter übrigens gleichen Umständen mindestens viermal so viel leisten als die Schaufelräder, die, wenn dies nicht der Fall wäre, wegen ihrer leichteren und sichereren Aufstellung und vorzüglich noch wegen ihrer geringen Axenreibung sich gewiß schon längst einen Platz in der praktischen Mechanik verschafft haben würden. Wir sprechen daher in der Folge auch nur von den Windmühlen mit Flügelrädern. Die nähere Einrichtung der Flügelräder ist aber folgende. Zunächst besteht ein solches Rad aus einer starken Welle, die zwar meist aus Holz, viel zweckmäßiger aber aus Gußeisen besteht. Man giebt der Flügelwelle (franz. l'arbre du volant; engl. the wind shaft) 5 bis 15 Grad Neigung gegen den Horizont, damit die Flügel in der nöthigen Entfernung vom Gebäude umlaufen, vielleicht aber auch, weil der Wind in einer ebenen Gegend in der Regel unter diesem Neigungswinkel bläst. An dieser Welle ist zu unterscheiden der Kopf, der Hals, das Transmissionsrad und der Zapfen. Der Kopf ist diejenige Stelle, wo die Flügel aufsitzen, der Hals (Schlot) aber ist der unmittelbar hinter ihm liegende abgerundete Theil der Welle, in welchem das ganze Rad vorzüglich unterstützt wird, das Transmissionsrad dient zur Fortpflanzung der Bewegung oder zur Verbindung des Flügelrades mit der Arbeitsmaschine, und endlich der Zapfen am hinteren Ende der Welle ist zur vollständigen Unterstützung des Rades nöthig. Der Arbeitsverlust, welchen die Reibung der Flügelwelle in ihrer Unterstützung erleidet, ist wegen des nicht unbedeutenden Gewichtes derselben und vorzüglich wegen ihrer großen Umdrehungsgeschwindigkeit beträchtlich, und deshalb ist es nöthig, alle Mittel zu ergreifen, wodurch dieselbe herabgezogen wird. Aus diesem Grunde ist daher auch eine eiserne Flügelwelle viel zweckmäßiger als eine hölzerne, weil dieselbe einen viel schwächeren Hals erhalten kann, als eine hölzerne. Während die Stärke des Halses einer hölzernen Flügelwelle $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß

beträgt, ist dieselbe bei gußeisernen Flügelwellen nur $1/2$ bis $3/4$ Fuß. Ueberdies ist aber noch die Reibung an und für sich bei den Holzwellen größer als bei den Eisenwellen, weil man in der Regel den Hals derselben nicht mit einem eisernen Mantel, sondern nur mit einer Reihe von Eisenstäben umgiebt, die immer ein Abschaben im Lager hervorbringen. Flügelräder.

Anmerkung. Ueber die horizontalen Windmühlen von Beatson u. s. w. sind vorzüglich englische Schriften, z. B. von Nicholson, Gregory u. s. w. nachzulesen.

§. 247. Die Windflügel bestehen aus den Windruthen, aus den Windsprossen oder Scheiden und aus der Bedeckung. Die Windruthen (franz. bras; engl. arms, whips) sind radial von dem Wellenkopfe auslaufende Arme von circa 30 Fuß Länge, wovon jeder einen Flügel trägt. Die Anzahl dieser Arme ist, wie die Anzahl der Flügel, gewöhnlich vier, seltener fünf oder sechs. Nahe an der Welle sind diese Ruthen 1 Fuß dick und 9 Zoll breit, am äußersten Ende aber haben sie nur 6 Zoll Dicke und $4\frac{1}{2}$ Zoll Breite. Ihre Befestigungsweise ist sehr verschieden; ist die Welle von Holz, so steckt man zwei Ruthen rechtwinkelig durch den Wellenkopf und bildet dadurch vier Flügelarme. Auch befestigt man wohl die Arme durch Schrauben auf eine den Wellenkopf bildende Rosette, ähnlich wie die Arme eines Wasserrades, zumal wenn die Welle von Gußeisen ist. Die Sprossen oder Scheiden (franz. les lates; engl. the bars) sind hölzerne Querarme, welche durch die Ruthe hindurchgesteckt werden, die zu diesem Zwecke in Abständen von $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fuß durchlocht wird. Je nachdem die Flügel eine mehr rectanguläre oder mehr trapezoidale Form erhalten sollen, sind die sämmtlichen Sprossen von gleicher, oder nach der Welle zu von abnehmender Länge. Die innerste Sprosse steht $1/7$ bis $1/6$ der Armlänge vom Wellenmittel ab, und ihre Länge ist ungefähr diesem Abstande gleich, der äußersten Sprosse giebt man aber $1/5$ oder gar $1/4$ der Armlänge zur eigenen Länge. Bei den meisten Windmühlen gehen die Windruthen nicht mitten durch die Flügel, sondern sie theilen dieselben so, daß der nach dem Winde zu gerichtete Theil ein bis zwei Fünftel der ganzen Flügelbreite ausmacht. Deshalb ragen auch die Sprossen auf der ersten Seite viel weniger aus der Ruthe hervor, als auf der anderen. Den schmäleren Theil des Flügels bedeckt man gewöhnlich durch das sogenannte Windbrett, auf den breiteren Theil hingegen kommen die sogenannten Windthüren oder eine Bedeckung von Segeltuch zu liegen. Windflügel.

Man macht die Windflügel eben, oder windschief oder hohl, jedenfalls geben die wenig ausgehöhlten windschiefen Flügel die größte Leistung,

Windflügel. was noch weiter unten näher aus einander gesetzt werden wird. Bei den ebenen Windflügeln haben sämmtliche Windsprossen einen und denselben Neigungswinkel von 12 bis 18° gegen die Umdrehungsebene, sind aber die Flügel windschief, so weichen die inneren Sprossen ungefähr 24° und die äußeren 6° von dieser Ebene ab, und es bilden die Neigungswinkel der zwischenliegenden Sprossen einen Uebergang zwischen den letzten beiden Winkeln. Um den Windflügeln eine hohle Form zu geben, hat man krumme Windruthen und Scheiden anzuwenden. Obwohl dadurch nach den Regeln des Stoßes an Arbeit gewonnen wird, so wendet man diese Construction wegen der schwierigeren Ausführung fast gar nicht mehr an. Zur vollständigen Unterstützung der Flügeldecke sind die äußeren Enden der Scheiden noch durch die sogenannten Saumlatten mit einander verbunden, und zumal wenn die Decke aus Leinwand besteht, überdies noch Zwischenlatten eingesetzt, so daß das ganze Flügelgerippe aus Feldern von ungefähr 2 Quadratfuß Inhalt besteht. Die Holzbedeckung besteht in vier Thüren, welche aus dünnen Holzbrettchen zusammengesetzt, und durch Riegel auf dem Flügelgerippe festgehalten werden, die Segeltuchdecke hingegen wird durch Schlingen und Haken mit dem Flügelgerippe verbunden.

Bockmühlen §. 248. Da die Richtung des Windes eine veränderliche und die Axe des Rades in diese zu stellen ist, so muß die Unterstützung des Rades beweglich, und zwar um eine vertikale Axe drehbar sein. Nach der Art und Weise, wie diese Drehung verwirklicht wird, hat man folgende zwei Klassen von Windmühlen.

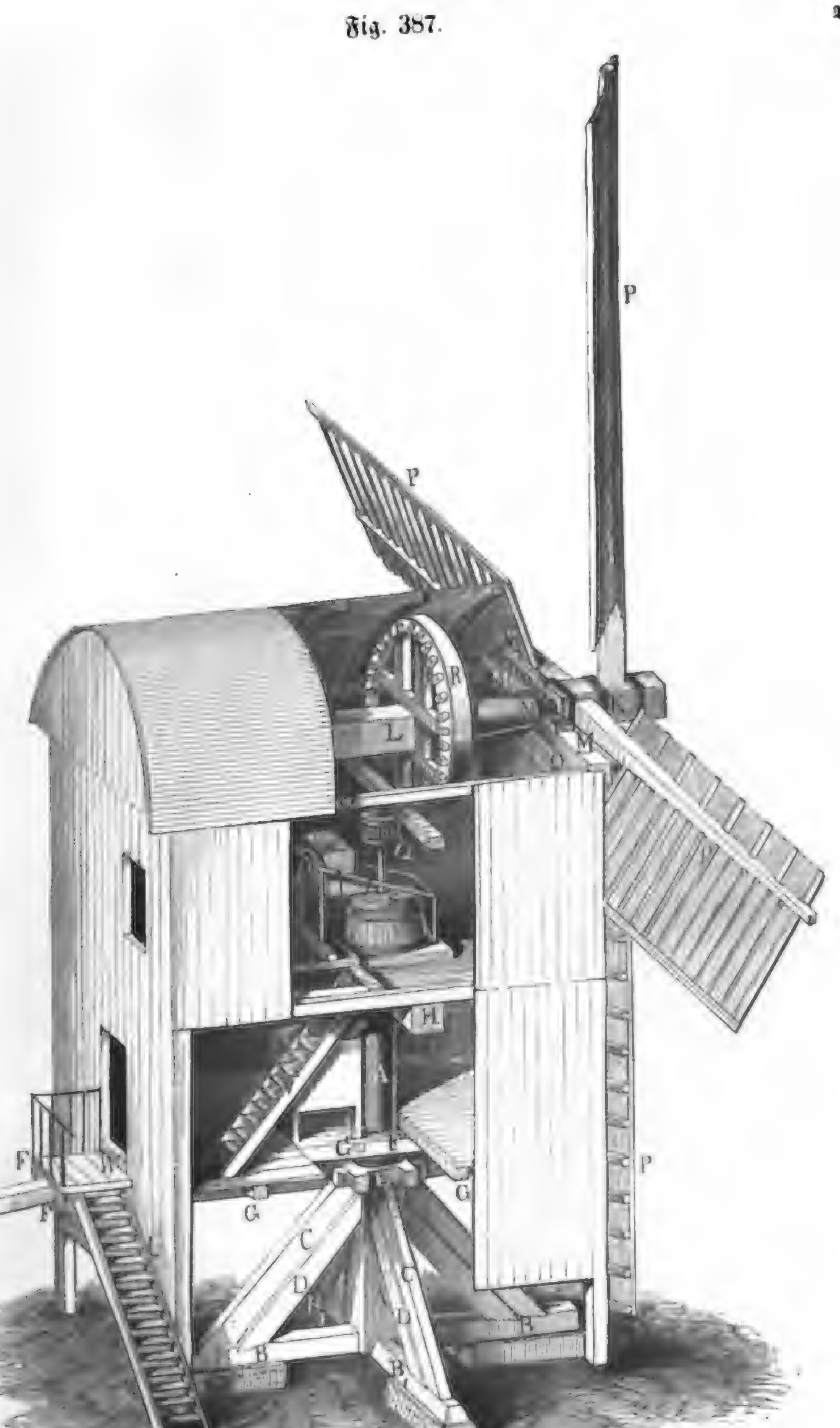
1) Die deutsche oder Bockmühle (franz. moulin odinaire; engl. post mill), und 2) die holländische oder Thurmmühle (franz. moulin hollandais; engl. tower mill, smockmill).

Bei der Bockmühle ist das ganze Gebäude sammt Rad um eine feststehende Säule, den Ständer oder Hausbaum (franz. poteau; engl. post) drehbar, bei der Thurmmühle hingegen ist nur das Haupt desselben, die sogenannte Haube (franz. le toit, la calotte; engl. the cap, head) mit der darin gelagerten Flügelwelle drehbar.

Eine monodimetrische Ansicht einer Bockmühle bietet Fig. 387 (a. f. S.) dar. Es ist hier AA der Ständer, BB und B_1B_1 sind die Kreuzschwellen, welche mit den Streben oder Bändern C und D vereinigt den Ständer unterstützen und zusammen den sogenannten Bock oder Bockstuhl bilden. Am Kopfe des Bockes sitzt der aus vier Hölzern zusammengesetzte Sattel E fest. Das Mühlengebäude umgiebt nun den Ständer mittels zwei Fußbalken F, F und durch zwei der sechs Unterlags- oder Fußbodenbalken G, G; außerdem stützt es sich noch mit dem starken Kopfbalken H auf den Kopf des Ständers, welcher zur Erleichterung der Drehung

Bockmühlen.

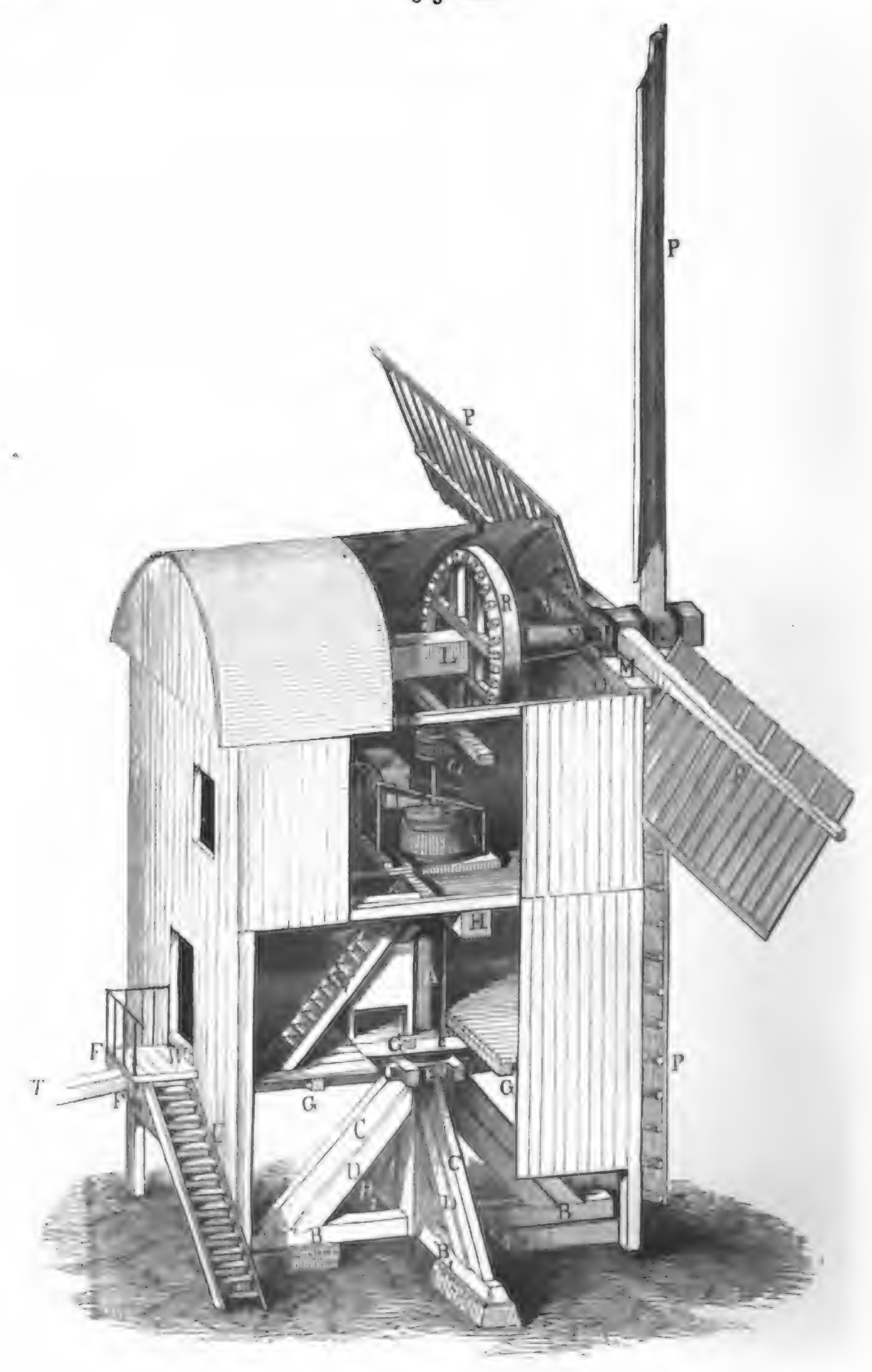
Fig. 387.



Digitized by Google

Bockmühlen.

Fig. 388.



Digitized by Google

noch mit einem Stifte ausgerüstet ist, der in eine entsprechende Pfanne Bockmühlen
an der Unterfläche des Kopfbalkens eingreift. Die Flügelwelle *KL* ruht mit ihrem Halse *N* in einem Metall- oder Stein- (Basalt-) Lager, das auf dem großen Wellbalken *MM* festsitzt, der von dem Dachrahmen *OO* getragen wird. *KP*, *KP* u. s. w. sind die durch den Wellenkopf gesteckten Windruthen, welche vier ebene Flügel *P*, *P* . . . tragen. Die Figur stellt eine Mahlmühle vor; daher greift hier das Transmissionsrad *R* in ein Getriebe *Q* ein, das auf dem Mühleisen festsitzt, welches den Läufer oder oberen Mühlstein *S* trägt. Die weitere Beschreibung des Mahlzeuges gehört nicht hierher. Um das ganze Gebäude drehen zu können, wird der Stert oder Sterz *T*, d. i. ein langer Hebel, angewendet, der zwischen den Fugbalken liegt, mit diesen durch Querhölzer und Schrauben fest verbunden ist, übrigens aber 20 bis 30 Fuß aus dem Gebäude vorragt, in der Figur aber nur abgebrochen gezeichnet ist. Noch ersieht man aus der Figur in *U* die äußere und in *V* die innere Treppe, so wie in *W* die Eingangsthür.

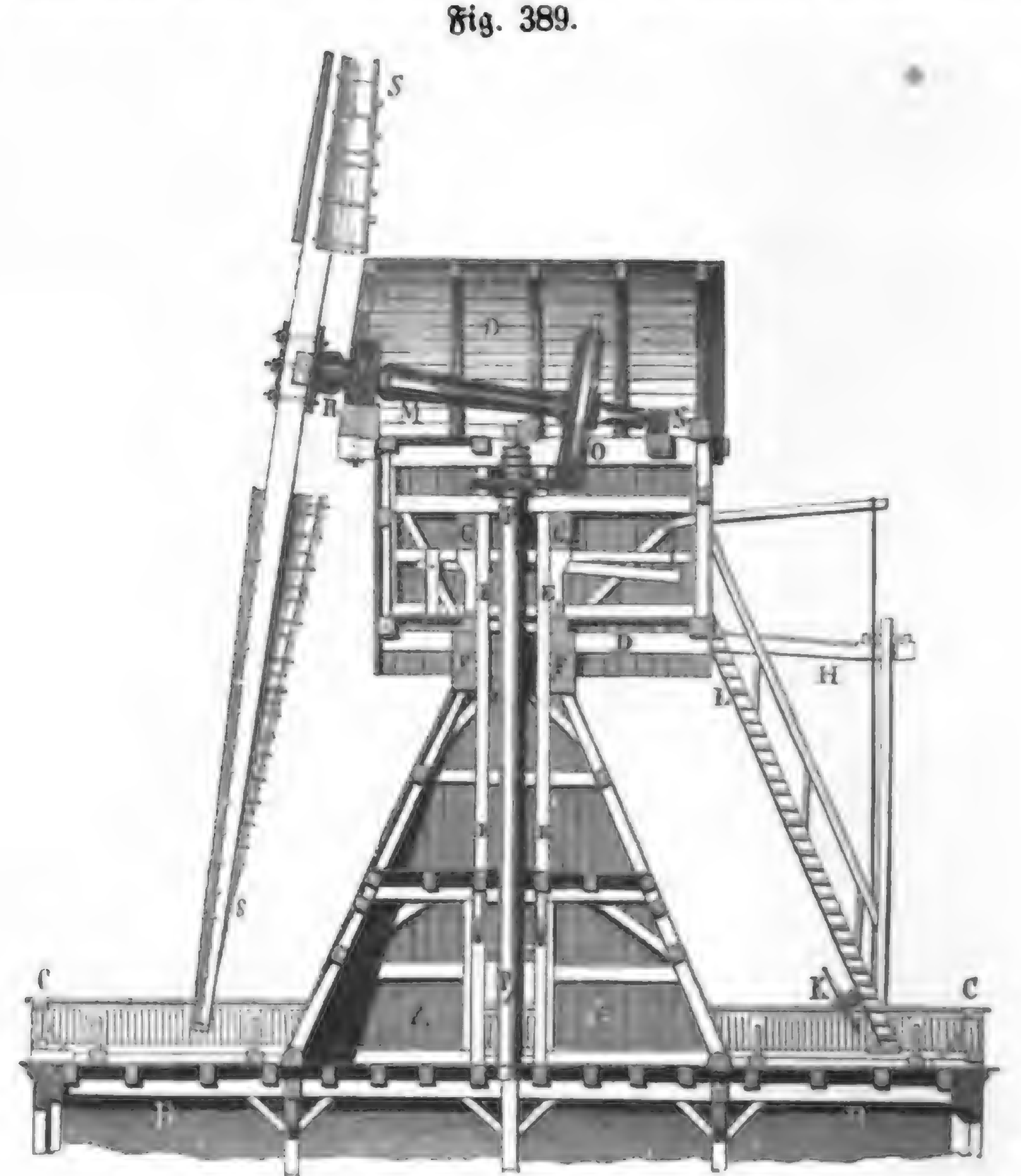
§. 249. Thurmmühlen hat man zweierlei; es ist nämlich entweder Thurmmühlen
nur der die Flügelwelle einschließende, oder es ist ein größerer, sich unter die Flügelwelle nach abwärts erstreckender Theil des Mühlengebäudes um eine vertikale Axe drehbar. Die Bewegung des Flügelrades wird hier durch ein Paar Zahnräder zunächst auf den Königsbaum, d. i. auf eine starke stehende Welle, welche durch das ganze Mühlengebäude geht, übergetragen. Damit aber der Eingriff der Zahnräder bei den verschiedenen Stellungen des Flügelrades nicht verändert oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, daß die Axe des Königsbaumes genau mit der Umdrehungsaxe des beweglichen Theiles vom Mühlengebäude zusammenfalle.

In Fig. 389 auf folgender Seite ist ein Durchschnitt von einer Thurmmühle der zweiten Art abgebildet, welche zwischen einer Bockmühle und einer Thurmmühle der ersten Art fast mitten inne steht.

Es ist hier *AA* der feststehende Thurm, welcher über dem die Arbeitsmaschine enthaltenden Mühlengebäude *BB* steht und von der Gallerie *CC* umgeben wird, *DD* aber ist das bewegliche Haupt der Mühle, das durch den Holzring *FF* unmittelbar und durch den Holzring *GG* mittels der Säulen *EE* und E_1E_1 unterstützt wird und nur eine Drehung um diese gleichsam den Ständer ersetzenden Säulen zuläßt. Die Drehung selbst läßt sich durch den Kreuzhaspel *K* bewirken, der an der Treppe *KL* sitzt, die mit dem beweglichen Gebäude *DD* und besonders mit dem Sterze *H* fest verbunden ist. Die Flügelwelle *MN* ist von Gußeisen, und ruht bei *M* und *N* in mit Kanonenmetall ausgefütterten gußeisernen Lagern, *O* und *P* sind eiserne Zahnräder, wodurch die Umdrehung der Flügelwelle auf

Thurmmühlen die Königswelle *PP* übergetragen wird. Die Windflügel *RS*, *RS* . . . sind windschief und durch Schrauben und ein eisernes Kreuz mit dem

Fig. 389.



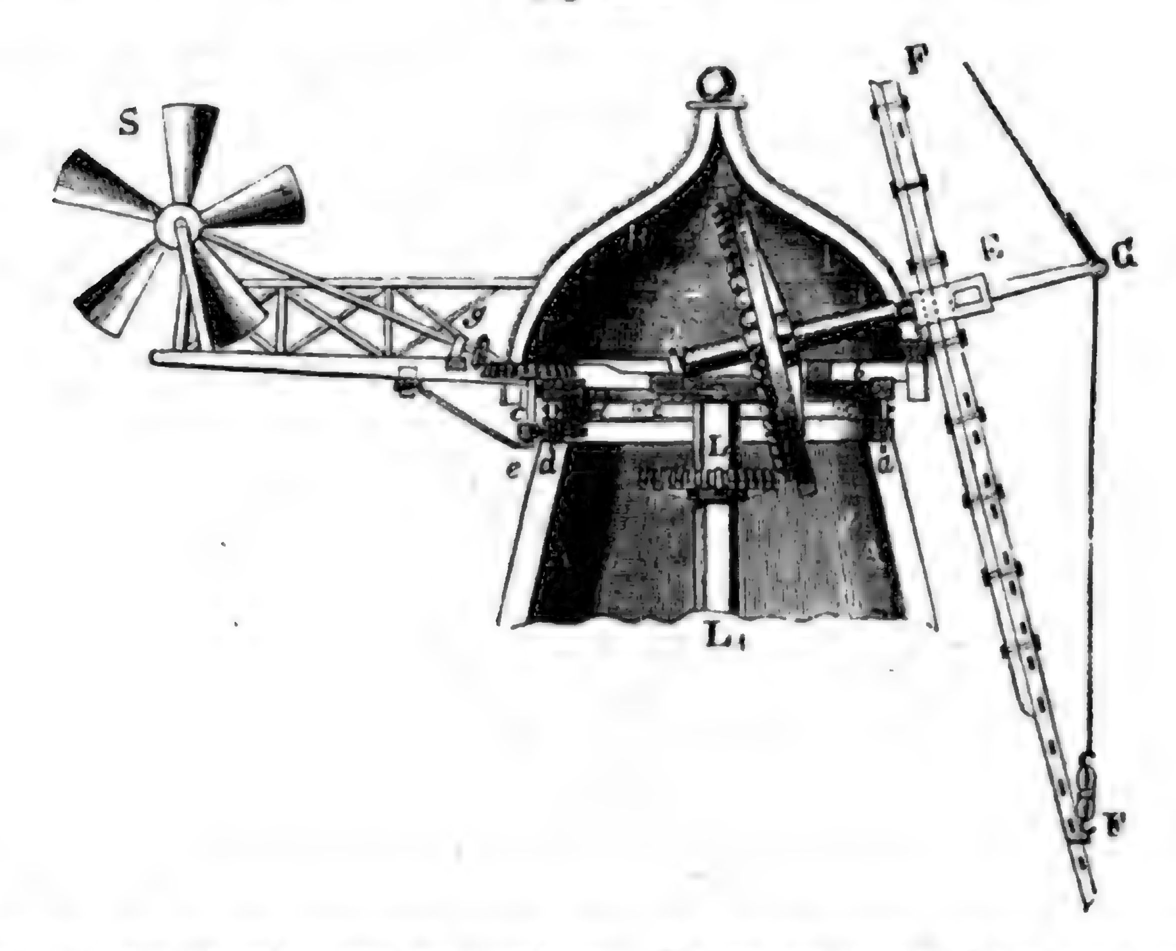
Muff *R* verbunden, der einerseits ein zweites Kreuz, andererseits aber eine ausgebohrte Höhlung hat, welche über den abgedrehten Wellenkopf gesteckt und darauf festgekeilt wird.

Der obere Theil von einer Thurmmühle der ersten Art ist in Fig. 390 abgebildet; *AA* ist der Obertheil des feststehenden, aus Holz oder Steinen aufgeführten und pyramidal geformten Thurmes, *BB* ist ferner die bewegliche Haube, *CDE* ist die Flügelwelle, *EF* aber eine aus zwei Theilen zusammengesetzte Windruthe, die durch Seile wie *FG* mittels eines auf dem Wellenkopfe aufsitzenden Mönchs *EG* gegen das Biegen oder Abbrechen durch den Windstoß geschützt wird. Noch sind *K* und *L* die beiden Zahnräder, wodurch die Kraft der Flügelwelle auf die Königswelle LL_1 übergetragen wird. Die Stellung der Flügelwelle nach dem Winde erfolgt

Digitized by Google

hier in der Regel ebenfalls durch den Sterz, oder durch eine Kurbel mit Rad und Getriebe, kann aber auch durch eine große Windfahne, deren Ebene in die der Wellenaxe fällt, noch besser endlich durch ein besonderes Steuerrad S, wie in der Figur abgebildet ist, hervorgebracht werden. Damit sich die Haube leicht drehen lasse, wird dieselbe auf Rollen $c, c, c \ldots$ Thurmmühlen

Fig. 390.



gestellt, welche mit einander durch zwei Reifen verbunden sind, und zwischen Kränzen oder Ringen $a a$ und $b b$ laufen, wovon der eine oder Rollring oben auf dem Thurme und der andere oder Laufring unten an der Haube festsitzt. Um noch das Abheben der Haube zu verhindern, wird innen an b noch ein Kranz d (Ansatzring) angeschraubt, welcher vielleicht zur Erleichterung der Bewegung ebenfalls mit Rollen, die an der Innenfläche von $a a$ herumlaufen, ausgerüstet wird. Bei Anwendung eines Steuerrades ist die Außenfläche des Rollringes $a a$ von einem gezahnten Kranze umgeben, in den ein Getriebe oder kleines Zahnrad e eingreift, das mittels der Zahnrädchen f und g durch das Steuerrad umgedreht wird und dadurch eine Drehung der Haube bewirkt, so wie die Windrichtung aus der Umdrehungsebene von S gekommen ist.

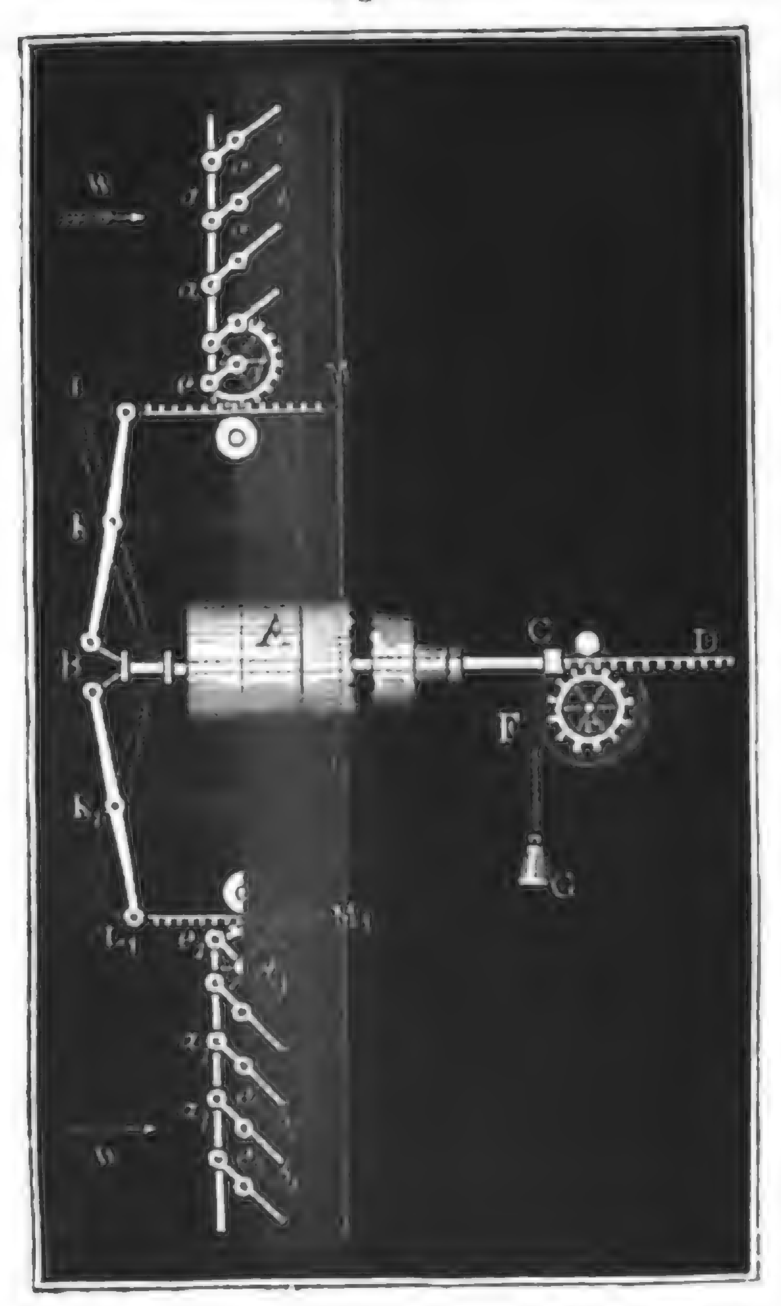
§. 250. Der Wind ist nicht allein in seiner Richtung, sondern auch in seiner Geschwindigkeit oder Intensität veränderlich; wäre nun aber die angehängte Last eines Windrades constant, so würde sich ihre Bewegung mit der Stärke des Windes zugleich verändern und daher zu verschiedenen Kraftregulirung.

Digitized by Google

Kraft-regulirung.

Zeiten oft sehr verschieden ausfallen, wenn nicht besondere Regulirungsmittel zur Anwendung kämen. Natürlich läßt sich durch diese Mittel nur die Wind- oder Umdrehungskraft mäßigen, nicht aber erhöhen. Eins dieser Mittel besteht in einer Bremse oder einem Preßringe, welcher die obere Hälfte des auf der Flügelwelle sitzenden Zahnrades umgiebt, und auf dieselbe aufgedrückt wird, wenn der Gang des Windrades zu ermäßigen oder gar aufzuheben ist. Von ihm wird jedoch erst später an einem anderen Orte ausführlich die Rede sein. Ein anderes Mittel zum Reguliren des Ganges der Windräder läßt sich aber durch Veränderung der Flügelbedeckung hervorbringen; sind die Flügel vollständig bedeckt, so ist das Arbeitsvermögen des Rades am größten, sind sie aber nur theilweise bekleidet, so haben sie ein kleineres Arbeitsvermögen, und zwar um so kleiner, je kleiner der Flächenraum der ganzen Bedeckung ist. Bei der Bedeckung durch Leinwand läßt sich dieses Reguliren durch Auf- oder Abwickeln des Segeltuches bewirken, sind aber die Flügel durch Thüren bekleidet, so läßt sich derselbe Zweck durch Wegnahme oder Auflegen von Thüren erreichen.

Fig. 391.



Man hat aber auch Windräder, welche sich selbst reguliren, indem sie von selbst bei Abnahme der Windgeschwindigkeit ihre Stoßfläche vergrößern und bei Zunahme von jener, diese vermindern. Die vorzüglichsten Flügelräder dieser Art sind aber die von Cubit, wovon der Durchschnitt eines Theiles in Fig. 391 abgebildet ist. Es ist hier

A die hohle Flügelwelle, BC ein durch sie hindurchgehender Metallstab, und CD eine gezahnte Stange, welche in C durch ein Gewerbe so mit BC verbunden ist, daß CD nur an der Bewegung in der Axenrichtung, nicht aber an der Drehung um die Axe von BC Theil nimmt. Die gezahnte Stange greift in das Zahnrad E und dieses sitzt mit der Rolle F, um deren Umfang eine Schnur liegt, die durch das Gewicht G gespannt wird, auf einer Axe. Die Flügelbedeckung besteht aus lauter dünnen Holz- oder Blechklappen $b\,c$, b_1c_1 u. s. w., welche durch die Arme $a\,c$, a_1c_1 u. s. w. um die Axen c, c_1 u. s. w. gedreht werden können. Diese Arme sind durch Stangen ae, a_1e_1 u. s. w. mit einander und zugleich durch Arme $d\,e$, d_1e_1 mit Zahnrädchen d, d_1 verbunden, so daß durch Drehung der letzteren das Oeffnen und Verschließen, oder überhaupt jede Klappenstellung zu ermöglichen ist. Endlich sind noch Hebel BL, BL_1 angebracht, welche sich um die Axen K, K_1 drehen lassen, und auf der einen Seite mit der Stange BC, auf der andern aber mit Zahnstangen LM, L_1M_1, deren Zähne zwischen die Zähne der Rädchen d, d_1 greifen, in Verbindung stehen. Aus der Zeichnung ist nun leicht zu ersehen, wie der Wind W die Klappen auf-, das Gewicht G aber dieselben mittels der Stange BC, der Hebel BL, BL_1 u. s. w. zuzustoßen sucht, und wie auf diese Weise dem Windstoße gegen die Klappen von dem Gewichte G das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn sich nun auch die Windgeschwindigkeit ändert, so wird deshalb diese Stoßkraft nicht anders, sondern nur die Klappenstellung und dadurch auch nur die Stoßfläche eine andere. Kraftregulirung.

Anmerkung. Bei einer Bedeckung mit Segeltuch läßt sich, nach Bywater, derselbe Zweck erreichen, wenn dasselbe durch zwei Rollen ausgespannt wird, die durch Zahnräder in Umdrehung gesetzt werden, wenn die Windgeschwindigkeit sich ändert. Ausführlich beschrieben sind die Apparate in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery etc. etc. Eine neue Windradconstruction ist auch in der Zeitschrift »der Ingenieur«, Bd. II., beschrieben.

§. 251. Der Wind, dessen Entstehung jedenfalls einer Ungleichheit in der Expansivkraft oder Dichtigkeit der Luft beigemessen werden muß (s. die Formeln in I. §. 392), ist verschieden in Hinsicht auf Richtung und in Hinsicht auf Stärke oder Geschwindigkeit. In Hinsicht auf die Richtung unterscheidet man die 8 Winde N, NO, O, SO, S, SW, W, NW, d. i. Nord, Nordost, Ost, Südost, Süd, Südwest, West und Nordwest, indem man sie nach denjenigen Weltgegenden benennt, aus denen sie wehen. Zur genaueren Bezeichnung der Windrichtung bedient man sich auch einer Eintheilung des Horizontes in 16 gleiche Theile, oder, nach dem Bergmann, in 24 Stunden, am genauesten aber der Eintheilung in Grade. Im Laufe eines Jahres kommen alle diese Windrichtungen vor, jedoch manche von ihnen auf längere, manche auf kürzere Zeit. Nach den Windrichtung.

Windrichtung. Zusammenstellungen von Kämtz wehen z. B. unter 1000 Tagen die in folgender Tabelle aufgezeichneten Winde:

Länder:	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.
Deutschland . . .	84	98	119	87	97	185	198	131
England	82	111	99	81	111	225	171	120
Frankreich	126	140	84	76	117	192	155	110

Man sieht hieraus, daß in den hier angeführten drei Ländern die Südwestwinde die vorherrschenden sind. Die Uebergänge dieser Windrichtungen in einander folgen meist nur in der Richtung S, SW, W u. s. w., selten findet die entgegengesetzte Winddrehung S, SO, O u. s. w. statt, wenigstens besteht diese meist nur in einem Zurückspringen um kleinere Winkel.

Die Windrichtung bestimmt man durch die sogenannte Wind- oder Wetterfahne (franz. girouette, flouette; engl. fane, vane). Dieses höchst einfache Instrument besteht in einer um eine vertikale Axe drehbaren Blechfahne, die natürlich durch den Windstoß gedreht wird, wenn die Richtung des Windes von ihrer Ebene abweicht, deshalb also durch ihre Richtung die Richtung des Windes bezeichnet. Um ihre Beweglichkeit zu erhöhen, muß man die Reibung an ihrer Axe möglichst herabzuziehen suchen, weshalb man denn auch durch Hinzufügung eines Gegengewichts auf der entgegengesetzten Seite der Umdrehungsaxe den Schwerpunkt der Fahne in die Umdrehungsaxe bringt, wodurch die sogenannten Wetterhähne (franz. coqs à vent; engl. weather-cocks), entstanden sind.

Windgeschwindigkeit. §. 252. Viel wichtiger als die Windrichtung ist natürlich dem Windmüller die Windgeschwindigkeit, weil von dieser das Arbeitsquantum abhängt, welches er dem Winde durch das Windrad abgewinnen kann. Nach der Größe der Geschwindigkeit hat man folgende Winde:

Kaum wahrnehmbarer Wind mit $1\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit;

Sehr schwacher Wind mit 3 Fuß Geschwindigkeit;

Schwacher Wind (vent faible; engl. feeble wind) mit 6 Fuß;

Lebhafter Wind (franz. vent frais, brise; engl. brisk gale) mit 18 Fuß;

Günstiger Wind für die Windmühlen, mit 22 Fuß Geschwindigkeit; ferner.

Sehr lebhafter Wind (franz. grand frais; engl. very brisk) mit 30 Fuß; Windgeschwindigkeit.
Starker Wind (franz. vent très fort: engl. high wind) mit 45 Fuß;
Sehr starker Wind (franz. vent impétieux; engl. very high wind) mit 60 Fuß Geschwindigkeit.

Unter Sturm (franz. tempête; engl. storm) versteht man den heftigen Wind von 70 bis 90 Fuß Geschwindigkeit, und Orkan (franz. ouragan; engl. hurrican) ist ein Wind von 100 und mehr Fuß Geschwindigkeit. Wind von 10 Fuß Geschwindigkeit ist in der Regel nicht hinreichend, um ein belastetes Windrad in Umgang zu erhalten; steigt hingegen die Windgeschwindigkeit über 35 Fuß, so läßt sich die Windkraft nicht mehr mit Vortheil zu Gute machen, weil dann die Flügel eine zu große Geschwindigkeit annehmen würden. Stürme oder gar Orkane sind aber für die Windmühlen im höchsten Grade gefährlich, weil sie sehr oft das Abheben oder Umstürzen derselben herbeiführen.

Um die Windgeschwindigkeit zu ermitteln, wendet man Instrumente an, die man Anemometer oder Windmesser (franz. anémomètres; engl. anemometers, wind-gages) nennt. Obgleich man im Laufe der Zeit schon sehr viele solcher Instrumente vorgeschlagen und versucht hat, so sind doch nur wenige derselben hinreichend bequem und sicher im Gebrauche. Die meisten dieser Instrumente sind den Hydrometern (s. I. §. 413) u. s. w. sehr ähnlich, ja es lassen sich sogar manche Hydrometer ohne Abänderungen als Anemometer gebrauchen. Unmittelbar läßt sich die Geschwindigkeit des Windes durch leichte Körper angeben, die man vom Winde fortführen läßt, z. B. durch Federn, Seifenblasen, Rauch, kleine Luftbälle u. s. w. Da die Windbewegung in der Regel nicht bloß progressiv, sondern auch drehend oder wirbelnd ist, so sind diese Mittel, wenigstens bei großen Geschwindigkeiten, oft nicht hinreichend. Am besten sind allerdings große Luftbälle, deren mittlere Dichtigkeit nicht sehr verschieden ist von der des Windes.

Die eigentlichen Anemometer lassen sich, wie die Hydrometer, in drei Klassen bringen, entweder giebt man die Windgeschwindigkeit durch ein vom Winde bewegtes Rad an, oder man mißt dieselbe durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule, welche dem Windstoße das Gleichgewicht hält, oder man bestimmt dieselbe durch die Kraft, welche der Windstoß gegen eine ebene Fläche ausübt. Von diesen Apparaten möge nun noch das Nothwendigste abgehandelt werden.

Anmerkung. Ausführlich über Anemometer handelt Hülsse in dem ersten Bande der allgemeinen Maschinenencyclopädie. Ueber den Wind ist aber nachzulesen: Kämtz's Meteorologie und Gehler's physik. Wörterbuch, Band X.

§. 253. Der Woltmann'sche Flügel (s. I. §. 415) läßt sich ebenso gut zur Ausmittelung der Windgeschwindigkeit als zur Bestimmung Anemometer.

Digitized by Google

Anemometer. der Geschwindigkeit des Wassers gebrauchen. Wird seine Umdrehungsaxe in die Windrichtung gebracht, was durch Hinzufügung einer Windfahne von selbst erfolgt, wenn man beide Instrumente an einer vertikalen Umdrehungsaxe so befestigt, daß sie in eine Ebene fallen, so kann man die Anzahl der Umdrehungen beobachten, welche dieses Rad in Folge des Windstoßes in einer gewissen Zeit macht und es läßt sich nun, wie früher, die Geschwindigkeit setzen: $v = v_0 + \alpha u$, wo v_0 die Geschwindigkeit ist, bei welcher das Rad anfängt still zu stehen, α aber das Erfahrungsverhältniß $\frac{v - v_0}{u}$ bezeichnet. Wäre der Windstoß nicht verschieden vom Wasserstoße, und wüchsen beide genau proportional dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit, so würde $\alpha = \frac{v - v_0}{u}$ für Wasser und Wind zugleich gelten, da dies aber nur annähernd richtig ist, so können wir auch erwarten, daß die Coefficienten α für die Wind- und Wassergeschwindigkeit nur ungefähr gleich sind. Was dagegen die Anfangsgeschwindigkeit v_0 anlangt, so ist diese beim Winde ungefähr $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal so groß als beim Wasser, weil die Dichtigkeit des Wassers circa 800 mal so groß als die des Windes ist und daher nur eine 800 mal so hohe Luftsäule die einfach hohe Wassersäule, so wie der Stoß des $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal so schnellen Windes den Stoß des einfach schnellen Wassers ersetzen kann. Dieser große Werth der Constanten v_0 macht es zur Pflicht, den als Anemometer zu gebrauchenden Flügel möglichst leicht zu machen, ihn z. B. nach Combes vielleicht mit Flittergold zu überziehen, vorzüglich aber mit feinen Stahlaxen in Lagern von Edelsteinen umlaufen zu lassen.

Die Constanten v_0 und α bestimmt man zwar gewöhnlich durch Bewegung oder Umdrehung des Instrumentes in der ruhigen Luft, es ist indessen diese Methode nicht sicher, weil der Stoß einer bewegten Flüssigkeit nicht ganz derselbe ist, wie der Widerstand der ruhigen Flüssigkeit (s. I. §. 430). Besser ist es jedenfalls, man sucht diese Constanten durch Beobachtungen in der bewegten Luft selbst zu bestimmen, indem man deren Geschwindigkeit durch leichte Körper (Luftbälle) ausmittelt. Auch kann man hierzu ein Cylindergebläse oder eine andere Kolbenmaschine gebrauchen, wenn man das Instrument in eine weite Röhre bringt, durch die der Wind mittels des niedergehenden Kolbens ausgeblasen wird. Die Berechnungen der Constanten aus mehreren zusammengehörigen beobachteten Werthen von v und u sind wie in I. §. 416 zu führen.

§. 254. Die Pitot'sche Röhre (s. I. §. 417) läßt sich ebenfalls mit großer Bequemlichkeit als Anemometer gebrauchen, sie ist aber dann gewöhnlich unter dem Namen: das Lind'sche Anemometer, bekannt.

Die specielle Einrichtung eines solchen Instrumentes ist aus Fig. 392 zu ersehen. Anemometer.



Fig. 392.

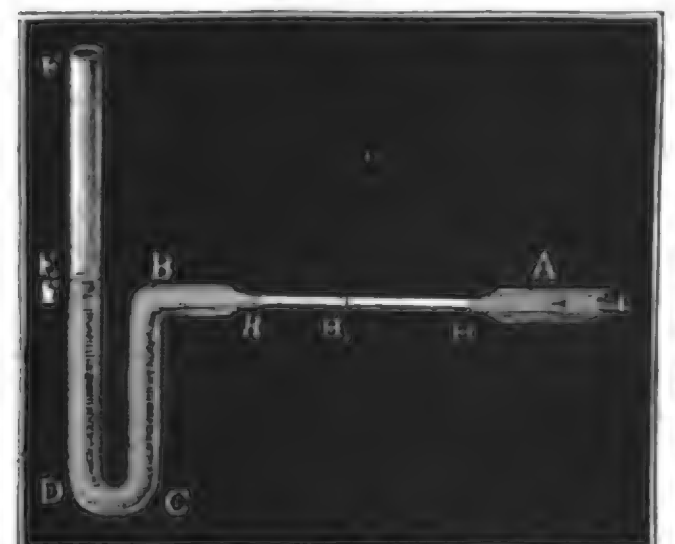
AB und DE sind zwei aufrechtstehende etwa 5 Linien weite mit Wasser anzufüllende Glasröhren und BCD ist eine enge krumme Verbindungsröhre zwischen beiden von etwa nur $\frac{1}{2}$ Linie Weite, endlich ist FG eine Scala zur Abnahme der Wasserstände. Wird nun das Mundstück A dem Winde entgegengestellt, so drückt dessen Kraft die Wassersäule in AB nieder und die in DE eben so viel empor, es läßt sich nun an der zwischen befindlichen Scala der Niveauabstand h beider ablesen, und hieraus wieder die Geschwindigkeit v des Windes berechnen, indem man setzt:

$$v = v_0 + \alpha \sqrt{h}.$$

wobei v_0 und α aber Erfahrungsconstanten ausdrücken.

Dieses Instrument ist jedoch in seinem Gebrauche höchst eingeschränkt, da es mäßige Windgeschwindigkeiten durch sehr kleine Wassersäulen ausdrückt, die sich nur mit sehr großer Unsicherheit ablesen lassen. Z. B. eine Windgeschwindigkeit von 20 Fuß wird durch einen Anemometerstand h von circa 1,1 Linie angegeben. Um diesem Uebelstande abzuhelfen, und das Instrument auch bei mittleren Windgeschwindigkeiten gebrauchen zu können, sind von Robison und Wollaston folgende Verbesserungen angebracht worden.

Bei dem Anemometer von Robison ist eine enge horizontale Röhre HR, Fig. 393, zwischen dem Mundstücke A und dem aufrechtstehenden Röhrenschenkel BC eingesetzt, und man gießt vor dem Gebrauche so viel Wasser zu, daß der Wasserspiegel F mit HR in einerlei Niveau kommt und das Wasser zugleich die enge Röhre bis H anfüllt. Wird nun A dem Winde entgegengerichtet, so treibt derselbe das Wasser in der engen Röhre zurück und es erhebt sich über dem Niveau von HB eine dem Windstoße das Gleichgewicht haltende Wassersäule, deren Höhe FF_1 gemessen wird durch die Länge HH_1 der zurückgedrängten liegenden Wassersäule. Sind d und d_1 die Weiten und h und h_1 die Höhen der Wassersäulen FF_1 und HH_1, so hat man

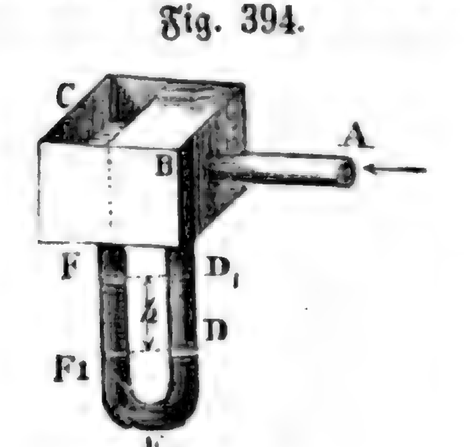
Fig. 393.


Anemometer. $\frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi d_1^2}{4} h_1$, und daher $h = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 h_1$, sowie $h_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 h$.

Es fällt also h_1 stets im Verhältnisse $\left(\frac{d}{d_1}\right)^2$ größer als h aus, und kann daher mit mehr Sicherheit beobachtet werden, als h. Ist z. B. $\frac{d}{d_1} = 5$, so giebt die enge Röhre die Höhe schon 25fach an.

Endlich läßt sich auch durch das in Fig. 394 abgebildete Differenzialanemometer von Wollaston die Geschwindigkeit des Windes mit erhöhter Genauigkeit messen. Dasselbe besteht aus zwei Gefäßen B und C und aus einer gebogenen Röhre DEF, welche beide Gefäße von unten mit einander in Verbindung setzt. Das eine dieser Gefäße ist oben verschlossen und hat eine Seitenmündung A, welche dem Winde entgegengerichtet wird. Die Füllung des Instrumentes besteht aus Wasser und Oel; das erstere füllt jeden der beiden Schenkel ungefähr bis zur Hälfte, das letztere aber nimmt den übrigen Theil der Röhre ein und füllt auch beide Gefäße zum Theil an. Durch den Windstoß ellt sich das Wasser in dem einen Schenkel höher als in dem anderen, und es wird der Kraft dieses Stoßes durch die Differenz der Drücke von der Wassersäule FF_1 und von der Oelsäule DD_1 das Gleichgewicht gehalten. Setzen wir die gemeinschaftliche Höhe dieser Flüssigkeitssäulen $= h$, das specifische Gewicht des Oeles aber $= \varepsilon$, so haben wir in der letzten Formel statt h, $h(1-\varepsilon)$ und daher $v = v_0 + \alpha \sqrt{(1-\varepsilon)h}$ zu setzen. Z. B. wenn die obere Füllung aus Leinöl besteht, da für dasselbe $\varepsilon = 0{,}94$ ist.

Fig. 394.



$$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1-0{,}94)h} = v_0 + \alpha\sqrt{0{,}06 \,.\, h} = v_0 + 0{,}245\,\alpha\sqrt{h}.$$

Es ist also dann $h = {}^{100}/_6 = 16^2/_3$ mal so groß, als bei einer einfachen Wasserfüllung. Durch Mischung des Wassers mit Alkohol läßt sich die Dichtigkeit des Wassers der des Oeles noch näher bringen, und daher $1 - \varepsilon$ noch mehr herabziehen, oder die abzulesende Niveaudifferenz, und daher auch die Genauigkeit des Ablesens noch mehr vergrößern.

§. 255. Auch hat man mehrere Anemometer vorgeschlagen und zu gebrauchen gesucht, welche dem Stromquadranten (s. I. §. 418) ähnlich sind, und mit demselben einerlei Princip haben, die Kugeln aber hier durch dünne Scheiben ersetzt. Jedenfalls ist aber eine hohle Blechkugel

noch besser, als eine ebene Scheibe, weil der Windstoß gegen die Kugel bei allen Neigungen der Stange, woran dieselbe aufgehangen ist, derselbe bleibt, wogegen er sich bei der Scheibe mit der Neigung derselben ändert; während bei Anwendung einer Kugel die Formel $v = \psi \sqrt{tang.\ \beta}$, (wo β die Abweichung der Stange von der Vertikalen bezeichnet) genügt, ist bei Anwendung einer Scheibe ein complicirterer Ausdruck zur Berechnung der Geschwindigkeit zu gebrauchen. Anemometer.

Endlich hat man auch die Windgeschwindigkeit durch den Stoß, welchen der Wind unmittelbar gegen eine ebene, ihm normal entgegengerichtete Fläche ausübt, zu messen gesucht, und dazu Anemometer angewendet, welche dem in I. §. 419 abgebildeten und beschriebenen Hydrometer mehr oder weniger ähnlich sind. Wäre das Gesetz des Windstoßes vollständig bekannt und sicher begründet, so würde sich mit Hülfe eines solchen Anemometers die Geschwindigkeit des Windes ohne weitere Untersuchung bestimmen lassen; allein dem ist nicht so, es führen vielmehr die in I. §. 429 aufgestellten Formeln und der in §. 431 angegebene Coefficient nur auf Näherungswerthe. Behalten wir diese indessen hier bei, setzen wir also den Windstoß $P = \zeta . \frac{v^2}{2g} F\gamma, = 1,86 . \frac{v^2}{2g} F\gamma$, oder, für das preußische Maaß, wo $\frac{1}{2g} = 0,016$ ist, $P = 0,02976\, v^2 F\gamma$, oder, wenn wir noch die Winddichtigkeit $\gamma = \frac{66}{800} = \frac{33}{400} = 0,0825$ Pfd. einsetzen, $P = 0,002455\, v^2 F$, also, wenn der Inhalt der gestoßenen Fläche einen Quadratfuß beträgt, den Windstoß $P = 0,002455\, v^2$ Pfund, sowie umgekehrt die Windgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{P}{0,002455}} = 20,18 \sqrt{P}$ Fuß.

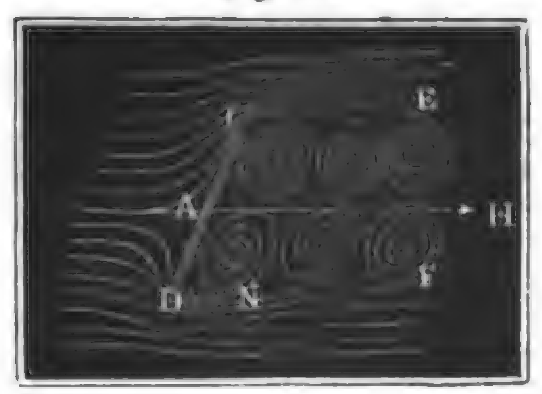
Für die Geschwindigkeiten $v =$	10	15	20	25	30	35	40	45	50 Fuß.
sind hiernach die Windstöße auf 1 Quadratfuß =	0,2455	0,5524	0,982	1,534	2,209	3,007	3,928	4,971	6,1375 Pfd.

Durch Multiplication mit dem Inhalte der gestoßenen Fläche läßt sich hiernach der Normalstoß des Windes gegen jede ebene Fläche leicht berechnen.

§. 256. Wir haben nun die Größe und Leistung des Windstoßes bei den Flügelrädern der Windmühlen näher zu studiren. Denken wir uns Windstoß.

Windstoß. in dieser Absicht die ganze Flügelfläche durch Normalebenen auf der Flügel- oder Ruthenaxe in lauter schmale Theile oder Elemente zerschnitten und stelle CD, Fig. 395, ein solches Element vor. Wegen der bedeutenden Größe und zumal wegen der großen Länge einer Flügelfläche können wir annehmen, daß alle in der Richtung AH ankommenden Windelemente der gegen die Fläche CD anrückenden Windsäule durch den Stoß in entgegengesetzten Richtungen parallel zu CD abgelenkt werden, und deshalb auch von den Formeln in I. §. 427 Gebrauch machen.

Fig. 395.



Bezeichnet c die Windgeschwindigkeit und v die Flügelgeschwindigkeit, Q aber das Windquantum, welches pr. Sec. gegen CD anstößt, ferner γ die Dichtigkeit des Windes und α den Winkel CAH, welchen die Windrichtung mit CD einschließt, so haben wir unter der Voraussetzung, daß die Fläche CD in der Richtung des Windes ausweicht, nach dem angeführten Paragraphen den Normalstoß des Windes gegen CD: $N = \frac{c-v}{g} sin.\ \alpha\ .\ Q\gamma$.

Das zum Stoße gelangende Windquantum Q ist hier, wo der Querschnitt $CN = G$ des Stromes die ganze Stoßfläche einnimmt, nicht $= Gc$, sondern nur $G\,(c-v)$ zu setzen, da die mit der Geschwindigkeit v ausweichende Schaufel pr. Sec. einen Raum Gv hinter sich offen läßt, der vom nachfolgenden Windquantum Gc den Theil Gv aufnimmt, ohne eine Richtungsveränderung zu erleiden. Es ist daher der Normalstoß auch zu setzen:

$$N = \frac{c-v}{g} sin.\ \alpha\ .\ (c-v)\ G\gamma = \frac{(c-v)^2}{g} sin.\ \alpha\ G\gamma,$$

oder wenn F den Inhalt des Elementes CD bezeichnet und $G = F sin.\ \alpha$ eingeführt wird, $N = \frac{(c-v)^2}{g}\ sin.\ \alpha^2\ F\gamma$.

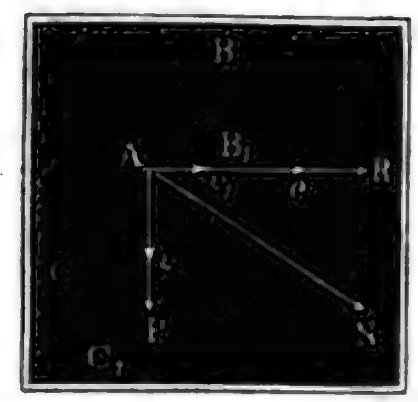
Außer diesem Stoße gegen die Vorderfläche von CD findet noch eine Wirkung an der Hinterfläche von CD statt, da ein Theil des in den Richtungen CE und DF an dem Umfange der Fläche vorbeigehenden Windes zur Ausfüllung des Raumes hinter CD eine wirbelnde Bewegung annimmt, und dabei den der relativen Geschwindigkeit $(c-v)\,sin.\ \alpha$ entsprechenden Druck $\frac{(c-v)^2}{g} sin.\ \alpha^2\ .\ F\gamma$ verliert. Wenn man beide Wirkungen vereinigt, so bekommt man zuletzt die vollständige Normalkraft des Windes gegen das Flügelelement F:

Digitized by Google

$$N = \frac{(c-v)^2}{g} sin.\, \alpha^2 F\gamma + \frac{(c-v)^2}{2g} sin.\, \alpha^2 F\gamma = 3 \,.\, \frac{(c-v)^2}{2g} sin.\, \alpha^2\, F\gamma.$$

§. 257. Bei Anwendung dieser Formel auf die Windräder haben wir zu berücksichtigen, daß der Windflügel BC, Fig. 396, nicht in der Richtung AR des Windes, sondern in einer Richtung AP rechtwinklig darauf umläuft, es ist daher auch in der Formel $N = 3 \,.\, \frac{(c-v)^2}{2g}\, sin.\, \alpha^2 \,.\, F\gamma$ für den Normalstoß statt v die Geschwindigkeit $Av_1 = v_1$ einzusetzen, mit welcher der Flügel in Hinsicht auf die Windrichtung ausweicht. Bezeichnet hier v die wirkliche Umdrehungsgeschwindigkeit Av, so haben wir für $Av_1 = v_1 = v \,.\, cotg.\, \overline{Av_1v} = v\, cotg.\, \alpha$ und daher für den vorliegenden Fall Vortheilhaftester Stoßwinkel.

Fig. 396.



$$N = 3 \,.\, \frac{(c - v\, cotg.\, \alpha)^2}{2g} \,.\, sin.\, \alpha^2 F\gamma \text{ oder } = 3 \frac{(c\, sin.\, \alpha - v\, cos.\, \alpha)^2}{2g}\, F\gamma.$$

Diesen Normalstoß zerlegt man in zwei Seitenkräfte P und R, eine in der Umdrehungs- und die andere in der Axenrichtung des Flügelelementes wirkend, und es ist $P = N\, cos.\, \alpha = 3\, \frac{(c\, sin.\, \alpha - v\, cos.\, \alpha)^2}{2g}\, cos.\, \alpha \,.\, F\gamma$,

dagegen $R = N\, sin.\, \alpha = 3\, \frac{(c\, sin.\, \alpha - v\, cos.\, \alpha)^2}{2g}\, sin.\, \alpha \,.\, F\gamma.$

Durch Multiplication mit der Umdrehungsgeschwindigkeit v folgt aus der Formel für P die mechanische Leistung des Windrades:

$$L = Pv = 3\, \frac{(c\, sin.\, \alpha - v\, cos.\, \alpha)^2}{2g}\, v\, cos.\, \alpha \,.\, F\gamma;$$

was dagegen die Axen- oder sogenannte Parallelkraft R anlangt, so verrichtet dieselbe keine Arbeit, sondern sie sucht das Rad fortzuschieben, drückt deshalb die Grundfläche seines hinteren Zapfens gegen das Widerlager und giebt durch die hieraus entspringende Reibung zu einem besonderen Arbeitsverluste Veranlassung.

Die letzte Formel zeigt uns allerdings an, wie es sich jedoch auch von selbst versteht, daß die Leistung mit der Windgeschwindigkeit c und mit dem Inhalte F des Flächenstücks wächst, dagegen ist aus ihr nicht sogleich zu ersehen, welchen Einfluß der Stoßwinkel α auf den Werth der Leistung hat. Damit L nicht Null ausfalle, muß aber $c\, sin.\, \alpha > v\, cos.\, \alpha$, d. i. $tang.\, \alpha > \frac{v}{c}$ und $cos.\, \alpha > 0$, also $\alpha < 90^0$ sein. Es muß also zwischen den Grenzen $tang.\, \alpha > \frac{v}{c}$ und $\alpha < 90^0$ ein Werth von α einem

Vortheilhaftester Stoßwinkel.

Maximo von L entsprechen. Um diesen Werth zu finden, setzen wir statt α, $\alpha \pm x$, wo x eine sehr kleine Größe bedeutet. Hiernach erhalten wir $sin. (\alpha \pm x) = sin. \alpha \; cos. x \pm cos. \alpha \; sin. x$, oder $cos. x = 1$ und $sin. x = x$ eingesetzt, $sin. (\alpha \pm x) = sin. \alpha \pm x \; cos. \alpha$, ferner $cos. (\alpha \pm x) = cos. \alpha \; cos. x \mp sin. \alpha \; sin. x = cos. \alpha \mp x \, sin. \alpha$, und diese Werthe geben uns für die Leistung

$L = \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma \left(sin\,\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha\right)^2 cos.\,\alpha$, den Ausdruck

$$L_1 = \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma \left([sin.\alpha \pm x cos.\alpha - \frac{v}{c}(cos.\alpha \mp x sin.\alpha)]^2 (cos.\alpha \mp x sin.\alpha)\right)$$

$$= \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma [sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \pm (cos.\,\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha)\, x]^2 (cos.\,\alpha \mp x\, sin.\alpha)$$

$$= \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma \Big((sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\,\alpha)^2 \; cos.\,\alpha$$

$$\pm [2 (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha) cos.\alpha - (sin\,\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2 sin.\alpha] x + \text{ꝛc.} \Big)$$

$$= L \pm \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma \Big([2 sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c} \; sin.\,\alpha) \; cos.\,\alpha$$

$$- (sin.\,\alpha - \frac{v}{c} cos.\,\alpha)^2 sin.\,\alpha] x + \text{ꝛc.} \Big).$$

Damit α den Maximalwerth gebe, muß L_1 kleiner als L ausfallen, man mag α um x größer oder kleiner, d. i. x positiv oder negativ nehmen. Nun giebt aber die letzte Formel in einem Falle $L_1 > L$ und im andern $< L$, so lange das zweite Glied $\pm \frac{3 c^2 v}{2 g} F\gamma \, [....] \, x$ reell ist; es ist daher zur Erlangung des Maximalwerthes nöthig, daß dieses zweite Glied Null, also

$$2 (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha) cos.\alpha - (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2 sin.\alpha = 0,$$

oder $2 (cos.\,\alpha + \frac{v}{c} \; sin.\,\alpha) \, cos.\,\alpha = (sin\,\alpha - \frac{v}{c} \; cos.\,\alpha) \; sin.\,\alpha$,

oder $sin.\,\alpha^2 - \frac{3v}{c} sin.\,\alpha \, cos.\,\alpha = 2 \, cos.\,\alpha^2$ sei. Durch $cos.\,\alpha^2$ dividirt und $\frac{sin.\,\alpha}{cos.\,\alpha} = tang.\,\alpha$ eingesetzt, ergiebt sich $tang.\,\alpha^2 - \frac{3v}{c} \; tang.\,\alpha = 2$, woraus nun für den die Maximalleistung versprechenden Winkel folgt:

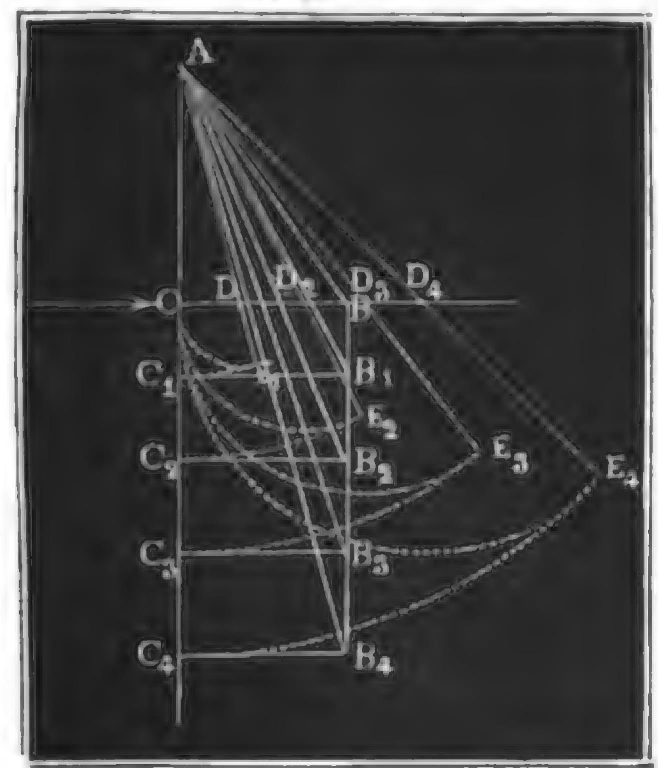
$$tang.\,\alpha = \frac{3\,v}{2\,c} + \sqrt{\left(\frac{3\,v}{2\,c}\right)^2 + 2}.$$

Da bei einem und demselben Flügel die entfernteren Elemente eine größere Geschwindigkeit besitzen, als die der Umdrehungsaxe näherstehenden, so folgt hieraus, daß den entfernteren Flügeltheilen ein größerer Stoßwinkel zu ertheilen ist, als den näheren, um eine möglichst große Leistung zu er-

halten. Es sind also die Flügel nicht eben, sondern windschief (franz. gauches, engl. warped) und zwar so herzustellen, daß die äußeren Theile weniger als die inneren von der Umdrehungsebene abweichen. Vortheilhafteste Stoßwinkel.

Anmerkung. Die vortheilhaftesten Stoßwinkel eines Flügels lassen sich auch leicht durch folgende Construction finden. Man nehme CB, Fig. 397, $= 1$, setze rechtwinkelig darauf $CA = \sqrt{2}$ = der Diagonale eines Quadrates über CB, und ziehe AB. Dann ist $tang. ABC = \sqrt{2}$, und daher $\angle ABC = 54^\circ, 44', 8''$, d. i. der Stoßwinkel der ganz nahe an der Umdrehungsaxe liegenden Flügelelemente. Setzen wir nun in $y = \frac{3 \omega x}{2c}$ für c die Wind-, für ω aber die Winkelgeschwindigkeit und für x nach und nach die Entfernungen der Flügelsprossen von der Umdrehungsaxe ein, und tragen wir die so erhaltenen Werthe von y als CD_1, CD_2, CD_3 u. s. w. auf die CB von C aus auf; ziehen wir ferner die Hypotenusen AD_1, AD_2,


Fig. 397.



AD_3 u. s. w., und verlängern wir dieselben so, daß $D_1E_1 = CD_1$, $D_2E_2 = CD_2$, $D_3E_3 = CD_3$ u. s. w. wird; legen wir endlich AE_1, AE_2, AE_3 u. s. w. auf die Richtung von AC als AC_1, AC_2, AC_3 u. s. w auf, errichten in C_1, C_2, C_3 u. s. w. die Perpendikel C_1B_1, C_2B_2, C_3B_3 u. s. w. $= CB = 1$, und ziehen AB_1, AB_2, AB_3 u. s. w., so erhalten wir in AB_1C_1, AB_2C_2, AB_3C_3 u. s. w. die gesuchten Stoßwinkel, denn es ist

$$tang. AB_1C_1 = \frac{AC_1}{B_1C_1} = \frac{AE_1}{1} = D_1E_1 + AD_1 = y_1 + \sqrt{y_1^2 + 2},$$

$$tang. AB_2C_2 = \frac{AC_2}{B_2C_2} = \frac{AE_2}{1} = D_2E_2 + AD_2 = y_2 + \sqrt{y_2^2 + 2}, \text{ ꝛc.}$$

§. 258. Die Formel für den zweckmäßigsten Stoßwinkel läßt sich auch umkehren, um die einer gegebenen Flächenstellung (α) entsprechende vortheihafteste Umdrehungsgeschwindigkeit zu finden. Es ist hiernach Leistung.

$$tang. \alpha^2 - \frac{3v}{c} tang. \alpha = 2, \text{ und daher sehr einfach}$$

$$v = \left(\frac{tang. \alpha^2 - 2}{tang. \alpha}\right) \cdot \frac{c}{3} = (tang. \alpha - 2 \, cotang. \alpha) \frac{c}{3}.$$

Setzt man diesen Werth in die Leistungsformel ein, so bekommt man dann

$$L = \frac{3c^2}{2g} F\gamma \cdot \frac{tang. \alpha^2 - 2}{tang. \alpha} \cdot \frac{c}{3} \cdot \left(sin. \alpha - \frac{tang. \alpha^2 - 2}{3 \, tang. \alpha} \cdot cos \, \alpha\right)^2 cos. \, \alpha$$

$$= \frac{4}{9} \cdot \frac{c^3}{2g} F\gamma \cdot \frac{(tang. \alpha^2 - 2) cos. \alpha^2}{sin. \alpha^3} = \frac{4}{9} \frac{c^3}{2g} F\gamma \cdot \frac{(3 \, sin. \alpha^2 - 2)}{sin. \alpha^3}.$$

Digitized by Google

Leistung. Die theoretische Leistung eines Windrades läßt sich hiernach für jede gegebene Wind- und Umdrehungsgeschwindigkeit berechnen. Aus der gegebenen Umdrehungszahl u pr. Min. folgt zunächst die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\pi u}{30} = 0,1047 \, . \, u$. Theilt man nun die ganze Windruthenlänge in 7 gleiche Theile, und läßt man, wie gewöhnlich, den Flügel im ersten Theilpunkte anfangen, so daß seine eigentliche Länge $\frac{6}{7} l$ ausfällt, so können wir nun sehr leicht mit Hülfe der Formel

$$tang. \alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}$$

die jedem der 7 Theilpunkte des Flügels entsprechenden vortheilhaftesten Stoßwinkel $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \ldots$ berechnen, indem man nach und nach

$$v_0 = \omega \, . \, \frac{l}{7}, \; v_1 = \omega \, . \, \frac{2l}{7}, \; v_2 = \omega \, . \, \frac{3l}{7} \ldots \text{ bis } v_6 = \omega \, . \, \frac{7l}{7}$$

oder ωl einführt.

Sind nun noch $b_0, b_1, b_2 \ldots b_6$ die durch diese Theilpunkte zu legenden Flügelbreiten, so können wir mit Hülfe der Simpson'schen Regel aus

$$\left(\frac{3 \sin. \alpha_0^2 - 2}{\sin. \alpha_0^3}\right) b_0, \left(\frac{3 \sin. \alpha_1^2 - 2}{\sin. \alpha_1^3}\right) b_1, \left(\frac{3 \sin. \alpha_2^2 - 2}{\sin. \alpha_2^3}\right) b_2 \text{ u. s. w.}$$

einen Mittelwerth k berechnen und bekommen daher mit Hülfe desselben die ganze Flügelleistung $L = \frac{4}{9} k \gamma \, . \, \frac{6}{7} l \, . \, \frac{c^3}{2g}$, oder allgemeiner, wenn l_1 die eigentliche Flügellänge bezeichnet, $L = \frac{4}{9} \gamma k l_1 \frac{c^3}{2g}$.

Wäre der Flügel eben, hätte er also an allen Stellen einen und denselben Stoßwinkel α, so würde man mittels $v_0 = \frac{\omega l}{7}$, $v_1 = \omega \, . \, \frac{2l}{7}$ u. s. w. zunächst die entsprechenden Werthe $\left(\sin. \alpha - \frac{v_0}{c} \cos. \alpha\right)^2 \frac{v_0}{c} \cos. \alpha \, . \, b_0$, $\left(\sin. \alpha - \frac{v_1}{c} \cos. \alpha\right)^2 \frac{v_1}{c} \cos. \alpha \, . \, b_1$ u. s. w. zu berechnen, aus diesen aber durch Anwendung der Simpson'schen Regel den Mittelwerth k_1 zu ermitteln und diesen zuletzt in die Formel $L = 3 \gamma k_1 \, . \, l_1 \, . \, \frac{c^3}{2g}$ einzusetzen haben.

Ist n die Anzahl der Flügel, so hat man allerdings den letzten Werth noch hiermit zu multipliciren, um die ganze theoretische Radleistung zu erhalten, also $L = 3 n \gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g}$ zu setzen.

Beispiel 1. Welche Stoßwinkel erfordert ein Flügelrad bei 20 Fuß Windgeschwindigkeit, wenn dasselbe aus 4 Flügeln von 24 Fuß Länge und 6 bis 9 Fuß

Breite besteht, und wenn es in der Minute 16 Umdrehungen macht. Wie groß ist ferner die theoretische Leistung dieses Rades? Leistung.

Zunächst ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0{,}1047 \cdot 16 = 1{,}6755$ Fuß, und ist die Entfernung der innersten Flügelsprosse von der Wellenaxe = 4 Fuß, also die ganze Ruthenlänge = 24 + 4 = 28 Fuß, so hat man für die

Entfernungen:	4	8	12	16	20	24	28 Fuß,
die Geschwindigkeiten:	6,702	13,404	20,106	26,808	33,510	40,212	46,914 Fß.,
die Tangenten der Stoßwinkel:	2,004	2,740	3,575	4,469	5,397	6,347	7,311,
Stoßwinkel:	63°,29′	69°,57′	74°,22′	77°,23′	79°,30′	81°,3′	82°,13′
Werthe $\frac{3 \sin.\alpha^2 - 2}{\sin.\alpha^3}$:	0,5612	0,7810	0,8759	0,9220	0,9472	0,9622	0,9716
Flügelbreiten:	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß,
Producte aus den letzten beiden:	3,367	5,076	6,131	6,915	7,578	8,179	8,744

Aus den letzten Producten folgt nun der Mittelwerth

$$k = \frac{3{,}367 + 8{,}744 + 4 \cdot (5{,}076 + 6{,}915 + 8{,}179) + 2 \cdot (6{,}131 + 7{,}578)}{18}$$

$$= \frac{12{,}111 + 80{,}680 + 27{,}418}{18} = \frac{120{,}209}{18} = 6{,}679,$$

und führen wir nun noch

$\gamma = \frac{66}{800} = 0{,}0825$ Pfund, $^6/_7\, l = 24$ und $\frac{c^3}{2g} = 0{,}016 \cdot 20^3 = 128$ ein,

so bekommen wir die Leistung dieses Windrades:

$L = 4 \cdot {}^4/_9 \cdot 6{,}679 \cdot 0{,}0825 \cdot 24 \cdot 128 = 11{,}874 \cdot 1{,}98 \cdot 128 = 3009$ Fußpfund
$= 5{,}9$ Pferdekräfte.

Beispiel 2. Welche Leistung ist von einem Windrade zu erwarten, welches aus 4 ebenen Flügeln besteht, und bei dem Stoßwinkel von 75° die übrigen Dimensionen und Verhältnisse mit dem Rade im vorigen Beispiele gemeinschaftlich hat?

Man hat hier:

die Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c}$:	0,3351	0,6702	1,0053	1,3404	1,6755	2,0106	2,3457,
die Differenzen $\sin.\alpha - \frac{v}{c}\cos.\alpha$:	0,8792	0,7925	0,7057	0,6190	0,5323	0,4456	0,3588,
die Breiten b:	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß,
die Producte $\left(\sin.\alpha - \frac{v}{c}\cos.\alpha\right)^2 \cdot \frac{v}{c}\cos.\alpha \cdot b$:	0,4023	0,7081	0,9071	0,9967	0,9830	0,8783	0,7034.

Leistung. Aus den letzten Producten ergiebt sich mittels der Simpson'schen Regel der Mittelwerth

$k_1 = \frac{1}{18}[0{,}4023 + 0{,}7034 + 4(0{,}7081 + 0{,}9969 + 0{,}8783) + 2(0{,}9071 + 0{,}9830)]$

$= \frac{1}{18}(1{,}1057 + 10{,}3324 + 3{,}7802) = \frac{15{,}2183}{18} = 0{,}8455,$

und hieraus folgt die gesuchte Leistung

$L = 4 \,.\, 3 \,.\, 0{,}8455 \,.\, 0{,}0825 \,.\, 24 \,.\, 128 = 2571$ Fußpfund $= 5$ Pferdekräfte, wogegen das Rad mit windschiefen Flügeln $L = 5{,}9$ Pferdekräfte verspricht.

Reibungsverlust. §. 259. Einen bedeutenden Theil des Arbeitsvermögens, welches ein Flügelrad dem Winde abgewinnt, geht durch die Reibung am Halse des Rades verloren, zumal, wenn, wie gewöhnlich, dieser sehr stark ist. Wir können annehmen, daß das ganze Gewicht des Flügelrades im Halse unterstützt sei und den Druck am hinteren Zapfen ganz unberücksichtigt lassen; wenn nun auch dadurch eine etwas zu große Reibung gefunden wird, so wird sie durch Außerachtlassung der Reibung an der Basis des hinteren Zapfens, welche aus dem Windstoße in axieller Richtung entspringt, ungefähr wieder ausgeglichen. Da der hintere Zapfen viel schwächer ist, als der Hals oder vordere Zapfen, so wird diese Vereinfachung um so eher erlaubt sein. Dies vorausgesetzt, erhalten wir nun aus dem Gewichte G des ganzen Flügelrades die entsprechende Reibung $F = \varphi G$, und ist nun noch r der Halbmesser des Halses, also ωr die Geschwindigkeit der Reibung, so folgt die Arbeit dieser Reibung:

$$F\omega r = \varphi G \omega r = 0{,}1047 \,.\, u \varphi G r = \varphi G \frac{r}{l} v,$$

wenn v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet.

Dies vorausgesetzt, können wir nun die effective Leistung eines Windrades mit ebenen Flügeln setzen:

$$L = 3 n \gamma k_1 l_1 \,.\, \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v,$$

und die eines solchen Rades mit windschiefen Flügeln:

$$L = \frac{4}{9} n \gamma k l_1 \,.\, \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v.$$

Aus der Formel $L = \frac{3(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} v \cos.\alpha \cdot F\gamma$ für die theoretische Leistung eines Flügelelementes läßt sich der Einfluß der Flügelgeschwindigkeit auf die theoretische Radleistung erkennen, namentlich auch finden, daß für $v \cos.\alpha = \frac{c \sin.\alpha}{3}$ (vergl. II. §. 150), d. i. für $v = \frac{c\, tang.\alpha}{3}$ dieselbe ein Maximum wird. Führt man nun aber diesen Werth in der angeführten Formel ein, so erhält man $L = 3 \,.\, \frac{4}{27} \,.\, \frac{c^3 \sin.\alpha^3}{2g} F\gamma$, und es ist nun hieraus zu entnehmen, daß die Leistung am größten ausfällt,

wenn der Stoßwinkel $\alpha = 90^0$, also $v = \infty$ wird. Dieser Forderung kann aber aus dem Grunde nicht Genüge geleistet werden, weil schon bei einer nicht übermäßig großen Umdrehungsgeschwindigkeit die Nebenhindernisse, namentlich aber die Halsreibung, so viel Arbeit consumiren, daß für die effective oder Nutzleistung nichts mehr übrig bleibt. Es ist also bei einer großen Umdrehungszahl eine große Nutzleistung zu erwarten, jedoch in gegebenen Fällen stets besonders zu untersuchen, bei welcher Umdrehungszahl die Nutzleistung, welche die theoretische Leistung nach Abzug der Arbeit der Reibung noch übrig läßt, ein Maximum wird, und dies kann nur dadurch geschehen, daß man für eine Reihe von Umdrehungszahlen diese Leistungen wirklich berechnet, und aus diesen die größte herausnimmt, oder durch Interpolation ermittelt. Reibungsverlust.

Beispiel. Wenn die armirte Flügelwelle des in den Beispielen des vorigen Paragraphen betrachteten Rades 7500 Pfund wiegt, und der Halbmesser ihres Halses $r = \frac{1}{3}$ Fuß mißt, der Reibungscoefficient φ aber $= 0,1$ angenommen wird, so hat man die durch die Halsreibung verloren gehende mechanische Leistung

$$= 0,1 \,.\, 7500 \,.\, \omega r = 750 \,.\, \tfrac{1}{3} \,.\, 1,6755 = 250 \,.\, 1,6755 = 419 \text{ Fußpfund};$$

es bleibt also beim Rade mit windschiefen Flügeln die Nutzleistung 3009 − 419 = 2590 Fußpfund, d. i. circa 86 Procent übrig. Bei den hölzernen Wellen sind aber die Hälse noch einmal so stark, und es ist daher hier der Arbeitsverlust durch die Reibung doppelt, die Nutzleistung also nur 70 Procent der theoretischen.

§. 260. Sichere, namentlich zur Prüfung der Theorie vollkommen genügende Beobachtungen sind an Windmühlen bis jetzt noch gar nicht gemacht worden; es fehlt zwar nicht an Angaben über die Leistungen verschiedener Windmühlen, allein dieselben sind meist zur Beurtheilung des Wirkungsgrades dieser Maschinen nicht hinreichend, da sie die Windgeschwindigkeit entweder ganz unbestimmt lassen oder dieselbe nicht mit hinreichender Genauigkeit ausdrücken. Am vollständigsten sind noch die Angaben von Coulomb und Smeaton, neuere Beobachtungen ähnlicher Art fehlen aber ganz. Coulomb stellte seine Beobachtungen an einer der vielen Windmühlen in der Umgebung von Lille an; es lassen sich aber aus denselben ziemlich sichere Folgerungen ziehen, weil diese Mühle ein zum Auspressen des Rübsaamenöles dienendes Pochwerk in Bewegung setzte, dessen Nutzleistung sich sehr leicht berechnen läßt. Die vier Radflügel dieser Mühle waren nach holländischer Art, windschief, mit den Stoßwinkeln von $63\frac{3}{4}^0$ bis $81\frac{1}{4}^0$, und jeder von ihnen hatte ungefähr $2 \,.\, 10 = 20$ Quadratmeter Inhalt. Die Versuche wurden bei Windgeschwindigkeiten von 2,27 Meter bis 9,1 Meter und bei Umfangsgeschwindigkeiten von 7 bis 22 Meter angestellt, und stimmten nach den Berechnungen von Coriolis (s. dessen Calcul de l'effet des machines) im Mittel ziemlich mit der oben entwickelten Theorie, nach welcher der Windstoß normal gegen ein Flügelelement F: Erfahrungen.

Erfahrungen.

$$N = 3 \cdot \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} F\gamma$$

ist, überein. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß bei den besseren Constructionen mit schiefen Flügeln der Mittelwerth von $\frac{3 \sin. \alpha^2 - 2}{\sin. \alpha^3}$ nicht bedeutend abweichen kann von demjenigen, welcher sich aus dem ersten Beispiele in §. 258 = 0,880 berechnet; führen wir aber diesen in die allgemeine Formel ein, so erhalten wir folgenden höchst einfachen Ausdruck für die Leistung eines Windrades:

$$L = \tfrac{4}{9} \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}0825 \cdot n F \frac{c^3}{2g} = 0{,}000516\, n F c^3 \text{ Fußpfund.}$$

Das Mittel aus den Coulomb'schen Beobachtungen giebt

$L = 0{,}026\, n F c^3$ Kilogrammmeter, oder in preuß. Maaße

$= 0{,}000549\, n F c^3$ Fußpfund, also eine gute Uebereinstimmung mit der theoretischen Bestimmung. Der Sicherheit wegen nimmt man vielleicht am besten $L = 0{,}0005\, n F c^3$ Fußpfund.

Diese Formel giebt jedoch nur dann genügend richtige Resultate, wenn die Umfangsgeschwindigkeit ungefähr die vortheilhafteste, nämlich circa $2\frac{1}{2}$ mal so groß als die Windgeschwindigkeit ist.

Beispiel. Wenn ein Windrad bei einer Windgeschwindigkeit von 16 Fuß eine Leistung von 4 Pferdekräften geben soll, welche Flügelflächen hat man demselben zu geben? Nach der letzten Formel ist

$$n F = \frac{4 \cdot 510}{0{,}0005 \cdot 16^3} = \frac{4080000}{4096} = 1000 \text{ Quadratfuß;}$$

also bei fünf Flügeln, der Inhalt des einen = 200 Quadratfuß. Macht man die Länge l_1 eines Flügels 5mal so groß, als seine mittlere Breite b, so hat man hiernach $5 b^2 = 200$, folglich die Breite $b = \sqrt[2]{40} = 6\frac{1}{3}$ Fuß, und die Länge $l_1 = 5 \cdot 6\frac{1}{3} = 31\frac{2}{3}$ Fuß.

Smeaton's Regeln.

§. 261. Smeaton hat sehr ausführliche Versuche über Windräder im Kleinen angestellt. Sein Versuchsrad hatte Arme von 21 Zoll Länge mit Flügeln von 18 Zoll Länge und 5,6 Zoll Breite (engl. Maaß). Er ließ dieses Rad nicht durch den Wind in Umdrehung setzen, sondern er bewegte dasselbe in der ruhigen Luft im Kreise herum, weshalb er denn nicht den Windstoß, sondern den Widerstand der Luft gegen das Rad beobachtet hat, wodurch allerdings die Resultate seiner Beobachtungen bedeutend an Werth verlieren. Die Bewegung des Rades gegen den Wind erfolgte durch eine stehende Welle mit einem $5\frac{1}{2}$ Fuß langen Querarme, an dessen Ende die Lager des Rades befestigt waren; diese Welle aber erhielt ihre Bewegung durch den Beobachter selbst, und zwar mit Hülfe einer Schnur, welche, wie bei einem Kreisel, vor jedem Versuche auf den stärkeren Theil dieser Welle aufgewickelt wurde. Um den Windstoß, oder viel-

mehr den Widerstand der Luft zu messen, wurde unmittelbar über der ste- hendenden Welle eine Waagschale mit Gewichten an einer sehr feinen Schnur aufgehangen, und das andere Ende dieser Schnur um die Flügelwelle gelegt, so daß sich bei Umdrehung dieser die Schnur auf sie aufwickelte und das Gewicht am ersten Ende dieser Schnur emporhob. Was nun die Ergebnisse dieser Versuche anlangt, so stimmen sie in qualitativer Hinsicht sehr gut mit der Theorie überein, namentlich weisen sie sehr bestimmt nach, daß die windschiefen Flügel mehr Wirkung haben, als die ebenen, und daß die durch die Theorie gefundenen Stoßwinkel wirklich die vortheilhaftesten sind. Während wir im obigen Beispiel zu §. 258, von innen nach außen gegangen und, gleichen Abständen entsprechend, die 7 Stoßwinkel 63°, 29′; 69°,57′; 74°,22′; 77°,23′; 79°,30′; 81°,3′ und 82°,13′ gefunden haben, ergaben sich bei den Versuchen von Smeaton folgende 6 Stoßwinkel als sehr vortheilhaft: 72°; 71°; 72°; 74°; 77½°, 83°; im Mittel also wenig verschieden von den ersteren. Uebrigens bemerkt Smeaton selbst, daß eine Abweichung von 2 Grad im Stoßwinkel keinen bedeutenden Einfluß auf die Leistung des Rades habe. Smeaton's Regeln.

Zuletzt macht Smeaton aus seinen, bei 4⅓ bis 8¾ Fuß Wind- oder vielmehr Radaxengeschwindigkeit, angestellten Versuchen folgende, mit der Theorie in sehr guter Uebereinstimmung stehende Folgerungen.

Bei einem vortheilhaft besegelten Flügelrade steht die größte Umfangsgeschwindigkeit mit der vortheilhaftesten Umfangsgeschwindigkeit im Verhältnisse wie 3 : 2, und dagegen die größte Last zur vortheilhaftesten Last im Verhältnisse wie 6 : 5. Uebrigens aber ist die größte Umfangsgeschwindigkeit, d. i. die beim leeren Gange, circa 4mal, und daher die beim vortheilhaftesten Gange $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$mal so groß, als die Windgeschwindigkeit. Ferner wächst beim vortheilhaftesten, d. h die größte Nutzleistung gebenden Gange die Belastung beinahe wie das Quadrat, und die Leistung beinahe wie der Cubus der Windgeschwindigkeit. Wenigstens gab die doppelte Windgeschwindigkeit die 3,75fache Belastung und die 7,02fache Nutzleistung. Manche andere Regeln, welche Smeaton noch aus seinen Versuchen zieht, sind mit der Theorie im Einklange, und lassen sich ebenso gut aus dieser ableiten, weswegen es nicht nöthig ist, hier weiter darauf einzugehen.

Nach diesen Versuchen ist übrigens die Wirkung des Windes bei den Flügelrädern noch größer, als sie die Theorie giebt und als die Coulomb'schen Versuche geben.

Von anderen Angaben über die Leistungen der Windräder kann erst im Abschnitte von den Arbeitsmaschinen die Rede sein.

Schlußanmerkung. Die vollständigste Theorie der Windräder findet man in des Verfassers Handbuch der Bergmaschinenmechanik, und in Coriolis' Traité

du calcul de l'effect des machines. In den meisten Lehrbüchern über Mechanik werden die Windräder ganz kurz abgehandelt, oder wohl gar unbeachtet gelassen. Die Versuche Smeaton's sind in den Philosophical Transactions, Jahrgänge 1759 bis 1776 beschrieben, gesammelt und in's Französische übersetzt aber von Girard, und zwar unter dem Titel: »Recherches expérimentales sur l'eau et le vent. Paris, 1827. Auszüge davon findet man fast in allen englischen Werken, namentlich auch in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain. Coulomb's Versuche sind in dem bekannten Werke Théorie des machines simples, par Coulomb, beschrieben. Eine Bockwindmühle genau gezeichnet und ausführlich beschrieben, findet man in Hoffmann's Sammlung der gebräuchlichsten Maschinen, Heft I., Berlin 1833.

Ueber den Windstoß handelt schon Mariotte in seinen Grundlehren der Hydrostatik und Hydraulik; nach ihm ist der Windstoß

$$P = 1{,}73\ \frac{c^2}{2g}\ F\gamma.$$

Nächstdem auch Borda, in den Mémoires de l'Académie de Paris, 1763; ferner Rouse (s. das oben citirte Werk von Smeaton), dann noch Hutton und Woltmann. Die letzteren Autoren finden P viel kleiner, als Mariotte u. s. w., weil sie nicht den Windstoß, sondern den Widerstand der Luft gemessen haben. Sicherlich ist daher auch der von Woltmann gefundene Coefficient $\zeta = {}^4/_3$, also die Kraft

$$P = {}^4/_3 \cdot \frac{c^2}{2g}\ F\gamma$$

zu klein, weil er die Constante seines Flügels nicht direct bestimmt hat (s. dessen Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Hamburg, 1790). Hutton findet aus seinen Versuchen, daß man mit mehr Genauigkeit den Stoß und Widerstand der Luft $F^{1,1}$ proportional wachsend annehmen müsse (s. dessen Philosophical and mathematical Dictionary, T. II). Nehmen wir nun an, daß der Coefficient $\zeta = 1{,}86$ für eine kleine Fläche von 1 Quadratfuß Inhalt richtig sei, so müssen wir hiernach für einen Windflügel von 200 Quadratfuß Flächeninhalt $\zeta = 200^{0,1} . 1{,}86 = 1{,}7 . 1{,}86 = 3{,}162$ setzen, was mit der theoretischen Bestimmung und mit dem obigen Vortrag, wo $\zeta = 3$ und

$$P = 3\ .\ \frac{c^2}{2g}\ F\gamma$$

angenommen wurde, gut übereinstimmt. Eine sehr gute Zusammenstellung und Vergleichung der Versuche über den Stoß und Widerstand der Luft theilt Poncelet in seiner Introduction à la mécanique industrielle mit. Eigenthümliche Ansichten über den Windstoß verfolgt Euler in einer Abhandlung der Berliner Memoiren, 1756; ebenso Crelle in der Abhandlung »Theorie des Windstoßes«, Berlin, 1802.

Zweiter Abschnitt.

Von der Wärme, von den Dämpfen und von den Dampfmaschinen.

Erstes Kapitel.

Von den Eigenschaften der Wärme.

§. 262. Wir können die Erscheinungen der Wärme und Kälte einem unendlich feinen und höchst elastischen Stoffe, dem Wärmestoffe (franz. calorique; engl. caloric), der alle Körper in der Natur durchdringt, beimessen und annehmen, daß derselbe die Atome (franz. molécules; engl. molecules) der festen und flüssigen Körper aus einander zu treiben suche und daher der Anziehungskraft oder sogenannter Molecularattraction entgegen wirke. Hierzu berechtigt uns die Ausdehnung oder Volumenzunahme der Körper, welche aus der Aufnahme von Wärme hervorgeht. Je mehr Wärme in einem Körper angehäuft ist, desto größer ist auch das Volumen und daher desto kleiner die Dichtigkeit dieses Körpers. Deshalb läßt sich denn auch die Ausdehnung oder Volumenveränderung, welche ein Körper durch Aufnahme von Wärme erleidet, zur Ausmessung der Wärme eines Körpers gebrauchen. Instrumente, welche die Wärme oder das Wärmequantum eines Körpers anzeigen, heißen Thermometer (franz. thermomètres; engl. thermometers) und Pyrometer (franz. pyromètres; engl. pyrometers). Erstere werden zum Messen kleiner oder mäßiger, letztere aber zur Ausmittelung hoher Wärmegrade verwendet; bei jenen ist es in der Regel ein flüssiger, bei diesen aber meist ein fester Körper, welcher durch seine Ausdehnung die Stärke der Wärme anzeigt. Den durch eines dieser Instrumente angezeigten Wärmezustand eines Körpers nennt man die Temperatur (franz. température; engl. temperature) desselben. Wärme.

Wärme. Bei Aufnahme einer großen Wärmemenge gehen endlich feste Körper in tropfbarflüssige und letztere wieder in elastischflüssige Körper über; umgekehrt durch Entziehung von Wärme kehren flüssige Körper in den festen Zustand zurück. Es ist also die Wärme Ursache der drei Aggregatzustände der Körper (s. I., §. 59).

Kommen Körper von verschiedener Temperatur mit einander in Berührung, so wird das Gleichgewicht der Wärme in beiden gestört; es strömt die Wärme aus dem wärmeren Körper in den weniger warmen oder kälteren Körper, und es tritt nach einer gewissen Zeit wieder Gleichgewicht ein und zwar dann, wenn beide Körper einerlei Temperatur angenommen haben.

Quecksilber-Thermometer. §. 263. Das wichtigste und gewöhnlich gebrauchte Thermometer ist das Quecksilberthermometer (franz. thermomètre à mercure: engl. mercurial-thermometer). Dasselbe besteht in einer engen, sich in eine größere Hohlkugel endigenden, mit Quecksilber angefüllten Glasröhre AB, Fig. 398, und ist verbunden mit einer längs der Röhrenaxe hinlaufenden Scala. Bringt man die Kugel dieses Instrumentes mit dem Körper, dessen Temperatur man ermitteln will, in Berührung, so nimmt das Quecksilber in derselben nach einiger Zeit die Temperatur dieses Körpers an und es wird die dadurch hervorgebrachte Volumenveränderung des Quecksilbers durch den Stand des Quecksilbers in der Röhre angezeigt. Damit nun aber alle Thermometer unter sich übereinstimmen, d. i. bei einem und demselben Wärmezustande auch einerlei Temperatur anzeigen, ist es nöthig, ihren Scalen eine solche Ausdehnung und Eintheilung zu geben, daß je zwei gleichbenannte Punkte derselben zwei bestimmten Temperaturen entsprechen. Gewöhnlich bedient man sich bei Graduirung der Scala der Temperaturen des gefrierenden und siedenden Wassers, und bezeichnet die entsprechenden festen Punkte, bis zu welchen die Quecksilbersäule in der Glasröhre bei dem einen oder anderen Wärmezustande reicht, durch Frostpunkt (franz. point de froid; engl. freezing point) und Siedepunkt (franz. point d'ébullition; engl. boiling point). Bei Ausmittelung dieser Punkte bringt man das Thermometer erst in schmelzendes Eis und dann in sich ununterbrochen aus kochendem Wasser bildenden, und nach oben abströmenden Wasserdampf, weil man dadurch mehr Sicherheit erhält. Der Siedepunkt hängt übrigens auch noch von der Stärke des Luftdruckes oder vom Barometerstande ab, weshalb denn auch bei seiner Bestimmung noch auf diesen mit Rücksicht zu nehmen ist. Man ist übereingekommen, den Siedepunkt bei dem Barometerstande von 28 pariser Zoll = 336 Linien, oder nach den Fran=

Fig. 398.



zosen, bei dem von 0,76 Meter = 336,9 Linien zu bestimmen, oder, nach einer weiter unten zu gebenden Regel, dahin zu reduciren. Quecksilber-Thermometer.

Den Abstand (Fundamentalabstand) zwischen dem Frost- und Siedepunkte theilt man in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, und durch Antragen dieser Theile unterhalb des Frost- und oberhalb des Siedepunktes verlängert man noch die Scala so viel wie möglich.

Die Centesimaleintheilung (franz. division centigrade; engl. centigrade scale), wo der Fundamentalabstand in hundert Theile oder Grade (franz. degrés; engl. degrees) getheilt wird, ist jedenfalls die einfachste, doch bedient man sich sehr oft noch der Réaumur'schen Eintheilung in achtzig Grade, und in England der Fahrenheit'schen Eintheilung in 180° oder vielmehr in 212°, weil hierbei der Nullpunkt noch 32° unterhalb des Gefrierpunktes angenommen wird.

Anmerkung 1. Specielle Anleitung zur Anfertigung von Thermometern geben die größeren Werke über Physik.

Anmerkung 2. Tabellen zur Verwandlung der Centesimal-, Réaumur'schen und Fahrenheit'schen Grade unter einander enthält der »Ingenieur«. Hier folgen nur die dazu nöthigen Formeln. t Centesimalgrade entsprechen $\frac{4}{5}\, t$ Réaumur'schen oder $\frac{9}{5}\, t + 32°$ Fahrenheit'schen Graden. Dagegen t_1 Réaumur'sche Grade geben $\frac{5}{4}\, t_1$ Centesimal- oder $\frac{9}{4}\, t_1 + 32°$ Fahrenheit'sche Grade. Endlich t_2 Fahrenheit'sche Grade sind gleich $\frac{5}{9}\,(t_2 - 32°)$ Centesimal- $= \frac{4}{9}\,(t_2 - 32°)$ Réaumur'schen Graden.

§. 264. Das Quecksilber gefriert oder geht in den festen Zustand über, wenn es einer Temperatur von — 40° ausgesetzt ist, und siedet, d. i. nimmt die Dampfform oder einen elastischflüssigen Zustand an, wenn seine Temperatur bis + 400° gestiegen ist. Aus diesem Grunde, und da überdies die Wärmeausdehnungen nahe bei den Wechseln der Aggregatzustände sehr unregelmäßig sind, kann man denn auch durch Quecksilberthermometer nur Temperaturen von — 36° bis 360° mit hinreichender Sicherheit beobachten. Um aber Temperaturen über diese Grenzen hinaus angeben zu können, wendet man in dem einen Falle Weingeistthermometer, in dem anderen aber sogenannte Pyrometer an. Letzterer bedient man sich zumal zur Ausmittelung der Temperatur in Feuerheerden, Schmelzöfen u. s. w. Von ihnen sei noch in Folgendem die Rede. Pyrometer.

Das einfachste Mittel, hohe Temperaturen zu messen, besteht in der Vergleichung der Längen, welche ein und derselbe Metallstab bei verschiedenen Temperaturen annimmt. Da die Wärmeausdehnungen fester Körper nicht sehr groß sind, so wendet man hierbei besondere Mittel, namentlich aber ungleicharmige Hebel an, welche die Ausdehnung vergrößert angeben, um den erwünschten Grad von Genauigkeit zu erhalten. Uebrigens bietet die Construction eines brauchbaren Metallpyrometers

Pyrometer. noch besondere Schwierigkeiten dar, weil es in den meisten Fällen nicht möglich ist, durch diese Instrumente die Wirkungen der Wärme unmittelbar, nämlich im Feuerraume selbst, zu beobachten, und weil sich diese Wirkungen auf alle Theile des Instruments, also nicht allein auf den Metallstab, sondern auch auf dessen Lager und auf den Maaßstab erstrecken. Alle bis jetzt in Vorschlag und zur Anwendung gekommenen Metallpyrometer sind daher auch mit größeren oder kleineren Unvollkommenheiten behaftet. Eins der vorzüglichsten, wiewohl auch eins der kostbarsten Instrumente dieser Art ist aber das Pyrometer von Daniell (s. Gehler's phys. Wörterbuch, Artikel »Pyrometer«). Die Idee, welche einem solchen Instrumente zu Grunde liegt, ist folgende. *AB*, Fig. 399, ist eine hohle Graphitröhre, *C* ein darin eingesetzter Platin- oder anderer Metallstab, *D* aber ein diesen bedeckender kurzer Porzellancylinder, welcher ziemlich scharf an die Röhrenwand anschließt. Wenn man nun diesen Apparat in den Feuerraum bringt, so wird das Porzellanstück *D* in Folge der Ausdehnung der Platinstange ein Stück auswärts geschoben, und wenn man später den Apparat wieder aus dem Feuer genommen und ihn hat abkühlen lassen, so wird die Verschiebung des von der Graphitröhre zurückgehaltenen Porzellancylinders die Ausdehnung der Platinstange und dadurch mittelbar den Hitzgrad anzeigen. Zur genauen Ausmessung dieser Verschiebung dient aber ein Fühlhebelapparat, den man vor und nach dem Einlegen in das Feuer an *AD* anlegt.

Fig. 399.



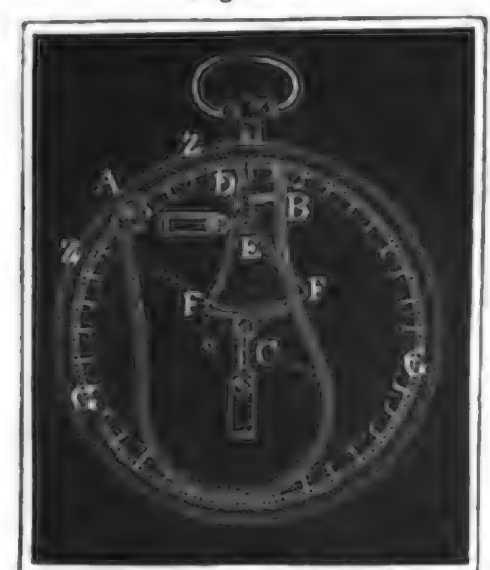
Anmerkung 1. Die Pyrometer von Guyton de Morveau, von Brogniart, Petersen, Neumann u. s. w. haben mehr oder weniger Aehnlichkeit mit dem Daniell'schen Pyrometer. (S. Gehler's physik. Wörterbuch, Band VII.)

Anmerkung 2. Ein bekanntes Hülfsmittel zur Bestimmung hoher Hitzgrade ist auch das Pyrometer von Wedgwood. Man wendet dasselbe wegen seiner Einfachheit noch oft an, wiewohl es ein sehr unvollkommenes Instrument ist. Es werden hierzu kleine Kegel oder Cylinder aus Porzellan- oder Töpferthon verwendet, und diese vor dem Gebrauche bis zur angehenden Rothglühhitze getrocknet und dann ausgemessen. Um nun den Hitzgrad in einem Feuerheerde zu messen, bringt man einen oder mehrere solcher Thonkörper in denselben und läßt sie darin einige Zeit liegen, um die Temperatur des Raumes, in welchem sie sich befinden, vollkommen annehmen zu können. Hierbei schwindet dieser Körper bedeutend zusammen und bleibt auch dann noch zusammengezogen, wenn er sich wieder abgekühlt hat, und zwar um so mehr, je größer die Hitze ist, welcher er ausgesetzt war. Wenn man den Durchmesser dieses Körpers vor und nach der Erhitzung mißt, so kann man dessen Zusammenziehung berechnen und diese als das Maaß der Hitze ansehen. Um aber diese Messung bequem und genau auszuführen, wird ein das eigentliche Pyrometer ausmachender Maaßstab angewendet, der im Wesentlichen aus zwei convergent laufenden und auf eine

Platte aufgelötheten, mit einer Eintheilung versehenen Metallstäben besteht. Pyrometer. Wird nun der Thonkegel zwischen diese Stäbe geschoben, so läßt sich seine Dicke an den Eintheilungen derselben ablesen. Man findet diese Thermometer in der Regel in 240 Theile oder Grade getheilt, setzt Null Grad Wedgwood = $1077\frac{1}{2}^{\circ}$ F.; und jeden Grad W. = 130° F., also z. B. 240° W. = $1077\frac{1}{2}^{\circ} + 240 \cdot 130^{\circ}$ = $32277\frac{1}{2}^{\circ}$ F. Die Mängel dieses Instruments rügt besonders Guyton de Morveau; auch ist nach diesem, Null des Wedgwood'schen Instrumentes nicht $1077\frac{1}{2}^{\circ}$ F., sondern 510° F., und jeder Grad desselben nicht 130° F., sondern 61.2° F.

§. 265. Die gewöhnlichsten Metallthermometer oder Pyrometer für mittelhohe Temperaturen bestehen in einer Verbindung von zwei Metallstäben von sehr verschiedenen Wärmeausdehnungen, z. B. von einem Messing- und einem Eisenstabe, oder einem Platin- und einem Gold- oder Silberstreifen u. s. w. Liegen nun diese Stäbchen auf einander und sind sie an einem Ende fest mit einander verbunden, so kann man an den anderen Enden die Differenz der Ausdehnungen beider beobachten und hieraus wieder die entsprechende Temperatur berechnen. Zu diesem Zwecke erhält aber das Ende der einen Stange eine einfache Eintheilung und das andere einen dieser entsprechenden Vernier. Solche zuerst von Borda in Anwendung gebrachte Thermometer fallen jedoch, wenn sie hinreichend genau sein sollen, zu groß aus, um dadurch die Temperatur in kleinen Räumen bestimmen zu können. In neuerer Zeit löthet oder nietet man aber diese Streifen zusammen, so daß sie sich nicht an einander verschieben können, sondern eine Krümmung annehmen oder ihre Krümmung vergrößern, wenn sie in eine höhere Temperatur übergehen. Das Breguet'sche Thermometer besteht aus drei spiralförmig gewundenen Metallstreifen von Platin, Silber und Gold, wovon das letztere als Bindemittel der beiden ersteren dient. Das sogenannte Quadrantenthermometer, welches in Fig. 400 abgebildet ist, besteht aus einer, aus einem Stahl- und einem Kupferstreifen zusammengesetzten krummen Feder, welche bei A fest auf dem taschenförmigen Gehäuse sitzt, und mit seinem Ende B gegen einen Bolzen D drückt. Uebrigens enthält das Instrument einen ungleicharmigen um E drehbaren Hebel DEF, und einen um C drehbaren Zeiger, dessen Spitze Z über einem Zifferblatte GG hinläuft, und der durch ein kleines Zahnrad mit dem gezahnten Arme EF des Hebels DEF in Verbindung gesetzt wird. Wenn sich nun bei Zunahme

Fig. 400.



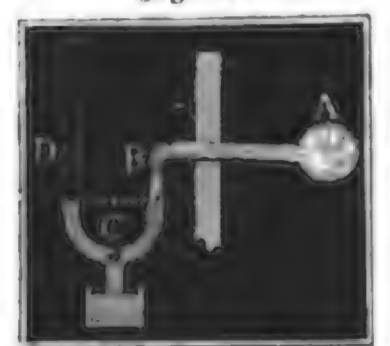
Digitized by Google

Pyrometer. der Wärme der Metallstreifen mehr zusammenzieht, so drückt das Ende *B* desselben den Arm *BE* in der Richtung *BD* fort, und es rückt der Zeiger *CZ* um einen Bogen ZZ_1 weiter, den man auf dem Zifferblatte ablesen kann.

Anmerkung 1. Holzmann's Metallthermometer weicht im Wesentlichen nicht ab von dem oben beschriebenen Quadrantenthermometer (s. Anfangsgründe der Physik von Scholz, §. 294). Oechsle's Metallthermometer besteht aus einer spiralförmig gewundenen Thermometerfeder, welche aus Stahl- und Messingstreifen zusammengesetzt ist. Es sitzt hier das äußere Ende der Feder am Gehäuse fest, und das innere Ende derselben setzt den Zeiger mittels einer stehenden Welle in Bewegung (s. Dingler's Journal, Band LX.).

Anmerkung 2. Endlich hat man aber auch Luftpyrometer zur Messung hoher Temperaturen in Anwendung gebracht. Dieselben bestehen der Hauptsache nach aus einer hohlen Platinkugel und Röhre, *AB*, Fig. 401, und aus einer weiteren gebogenen gläsernen Röhre *BCD*. Beim Gebrauche ist *A* und *AB* mit Luft, *BCD* aber mit Quecksilber angefüllt, und es wird *A* in den Feuerraum gebracht. Wenn sich nun die Luft in *A* ausdehnt, so wird das Quecksilber in *BC* niedergedrückt; damit es jedoch in *CD* ebenfalls sinke und in beiden Schenkeln auf einerlei Höhe bleibe, läßt man durch einen Hahn bei *C* die erforderliche Quecksilbermenge abfließen. Es behält auf diese Weise die eingeschlossene Luft ihre Expansivkraft während der Erwärmung, und es läßt sich daher durch ihre Ausdehnung oder Volumenzunahme ihre Wärme berechnen. Um bei hohen Temperaturen keine sehr große Spannung zu erhalten, füllt man das Reservoir mit verdünnter Luft. Ausführlich über die Luftthermometer u. s. w. handelt Regnault in seinen unten angeführten Expériences.

Fig. 401.



Längenausdehnung. §. 266. Mit Ausnahme von wenigen Körpern, dehnen sich alle Körper aus, wenn sie in eine höhere Temperatur übergehen, und nehmen auch wieder an Volumen ab, wenn sie an Wärme verlieren. Jedoch ist diese Volumenveränderung bei verschiedenen Körpern sehr verschieden und meist auch nur bei mäßigen Temperaturen von 0 bis 100° der Wärmezu- oder Abnahme proportional. Bei höheren Temperaturen fallen die Ausdehnungen verhältnißmäßig größer aus, als bei niedrigen Temperaturen, zumal wenn sich die Körper im festen Zustande befinden. Wir können bei den Wärmeausdehnungen Längen-, Flächen- und Raum- oder Volumenausdehnungen unterscheiden, je nachdem wir nur auf die Veränderung der Längendimension, oder auf die Veränderungen der Längen- und Breitendimension, oder auf die Veränderung des ganzen Volumens oder aller drei Raumdimensionen Rücksicht nehmen.

Die lineäre oder Längenausdehnung (franz. dilatation linéaire; engl. linear expansion) kommt vorzüglich nur bei festen Körpern, zumal

Digitized by Google

bei Stäben, Stangen, Balken u. s. w. in Betracht. Lavoisier und Laplace haben die Längenausdehnungen verschiedener Körper unmittelbar beobachtet, Dulong und Petit aber haben erst die Volumenausdehnungen gemessen und hieraus die Längenausdehnungen berechnet. Die Abweichungen in den Resultaten beider Untersuchungen sind unbedeutend. In folgender Tabelle sind die Längenausdehnungen der in der Technik am häufigsten vorkommenden Körper angegeben. Längenausdehnung.

Es ist die Längenzunahme für

die Gegenstände:	Wärmezunahme.	in gewöhnl. Brüchen.	in Decimalbrüchen.	Beobachter.
Platin	0 bis 100°	$1/1167$	0,00085655	Borda.
»	0 bis 100°	$1/1131$	0,00088420	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	$1/363$	0,00275482	dieselben.
Glas	0 bis 100°	$1/1161$	0,00086133	dieselben.
»	0 bis 200°	$1/542$	0,00184502	dieselben.
»	0 bis 300°	$1/329$	0,00303252	dieselben.
Stahl, ungehärtet . .	0 bis 100°	$1/927$	0,00107880	Lavoisier u. Laplace.
» gehärtet . .	0 bis 100°	$1/807$	0,00123956	dieselben.
Gußeisen	0 bis 100°	$1/901$	0,00111900	Roy.
Stabeisen	0 bis 100°	$1/846$	0,00118210	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	$1/227$	0,00440528	dieselben
Gold	0 bis 100°	$1/682$	0,00146606	Lavoisier u. Laplace.
Kupfer	0 bis 100°	$1/582$	0,00171820	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	$1/177$	0,00564972	dieselben.
Messing	0 bis 100°	$1/535$	0,00186760	Lavoisier u. Laplace.
Silber	0 bis 100°	$1/524$	0,00190974	dieselben.
Blei	0 bis 100°	$1/351$	0,00284836	dieselben.
Zink	0 bis 100°	$1/340$	0,00294167	Smeaton.

Von den hier aufgeführten Körpern hat, wie man sieht, Platin und nächstdem Glas die kleinste, Blei und Zink aber die größte Längenausdehnung; es ist die letztere mehr als 3mal so groß, als die erstere. Auch ersieht man, nach den Angaben von Dulong und Petit, daß die Ausdehnung der Metalle und des Glases bei hohen Wärmegraden verhältnißmäßig stärker zunimmt, als die Wärme. Ein Glasstab wird hiernach bei 0 bis 100° Wärmezunahme um 0,00086133, bei 100 bis 200° aber um 0,00098369 und bei 200 bis 300° um 0,00118750 länger.

§. 267. Die Ausdehnungsverhältnisse gestatten einige sehr wichtige Anwendungen auf die Technik. Nehmen wir an, daß die Ausdehnung Ausdehnungscoefficient.

Ausdehnungs-coefficient. mit der Wärme gleichmäßig wachse, so können wir sehr leicht aus den oben mitgetheilten Resultaten die Ausdehnungscoefficienten, d. h. die verhältnißmäßigen Längenzunahmen bei jedem Grad Temperaturerhöhung, berechnen. So ist z. B. für Gußeisen der Ausdehnungscoefficient

$\delta = 0{,}00111 : 100 = 0{,}0000111$, für Messing hingegen

$\delta = 0{,}0018676 : 100 = 0{,}000018676$ u. s. w.

Ist nun die Länge eines Stabes bei 0^0 Temperatur l_0, so ergiebt sich dieselbe bei t_1^0 Temperatur: $l_1 = l_0 + \delta t_1 \,.\, l_0 = (1 + \delta t_1)\, l_0$, und bei t_2^0 Temperatur: $l_2 = (1 + \delta t_2)\, l_0$, daher ist auch das Längenverhältniß eines und desselben Stabes bei den Temperaturen t_1 und t_2:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}; \quad \text{und} \quad l_2 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}\right) l_1,$$

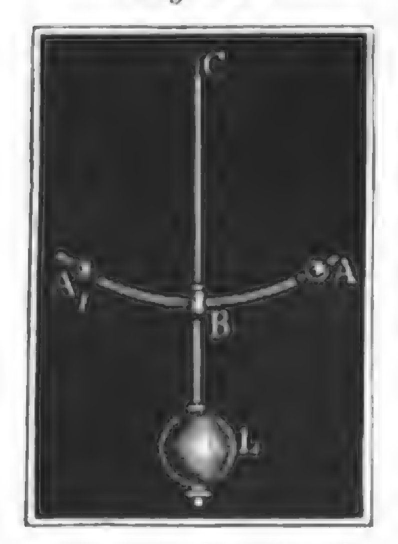
wofür wegen der Kleinheit von δt_1 und δt_2, annähernd

$$l_2 = [1 + \delta\, (t_2 - t_1)]\; l_1 \text{ gesetzt werden kann.}$$

Diese Formel setzt uns in den Stand, die Länge eines Stabes von einer Temperatur t_1 auf eine andere t_2 zu reduciren, oder die Längen l_1 und l_2 eines und desselben Körpers bei verschiedenen Temperaturen mit einander zu vergleichen.

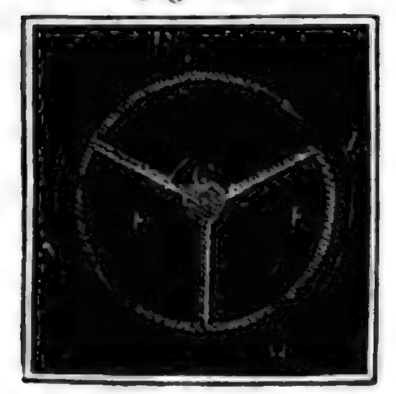
Eine vorzügliche Anwendung dieser Lehren gewährt die Construction der sogenannten Compensationspendel (franz. pendules compensateurs; engl. compensation pendulums), welche aus Körpern von verschiedenen Ausdehnungsverhältnissen so zusammengesetzt sind, daß sie ihre Länge nicht ändern, wenn ihre Temperatur eine andere wird. Da die Schwingungszeit eines Pendels von der Länge desselben abhängt (s. I., §. 261 u. s. w.), so ist die Anwendung der Compensationspendel bei Uhren von großer Wichtigkeit. Die einfachsten Pendel dieser Art sind mit einer aus zwei Metallstreifen zusammengelötheten Thermometerfeder ABA_1, Fig. 402, welche an ihren Enden kleine Kugeln tragen, ausgerüstet. Ist der ausdehnsamere Metallstreifen unten, so krümmt sich die Feder nach oben, wenn die Temperatur zunimmt, und da gleichzeitig die Stange CL länger, also die Entfernung der Linse L vom Aufhängepunkte größer wird, so ist es möglich, daß dabei der Schwingungspunkt des Pendels (s. I., §. 267) unverändert bleibt. Auch bei den Chronometern oder Taschenuhren wendet man solche Compensationsstreifen an. Da hier die Schwingungszeit von der durch eine Spiralfeder CF, Fig. 403 (auf folg. Seite), gebildeten und von einem Schwungrade AA_1 umgebenen

Fig. 402.



Unruhe abhängt, so sind die Compensationsstreifen AB, A_1B_1 auf das Schwungrad AA_1 befestigt. Ausdehnungscoefficient.

Fig. 403.



Am häufigsten findet man die sogenannten Rostpendel angewendet. Dieselben bestehen aus einer Reihe parallel gestellter Stäbe von verschiedenen Metallen, z. B. von Eisen und Zink, oder Eisen und Messing, so durch Querarme verbunden, daß die Ausdehnung des einen Stabes durch die Ausdehnung des anderen aufgehoben wird.

Fig. 404.

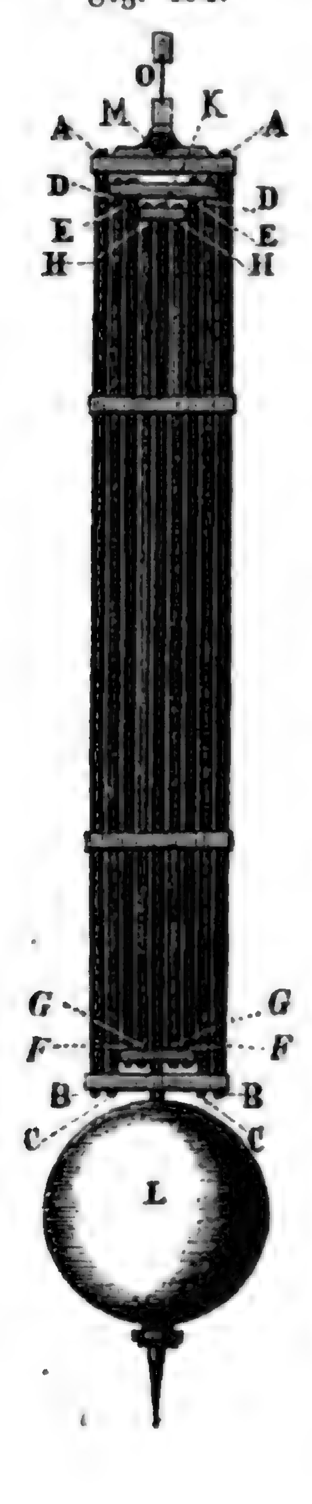


Fig. 404 stellt ein solches Rostpendel vor, welches aus fünf Eisenstäben AB, AB, EF, EF, KL und aus vier Messingstäben CD, CD, GH, GH besteht. Damit das Pendel seinen Zweck erfülle, muß die sich nach unten erstreckende Ausdehnung der Eisenstäbe so groß sein wie die nach oben gehende Ausdehnung der Messingstäbe. Setzen wir die Summe der Längen der Eisenstäbe:

$$OM + AB + EF + KL = l_1,$$

und die Summe der Längen der Messingstäbe:

$$CD + GH = l_2,$$

so haben wir für die ganze Pendellänge $LO = l_0 = l_1 - l_2$, und ist nun der Ausdehnungscoefficient des Eisens $= \delta_1$, und der des Messings $= \delta_2$, t aber die Temperaturveränderung, so haben wir die entsprechende Pendellänge $l = l_1(1 + \delta_1 t) - l_2(1 + \delta_2 t)$; also die Längenzunahme desselben: $l - l_0 = (\delta_1 l_1 - \delta_2 l_2)\, t$. Damit diese Null ausfalle, muß sein:

$$\delta_2 l_2 = \delta_1 l_1, \text{ oder } \frac{l_2}{l_1} = \frac{\delta_1}{\delta_2},$$

d. i. es muß sich die Messinglänge zur Eisenlänge wie der Ausdehnungscoefficient des Eisens zum Ausdehnungscoefficienten des Messings verhalten. Ist die ganze Länge $l = l_1 - l_2$ gegeben, so hat man hiernach die Eisenlänge:

$$l_1 = \frac{\delta_2}{\delta_2 - \delta_1}\, l \text{ und die Messinglänge:}$$

$$l_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2 - \delta_1}\, l.$$

Ausdehnungscoefficient. Anmerkung. Ueber die Compensationspendel, namentlich auch über Graham's Pendel mit Quecksilbergefäßen, wird gehandelt in Barlow's Treatise on Manufactures and Machinery; ferner in Lamé's Cours de physique u. s. w.

Beispiele. 1) Wie lang muß ein eisernes Muttermaaß (franz. étalon; engl. standard) bei 16° Wärme sein, damit es bei Null Grad genau 5 Fuß lang ist? Es ist hier in $l_2 = [1 + \delta\,(t_2 - t_1)]\, l_1$, $l_1 = 5$, $t_2 - t_1 = 16$ und $\delta = 0{,}000011821$ zu setzen, weshalb folgt: $l_2 = (1 + 0{,}000011821 \,.\, 16) \,.\, 5 = 5{,}0009457$ Fuß $= 5$ Fuß $0{,}136$ Linie. 2) Wie lang müssen die Eisen- und Messingstäbe eines 40 Zoll langen Rostpendels sein? Führen wir $\delta_1 = 0{,}000011821$ und $\delta_2 = 0{,}000018676$ ein, so erhalten wir für die Eisenstablänge:

$$l_1 = \frac{18676 \,.\, 40}{18676 - 11821} = \frac{747040}{6855} = 109 \text{ Zoll},$$

und für die Messingstablänge:

$$l_2 = \frac{11821 \,.\, 40}{6855} = \frac{472840}{6855} = 69 \text{ Zoll}.$$

Hiernach kann man jeden der kleineren Messingstäbe $33\frac{1}{2}$ Zoll, jeden der folgenden Eisenstäbe $34\frac{1}{2}$ Zoll, jeden der längeren Messingstäbe $35\frac{1}{2}$ Zoll, die äußeren Eisenstäbe aber $36\frac{1}{2}$ Zoll lang machen, und es bleiben noch $109 - 71 = 38$ Zoll für die mittlere Aufhängestange u. s. w. übrig.

Ausdehnungskraft. §. 268. Mit Hülfe der Elasticitätsmodul E und der Ausdehnungscoefficienten δ läßt sich auch die Kraft bestimmen, mit welcher sich Körper in der Hitze ausdehnen und in der Kälte zusammenziehen. Die Kraft, welche eine prismatische Stange von der Länge l und dem Querschnitte F um λ ausdehnt, ist nach I., §. 185 bestimmt durch die Formel $P = \frac{\lambda}{l} FE$.

Nun ist aber $\frac{\lambda}{l} = \delta t$ zu setzen, daher haben wir denn die Ausdehnungs- oder Zusammenziehungskraft $P = \delta t \,.\, FE$.

Da die Elasticitätsmodul der Metalle sehr groß sind, so kann man hiernach durch Erhitzung derselben sehr große Kräfte hervorbringen, und von dieser Eigenschaft in der Architektur und Technik sehr wichtige Anwendungen machen. So hat z. B. Molard durch eiserne Anker im Conservatoir des arts et métiers zu Paris zwei sich neigende und den Einsturz drohende Mauern senkrecht aufgerichtet, indem er dieselben vor dem Einziehen der Riegel durch Weingeistflammen erhitzen ließ. Beim Beschlagen von hölzernen Geräthschaften und Werkzeugen mit Eisen, zumal beim Auflegen von eisernen Ringen u. s. w. thut die Wärmekraft ihre nützlichen Dienste, da das im erhitzten Zustande aufgelegte Eisen beim Erkalten eine feste Verbindung hervorbringt.

Es ist nun auch leicht zu ermessen, daß Körper bei starker Veränderung in der Temperatur in ihrer Festigkeit verlieren. Wird z. B. eine prismatische Stange vom Querschnitte F und der Länge l von einer Axenkraft P ergriffen, und zugleich um t^0 in der Temperatur erhöht, so

nimmt sie an Länge zu: $\lambda = \left(\frac{P}{FE} + \delta t\right) l$; nun ist aber im Augen- Ausdehnungs-kraft. blicke des Zerreißens $\lambda = \frac{K}{E} l$, wenn K den Festigkeits-, so wie E den Elasticitätsmodul bezeichnet, daher folgt

$$K = \left(\frac{P}{FE} + \delta t\right) E = \frac{P}{F} + \delta t E,$$

sowie umgekehrt, $P = (K - \delta t E) F$.

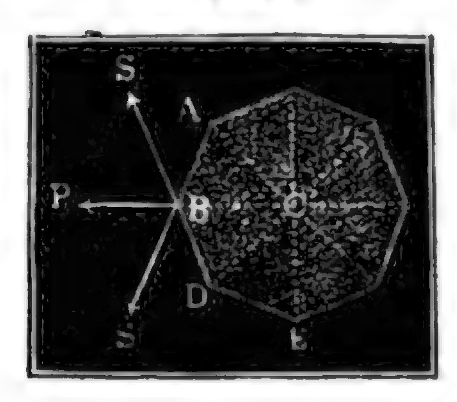


Fig. 405.

Ebenso ist für eine Röhre oder einen Kessel leicht zu berechnen, wie viel derselbe durch den Temperaturwechsel an Festigkeit verliert. Denken wir uns den Kesselquerschnitt als ein Polygon $ABDE$, Fig. 405, und nehmen wir an, daß in jeder seiner Ecken die Kraft P wirke. Zerlegen wir nun dieselbe nach den Richtungen der benachbarten Seiten BA und BD, und setzen wir den Centriwinkel $ACB = BCD$, $= \alpha$, so erhalten wir die Spannung in der Kesselwand: $S = \frac{P}{2 \sin. \frac{\alpha}{2}}$, oder wenn die Anzahl der Seiten sehr groß, und $\sin. \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ ist, $S = \frac{P}{\alpha}$. Ist p der Ueberschuß des inneren Luft-, Dampf- oder Wasserdruckes auf jeden Quadratzoll, über den äußeren Luftdruck, und l die Länge des Kessels, so hat man den Druck auf jede Seitenfläche oder auf jede Längenkante des Kessels, $P = l . AB . p$, oder $AB = BD =$ Bogen $r\alpha$ eingeführt, $P = \alpha r l p$ und $S = \frac{\alpha r l p}{\alpha} = r l p$. Diese Kraft dehnt den Kesselumfang $2\pi r$ in dem Verhältnisse $\frac{S}{FE} = \frac{r l p}{l e E} = \frac{r p}{e E}$ aus, da der Querschnitt desselben $= l e$ ist, während die Temperaturzunahme die Ausdehnung δt hervorbringt, und es ist diesemnach

$$\frac{K}{E} = \frac{\lambda}{2\pi r} = \frac{r p}{e E} + \delta t, \text{ oder } K = \frac{r p}{e} + \delta t E;$$

umgekehrt aber die nöthige Kesseldicke:

$$e = \frac{r p}{K - \delta t E}. \quad \text{Vergl. I., §. 306.}$$

Beispiele. 1) Mit welcher Kraft zieht sich eine bis auf 80° erhitzte Eisenstange von 6 Quadratzoll Querschnitt zusammen, wenn sie bis 20° erkaltet? Es ist $\delta = 0{,}000011821$, $t = 80 - 20 = 60$, $F = 6$ und E (nach I, §. 189) $= 29000000$, daher die Zusammenziehungskraft:

$$P = \delta t . FE = 0{,}00070926 . 174000000 = 123411 \text{ Pfund.}$$

Ausdehnungskraft. 2) Wie stark sind die Wände eines eisernen Blechkessels von 50 Zoll Weite zu machen, der bei einer Temperatur von 135° einen Druck von 3 Atmosphären auszuhalten hat? Nach I, §. 306 ist die gesuchte Stärke

$$e = 0{,}00086\, n\, d + 0{,}12 \text{ Zoll},$$

da aber $d = 50$ und der Ueberschuß des Innendruckes über den Außendruck $n = 3 - 1 = 2$ Atmosphären beträgt,

$$e = 0{,}00086 \,.\, 2 \,.\, 50 + 0{,}12 = 0{,}086 + 0{,}12 = 0{,}206 \text{ Zoll}.$$

Wegen der Ausdehnung durch die Wärme muß aber die Rechnung auf folgende Weise geführt werden. Nach I., §. 189 ist für Eisenblech der Festigkeitsmodul $K = 55000$ und der Elasticitätsmodul $= 26000000$; nehmen wir aber an, daß beide Werthe für 15° Wärme gültig sind, so haben wir eine der Temperatur von $135 - 15 = 120°$ entsprechende Ausdehnung in Rechnung zu ziehen, und daher statt K,

$$K - \delta t E = 55000 - 0{,}000011821 \,.\, 120 \,.\, 26000000 = 55000 - 36882 = 18118 \text{ Pfund}$$

zu setzen, weßhalb denn die theoretische Kesseldicke

$$e = \frac{rp}{K - \delta t E} = \frac{25 \,.\, 2 \,.\, 15{,}05}{18118} = \frac{752{,}5}{18118} = 0{,}04153 \text{ Zoll folgt;}$$

nimmt man aber sechsfache Sicherheit, und die Anfangsstärke $e_1 = 0{,}12$ Zoll, so erhält man $e = 6 \,.\, 0{,}04153 + 0{,}12 = 0{,}369$ Zoll.

Anmerkung. Da sich die Ausdehnungscoefficienten bei hohen Temperaturen ändern, so verlieren natürlich bei diesen die letzten Formeln ihre Richtigkeit. Setzen wir z. B. $K = \delta t E$, oder $t = \frac{K}{\delta E}$, so würde dadurch die Temperatur bestimmt, bei welcher die Körper durch die Hitze allein zerreißen. Z. B. bei der Eisenstange wäre $t = \frac{58000}{0{,}000011821 \,.\, 29000000} = 169°$ jedenfalls unrichtig. Näheres hierüber findet man in Bourne's Treatise on the Steam Engine, art. strength of boilers.

§. 269. Ueber die Veränderung der Elasticität und Festigkeit der Metalle bei der Erhöhung ihrer Temperatur sind in der neueren Zeit mehrfache Versuche angestellt worden. Aus den Ausdehnungsversuchen von Wertheim (S. Poggendorf's Annalen der Physik, Ergänzungsband II, 1845) geht hervor, daß die Elasticitätsmodul der Metalle, mit Ausnahme des Eisens, stetig abnehmen, wenn die Temperatur von 15° C. bis +200° C. wächst; daß dagegen der Elasticitätsmodul bei dem Schmiedeeisen und Stahl mit der Temperatur von — 15° bis 100° zugleich wächst und erst bei höheren Temperaturen abnimmt, so daß er bei 200° kleiner als bei 100° oder 0° Temperatur ausfällt. Nach den Versuchen von Baudrimont (S. Annales de chimie et de physique. Tom XXX) verhält es sich's ebenso mit dem Festigkeitsmodul der Metalle und insbesondere des Eisens. Auch haben die Versuche Wertheim's gezeigt, daß durch das Anlassen die Festigkeitsmodul der Metalle bedeutend geschwächt werden, während sich die Elasticitätsmodul nicht sehr verändern, und daß dagegen die Cohäsion vor-

her angelassener Metalle bei der Temperaturerhöhung bis 200 Grad nicht bedeutend abnimmt. Ausdehnungs-kraft.

Nach Wertheim's Versuchen sind die Elasticitätsmodul (E) von einigen Metallen nachfolgende.

Metalle:	Temperatur		
	10 bis 15° C.	100° C.	200° C.
Schmiedeeisen . .	30'410000	32'070000	25'890000
Gußstahl	28'620000	27'810000	26'220000
Kupfer	15'380000	14'370000	11'500000
Silber	10'440000	10'646000	9'320000
Blei	2'526000	2'384000	

Versuche über die Veränderung der Festigkeit des Eisens (Schmiedeeisens) und Kupfers sind schon früher in Nordamerika angestellt worden. Die Ergebnisse derselben werden mitgetheilt im XIX. und XX. Bande des vom Franklin-Institut herausgegebenen Journales, und sind auch zu finden im I. Bande von Combes's Traité de l'exploitation des mines.

Nach diesen Versuchen ist, wenn man den Festigkeitsmodul des Kupfers bei 0° zur Einheit annimmt, der Festigkeitsmodul desselben bei

16¾°	50°	100°	150°	200°	250°	294°	451°	555½° C.
0,9927	0,9825	0,9460	0,9055	0,8487	0,7954	0,7442	0,5056	0,3259

Es hat also das Kupfer bei 280° von seiner Festigkeit ¼ und bei 555° von derselben ⅔ verloren.

Ebenso ist hiernach, wenn man den Festigkeitsmodul des Schmiedeeisens bei 15 bis 20° = Eins setzt, derselbe bei den Temperaturen:

100°	200°	300°	350°	390°	500°	550°	624°	714° C.
1,197	1,081	1,040	0,981	0,974	0,760	0,431	0,411	0,346

Es findet also auch diesen Versuchen zu Folge bei dem Schmiedeeisen anfangs bei Erhöhung der Temperatur eine Zunahme der Festigkeit statt.

Flächen- und Raumausdehnung

§. 270. Mit Ausnahme der Krystalle und einiger wenigen Körper dehnen sich alle Körper nach allen Seiten gleichmäßig aus, so daß alle ihre Formen bei verschiedenen Wärmezuständen unter sich ähnlich sind. Nun verhalten sich aber die Inhalte ähnlicher Figuren wie die Quadrate und die ähnlicher Körper wie die Cuben gleichliegender Seiten; daher ist es denn auch möglich, die Inhalte eines und desselben Körpers bei verschiedenen Wärmezuständen mit Hülfe ihrer Seitenlängen mit einander zu vergleichen. Geht bei einer Temperaturveränderung die Seite AB eines polygonalen Bleches ACE, Fig. 406, in A_1B_1 über, so wird der Inhalt

Fig. 406.

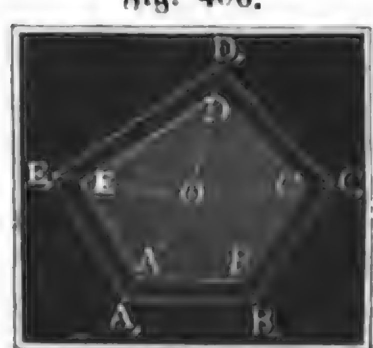
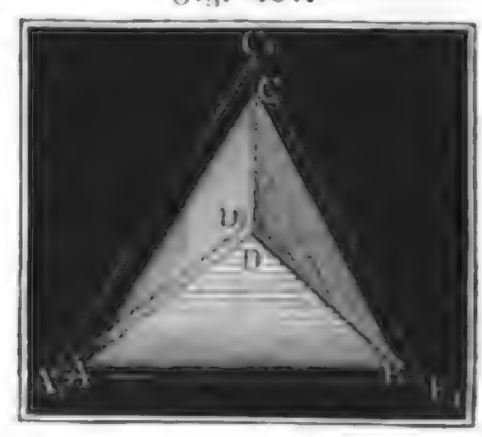


Fig. 407.



desselben $\left(\frac{A_1 B_1}{AB}\right)^2$ mal so groß als erst, und ändert sich die Seite AB eines Polyeders ACD, Fig. 407, in A_1B_1 um, so ist sein neues Volumen $\left(\frac{A_1 B_1}{AB}\right)^3$ mal das anfängliche. Dies vorausgesetzt, lassen sich nun auch leicht aus den Coefficienten der Längenausdehnung die der Flächen- und Volumenausdehnung berechnen. Sind l_1 und l_2 die den Temperaturen t_1 und t_2 entsprechenden Seitenlängen, so hat man für die Flächenräume F_1 und F_2 das Verhältniß $\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + dt_2}\right)^2$; für die Körperräume V_1 und V_2 aber $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t_2}\right)^3$.

Wegen der Kleinheit von δt_1 und δt_2 läßt sich einfacher setzen:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1 + 2\delta t_1}{1 + 2\delta t_2} = (1 + 2\delta t_1)(1 - 2\delta t_2) = 1 + 2\delta\,(t_1 - t_2),$$

und $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + 3\delta t_1}{1 + 3\delta t_2} = (1 + 3\delta t_1)(1 - 3\delta t_2) = 1 + 3\delta\,(t_1 - t_2)$; oder

$F_2 = [1 + 2\delta\,(t_2 - t_1)]\,F_1$ sowie $V_2 = [1 + 3\delta\,(t_2 - t_1)]\,V_1$.

Man ersieht hieraus, daß der Coefficient 2δ der Flächenausdehnung

Digitized by Google

zweimal, und der Coefficient 3δ der Volumenausdehnung dreimal so groß ist, als der Coefficient δ der Längenausdehnung. Flächen- und Raumausdehnung

Die letztere Formel findet vorzüglich noch ihre Anwendung bei der Bestimmung der Dichtigkeit eines Körpers. Ist γ_1 die Dichtigkeit bei der Temperatur t_1 und γ_2 die bei der Temperatur t_2, so hat man $V_1\gamma_1 = V_2\gamma_2$, daher $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V_2} = 1 + 3\delta(t_1 - t_2) = 1 - 3\delta(t_2 - t_1)$.

Beispiel. In welchem Verhältnisse verändert sich das Volumen und die Dichtigkeit einer hohlen oder massiven Eisenkugel bei Veränderung ihrer Temperatur von 10° bis 70°? Für Gußeisen ist $3\delta = 3 \cdot 0{,}00001119 = 0{,}00003357$, daher $3\delta(t_2 - t_1) = 0{,}00003357\ (70 - 10) = 0{,}0020142$; es nimmt also das Volumen um 0,2 Procent zu, und die Dichtigkeit ebenso viel ab; war letztere anfangs $7{,}1 \cdot 66 = 468{,}6$ Pfund, so fällt sie bei dieser Temperaturerhöhung nur $468{,}6\,(1 - 0{,}002014) = 467{,}66$ Pfund aus.

§. 271. Die tropfbarflüssigen Körper werden in der Regel durch die Wärme noch stärker ausgedehnt, als die festen Körper. Da diese Körper von Gefäßen umschlossen und diese durch Zunahme an Wärme ausgedehnt und weiter werden, so müssen wir bei den Flüssigkeiten die scheinbare Ausdehnung von der wahren oder absoluten Ausdehnung durch Wärme unterscheiden, und es ist jedenfalls die erstere gleich der Differenz zwischen der wahren Ausdehnung der Flüssigkeit und der Ausdehnung des Gefäßes. Ist der Inhalt eines ganz oder bis zu einer Marke zu füllenden Gefäßes bei der Temperatur $t_1 = V_1$ und die Volumenausdehnung des Gefäßes $= \delta_1$, die der flüssigen Füllung aber $= \delta$, so hat man für eine Temperatur t_2 das Volumen des Gefäßes: Ausdehnung der Flüssigkeiten.

$$V_2 = \left(\frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1;$$

dagegen das Volumen der Flüssigkeit:

$$V = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}\right) V_1,$$ daher die wahre oder absolute Ausdehnung derselben:

$$V - V_1 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - 1\right) V_1 = \frac{\delta(t_2 - t_1)}{1 + \delta t_1} V_1,$$

und dagegen die scheinbare Ausdehnung:

$$V - V_2 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - \frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1 = \frac{(\delta - \delta_1)\,(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)\,(1 + \delta_1 t_1)} V_1$$

$$= \frac{(\delta - \delta_1)\,(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)(1 + \delta_1 t_2)} V_2.$$

Sind die Ausdehnungen klein, so kann man annähernd

$$V - V_1 = \delta\,(t_2 - t_1)\,V_1$$

und $V - V_2 = (\delta - \delta_1)\,(t_2 - t_1)\,V_1$ setzen, also die scheinbare

Ausdehnung der Flüssigkeiten. Ausdehnung finden, wenn man die Differenz ($\delta - \delta_1$) der Ausdehnungscoefficienten der Flüssigkeit und des Gefäßes als Ausdehnungscoefficient in die Formeln einsetzt. Die absolute Ausdehnung des Quecksilbers ist von Dulong und Petit durch Vergleichung der Höhen zweier communicirenden Quecksilbersäulen von verschiedenen Temperaturen bestimmt worden, die scheinbare Ausdehnung in Glasröhren dagegen durch sogenannte Gewichtsthermometer, wo die Temperatur nach der durch Erwärmung ausgetriebenen Quantität Quecksilber bestimmt wird. Hiernach hat man die absolute Ausdehnung des Quecksilbers

bei Erwärmung von 0 bis $100^0, = \frac{100}{5550} = 0{,}018018$, dagegen

» » » 100 » $200^0, = \frac{100}{5425} = 0{,}018433$, und

» » » 200 » $300^0, = \frac{100}{5300} = 0{,}018868$.

Die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers aber wurde bei Zunahme der Wärme von 0 bis $100^0, = \frac{100}{6480} = 0{,}015432$ gefunden, weshalb hiernach die entsprechende Volumenausdehnung der Glasröhre

$$= 0{,}018018 - 0{,}015432 = 0{,}002586$$

wäre, was mit der Angabe in §. 266 gut übereinstimmt, da sich hiernach die Längenausdehnung des Glases $= \frac{1}{3} . 0{,}002586 = 0{,}000862$ berechnet, während dort dieselbe 0,00086133 angegeben wird. Uebrigens ist aber nach Regnault und nach Isidor Pierre (s. Recherches sur la dilatation des liquides, Annales de chimie et de physique, tome XV., 1825) die Ausdehnung verschiedener Glasarten sehr verschieden. Namentlich findet der Letztere für Glas $\delta = 0{,}000019026$ bis $0{,}000026025$. Mit Hülfe des oben angegebenen Ausdehnungscoefficienten $\delta = 0{,}00018018$ für Quecksilber läßt sich nun das specifische Gewicht des Quecksilbers für jede Temperatur berechnen, es ist nämlich dasselbe:

$$\varepsilon = \frac{13{,}598}{1 + 0{,}00018018 \,.\, t}.$$

Anmerkung. Nach Regnault ist das Volumen des Quecksilbers bei t^0 Wärme: $V = (1 + 0{,}000179007\, t + 0{,}0000000252316\, t^2) \,.\, V_0$, wenn V_0 dasselbe bei 0 Grad Wärme bezeichnet.

Beispiel. Wenn die in einer Glasröhre eingeschlossene Quecksilbersäule ihre Temperatur t in t_1 umändert, so geht ihre Höhe h

$$\text{in } h_1 = [1 + (\delta - 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)]\; h \text{ über,}$$

denn das neue Volumen ist $V_1 = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\; V = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\,\pi r^2 h$ und auch $= (1 + 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)\,\pi r^2 \,.\, h_1$, da der Querschnitt πr^2 wegen der Flächenausdehnung in $(1 + 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)\,\pi r^2$ übergeht. Nun ist aber

$$\delta = 0{,}00018018 \text{ und } 2\,\delta_1 = 2 \,.\, 0{,}0000086133 = 0{,}0000172266,$$

daher folgt $h_1 = [1 + (\delta - 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)]\,h = [1 + 0{,}00016295\,(t_1 - t)]\,h.$
Wäre $t = 10^0$, $t_1 = 50^0$ und $h = 30$ Zoll, so hätte man hiernach

$$h_1 = (1 + 0{,}00016295 \,.\, 40)\,.\,30 = 30{,}1955 \text{ Zoll.}$$

§. 272. Die übrigen Flüssigkeiten, zumal aber das Wasser, behnen sich nicht proportional der Wärmezunahme aus, auch sind die Ausdehnungen bei den übrigen Flüssigkeiten größer, als beim Quecksilber, zumal aber größer als bei den festen Körpern. Folgende Zusammenstellung führt die Ausdehnungsverhältnisse der in der Technik am häufigsten vorkommenden Flüssigkeiten vor Augen. Ausdehnung des Wassers.

Die Ausdehnung ist bei 0 bis 100⁰ Wärmezunahme
für Alkohol von 0,817 spec. Gewicht, $= \frac{1}{9} = 0{,}1112$, nach Dalton,
für Olivenöl und Leinöl, $= \frac{10}{125} = 0{,}080$, desgl.
für Schwefelsäure von 1,85 spec. Gewicht, $= \frac{100}{1667} = 0{,}060$, desgl.,
für gesättigte Kochsalzauflösung, $= \frac{1}{20} = 0{,}050$, nach Hallström,
für Wasser, $= \frac{100}{2092} = 0{,}04775$, desgl.,
für Quecksilber, $= \frac{10}{555} = 0{,}018018$, nach Dulong und Petit.

Am ungleichförmigsten dehnt sich aber das Wasser aus, dessen Dichtigkeit sogar von 0 bis beinahe 4^0 Wärme nicht ab-, sondern zunimmt, so daß diese bei der letzten Temperatur ihren Maximalwerth erreicht. Man hat auf verschiedene Weisen das Ausdehnungsgesetz des Wassers zu ermitteln gesucht, vorzüglich hat man dazu große Wasserthermometer angewendet. Auch hat man den Versuchsresultaten empirische Formeln anzupassen gesucht, und mit Hülfe derselben die hierzu nöthigen Constanten bestimmt. Es ist zu erwarten, daß sich von allen diesen Formeln folgende zwei von Hallström am meisten an die Versuche anschließen.

Ist V_0 das Volumen des Wassers bei 0^0 und V das bei t Grad, so hat man für Temperaturen von 0^0 und 30^0:

$$V = (1 - 0{,}000057577\,t + 0{,}0000075601\,.\,t^2 - 0{,}00000003509\,t^3)\,V_0,$$

und für eine solche zwischen 30^0 und 100^0:

$$V = (1 - 0{,}0000094178\,t + 0{,}00000533661\,t^2 - 0{,}0000000104086\,t^3)\,V_0;$$

und es ist hieruach für $t = 3^0{,}92$ das Volumen am kleinsten, und zwar $= 0{,}9998887$. Den Beobachtungen zu Folge kommt aber das Minimalvolumen oder die Maximaldichtigkeit des Wassers bei $3^0{,}9$ Wärme vor. Nach den neuesten Untersuchungen von Kopp ist für Temperaturen zwischen 0^0 und 25^0 C.

$$V = (1 - 0{,}000061045\,t + 0{,}0000077183\,t^2 - 0{,}00000003734\,t^3)\,V_0$$

und hiernach die größte Dichtigkeit des Wassers bei $4^0{,}08$. S. Poggendorff's Annalen, Band LXXII.

Gewöhnlich nimmt man an, daß dieser größte Dichtigkeitszustand bei 4^0 eintrete. Wenn man das Volumen des Wassers

Ausdehnung des Wassers.

bei 4° = 1,00000 setzt, so hat man nach Despretz

» 5° = 1,00001,	
» 6° = 1,00003,	bei 40° = 1,00773,
» 8° = 1,00012,	» 50° = 1,01205,
» 10° = 1,00027,	» 60° = 1,01698,
» 12° = 1,00047,	» 70° = 1,02255,
» 15° = 1,00087,	» 80° = 1,02885,
» 20° = 1,00179,	» 90° = 1,03566,
» 25° = 1,00293,	» 100° = 1,04315.
» 30° = 1,00433,	

Anmerkung 1. Nach dem neuen französischen Maaß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wassers bei 4° Temperatur und 0,76 Meter Barometerstand = 1 Gramme und nach dem neuen preußischen Maaß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht eines Cubikfußes Wassers bei 15° R. Wärme und 28 paris. Zoll Barometerstand = 66 Pfund. Dies vorausgesetzt, läßt sich das Gewicht des letzteren bei 4° C., da 15° R. = $^5/_4 \cdot 15 = 18^3/_4$° C. ist, setzen, = 1,00153 . 66 = 66,101 Pfund. Nun ist aber ein preußischer Fuß = 31,38535 Centimeter, und hiernach ein Cubikfuß = 3091,584 Cubikcentimeter, daher folgt denn auch der Werth eines preußischen Pfundes

$$= \frac{30915,84}{66,101} = 467,71 \text{ Gramme,}$$

sowie umgekehrt der eines Grammes = 1 : 467,71 = 0,0021381 Pfund, also ein Kilogramm = 2,1381 Pfund.

Anmerkung 2. Versuche über die Ausdehnung des Wassers und zum Theil auch anderer Flüssigkeiten sind angestellt worden von Munke, Stampfer, Hallström, Despretz und in der neuesten Zeit von J. Pierre, und es ist hierüber nachzusehen in Gehler's phys. Wörterbuche, Bd. I. u. IV., im Jahrb. des k. k. polytechn. Institut, Bd XVI., ferner in Poggendorff's Annalen, Bd. I., IX., XXXIV. und LXXII. und in den Annales de chimie et de physique, T. LXX. und XV.

Ausdehnung der Luft.

§. 273. Die Ausdehnung der Luft und der Gase überhaupt durch die Wärme ist viel bedeutender und erfolgt in Hinsicht auf die Angaben der Quecksilberthermometer viel regelmäßiger, als die der tropfbaren Flüssigkeiten Gay-Lussac fand dieselbe mit Hülfe eines durch eine kurze Quecksilbersäule abgesperrten Luftthermometers bei Zunahme der Temperatur von 0 bis 100° für die atmosphärische Luft, sowie für verschiedene andere Gase $= ^3/_8 = 0,375$. Rudberg fand aber dieses Ausdehnungsverhältniß kleiner, als er bei seiner Untersuchung durch Chlorcalcium vollkommen getrocknete Luft in einer Thermometerröhre durch Wasserdämpfe bis 100° erhitzte und die Ausdehnung durch die bei erfolgter Abkühlung eingedrungene Quecksilbermenge maß; es ergab sich dasselbe nur 0,365. In der neuesten Zeit haben aber Magnus und Regnault die Ausdehnungscoefficienten der Luft u. s. w. durch besondere Methoden mit noch größerer Genauigkeit be-

stimmt. Beide fanden, unabhängig von einander, dieses Ausdehnungsverhältniß bei völlig trockner atmosphärischer Luft $= {}^{11}/_{30} = 0{,}3665$. Ausdehnung der Luft.

Was die übrigen Gase anlangt, so geben nur die, welche sich durch hohen Druck in tropfbare Flüssigkeiten verwandeln lassen, etwas größere Ausdehnungsverhältnisse, namentlich zeichnet sich das schwefligsaure Gas durch das große Verhältniß 0,390 aus. Auch hat sich aus den Versuchen von Regnault ergeben, daß das Ausdehnungsverhältniß der Luft bei hohen Temperaturen etwas größer ist, als bei tiefen und mittleren; während sich aus den Beobachtungen beim Drucke von 109,72 Millimeter das Ausdehnungsverhältniß 0,365 berechnet, stellt sich dasselbe bei 3655,6 Millimeter 0,371 heraus.

Die Anwendung dieser Verhältnisse auf die Reductionen der Gasmengen von einer Temperatur zur andern u. s. w., ist bereits in I., §. 332 und 333 gezeigt worden.

Durch Vergleichung der Angaben der Luft- und Quecksilberthermometer unter einander hat sich ergeben, daß beide einander nicht ganz correspondiren; so fand z. B. Magnus, daß 100°, 200°, 300° nach dem Quecksilberthermometer, entsprachen 100°, 197°,5, 294°,5 des Luftthermometers.

Anmerkung. Die neueren Untersuchungen über die Ausdehnung der Gase sind abgehandelt in Poggendorff's Annalen, Bd. L. und LII.

§. 274. Die Wärme eines Körpers theilt sich anderen Körpern entweder durch Ausstrahlung (franz. und engl. radiation) oder durch Berührung (franz. und engl. contact) mit, und man nennt die auf die erste Art mitgetheilte Wärme die strahlende Wärme (franz. chaleur rayonnante; engl. radiating heat). Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Arten der Wärmeausbreitung besteht aber darin, daß die strahlende Wärme durch den leeren Raum, durch Luft, Wasser und andere Körper hindurch und in einen dritten Körper übergeht, ohne eine Spur in jenen zurückzulassen, während bei der Mittheilung durch Berührung erst der Zwischenkörper erwärmt und von diesem die Wärme auf einen dritten Körper übergetragen wird. Strahlende Wärme.

Die Ausstrahlung der Wärme erfolgt nach demselben Gesetze wie die Ausstrahlung des Lichtes. Namentlich pflanzt sich die Wärme, wie das Licht, in geraden Linien, die man Wärmestrahlen (franz. rayons de chaleur; engl. rays of heat) nennt, fort. Auch steht die strahlende Wärme im umgekehrten Verhältnisse vom Quadrate der Entfernung, dergestalt, daß von einer und derselben Wärmequelle der doppelt, dreifach entfernte Körper u. s. w. nur ein Viertel, ein Neuntel der Wärme u. s. w. bekommt, als der Körper in der einfachen Entfernung.

Strahlende Wärme.

Ferner wächst auch die Intensität der strahlenden Wärme wie der Sinus des Winkels, welchen der Wärmestrahl mit der Wärme ausstrahlenden Fläche einschließt. Der Körper A, Fig. 408, wird z. B. durch den Wärme ausstrahlenden Ofen O viermal so stark erwärmt, als der Körper B, welcher noch einmal so weit entfernt ist vom Ofen als dieser, und der Körper B nimmt wieder noch ein mal soviel strahlende Wärme auf, als der in gleicher Entfernung befindliche Körper C, weil die mittlere Richtung der zu C gelangenden Wärmestrahlen mit der strahlenden Fläche DE einen Winkel COE von 30^0 einschließt, dessen Sinus $= 1/2$ ist. Ebenso werden die Wärmestrahlen genau nach demselben Gesetze reflectirt wie die Lichtstrahlen; es ist auch hier der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich. Die auf einen Kugelspiegel AMB, Fig. 409, fallenden Wärmestrahlen KP, KQ u. s. w. werden deshalb von demselben in Richtungen PL, QL u. s. w zurückgeworfen, welche mit den Kugelhalbmessern CP, CQ u. s. w. Winkel CPL, CQL u. s. w. einschließen, die gleich sind denjenigen Winkeln CPK, CQK u. s. w., welche die einfallenden Strahlen mit eben diesen Halbmessern bilden, und es concentriren sich deshalb auch sämmtliche der Mitte M nahe einfallende Wärmestrahlen beinahe in demselben Punkte L. Endlich finden auch in Ansehung der Brechung oder Ablenkung bei den Wärmestrahlen, wenn dieselben aus einem Körper in einen anderen übergehen, beinahe dieselben Verhältnisse statt, wie bei den Lichtstrahlen.

Fig. 408.

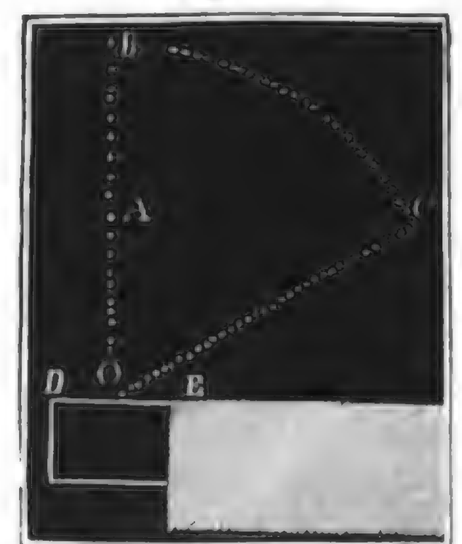
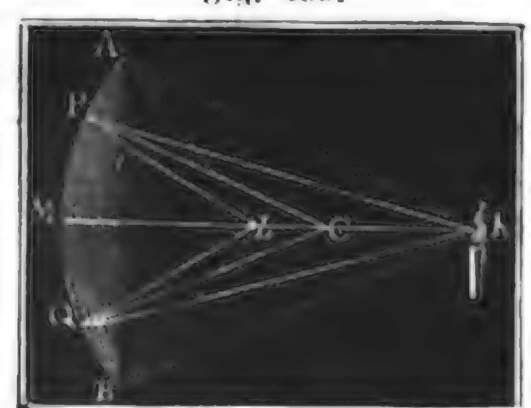


Fig. 409.



§. 275. Das Vermögen der Körper, die Wärme auszustrahlen, hängt von der Temperatur des Körpers und von der Größe und Beschaffenheit seiner Oberfläche ab. Im Allgemeinen strahlen die Oberflächen sehr dichter Körper weniger Wärme aus, als die Oberflächen weniger dichter Körper, vorzüglich haben aber rauhe Oberflächen ein größeres Ausstrahlungsvermögen, als glatt polirte Oberflächen. Nach den Versuchen von Melloni ist, wenn man das Wärmeausstrahlungsvermögen einer mit Kienruß überzogenen Fläche durch 100 ausdrückt, das einer Bleiweißoberfläche ebenfalls 100,

Digitized by Google

das einer mit schwarzer Tusche überstrichenen Oberfläche aber = 85, das einer Gummilackoberfläche = 72, und das einer Metallfläche gar nur 12; übrigens hängt aber auch dieses Vermögen noch etwas von der Dicke der Schicht ab, welche die Oberfläche des Körpers bildet. Strahlende Wärme.

Das Wärmeabsorptionsvermögen der Körper oder das Vermögen der Körper, strahlende Wärme in sich aufzunehmen, ist bei verschiedenen Körpern verschieden und verhält sich genau so wie das Ausstrahlungsvermögen; geschwärzte und rauhe Körper nehmen daher auch die Wärme leichter in sich auf, als Körper mit glatten oder polirten Oberflächen. Das Vermögen der Körper, die Wärmestrahlen zurückzuwerfen, oder das sogenante Reflexionsvermögen ist das Complement des Ausstrahlungs- oder Absorptionsvermögen; je mehr ein Körper Wärmestrahlen in sich aufnimmt, desto weniger wird er natürlich zurückwerfen; aus diesem Grunde werfen denn mit Ruß überzogene Flächen fast gar keine Wärme zurück, während polirte Metallflächen fast alle Wärme reflectiren. Uebrigens werden nicht alle Wärmestrahlen regelmäßig nach dem oben angeführten Gesetze, sondern es wird auch ein Theil unregelmäßig nach allen Seiten hin zurückgeworfen, oder wie man sagt, es findet in der Nähe der Oberfläche der meisten Körper, auch eine Diffusion der Wärmestrahlen statt. Setzt man, nach Leslie, das Reflexionsvermögen des polirten Messings = 100, so ist dasselbe für Silber = 90, für Stahl = 70, für Glas = 10, für eine mit Ruß überzogene Fläche aber = 0.

Sehr verschieden ist endlich noch das Dimissions- oder Durchstrahlungsvermögen verschiedener Körper. Manche Körper halten die Wärmestrahlen auf und lassen gar keine durch, andere hingegen lassen die Wärmestrahlen durch wie die durchsichtigen Körper die Lichtstrahlen; jene nennt man athermane, diese diathermane Körper. Die Luft ist ein diathermaner Körper, nächstdem ist das Steinsalz ein sehr diathermaner Körper, übrigens sind nicht nur die durchsichtigen, sondern auch manche undurchsichtige Körper, wie z. B. schwarzes Glas, Glimmer u. s. w. diatherman. Auch hängt die Stärke der Durchstrahlung noch von der Art der Wärmequelle ab, und es scheint nur das Steinsalz eine Ausnahme hiervon zu machen. Endlich lassen natürlich dünnere Mittel (Platten) mehr Wärmestrahlen durch, als dicke, die um so mehr Wärme verschlucken, je dicker sie sind.

Anmerkung. Um sich genauer über die letzteren Wärmeverhältnisse, namentlich aber über die Untersuchungen Melloni's zu unterrichten, muß man in den Werken über Physik, z. B. in dem Lehrbuche von Pouillet und Müller, in dem Lehrbuche von August u. s. w. nachlesen. Ueber die neueren Forschungen von Provostaye u. Desains ist Ann. de ch. et de phys. T. XXX, 1850, nachzusehen.

§. 276. Die Ausbreitung der Wärme in einem und demselben Körper, sowie die Mittheilung der Wärme durch Berührung, bezeichnet man mit dem Namen der Wärmeleitung (franz. conductibilité de la chaleur; Wärmeleitung.

Wärmeleitung. engl. conduction of the heat). Die Leichtigkeit oder Schnelligkeit dieser Mittheilungsart der Wärme ist bei verschiedenen Körpern sehr verschieden; manche Körper haben ein großes Wärmeleitungsvermögen (franz. pouvoir conducteur; engl. conducting pover) und andere ein kleines; in jenen verbreitet sich die Wärme sehr schnell, in diesen aber sehr langsam; man nennt daher auch jene gute Wärmeleiter (franz. bons conducteurs de la chaleur; engl. good conductors of the heat), diese aber schlechte Wärmeleiter (franz. mauvais conducteurs de la chaleur; engl. worse conductors of the heat). Gute Wärmeleiter sind die Metalle, jedoch manche mehr, manche weniger, schlechte Wärmeleiter hingegen sind das Holz, Stroh, Bettfedern, Seide, Wolle, Haare, Kohle, Asche u. s. w., überhaupt aber die lockeren Körper. Durch Zertheilung, Pulverisiren u. s. w. werden gute Wärmeleiter in schlechte, und letztere in noch schlechtere umgeändert. Nach Despretz's Beobachtungen an Stäben, welche an einem Ende erhitzt wurden, ist, wenn die durch die Differenz der Temperaturen an den beiden Enden der Stäbe gemessene Leitungsfähigkeit des Goldes = 1000 angenommen wird, die von Platin = 981, von Silber = 973, von Kupfer = 898, von Eisen = 374, von Zink = 363, von Zinn = 303 und von Blei = 180. Die Leitungsfähigkeit von Marmor setzt man gewöhnlich = 23 und die von gebrannten Steinen gar nur 12, wiewohl mit weniger Sicherheit.

Die Flüssigkeiten sind zwar schlechte Wärmeleiter, sie nehmen aber die Wärme schnell auf, weil sie durch die hierbei eintretende ungleichmäßige Ausdehnung in Bewegung gerathen und dabei die weniger warmen Theile der Erwärmungsquelle näher geführt werden. Um sich von dem schlechten Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten zu überzeugen, entzündet man eine auf die Flüssigkeit gegossene dünne Schicht Schwefeläther und beobachtet den Stand eines wenig unter dieser Schicht in die Flüssigkeit eingehaltenen Thermometers. Nach Despretz, der eine Wassersäule durch wiederholtes Zutreten von heißem Wasser gleichmäßig zu erwärmen suchte, ist das Leitungsvermögen des Wassers nur 9 bis 10.

Die Luft und die Gase überhaupt sind jedenfalls schlechte Wärmeleiter, doch läßt sich das Leitungsvermögen derselben durch Thermometer wegen ihrer Strömungen und wegen ihrer größeren Wärmestrahlung nicht mit Sicherheit beobachten. Das schlechte Wärmeleitungsvermögen derselben macht sich aber dadurch bemerklich, daß Körper, welche von allen Seiten mit Luftschichten umgeben sind, sehr langsam erwärmt oder erkältet werden.

Abkühlungsvermögen. §. 277. Sehr verschieden ist endlich die Geschwindigkeit, mit welcher heiße Körper ihre Wärme absetzen oder abkühlen. Ist ein heißer Kör-

per von einem festen Körper umgeben, so erfolgt die Abkühlung (franz. refroidissement; engl. cooling) desselben vorzüglich nur durch das Leitungsvermögen des letzteren, ist aber die Umgebung des heißen Körpers eine tropfbare Flüssigkeit, so erfolgt das Abkühlen theils durch Wärmeleitung, theils und vorzüglich durch die innere Bewegung der Flüssigkeit; ist ferner der heiße Körper von einer elastischen Flüssigkeit umgeben, so hängt die Schnelligkeit zugleich auch noch von der Wärmestrahlung ab, und befindet er sich endlich im luftleeren Raume, so ist es nur die Ausstrahlung, welche demselben die Wärme entzieht. Im Allgemeinen läßt sich behaupten, daß die Abkühlung von der Temperaturdifferenz und von der Art und Größe der Oberfläche des wärmegebenden Körpers abhängt; es läßt sich annehmen, daß der Wärmeverlust der Oberfläche und, bei mäßigem Temperaturüberschusse, auch diesem proportional sei. Durch die späteren Untersuchungen von Dulong und Petit ist jedoch gezeigt worden, daß das erstere zuerst von Newton aufgestellte Gesetz allgemein und zumal bei größeren Temperaturdifferenzen nicht gültig ist. Die Gesetze der Abkühlung sind sehr verwickelt; Dulong und Petit haben dieselben für heiße Körper im luftleeren und lufterfüllten Raume zu ermitteln gesucht, indem sie vorher erhitzte große Quecksilberthermometer in einen Kupferballon einhingen, der von außen mit Wasser von einer bestimmten Temperatur umgeben war, und nun das Sinken dieser Thermometer beobachteten. Folgende Tabelle enthält die Hauptergebnisse dieser Beobachtungen. Abkühlungsvermögen.

Temperaturüberschuß.	Bloße Thermometerkugel.		
	Vollständige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung.
260°	24°,42	16°,32	8°,10
240	21, 12	13, 71	7, 41
220	17, 92	11, 31	6, 61
200	15, 30	9, 38	5, 92
180	13, 04	7, 85	5, 19
160	10, 70	6, 20	4, 50
140	8, 75	5, 02	3, 73
120	6, 82	3, 71	3, 11
100	5, 56	3, 03	2, 53
80	4, 15	2, 22	1, 93
60	2, 86	1, 53	1, 33
40	1, 74	0, 95	0, 79
20	0, 77	0, 43	0, 34
10	0, 37	0, 22	0, 15

Abkühlungsvermögen.

Temperaturüberschuß.	Ueberſilberte Thermometerkugel.		Mit Ruß überzogene Thermometerkugel.	
	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.
260°	10°,96	2°,86	32°,02	23°,92
240	9,82	2,41	27,48	20,07
220	8,59	1,98	23,10	16,49
200	7,57	1,65	19,66	13,74
180	6,57	1,38	16,28	11,09
160	5,59	1,09	13,57	9,07
140	4,61	0,88	11,06	7,33
120	3,80	0,69	8,85	5,74
100	3,06	0,53	6,94	4,41
80	2,32	0,39	5,17	3,24
60	1,60	0,27	3,67	2,24
40	0,96	0,17	2,20	1,41
20	0,42	0,08	1,00	0,66
10	0,19	0,04	0,48	0,33

Man erſieht aus dieſer Tabelle, welche die in Thermometergraden ausgedrückten Abkühlungen pr. Min. angiebt, daß die Beobachtungen dem oben ausgeſprochenen Geſetze von Newton nicht entſprechen, denn die zweite Columne (vorige Seite) giebt uns für die Differenzen 40°, 80°, 120°, 160°, 200°, 240° zwiſchen der Temperatur des der Abkühlung ausgeſetzten Thermometers und der der äußeren Waſſerhülle die Abkühlung pr. Min. 1°,74, 4°,15, 6°,82, 10°,70, 15°,30, 21°,12, müßte aber nach Newton geben: 1°,74, 2 . 1°,74 = 3,48, 3 . 1°,74 = 5°,22, 4 . 1°,74 = 6°,96, 5 . 1°,74 = 8°,70, 6 . 1°,74 = 10°,44. Nur bei kleinen Temperaturüberſchüſſen von höchſtens 40° läßt ſich annähernd ſetzen, daß die Abkühlungsgeſchwindigkeit dem Temperaturüberſchuſſe proportional ſei.

Die Vergleichung der Zahlenwerthe in den verſchiedenen Verticalcolumnen unter einander führt deutlich vor Augen, daß bei einer glänzenden Metallfläche die Abkühlung durch Strahlung klein iſt gegen die Abkühlung durch Berührung, daß dagegen bei der mit Ruß überzogenen Fläche die Abkühlung durch Strahlung den größten Theil von der ganzen Abkühlung ausmacht. Die in der vierten Columne (vor. Seite) aufgeführten Werthe der Abkühlung durch Berührung ſind durch Subtraction der in der zweiten und dritten Columne entweder bei lufterfülltem oder bei luftleerem Ballon beobachteten Werthe gefunden worden, und gelten natürlich für alle Arten von Oberflächen. Uebrigens hängt natürlich die Abkühlungsgeſchwindig-

keit noch von der Größe der Oberfläche des der Abkühlung ausgesetzten Körpers ab. Die Abkühlung eines Körpers ist sehr gut mit dem Ausflusse des Wassers aus einem Gefäße zu vergleichen; was hier die Druckhöhe ist, ist dort die Temperaturdifferenz, und was hier die Ausflußöffnung ist, ist dort die Abkühlungsfläche. So wie man Ausfluß unter constantem und Ausfluß unter abnehmendem Drucke unterscheidet, ebenso hat man Abkühlung bei constanter und Abkühlung bei abnehmender Temperatur zu unterscheiden. So wie beim Leeren eines prismatischen Ausflußgefäßes die Ausflußzeit dem Volumen direct und der Ausmündung umgekehrt proportional wächst, ebenso verhält sich die Abkühlungszeit direct wie die sich abkühlende Masse und umgekehrt wie ihre Oberfläche. Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Dulong und Petit überein, welchen zufolge die Abkühlungszeiten den Durchmessern der Thermometerkugeln proportional sind. Abkühlungsvermögen.

Anmerkung 1. Nach den Untersuchungen von Dulong und Petit ist die Geschwindigkeit der Abkühlung durch Ausstrahlung oder im luftleeren Raume, d. i. der Wärmeverlust während einer Zeiteinheit, bestimmbar durch die Formel

$$v_1 = m a^{\Theta} (a^t - 1),$$

in welcher m und a constante Erfahrungszahlen, Θ die Temperatur der Umgebung und t den Temperaturüberschuß ausdrücken. Die Constante a hängt nur von der Eintheilung des Thermometers ab, und ist für die Centesimaleintheilung $= 1{,}0077$, für die Réaumur'sche Eintheilung aber $(1{,}0077)^{5/4} = 10096$, m aber hängt von dem Ausstrahlungsvermögen und von der Größe der Abkühlungsfläche ab. Das von $m a^{\Theta} . a^t = m a^{\Theta + t}$ abzuziehende Glied $m a^{\Theta}$ mißt die rückstrahlende Wärme, herrührend von der Oberfläche des allerdings geschwärzten Kupferballons, und würde natürlich ganz wegfallen, wenn die Abkühlung in einem unbegränzten Raume stattfände. Für die der Berührung mit Luft entsprechende Abkühlungsgeschwindigkeit ist hingegen $v_2 = n p^c t^{1,233}$ zu setzen, und es bezeichnet n eine von der Größe der Abkühlungsfläche und von der Natur des Abkühlungsmittels, c eine nur von letzterem abhängige Constante, p aber die Elasticität dieses Mittels und t wie vorher den Temperaturüberschuß. Hiernach ist also für die vollständige Abkühlungsgeschwindigkeit zu setzen:

$$v = v_1 + v_2 = m a^{\Theta} (a^t - 1) + n p^c t^{1,233}.$$

Anmerkung 2. Um sich vollständiger über diesen Gegenstand zu unterrichten, kann man nachlesen: von Dulong und Petit: Recherches sur la mesure de températures etc. im Journal de l'école polytechnique, J. XI.; ferner von Péclet: Traité de la chaleur; ferner Gehler's phys. Wörterbuch, Bd. X. rc.

§. 278. Zum praktischen Gebrauche bequemere Näherungsformeln für die Abkühlungsgeschwindigkeit giebt Péclet im zweiten Bande seines eben citirten Werkes. Er setzt die Abkühlungsgeschwindigkeit $v = At(1 + \alpha t)$, und nimmt bei Temperaturen von 10^0 bis 260^0, für die Glasfläche $\alpha = 0{,}0065$, für die Silberfläche $\alpha = 0{,}0051$ und

Abkühlungsvermögen. für die Rußfläche $\alpha = 0{,}0066$, bei Temperaturen von 0 bis 20° aber im ersten Falle $\alpha = 0{,}0039$, im zweiten $= 0{,}011$ und im dritten $= 0{,}0043$. Was aber den Coefficienten A anlangt, so bezieht er denselben gleich auf den Wärmeverlust pro Stunde und pro Quadratmeter, und setzt denselben für Wasser umschlossen

von einer polirten Metallfläche: $A = 4{,}38$,
von einer Glas- oder Firnißwand: $A = 6{,}40$,
von einer Blech- oder Gußeisenwand; $A = 7{,}70$,
von einer mit Ruß überzogenen Wand: $A = 8{,}48$.

Péclet zieht auch noch den Fall in Betracht, wenn ein Gefäß mit warmem Wasser mit mehreren Mänteln in gewissen Abständen von einander umgeben und die Zwischenräume mit abgesperrter Luft ausgefüllt sind. Sind F und F_1 die Oberflächeninhalte des Gefäßes und der Hülle, und t und t_1 die Temperaturüberschüsse in Hinsicht auf die äußere Luft, so können wir annähernd $F\,(t - t_1) = F_1 t_1$ setzen, da jedenfalls die Geschwindigkeit der Abkühlung der einen Fläche so groß ist, wie die der anderen. Hiernach ist $t_1 = \frac{F t}{F + F_1}$ und daher die Geschwindigkeit der Abkühlung für 1 Quadratmeter: $v = A t_1 (1 + \alpha t_1) = \frac{F}{F + F_1} A t \left(1 + \frac{\alpha F}{F + F_1} t\right)$,

und für die Fläche F_1: $F_1 v = \frac{F F_1}{F + F_1} A t \left(1 + \frac{\alpha F t}{F + F_1}\right)$.

Wäre der Zwischenraum zwischen dem Kessel und dem Mantel klein, oder wäre derselbe luftleer, so würde die Wärme nur durch Ausstrahlung von dem Kessel auf den Mantel übergetragen werden, und man hätte dann für diese Abkühlung einen anderen Coefficienten als für die Abkühlung an der Mantelfläche F_1 einzuführen. Bezeichnen wir jenen mit A und diesen mit A_1, so erhalten wir $AF\,(t - t_1) = A_1 F_1 t_1$, daher $t_1 = \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t$ und sonach die Abkühlungsgeschwindigkeit für ein Quadratmeter

$$v = A_1 t_1 (1 + \alpha t_1) = \frac{A A_1 F t}{AF + A_1 F_1} \left(1 + \alpha \,.\, \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t\right);$$

und für die ganze Fläche F_1:

$$F_1 v = \frac{A A_1 F F_1}{AF + A_1 F_1} t \left(1 + \alpha \,.\, \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t\right).$$

Beispiel. Ein schmiedeeiserner Kessel enthält Wasser von 100° Wärme, und ist an seiner Oberfläche von 15 Quadratmeter Inhalt, von außen mit Luft von 20° Wärme umgeben; welche Abkühlung erleidet das Wasser? Es ist hier

$$\alpha = 0{,}0066, \quad A = 7{,}70 \quad \text{und} \quad t = 100° - 20° = 80°,$$

daher die Abkühlungsgeschwindigkeit

$$v = A t\,(1 + \alpha t) = 7{,}7 \,.\, 80\,(1 + 0{,}0066 \,.\, 80) = 616 \,.\, 1{,}528 = 941°.$$

und folglich für die ganze Oberfläche von 15 Quadratmetern Inhalt: = 15 . 941 = 14115°; d. h. dem Kessel werden stündlich 14115° Wärme durch Abkühlung entzogen, und müssen durch Erwärmung von einer anderen Seite her wieder ersetzt werden, wenn die Temperatur von 100° unverändert bleiben soll. Wäre der Kessel mit einem Mantel von 25 Quadratmeter Inhalt umgeben, welcher eine Luftmasse dazwischen abschließt, so hätte man diesen Wärmeverlust nur Abkühlungsvermögen.

$$F_1 v = \frac{F F_1}{F + F_1} A t \left(1 + \frac{\alpha F t}{F + F_1}\right) = \frac{15 . 25}{40} 616 \left(1 + 0{,}0066 . \frac{15 . 80}{40}\right)$$
$$= 5775 . 1{,}198 = 6918^\circ.$$

Wäre endlich der Zwischenraum zwischen Kessel und Mantel luftleer, könnte also die Wärme desselben nur durch Ausstrahlung fortgehen, so würde $A = 0{,}2 . A_1 = 0{,}2 . 7{,}7 = 1{,}54$ und daher

$$F_1 v = \frac{1{,}54 . 7{,}7 . 15 . 25 . 80}{1{,}54 . 15 + 77 . 25} \left(1 + 0{,}0066 . \frac{1{,}54 . 15 . 80}{1{,}54 . 15 + 7{,}7 . 25}\right)$$
$$= \frac{355740}{215{,}6} . 1{,}0563 = 1743^\circ \text{ sein.}$$

Es fände also in diesem Falle ungefähr nur $\frac{1}{8}$ so viel Wärmeverlust statt, als beim uneingehüllten Kessel.

§. 279. Péclet giebt auch noch eine Formel und die nöthigen Constanten für die Bestimmmung der Abkühlung durch schlechte Wärmeleiter. Bezeichnet man durch C die Wärmemenge, welche stündlich durch einen plattenförmigen Körper von 1 Quadratmeter Seitenfläche und 1 Meter Dicke geht, wenn die Temperaturdifferenz auf beiden Oberflächen 1° beträgt, durch v aber die Wärme, welche stündlich durch eine Platte geht, deren Seitenflächen jede den Inhalt F hat, deren Abstand ferner e ist, und deren Temperaturen t und t_1 sind, so läßt sich setzen

$$v = \left(\frac{t - t_1}{e}\right) F C, \text{ und es ist anzunehmen}$$

für Liaskalk	$C. = 0{,}80$,
» Ziegelsteine	$= 0{,}68$,
» Gyps	$= 0{,}73$,
» Tannenholz	$= 0{,}17$,
» Eichenholz	$= 0{,}32$,
» Kork	$= 0{,}093$,
» gehacktes Stroh	$= 0{,}070$,
» Holzkohlenstaub	$= 0{,}35$,
» Koksstaub	$= 0{,}44$,
» ganz trockne Erde	$= 0{,}27$,
» Baumwolle, fein zertheilt, ...	$= 0{,}035$,
» » stark zusammengedrückt .	$= 0{,}170$,
» Wolle, fein zertheilt	$= 0{,}063$,
» » stark zusammengedrückt . .	$= 0{,}136$.

Wenn nun eine der Seitenflächen auf einer constanten Temperatur erhal-

Abkühlungsvermögen. ten, die andere aber der Luft ausgesetzt wird, und hier stündlich durch jedes Quadratmeter und bei jedem Grade Temperaturdifferenz die Wärme K fortgeht, so können wir annähernd, und zumal bei mäßigen Temperaturüberschüssen genau genug, den der Temperaturdifferenz t_1 und der Fläche F entsprechenden Wärmeverlust $= FAt_1$ und daher auch $FAt_1 = \left(\frac{t - t_1}{e}\right) FC$, also $t_1 = \frac{Ct}{Ae + C}$, und die Abkühlungsgeschwindigkeit der ganzen Fläche $Fv = \frac{FACt}{Ae + C}$ setzen, und es ist hierbei

für Liaskalk und Ziegelsteine $A = 9$,

für Gyps und Holz aber $A = 8$ anzunehmen. Für Metallbehälter, welche eine kleine Dicke e und ein großes Leitungsvermögen besitzen, verschwindet Ae gegen C, und folgt daher $Fv = FAt_1$, jedoch nur annähernd.

Bei größeren Temperaturdifferenzen rechnet man allerdings genauer nach der Formel $Fv = \frac{(1 + \alpha t_1) ACF}{(1 + \alpha t_1) Ae + C} . t$, wo t den Temperaturüberschuß der inneren und t_1 den der äußeren Fläche über die Luft bezeichnet, α aber entweder 0,0051 oder 0,0066 zu setzen ist, je nachdem die äußere Fläche eine Politur besitzt oder nicht.

Beispiel. Wenn der im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelte mit 100° warmem Wasser angefüllte Kessel mit einer Ziegelmauer von ¼ Meter Dicke umgeben wird, so ist seine Abkühlung stündlich:

$$Fv = \frac{FACt}{Ae + C} = \frac{15 \,.\, 9 \,.\, 0{,}68 \,.\, 80}{9 \,.\, \frac{1}{4} + 0{,}68} = \frac{7344}{2{,}93} = 2506^\circ.$$

Schmelzen. §. 280. Die Ausdehnung, welche Körper durch die Wärme erleiden, hat eine gewisse Gränze, denn bei einem gewissen Grade der letzteren ändern die ersteren ihren Aggregatzustand, feste Körper gehen in einen tropfbarflüssigen Zustand über, und tropfbare Flüssigkeiten nehmen die Gasform an. So geht durch Aufnahme von Wärme Eis in Wasser, und dieses bei höherer Temperatur (100°) in Dampf über. Der Uebergang eines Körpers aus seiner festen Form in eine tropfbarflüssige heißt Schmelzung (franz. fusion; engl. fusion, melting), und der Uebergang aus dem ersteren oder letzteren Zustand in den luftförmigen heißt Verdampfung, Verdunstung (franz. vaporation; engl. evaporation). Die Temperatur, bei welcher ein fester Körper schmilzt oder flüssig wird, heißt sein Schmelzpunkt (franz. point de fusion; engl. melting point). Die Verdampfung oder Verdunstung hat fast bei allen Temperaturen statt, ist jedoch bei niedrigen Temperaturen sehr schwach; deshalb giebt es denn auch keinen Verdampfungspunkt. Umgekehrt lassen sich auch durch Entziehung von Wärme luftförmige Körper, zumal, wenn man sie zugleich

einem Drucke aussetzt, in wasserförmige, und letztere in feste Körper verwandeln. Schmelzen.

Im Folgenden sind die Schmelzpunkte (oder Gefrierpunkte) der vorzüglichsten Körper angegeben.

Platin	bei + 2500° C.	Blei	bei + 330° C.
Schmiedeeisen	» + 1500 bis 1600° C.	Wismuth	» + 260
Stahl	» + 1300 » 1400	Zinn	» + 230
Gußeisen	» + 1050 » 1200	Schwefel	» + 109
Gold	» + 1100 » 1200	Gelbes Wachs	» + 61
Kupfer	» + 1100 » 1200	Phosphor	» + 43
Silber	» + 1000	Seife	» + 33
Bronze	» + 900	Eis	» + 0
Antimon	» + 500	Terpentinöl	» — 10
Zink	» + 400	Quecksilber	» — 39

Anmerkung 1. Beim Glühen des Eisens ergeben sich, nach Pouillet, folgende Temperaturen:

Anfangendes Rothglühen	525° C.	Dunkles Orangeglühen	1100° C.
Dunkles Rothglühen	700	Helles Orangeglühen	1200
Anfangendes Kirschrothglühen	800	Weißglühen	1300
Kirschrothglühen	900	Helles Weißglühen	1400
Helles Kirschrothglühen	1000	Blendendes Weißglühen	1500

Anmerkung 2. Durch Legirungen (franz. alliages; engl. allays) von Metallen kann man sich eine Stufenleiter der Schmelzbarkeit verfertigen und diese zu pyrometrischen Untersuchungen gebrauchen. Niedrige Temperaturen lassen sich durch die Schmelzpunkte der Compositionen von Blei, Zinn und Wismuth bestimmen, zur Ausmittelung hoher Temperaturen bedient man sich aber, nach Prinsep, Saussure und Plattner, der Legirungen von Platin und Gold.

	Blei	Zinn	Wismuth	schmilzt bei
Die Legirung von	1 Th.	1 Th.	4 Th.	94°
Rose's Metall od. »	» 5 »	» 3 »	» » 8 »	» 100
ebenso auch	» 2 »	» 3 »	» » 5 »	» 100
ferner	» 1 »	» 4 »	» » 5 »	» 118,9
	» 1 »	» — »	» » 1 »	» 141,2
	» 1 »	» 1 »	» » — »	» 241
	» — »	» 2 »	» » 1 »	» 167,7
	» 1 »	» 3 »	» » — »	» 167,7
	» — »	» 3 »	» » 1 »	» 200.

Man sieht, daß diese Compositionen leichter schmelzbar sind, als die einfachen Metalle. Bei den Legirungen aus Platin und Gold ist jedoch das Verhältniß anders; eine solche Legirung ist um so strengflüssiger als Gold, je mehr sie Platin in sich enthält, weshalb man aus dem Mischungsverhältnisse der die Composition bildenden Metalle im Voraus die Schmelzpunkte derselben bestimmen kann. Siehe »Merbach, die Anwendung der erwärmten Gebläseluft im Gebiete der Metallurgie, Leipzig 1840.«

Anmerkung 3. Beim Schmelzen fester Körper, sowie beim Gefrieren oder Festwerden flüssiger Körper treten auch in der Regel Dichtigkeitsveränderungen ein. Z. B. das Wasser dehnt sich beim Gefrieren um $^1/_{14}$ seines Volumens aus,

Schmelzen. und bildet nun Eis vom specifischen Gewichte 0,92. Die Kraft, mit welcher diese Ausdehnung erfolgt, ist so groß, daß sich durch dieselbe Geschützkugeln zersprengen lassen. Die meisten Metalle, wie Quecksilber, Blei, Zink, Silber u. s. w., ziehen sich beim Festwerden zusammen, manche, wie z. B. Wismuth und Gußeisen, dehnen sich hierbei aus. Für die Technik ist aber das Schwinden der Metalle, oder Zusammenziehung derselben nach dem Guße von Wichtigkeit. (S. Karmarsch's Abhandlung hierüber im XIX. Bande (1837) der Jahrbücher des polytechn. Instituts in Wien.) Diese Volumenveränderung hängt jedenfalls von dem Zusammenziehen oder Ausdehnen beim Erstarren und vom Zusammenziehen beim Erkalten zugleich ab; je nachdem Veränderungen gleichseitig oder entgegengesetzt wirken, fällt das Schwinden kleiner oder größer aus.

Für die Längeneinheit ist das Schwinden:

beim Gußeisen = $\frac{1}{95}$ bis $\frac{1}{98}$,
beim Messing = $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{65}$,
beim Glockenmetall (100 Kpfr. + 18 Zinn) = $\frac{1}{63}$,
beim Kanonenmetall (100 Kpfr. + $12\frac{1}{2}$ Zinn) = $\frac{1}{130}$ bis $\frac{1}{132}$,
beim Zink = $\frac{1}{62}$,
beim Blei = $\frac{1}{92}$,
beim Zink = $\frac{1}{147}$ und
beim Wismuth = $\frac{1}{265}$.

Verdampfen. §. 281. Flüssige Körper und sogar auch manche feste Körper gehen durch Einwirkung von Wärme in luftförmige über. Diese Verwandlung geht zwar bei allen Temperaturen und Pressungen vor sich, jedoch erfolgt dieselbe in der Hitze und bei schwachem Drucke lebhafter, als in der Kälte und bei hohem Drucke. Man unterscheidet hiernach die Verdunstung von dem Kochen oder Sieden. Während unter jener die Dampfbildung an der Oberfläche verstanden wird, verstehen wir unter dem Kochen oder Sieden (franz. ébullition; engl. ebullition, boiling) die in der ganzen Flüssigkeitsmasse vor sich gehende Dampfbildung. Der Siedepunkt (franz. le point d'ébullition; engl. the boiling point) oder die Temperatur, bei welcher das Sieden eintritt, ist nicht allein bei verschiedenen Körpern verschieden, sondern hängt auch noch von dem Drucke der die Flüssigkeit umgebenden Luft ab. Nach den gemachten Beobachtungen sind bei dem Drucke von 0,76 Meter die Siedepunkte von einigen Körpern folgende:

bei Quecksilber = 360° C.,
bei Leinöl = 316°,
bei Schwefelsäure = 310°,
bei Schwefel = 299°,
bei Terpentinöl = 273°,
bei Wasser = 100°,
bei Alkohol (vom spec. Gewicht = 0,813) = 78,6°,
bei salpetriger Säure = 28°,
bei schwefliger Säure = — 10°.

Die Ausdehnungen der Körper bei dem Uebergange in die Dampfform sind sehr beträchtlich. Ein Cubikfuß Wasser giebt z. B. bei 100⁰ Wärme und 0,76 Meter Barometerstand 1700 Cubikfuß Dampf, und dessen Dichtigkeit ist nur $\frac{5}{8}$ von derjenigen der Luft. Uebrigens aber hat man, wenn man das specifische Gewicht der letzteren = 1 setzt, das specifische Gewicht Verdampfen.

des Quecksilberdampfes = 6,976,
des Dampfes von Terpentinöl = 5,013,
des » von Schwefeläther = 2,586,
des Alkoholdampfes = 1,613,
des Wasserdampfes = 0,623.

Dämpfe können durch Entziehung von Wärme oder durch Vergrößerung des Druckes wieder in die Wasserform zurückgeführt werden, und darin besteht auch ihr einziger Unterschied von den Gasen oder beständigen Luftarten, die man bis jetzt weder bei der strengsten Kälte, noch bei dem größten Drucke in den tropfbarflüssigen Zustand hat zurückführen können. Kohlensaures Gas läßt sich z. B. erst bei 0⁰ Wärme und 36 Atmosphären Druck in den liquiden Zustand zurückführen.

§. 282. Die **Wärmemenge** in einem Körper ist jedenfalls der **Temperatur** und der **Masse des Körpers proportional** und läßt sich daher durch das Product aus beiden messen. Sie ist aber auch noch bei Körpern von verschiedenen Materien sehr verschieden. Manche Körper erfordern zur Annahme einer gewissen Temperatur mehr Wärme, als andere, es besitzen daher auch jene eine größere **Capacität für die Wärme** (franz. capacité pour la chaleur; engl. capacity for heat), als diese. Dieses Vermögen der Körper wird aber durch die **specifische Wärme** (franz calorique spécifique; engl. specific heat) gemessen, wenn man hierunter diejenige Wärmemenge versteht, welche nöthig ist, um die Temperatur eines Körpers von ein Pfund Gewicht um einen Grad zu erhöhen. Es ist übrigens nicht möglich, die Wärmemenge selbst anzugeben, sondern es kann nur eine Vergleichung der specifischen Wärmen verschiedener Körper unter einander angestellt werden. Zu diesem Zwecke nimmt man diejenige Wärmemenge, welche ein Pfund Wasser erfordert, um seine Temperatur um einen Grad zu steigern, als die **Wärmeeinheit** an, und nennt dieselbe eine **Calorie** (franz. und engl. calorie). Die Wärmemenge, welche hiernach nöthig ist, um ein Wasserquantum von Q Pfund um t Grad wärmer zu machen, ist $W = Qt$, und dagegen für einen anderen Körper, dessen specifische Wärme = ω ist, $W_1 = \omega Q t$. In der unten mitgetheilten Tabelle wird die specifische Wärme des Quecksilbers = 0,033 angegeben, und es läßt sich daher Wärme-capacität.

Wärme-capacität.

hieraus schließen, daß bei gleichem Gewichte und gleicher Temperaturerhöhung das Wasser $1/_{0,033} = {}^{1000}/_{33} = 30$mal so viel Wärmestoff oder Brennmaterial erfordert, als Quecksilber.

Um die specifischen Wärmen verschiedener Stoffe auszumitteln, hat man mehrerlei Methoden angewendet, namentlich hat man die Mischungs-, die Schmelzungs- und die Abkühlungsmethode in Anwendung gebracht. Bei der Mischungsmethode bringt man den vorher erwärmten Körper, dessen specifische Wärme man ermitteln will, in ein Wasserbad, und sieht zu, wieviel dadurch die Wärme des Wassers zugenommen hat. Ist Q das Gewicht des abgekühlten Körpers, Q_1 aber das des Kühlwassers, ferner t die Temperaturabnahme von jenem und t_1 die Temperaturzunahme von diesem, so hat man den Wärmeverlust von jenem $= \omega Q t =$ dem Wärmegewinn $Q_1 t_1$ von diesem, und daher die gesuchte specifische Wärme: $\omega = \frac{Q_1 t_1}{Q t}$.

Die Schmelzmethode besteht darin, daß man den zu untersuchenden Körper in Eis einhüllt, und nun die Menge von Wasser, welche durch Abkühlung dieses Körpers sich gebildet hat, ermittelt. Hat man dafür gesorgt, daß das Eis und das Wasser die Temperatur Null Grad behalten, so kann man $\omega Q t = 79\, Q_1$, und daher $\omega = \frac{79\, Q_1}{Q t}$ setzen, weil man aus Erfahrung weiß, daß bei Verwandlung des Eises in Wasser von 0° Wärme 79 Wärmeeinheiten gebunden werden (s. §. 285).

Was endlich die Abkühlungsmethode anlangt, so umgiebt man hier den erwärmten Körper mit einer Metallhülle, hängt ihn so in ein luftleeres Gefäß, welches mit Wasser von constanter Temperatur umgeben ist, und beobachtet die Zeit, innerhalb welcher der Körper um eine gewisse, durch ein eingesetztes Thermometer angezeigte Temperatur sinkt. Sind für zwei Körper von den Gewichten Q und Q_1 bei gleichen Abkühlungsflächen die Abkühlungszeiten z und z_1, und die specifischen Wärmen $= \omega$ und ω_1, so hat man $\frac{z}{z_1} = \frac{\omega Q}{\omega_1 Q_1}$, und daher das Verhälniß

$$\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{Q z_1}{Q_1 z}.$$

Beispiel. Welche Wärmemenge ist nöthig, um einen eisernen Kessel von 2500 Pfund Gewicht, welcher mit 15000 Pfund Wasser angefüllt ist, von 10° bis 100° zu erwärmen? Das Wasserquantum erfordert die Wärmemenge

$$W = Q t = 15000 \, . \, (100 - 10) = 15000 \, . \, 90 = 1350000 \text{ Cal.};$$

die Eisenmasse aber nimmt, da die specifische Wärme des Eisens nur 0,11 ist, die Wärmemenge $W_1 = \omega Q_1 t = 0{,}11 \, . \, 2500 \, . \, 90 = 24750$ Cal. in Anspruch, beide beanspruchen also zusammen $1350000 + 24750 = 1374750$ Cal.

Anmerkung. Mit Hülfe der specifischen Wärme läßt sich auch umgekehrt

durch Abkühlung im Wasser die Temperatur eines heißen Körpers ermitteln, indem man die obige Formel in Anwendung bringt, und $t = \frac{Q_1 t_1}{Q \omega}$ setzt. Wenn z. B. ein heißer Messingkörper von 15 Pfund Gewicht in 80 Pfund Wasser von 10° Wärme gebracht, dieses nun auf 16° Temperatur bringt, also um 6° in der Temperatur erhöht, so hat man die anfängliche Temperatur des Messings, da dessen specifische Wärme = 0,0939 ist, Wärme-capacität.

$$= 16^\circ + \frac{Q_1 t_1}{Q \omega} = 16^\circ + \frac{80 \cdot 6^\circ}{0{,}0939 \cdot 15} = 16^\circ + \frac{480^\circ}{1{,}4085} = 357^\circ.$$

Pouillet fand auf diese Weise die Temperatur des schmelzenden Eisens = 1500 bis 1600°.

§. 283. Laplace und Lavoisier haben sich bei der Ausmittelung der specifischen Wärme verschiedener Körper der Schmelzmethode, Dulong und Petit aber der Abkühlungsmethode, Pouillet und in der neuesten Zeit auch Regnault haben sich der, wie es scheint, sichereren Mischungsmethode bedient. In Folgendem sind die auf diese Weise erhaltenen specifischen Wärmen von einigen der für die Technik am wichtigsten Körper aufgeführt. Specifische Wärme.

Eisen	0,11379	nach	Regnault,	0,1100	nach	Dulong	u. Petit.
Zink	0,09555	»	»	0,0927	»	»	»
Kupfer	0,09515	»	»	0,0949	»	»	»
Messing	0,09391	»	»				
Silber	0,05701	»	»	0,0557	»	»	»
Blei	0,03140	»	»	0,0293	»	»	»
Wismuth	0,03084	»	»	0,0288	»	»	»
Antimon	0,05077	»	»	0,0507	»	»	»
Zinn	0,05623	»	»	0,0514	»	»	»
Platin	0,03243	»	»	0,0314	»	»	»
Gold	0,03244	»	»	0,0298	»	»	»
Schwefel	0,20259	»	»	0,1880	»	»	»
Kohle	0,24111	»	»				
Koaks	0,20307	»	»				
Graphit	0,20187	»	»				
Marmor	0,20989	»	»				

Ungelöschter Kalk 0,2169 nach Lavoisier u. Laplace,
Alkohol (von 0,81 spec. Gewicht) 0,700 nach Dalton,
Eichenholz 0,570 nach Mayer,
Glas 0,19768 nach Regnault,
Quecksilber 0,03332 » »
Terpentinöl 0,42593 » »

Uebrigens ist die specifische Wärme einer und derselben Materie nicht ganz constant, sondern sie wächst, wenn die Dichtigkeit des Körpers ab-

Specifische Wärme. nimmt, und nimmt etwas zu, wenn die Temperatur der Körper sehr groß ist, und sich dem Siedepunkte sehr nähert. So ist die mittlere specifische Wärme nach Dulong und Petit für

Eisen,	zwischen 0 u. 100°,	=0,1098,	zwischen 0 u. 300° aber,		=0,1218,
Quecksilber	» »	=0,0330,	»	»	=0,0350,
Zink	» »	=0,0927,	»	»	=0,1015,
Kupfer	» »	=0,0947,	»	»	=0,1013,
Platin	» »	=0,0335,	»	»	=0,0355,
Glas	» »	=0,1770,	»	»	=0,190.

Anmerkung. Sehr merkwürdig ist die zuerst von Dulong und Petit aufgefundene und neuerlich durch Regnault mehr begründete Beziehung zwischen der specifischen Wärme und dem Atomgewichte eines und desselben Stoffes. Es ist nämlich das Product aus den Zahlen, womit man die specifische Wärme und das Atomgewicht ausdrückt, bei allen Körpern fast eins und dasselbe, und zwar 38 bis 42.

So ist z. B.	die spec. Wärme:	und das Atomgew.:	daher das Product beider:
beim Eisen	= 0,11379,	= 339,21,	= 38,597,
» Silber	= 0,05701,	= 675,80,	= 38,527,
» Platin	= 0,03243,	= 1233,5,	= 39,993,
» Schwefel	= 0,20259,	= 201,17,	= 40,754.

§. 284. Die specifische Wärme der Gase wird mit einem Wassercalorimeter bestimmt, durch welches man die in Hinsicht auf Temperatur und Expansivkraft genau untersuchten Gasarten hindurchströmen läßt. Hierbei beobachtet man entweder die in Folge der Abkühlung der Gasart entstandene Temperaturzunahme des übrigens genau gewogenen Kühlwassers, oder man setzt den Versuch so lange fort, bis das Kühlwasser eine constante Temperatur angenommen hat, so daß ebenso viel Wärme nach außen fortgeht, als dem Wasser durch die Gasart zugeführt wird, und beobachtet den Temperaturüberschuß des Wassers über die äußere Umgebung. Strömen nun in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumen durch das Calorimeter, so lassen sich die specifischen Wärmen der verschiedenen Gasarten den beobachteten Temperaturdifferenzen proportional setzen.

Man hat übrigens bei den Gasen und Dämpfen die specifische Wärme bei constantem Drucke und die bei constantem Volumen von einander zu unterscheiden. Der Grund hiervon liegt in der Erwärmung und Abkühlung der Körper, welche dieselben beim Zusammendrücken und Ausdehnen erleiden. Diese Temperaturveränderung tritt bei den Gasen besonders hervor, weil dieselben in sehr verschiedenen Zuständen der Dichtigkeit vorkommen. Hat ein Luftquantum bei unveränderlichem Drucke durch eine Temperaturerhöhung von t^0 ein größeres Volumen angenommen und wird nun dasselbe durch Zusammendrücken auf das erste

Volumen zurückgeführt, so erleidet es einen zweiten Temperaturzuwachs von t_1^0, ohne daß mehr Wärme hinzugetreten ist, es hat also nun bei demselben Volumen die Luftmasse die Temperatur $t + t_1$, während sie bei constantem Drucke nur die Temperatur t zeigt. Hiernach ist nun auch die specifische Wärme ω bei constantem Drucke größer, als die specifische Wärme ω_1 bei constantem Volumen, und zwar ist das Verhältniß $\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{t+t_1}{t}$. Specifische Wärme.

Die Temperatur t_1 läßt sich zwar nicht unmittelbar bestimmen, doch haben Clement und Desormes dieselben auf indirecte Weise zu ermitteln gesucht. Sie ließen nämlich die in einem Ballon eingeschlossene verdünnte Luft durch die äußere Luft comprimiren, indem sie den Hahn öffneten, welcher eine weite Mündung des Ballons verschloß, und beobachteten an einem von oben mit dem Ballon in Verbindung gesetzten Wassermanometer die nach erfolgter Abkühlung entstandene Verminderung h_1 der Expansivkraft der eingeschlossenen Luft. Nun verhält sich aber die Temperaturerhöhung t_1, welche durch die Compression hervorgebracht wird, zur Temperaturerhöhung $t + t_1$, welche nöthig wäre, um die Luft im Ballon beim unveränderten Drucke durch Erwärmen so viel zu verdünnen, als es durch die Luftpumpe geschehen war, nahe wie die beobachtete Verminderung h_1 der Expansivkraft zum Unterschiede h zwischen der Expansivkraft der Luft im Ballon nach und vor dem Zutritt der äußeren Luft, oder es ist also $\frac{t_1}{t+t_1} = \frac{h_1}{h}$;

daher folgt $\frac{t+t_1}{t_1} = \frac{h}{h_1}$, oder $\frac{t}{t_1} = \frac{h-h_1}{h_1}$ und $\frac{t_1}{t} = \frac{h_1}{h-h_1}$,

$$\text{endlich } \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{t+t_1}{t} = 1 + \frac{h_1}{h-h_1} = \frac{h}{h-h_1},$$

nach den Versuchen aber im Mittel $\frac{\omega}{\omega_1} = 1{,}35$. Es ist also die specifische Wärme bei gleichem Drucke mehr als um ein Drittel größer, als die bei gleichem Volumen. Nach den Versuchen von De la Roche und Berard hat man folgende Werthe für die specifische Wärme einiger Gase.

Specifische Wärme.

Namen der Gase:	Spec. Wärme bei gleichem Volumen:	Spec. Wärme bei gleichem Gewichte:	
		für Luft = 1	für Wasser = 1
Atmosphärische Luft	1,000	1,000	0,267
Sauerstoff	0,976	0,885	0,236
Wasserstoff	0,903	12,340	3,294
Stickstoff	1,000	1,032	0,275
Kohlensäure	1,258	0,828	0,221
Wasserdampf	1,960	3,136	0,847

Latente Wärme.

§. 285. Bei dem Uebergange eines festen Körpers in den tropfbarflüssigen Zustand, sowie beim Uebergange einer tropfbaren Flüssigkeit in Dampf, wird eine gewisse Menge Wärme gebunden, und ebenso umgekehrt beim Festwerden eines flüssigen Körpers, sowie beim Flüssigwerden oder Niederschlagen des Dampfes wird eine gewisse Menge Wärme frei. Es ist also in Flüssigkeiten mehr Wärme enthalten, als das Gefühl oder die Thermometer anzeigen, und diese Wärme, welche man deshalb auch die gebundene oder latente Wärme (franz. chaleur latente; engl. latent heat) nennt, als die Ursache des flüssigen Zustandes eines Körpers anzusehen.

Verschiedene Körper binden auf diese Weise verschiedene Wärmemengen, und ein und derselbe Körper enthält in der Dampf- oder Luftform mehr latente Wärme, als im tropfbarflüssigen Zustande, und im letzten mehr, als wenn er fest ist. Wenn man ein Pfund Wasser von 79° Wärme mit einem Pfund Eis von 0° zusammenbringt, so entstehen zwei Pfund Wasser von 0° Wärme; es ist also anzunehmen, daß das Pfund Eis von 0° Wärme bei seiner Verwandlung in Wasser von 0° Wärme 79 Wärmeeinheiten verbraucht oder gebunden habe. Wenn man ferner ein Pfund Wasserdampf von 100° Wärme durch $5\frac{1}{2}$ Pfund Wasser von 0° condensirt, so bilden sich $6\frac{1}{2}$ Pfund Wasser von 100° Wärme oder $6{,}5 \cdot 100 = 650$ Wärmeeinheiten; da nun hiervon nur 100° sensibel sind, so ist folglich die latente Wärme des Wasserdampfes von 100° Temperatur = 550 Cal. zu setzen.

Die neuesten Versuche von Provostaye u. Desains, sowie auch die von Regnault (s. Annales de chimie et de physique, Sect. III, T. VIII) geben die latente Wärme des Wassers = 79,0; die Angaben über die latente Wärme der Metalle sind sehr unsicher. Hassenfratz giebt sie für Quecksilber $= 86\frac{2}{3}$, Irvine für Blei = 90, Rudberg dagegen 5,858 u. s. w.

Sehr genaue Versuche über die latente Wärme von Dämpfen hat Brix (s. Poggendorff's Annalen, Bd. LV., 1842) angestellt. Nach diesen ist die latente Wärme für Wasserdampf 540, Latente Wärme.
für Alkoholdampf 219,
für Terpentinöldampf 74; Despretz fand früher hiervon nur wenig abweichende Werthe.

Vergleicht man die latenten Wärmen verschiedener Dämpfe mit ihren Dichtigkeiten, so findet man, daß sie fast den letzteren umgekehrt proportional sind. Während z. B. die Dichtigkeit des Alkoholdampfes 2,58 mal so groß als die des Wasserdampfes ist, hat man die latente Wärme des ersteren auch nur $\frac{219}{540} = \frac{1}{2,47}$ der des Wasserdampfes. Hiernach läßt sich annehmen, daß gleiche Volumina von allen Dämpfen bei der Temperatur des Siedens dieselbe Menge latente Wärme enthalten.

Nach den neuesten Versuchen von Regnault ist die Gesammtwärme des Wasserdampfes bei t Grad Temperatur

$$W = 606,5 + 0,305\,t.$$

Auch ist hiernach die specifische Wärme des Wassers nicht ganz constant, sondern durch die Formel

$$\omega = 1 + 0,00002\,t + 0,0000003\,t^2$$

auszudrücken. Man hat folglich die latente Wärme des Wasserdampfes bei der Temperatur t:

$$W_1 = W - \omega t = 606,5 + 0,305\,t - (1 + 0,00002\,t + 0,0000003\,t^2)\,t$$
$$= 606,5 - 0,695\,t - 0,00002\,t^2 - 0,0000003\,t^3,$$

und daher

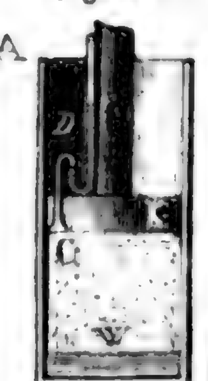
bei der Temperatur t	die Gesammtwärme	die latente Wärme
0°	606,5°	606,5°
25	614,1	589,0
50	621,7	571,7
75	629,4	554,7
100	637,0	536,5
125	644,6	518,6
150	652,2	500,8
175	659,9	482,7
200	667,5	464,3
225	675,1	445,5

Zweites Kapitel.

Von den Wasserdämpfen.

Dampf. §. 286. Stellt man über einer Flüssigkeit, z. B. über einer Wassermasse *W*, Fig. 410, einen luftleeren Raum her, indem man z. B. einen, die Oberfläche von *W* anfangs genau berührenden und an das Gefäß *AB* genau anschließenden Kolben *K* emporzieht, so verwandelt sich ein Theil der Flüssigkeit in Dampf, und zwar um so mehr, je mehr leerer Raum der Ausfüllung dargeboten, oder je weiter der Kolben *K* zurückgezogen wird. Ist diese Wassermenge nicht sehr groß, so kann man durch Vergrößerung des Raumes *KW* oder durch weiteres Zurückziehen des Kolbens *K* dieselbe ganz in Dampf verwandeln. Aendert sich während dieses Geschäftes die Temperatur nicht, so ändert sich die, etwa durch den Stand *h* eines Manometers *CD* angegebene Expansivkraft dieses Dampfes auch nicht, man mag dem Dampfe zu seiner Entwickelung einen größeren oder kleineren Raum darbieten. Zieht man aber nach vollständiger Verwandlung des Wassers in Dampf den Kolben *K* noch weiter auf, so sinkt der Manometerstand, es wird also die Expansivkraft eine kleinere. Diese Abnahme der Expansivkraft folgt nun ganz dem Mariotte'schen Gesetze (s. I., §. 329), d. h. es ist von dem Zustande an, bei welchem alles Wasser in Dampf verwandelt ist, die Expansivkraft der Dichtigkeit des Dampfes direct, und folglich dem Volumen umgekehrt proportional. Wenn man z. B. von da an das Dampfvolumen durch weitere Zurückziehung des Kolbens verdoppelt, so fällt nun die vom Dampf getragene Quecksilbersäule *h* nur halb so groß aus als anfangs. Verkleinert man durch Niederschieben des Kolbens den Dampfraum allmälig, so tritt wieder ein Steigen des Manometers ein bis zu dem Stande, wo beim Aufziehen alles Wasser in Dampf verwandelt war. Von da an bleibt beim weiteren Niederschieben des Kolbens das Manometer auf einerlei Höhe, und es verwandelt sich wieder ein Theil des Dampfes in Wasser, und zwar um so mehr, je weniger Raum zur Aufnahme desselben übrig bleibt, bis zuletzt, wenn der Kolben seinen ersten Stand wieder eingenommen hat, aller Dampf wieder in Wasser übergegangen ist.

Fig. 410.



§. 287. Nimmt man die im letzten Paragraphen beschriebenen Operationen bei einer höheren oder tieferen Temperatur der Flüssigkeit (des Wassers) und ihrer Umgebung vor, so bleiben zwar die Erscheinungen dieselben, nur fällt dann der Manometerstand, und also auch die Expansivkraft des Dampfes, größer oder kleiner, und dagegen der Kolbenweg, nach dessen Zurücklegung das Wasser vollkommen in Dampf übergegangen ist, kleiner oder größer aus als im ersten Falle. Wenn man ferner bei einem unveränderlichen Kolbenstande, wo noch Wasser zur Verdampfung übrig ist, das Wasser und seine Umgebung erhitzt, so verwandelt sich noch mehr Wasser in Dampf, es bildet sich also dichterer Dampf, und es bekommt derselbe auch eine größere Expansivkraft, als durch das Manometer angezeigt wird. Durch weitere Temperaturerhöhung läßt sich so das ganze Wasserquantum in Dampf verwandeln, und fährt man, nachdem dies geschehen ist, mit dem Zusetzen von Wärme weiter fort, so nimmt zwar die Expansivkraft des Dampfes noch ferner zu, es ist jedoch damit keine Dichtigkeitszunahme verbunden, und auch das Gesetz der Zunahme ein anderes, nämlich das Gay-Lussac'sche (s. I., §. 332). Wenn man nun die Temperatur wieder allmälig vermindert, so treten auch die umgekehrten Verhältnisse ein; es nimmt zuerst die Expansivkraft des Dampfes nach dem Gay-Lussac'schen Gesetze ab, es tritt ferner bei Erreichung einer gewissen Temperatur ein Niederschlagen des Dampfes als Wasser ein, es verwandelt sich so immer mehr und mehr Dampf in Wasser, je mehr man die Temperatur herabdrückt, und es fallen auch Dichtigkeit und Expansivkraft des Dampfes kleiner aus. Diese Verminderung der Temperatur kann selbst bis unter Null herabgehen, ohne daß der Dampf ganz verschwindet, denn selbst bei — 20 Grad zeigt das Manometer noch eine meßbare Expansivkraft an. Maximalspannung des Dampfes.

Wir sehen hieraus, daß der Zustand des Dampfes, so lange dieser noch mit Wasser in Berührung sich befindet, ein anderer ist, als wenn er einen begrenzten Raum allein ausfüllt. Im ersten Falle ist nämlich seine Dichtigkeit und Expansivkraft nur von der Temperatur abhängig, im letzten Falle hingegen stehen Dichtigkeit, Expansivkraft und Temperatur des Dampfes in einer durch das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz ausgedrückten Abhängigkeit zu einander. Wenn es nicht an Wasser fehlt zur Bildung des Dampfes, so erzeugt sich bei jeder Temperatur Dampf von einer bestimmten Dichtigkeit oder Expansivkraft, und da es nicht möglich ist, diesen durch Volumenverminderung mehr zu verdichten oder mehr zu spannen, so können wir sagen, daß er in diesem Falle das Maximum seiner Dichtigkeit und Spannung (Expansivkraft) besitze. Gewöhnlich nennt man solchen Dampf auch gesättigten Dampf (franz. vapeur saturée; engl. saturated vapor, saturated steam).

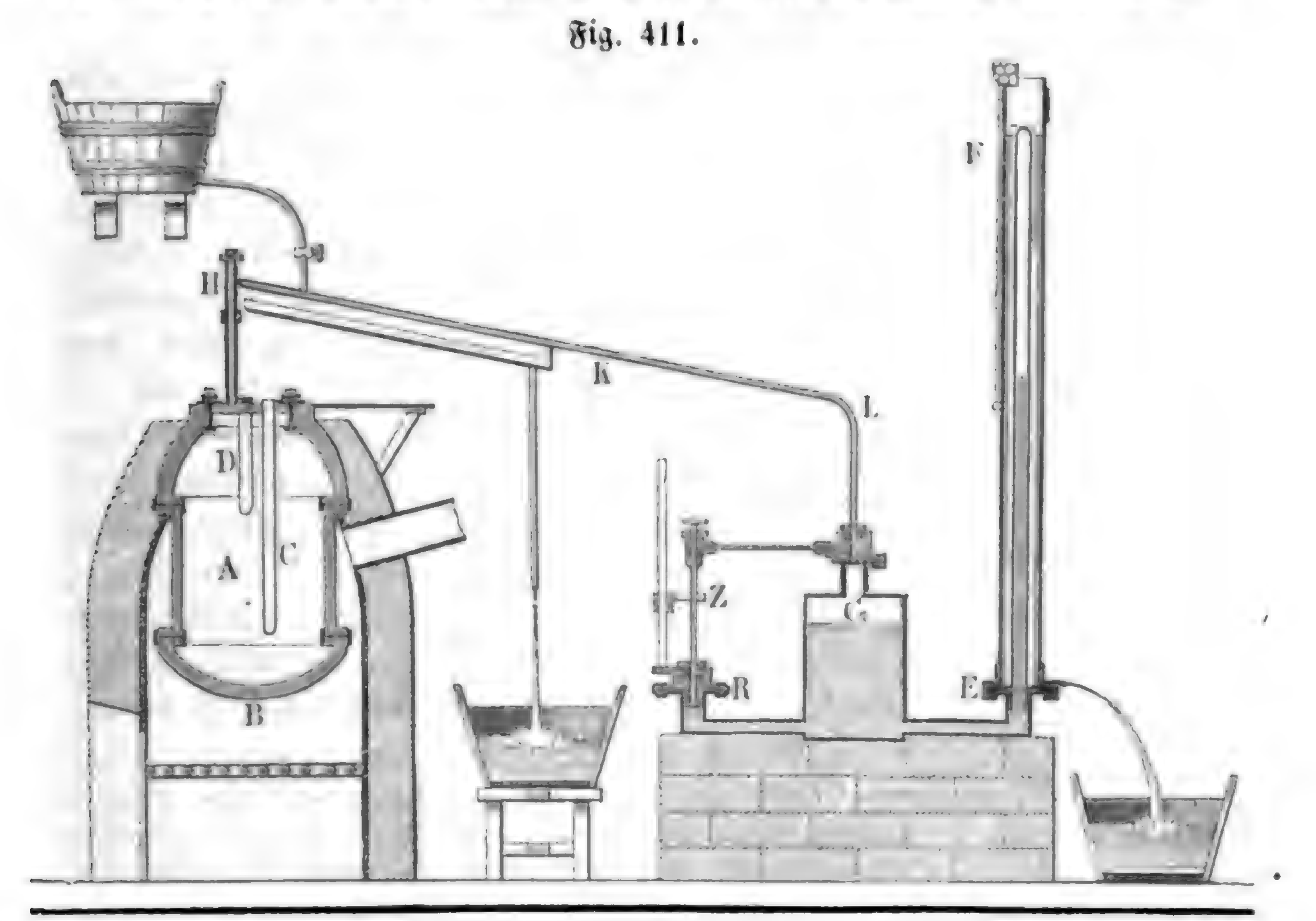
Versuche über die Expansivkraft der Dämpfe.

§. 288. Es ist nun die wichtige Frage zu beantworten: in welcher Beziehung stehen Expansivkraft und Temperatur des in der Maximalspannung befindlichen Wasserdampfes zu einander? Versuche, welche den Zweck hatten, diese Abhängigkeit zu finden, sind bereits in großer Anzahl, namentlich von den Deutschen: Schmidt, Arzberger, Kämtz u. s. w., von den Engländern: Watt, Robison, Dalton, Ure u. s. w., von den Franzosen: Arago und Dulong, Regnault u. s. w., angestellt worden, jedoch sind Ausdehnung und Genauigkeit aller dieser Versuche sehr verschieden, und es findet auch unter den Resultaten derselben die gewünschte Uebereinstimmung nicht überall statt. Es ist hier nicht der Ort, die verschiedenen Apparate zu beschreiben, welche man bei Versuchen über die Expansivkraft des Wasserdampfes angewendet hat, und uns vielmehr nur möglich, folgende allgemeine Bemerkungen hierüber zu machen. Im Wesentlichsten kommt es natürlich hier nur darauf an, den Dampf allmälig mehr und mehr zu erwärmen und dessen Temperatur und Expansivkraft bei den verschiedenen Wärmezuständen zu messen. Zur Ausmittelung der Temperatur dienen Thermometer, die man aber nicht unmittelbar mit dem Dampfe in Berührung bringen darf, sondern in eiserne Röhren einhüllt, damit die Thermometerröhre nicht durch den Dampf zusammengedrückt werden könne. Um aber die Expansivkraft zu finden, hat man in der Regel eine, gleichsam ein sehr langes Barometer bildende Quecksilbersäule, oder auch ein Luftmanometer, oder auch Ventile (s. I., §. 328) in Anwendung gebracht. Der letzteren hat sich Arzberger und auch Southern bedient; diese Versuche geben jedoch, wie die Vergleichung mit den Ergebnissen anderer Versuche vor Augen führt, und wie auch leicht zu erklären ist, etwas zu kleine Expansivkräfte. Sehr ausführliche Versuche sind vom Franklin-Institut zu Philadelphia und von der Akademie der Wissenschaften zu Paris angestellt worden. Die letzteren sind die ausgedehntesten und werden in der Genauigkeit vielleicht nur durch die neuesten Versuche von Magnus und von Regnault übertroffen. Die Versuche, welche das erstgenannte Institut angestellt hat, gehen, wie die von Arzberger, bis auf 10 Atmosphären, die der letztgenannten Akademie aber bis auf 24 Atmosphären, übrigens geben bei Spannungen von 2 bis 10 Atmosphären die ersten Versuche größere Expansivkraft, als die letzteren, und es beträgt bei 10 Atmosphären die Abweichung schon $^7/_9$ Atmosphäre.

Anmerkung. Eine gedrängte Zusammenstellung der Versuche über die Expansivkraft des Wasserdampfes findet man in the Mechanics Pocket Dictionary by W. Grier, art. Steam; auch ist hierüber nachzulesen im zweiten Bande von Robison's System of Mechanical Philosophy, ferner P. Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain und Tredgold's Dampfmaschinenlehre.

§. 289. Der Wichtigkeit des Gegenstandes wegen theilen wir in Folgendem eine Abbildung (Fig. 411) und eine kurze Beschreibung des Apparates mit, welchen die französischen Akademiker Arago, Dulong u. s. w. zur Ausmittelung der Expansivkraft der Wasserdämpfe angewendet haben. Die Dampferzeugung erfolgte in einem Kessel *A* aus starkem Eisenblech von 80 Liter Inhalt, welcher zu diesem Zwecke in den Ofen *B* Versuche der Pariser Akademie.

Fig. 411.



eingesetzt war. In diesen Kessel gingen zwei Flintenläufe *C* und *D* hinein, wovon der eine bis unter das Wasser, der andere aber nur bis in den Dampfraum reichte. In beide kamen Quecksilberthermometer zu stehen, die oben gekrümmt und horizontal fortgeführt, und an dieser Stelle durch einen Wasserstrom auf einer constanten Temperatur erhalten wurden. Zum Messen der Expansivkraft des Dampfes diente das Luftmanometer *EF*, welches von einer Wassersäule mit ununterbrochenem Zu- und Abfluß umgeben wurde, um eine constante Temperatur zu erzeugen. Das eiserne Gefäß *G* dieses Manometers war zum großen Theil mit Quecksilber angefüllt, der obere Raum desselben, so wie die Communicationsröhre *KL*, wurde mit Wasser angefüllt, und letztere ließ man zur Erzielung einer unveränderlichen Temperatur mit fließendem Wasser äußerlich bespülen. Um den Stand des Quecksilbers im Gefäße *G* zu finden, diente die Glasröhre *R*

Versuche der Pariser Akademie

mit dem Zeiger Z. Die Versuche wurden auf folgende Weise geleitet. Zuerst ließ man bei geöffneter Röhre H und geöffnetem Sicherheitsventile das Wasser 15 bis 20 Minuten lang kochen, um alle Luft aus A zu treiben, dann schloß man beide und erzeugte durch Zulegen von Brennmaterial eine höhere Temperatur. Nun gab man Acht, wann die Thermometer- und Manometerstände ihr Maximum erreichten, und es las nun der eine Beobachter die ersteren, und der andere Beobachter die letzteren ab. Auf diese Weise wurden 30 Beobachtungen von 123° bis 224°,15 Temperatur, oder von 2,14 bis 23,994 Atmosphären Spannung angestellt.

Da sich die Anwendung des Luftmanometers EF auf das Mariotte'sche Gesetz gründet, so hielten es die französischen Akademiker für nöthig, den eben beschriebenen Versuchen noch besondere, die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei sehr hohen Spannungen prüfende Untersuchungen vorauszuschicken. Hierzu bedienten sie sich desselben Apparates, nur brachten sie auf der Seite bei R eine vertikale und oben offene, aus 13 Stücken zusammengesetzte Glas- oder Barometerröhre von 26 Meter Länge und 5 Millimeter Weite an und setzten bei L eine Druckpumpe auf. Durch diese wurde ein Druck erzeugt, der durch das Wasser auf das Quecksilber in G überging und dieses in das Manometer EF, so wie in das Barometer bei R trieb. Durch Vergleichung der Höhe der übrigbleibenden Luftsäule mit der Höhe der Quecksilbersäule in der langen Röhre konnte nun die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes geprüft werden.

Anmerkung 1. Ausführlich über diese Versuche wird gehandelt in dem Exposé des recherches faites par Ordre de l'Académie royal des sciences pour déterminer les forces élastiques de la vapeur d'eau à hautes températures. Paris chez Firmin Didot, 1830. S. auch Poggendorff's Annalen, Bd. XVIII.

Anmerkung 2. Regnault hat bei seinen, nur bis 4 Atmosphären sich erstreckenden Versuchen einen ähnlichen Apparat angewendet (s. Annales de chimie et de physique, T. XI, 1844). Nur bediente er sich zur Ausmittelung der Temperatur des Dampfes gerader Thermometer und füllte den Zwischenraum, den dieselben in den Eisenröhren übrig ließen, mit Quecksilber aus. Auch wendete er statt des Quecksilbergefäßes einen Ballon mit Luft an, der von außen durch ein Wasserbad abgekühlt und von innen durch eine Luftpumpe mit comprimirter Luft angefüllt wurde. Diese Luft hielt nun einerseits der Expansivkraft des Dampfes, und andererseits der Quecksilbersäule in einem offenen Manometer das Gleichgewicht. Die Temperaturen und die Manometerstände wurden übrigens durch ein sogenanntes Kathetometer, d. i. durch ein an einer vertikalen Scala auf und nieder stellbares Fernrohr, beobachtet.

§. 290. Die Ergebnisse der Versuche von Arago, Dulong u. s. w. über die Expansivkraft der Wasserdämpfe enthält folgende Tabelle.

Versuche der Pariser Akademie.

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur nach dem		Elasticität des Dampfes,	
	längeren	kürzeren	gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule.	ausgedrückt in Atmosphären.
	Thermometer.			
	Grad	Grad	Meter	Atmosphären
1	122,97	123,70	1,6292	2,14
2	132,58	132,82	2,1767	2,87
3	132,64	133,30	2,1816	2,88
4	137,70	138,30	2,5386	3,35
5	149,54	149,70	3,4759	4,58
6	151,87	151,90	3,6868	4,86
7	153,64	153,75	3,8810	5,12
8	163,00	163,40	4,9384	6,51
9	168,40	168,50	5,6054	7,39
10	169,57	169,40	5,7737	7,61
11	171,88	172,34	6,1510	8,11
12	180,71	180,70	7,5001	9,89
13	183,70	183,70	8,0352	10,60
14	186,80	187,10	8,6995	11,48
15	188,30	188,50	8,8400	11,66
16	193,70	193,70	9,9989	13,19
17	198,55	198,50	11,0190	14,53
18	202,00	201,75	11,8620	15,67
19	203,40	204,17	12,2903	16,21
20	206,17	206,10	12,9872	17,13
21	206,40	206,80	13,0610	17,23
22	207,00	207,40	13,1276	17,30
23	208,45	208,90	13,6843	18,05
24	209,10	20[illegible],13	13,7690	18,16
25	210,47	210,50	14,0634	18,55
26	215,07	215,30	15,4995	20,44
27	217,23	217,50	16,1528	21,31
28	218,30	218,40	16,3816	21,60
29	220,40	220,80	17,1826	21,66
30	223,88	224,15	18,1894	23,99

Von den Ergebnissen der Versuche Regnault's theilen wir nur diejenigen mit, welche bei Spannungen von 1 bis 4 Atmosphären angestellt worden sind.

Regnault's Versuche.

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur		Expansivkraft	
	des Wassers	des Dampfes	in Metern.	in Atmosphären.
	in Cent.-Grade.			
1	99,83	99,82	0,75161	0,99
2	100,00	100,00	0,76000	1,00
3	100,71	100,71	0,77603	1,02
4	105,10	105,06	0,90460	1,19
5	111,78	111,70	1,13147	1,49
6	116,04	116,04	1,30237	1,71
7	121,16	121,13	1,53027	2,01
8	122,70	122,53	1,60125	2,11
9	123,94	123,91	1,67041	2,20
10	128,40	128,47	1,91512	2,52
11	128,54	128,47	1,92520	2,53
12	128,66	128,57	1,93114	2,54
13	130,12	130,18	2,01251	2,65
14	131,38	131,30	2,09469	2,75
15	131,51	131,63	2,09828	2,76
16	133,20	133,28	2,20908	2,91
17	135,70	135,65	2,37303	3,04
18	135,83	136,00	2,38681	3,14
19	137,75	137,52	2,51479	3,31
20	138,36	138,24	2,56173	3,37
21	140,90	141,01	2,75617	3,63
22	141,57	141,54	2,79968	3,68
23	143,85	143,83	2,99279	3,94
24	144,12	144,17	3,01008	3,96
25	145,70	145,64	3,14941	4,14
26	147,50	147,50	3,30695	4,35
27	148,20	148,30	3,36135	4,42

Vergleicht man die einander ziemlich entsprechenden Werthe aus beiden Tabellen mit einander, so wird man allerdings eine sehr zufriedenstellende Uebereinstimmung finden. Z. B. giebt die erste Tabelle für die mittlere Temperatur von 138° die Dampfspannung 3,35 Atmosphären, die zweite aber für die mittlere Temperatur von 138,3° dieselbe = 3,37 Atmosphären. Man ersieht auch aus diesen Tabellen, daß die Angaben der beiden Thermometer, wovon das eine in dem Wasser und das andere in dem Dampfe stand, nur wenig von einander abweichen.

Anmerkung. Regnault hat auch noch eine große Versuchsreihe über die Elasticität des Dampfes von — 32° bis 100° Temperatur angestellt.

§. 291. Es ist bis jetzt noch nicht gelungen, die Relation zwischen Temperatur und Expansivkraft des Wasserdampfes aus einem allgemeinen Gesetze zu entwickeln, und deshalb hat man sich denn auch seither nur mit empirischen Formeln begnügen müssen, welche sich an die Erfahrungsresultate mehr oder weniger anschließen. Die Methode, welche bei Auffindung solcher Formeln angewendet wird, besteht darin, daß man die beobachteten Temperaturen und die entsprechenden Spannkräfte als Coordinaten zu Papier bringt, die entsprechenden Punkte bestimmt und nun zusieht, welche von den bekannten krummen Linien oder von den, bekannten Functionen entsprechenden, Curven sich möglichst genau an dieses Punktesystem anschließt. Hat man sich nun einmal für eine bestimmte Linie entschieden, so kommt es noch darauf an, die in ihr vorkommenden Constanten aus den Versuchsresultaten abzuleiten, und hier läßt sich denn vorzüglich die im Ingenieur (Seite 130 x.) abgehandelte Methode der kleinsten Quadrate anwenden. Bis jetzt hat man schon über 45 solcher Formeln aufgestellt. (S. die Fortschritte der Physik im Jahre 1845, Jahrgang I. Berlin 1847.) Elasticitäts-formeln.

Für den praktischen Gebrauch am bequemsten ist die zuerst von Young eingeführte Formel $p = (a + bt)^n$, in welcher t die Temperatur und p die entsprechende Expansivkraft, a, b und n aber Erfahrungszahlen ausdrücken. Sie giebt jedoch nicht für alle Temperaturen die erwünschte Uebereinstimmung mit den Erfahrungsresultaten, weshalb man sich bei ihrer Anwendung genöthigt gesehen hat, die Werthe der Constanten a, b und n für niedere, mittlere und hohe Temperaturen besonders zu bestimmen.

Für hohe Temperaturen, namentlich aber für Spannkräfte über 4 Atmosphären, hat man nach Dulong und Arago

$p = (0{,}2847 + 0{,}007153t)^5$ Atmosphären, und umgekehrt,

$t = 139{,}8\sqrt[5]{p} - 39{,}80^0$.

Drückt man die Expansivkraft durch den Druck auf den Quadratzoll aus, und legt man das preußische Pfund- und Fußmaaß zu Grunde, so hat man, da nach I. §. 327 der Druck einer Atmosphäre $= 15{,}05$ zu setzen ist,

$p = (0{,}2847 + 0{,}007153t)^5 . 15{,}05 = (0{,}4897 + 0{,}012303t)^5$ Pfund, und umgekehrt

$$t = 81{,}28\sqrt[5]{p} - 39{,}80^0.$$

Für Dampfspannungen von 1 bis 4 Atmosphären giebt Mellet, der Uebersetzer der Tredgold'schen Dampfmaschinenlehre in das Französische,

$p = \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6$ Kilogr. auf das Quadratcentimeter, und hiernach folgt, da der Druck einer Atmosphäre auf ein Quadratcentimeter $= 1{,}0336$ Kilogramm ist,

Elasticitäts-formeln. $p = \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 . \frac{1}{1,0336} = \left(\frac{75+t}{175}\right)^6$ Atmosphären

$= \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 . \frac{15,05}{1,0336} = \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 . 14,56 = \left(\frac{75+t}{111,35}\right)^6$ Pfund

auf den Quadratzoll. Umgekehrt folgt, wenn p in Atmosphären gegeben ist, $t = 175\sqrt[6]{p} - 75^0$, und wenn p in Pfunden gegeben ist, $t = 111,35\sqrt[6]{p} - 75^0$.

Pambour (s. dessen Théorie des machines à vapeur) nimmt für Spannungen von 1 bis 4 Atmosphären $p = \left(\frac{72,67+t}{171,72}\right)^6$ Kilogr., folglich umgekehrt $t = 171,72\sqrt[6]{t} - 72,67^0$. Hiernach folgt, wenn p in Atmosphären ausgedrückt wird, $p = \left(\frac{72,67+t}{172,67}\right)^6$ Atmosphären, und $t = 172,67\sqrt[6]{p} - 72,67^0$; ferner für das preußische Maaß und Gewicht $p = \left(\frac{72,67+t}{109,9}\right)^6$ Pfund, und $t = 109,9\sqrt[6]{p} - 72,67^0$.

Der Artizan-Clubb in England theilt in der von ihm besorgten Dampfmaschinenlehre folgende Formeln mit.

Für Temperaturen über 100 Grad:

$p = \left(\frac{85+t}{185}\right)^{6,42}$ Atmosph., also

$t = 185\sqrt[6,42]{p} - 85^0 = 185\,p^{0,15576} - 85^0$;

für Temperaturen unter 100 Grad:

$p = \left(\frac{115+t}{215}\right)^{7,71507}$ Atmosph., und $t = 215\,p^{0,12962} - 115^0$,

und es ist hiernach für das preußische Maaß und Gewicht bei hohen Temperaturen:

$p = \left(\frac{85+t}{121,27}\right)^{6,42}$ Pfund, und $t = 121,27\,p^{0,15576} - 85^0$,

und für niedrige Temperaturen:

$p = \left(\frac{115+t}{151,29}\right)^{7,71507}$ Pfund, und $t = 151,29\,p^{0,12962} - 115^0$.

Beispiele. 1) Welche Spannung hat gesättigter Wasserdampf bei 145° Wärme? Es giebt die Mellet'sche Formel

$$p = \left(\frac{75+145}{175}\right)^6 = \left(\frac{44}{35}\right)^6 = 3,947 \text{ Atmosphären},$$

ferner die Pambour'sche Formel

$$p = \left(\frac{72,67+145}{172,67}\right)^6 = \left(\frac{217,67}{172,67}\right)^6 = 4,013 \text{ Atmosphären},$$

die Formel der Akademiker

$$p = (0,2847 + 145 . 0,007153)^5 = 1,3219^5 = 4,036 \text{ Atmosphären},$$

Digitized by Google

und endlich die des Artizan-Clubbs Elasticitäts-formeln.

$$p = \left(\frac{85+145}{185}\right)^{6,42} = \left(\frac{46}{37}\right)^{6,42} = 4{,}046 \text{ Atmosphären.}$$

Das Mittel aus allen diesen vier Werthen ist 4,01 Atmosphären.

2) Wie stark ist der Dampfdruck bei 145° Temperatur gegen einen Kolben von 3 Fuß Durchmesser? Es ist der Inhalt der Kolbenfläche

$$F = \frac{9\pi}{4} \text{ Quadratfuß} = 9 \,.\, 36\pi = 1017{,}9 \text{ Quadratzoll,}$$

ferner der Druck auf jeden Quadratzoll bei 4 Atmosphären,

$$p = 4 \,.\, 15{,}05 = 60{,}2 \text{ Pfund,}$$

daher der Druck auf die ganze Fläche

$$P = Fp = 1017{,}9 \,.\, 60{,}2 = 61277 \text{ Pfund.}$$

3) Welche Temperatur entspricht einer Spannung von $\frac{1}{4}$ Atmosphäre? Es ist nach der zweiten Formel des Artizan-Clubbs

$$t = 215 \,.\, (\tfrac{1}{4})^{0,12002} - 115 = 179{,}64 - 115 = 64{,}64^\circ.$$

§. 292. Eine andere, ziemlich einfache Formel für die Expansivkraft der Wasserdämpfe gab zuerst Roche (s. Poggendorff's Annalen Bd. 18 und 27), und sie hat die Form $p = ab^{\frac{t}{m+nt}}$. Wenn auch, wie Regnault nachweist, diese Formel nicht das allgemeine Gesetz von der Expansivkraft der Dämpfe ausdrücken kann, so gewährt sie doch, den Rechnungen von August, Magnus u. s. w. zufolge, innerhalb der Beobachtungsgrenzen und bei den gewöhnlich vorkommenden Temperaturen eine recht gute Uebereinstimmung.

Nach den neuesten Berechnungen von Magnus ist

$$p = 4{,}525 \cdot 10^{\frac{7,4475\,t}{234,69+t}},$$

und nach Holtzmann

$$p = 4{,}529 \,.\, 10^{\frac{7,2804\,t}{236,22+t}} \text{ Millimeter}$$

zu setzen; halten wir aber nur die erste Formel fest, so bekommen wir, da einer Atmosphäre 760 Millimeter Quecksilbersäulenhöhe entspricht,

$$p = \frac{4{,}525}{760} \,.\, 10^{\frac{7,4475\,t}{234,69+t}} = 0{,}005954 \,.\, 10^{\frac{7,4475\,t}{234,69+t}} \text{ Atmosphäre, oder}$$

$$Log.\, p = 0{,}77481 - 3 + \frac{7{,}4475\,t}{234{,}69+t} = \frac{5{,}2223\,(t-100)}{234{,}69+t}. \text{ Umgekehrt}$$

ist $t = \frac{234{,}69\, Log.\, p + 522{,}23}{5{,}2223 - Log.\, p}$. Folgende Formel von August gewährt vielleicht noch eine größere Schärfe:

$$p = \left(\frac{6415\,(1028{,}4+t)}{1000000000}\right)^{\frac{100-t}{100+\frac{3}{8}t}} \text{ Atmosphären.}$$

Elasticitäts-formeln.

Die Umkehrung dieser Gleichung gestattet aber keine directe Auflösung. Nach dieser Formel hat August folgende, zum praktischen Gebrauch sehr brauchbare Tabelle berechnet.

Tafel für die Expansivkräfte der Dämpfe im Maximo der Spannung, ausgedrückt in Atmosphären.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,007	0,007	0,008	0,008	0,009	0,009	0,010	0,011	0,011	0,012
1	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018	0,019	0,020	0,021	0,023
2	0,024	0,026	0,027	0,029	0,031	0,033	0,034	0,036	0,039	0,041
3	0,043	0,046	0,048	0,051	0,054	0,057	0,060	0,063	0,067	0,071
4	0,074	0,078	0,084	0,087	0,091	0,096	0,101	0,106	0,112	0,117
5	0,123	0,129	0,136	0,142	0,149	0,157	0,164	0,172	0,180	0,189
6	0,198	0,207	0,216	0,226	0,237	0,248	0,259	0,270	0,282	0,295
7	0,308	0,321	0,335	0,350	0,365	0,381	0,397	0,413	0,431	0,449
8	0,467	0,486	0,506	0,527	0,548	0,570	0,593	0,616	0,640	0,665
9	0,691	0,718	0,746	0,774	0,803	0,834	0,865	0,897	0,930	0,964
10	1,000	1,035	1,071	1,108	1,146	1,187	1,230	1,273	1,315	1,359
11	1,406	1,453	1,501	1,551	1,601	1,655	1,708	1,763	1,820	1,878
12	1,938	1,998	2,062	2,127	2,193	2,261	2,330	2,401	2,475	2,550
13	2,627	2,705	2,786	2,868	2,943	3,040	3,128	3,219	3,312	3,407
14	3,507	3,609	3,704	3,811	3,921	4,037	4,134	4,252	4,373	4,481
15	4,607	4,735	4,854	4,988	5,121	5,262	5,405	5,534	5,677	5,818
16	5,972	6,128	6,274	6,438	6,605	6,776	6,932	7,110	7,272	7,457
17	7,635	7,838	8,013	8,212	8,415	8,601	8,812	9,027	9,224	9,446
18	9,673	9,879	10,115	10,33	10,57	10,83	11,08	11,31	11,57	11,81
19	12,08	12,35	12,60	12,89	13,18	13,44	13,75	14,05	14,31	14,63
20	14,96	15,25	15,58	15,89	16,23	16,57	16,89	17,25	17,61	17,95
21	18,32	18,66	19,05	19,44	19,80	20,20	20,58	20,99	21,32	21,80

Die erste Vertikalcolumne dieser Tabelle giebt die Zehner, und die erste Horizontalcolumne die Einer der Temperatur; die entsprechende Expansivkraft befindet sich mit der Zehnerzahl in einerlei Horizontal-, und mit der Einerzahl in einerlei Vertikalreihe. Hiernach ist z. B. für $t = 145^0$ oder $14 \,.\, 10^0 + 5^0$, $p = 4{,}037$ Atmosphären, ferner für $t = 65^0 = 6 \,.\, 10^0 + 5^0$, $p = 0{,}248$ Atmosphären. Elasticitätsformeln.

Anmerkung 1. Eine sehr gute Uebereinstimmung mit den älteren Versuchen gewährt auch die Egen'sche Formel:

$$t = 100^0 + 64{,}29512\ Log.\,p + 13{,}89479\ (Log.\,p)^2 + 2{,}909769\ (Log.\,p)^3 + 0{,}1742634\ (Log.\,p)^4.$$

(Siehe Poggendorff's Annalen, Bd. 27, 1833.)

Biot hat ebenfalls eine für Temperaturen von -20^0 bis $+220^0$ sehr genau stimmende Formel gefunden. Sie hat die Form

$$Log.\,p = a - a_1\,b_1^{\,20 + t} - a_2\,b_2^{\,20 + t},$$

und es ist bei Anwendung des Luftthermometers, welches bei 200° Quecksilber nur 197,5°, und bei 300° nur 294,5° zeigt,

$$a = 5{,}9613133,\quad Log.\,a_1 = 0{,}823407 - 1,\quad Log.\,a_2 = 0{,}7411095,$$
$$Log.\,b_1 = -0{,}0130973 \text{ und } Log.\,b_2 = -0{,}0021251,$$

p aber wird in Millimetern ausgedrückt. Dieselbe Form hatte übrigens schon Prony angewendet und sie ist auch in der neuesten Zeit wieder von Regnault gebraucht worden. Für Temperaturen über 100° findet Letzterer auch schon sehr genau $Log.\,p = a - a_1\,b_1^{\,t - 100}$, wo

$$a = 5{,}826789,\quad Log.\,a_1 = 0{,}9977641 - 1, \text{ und } Log.\,b_1 = 0{,}4692291$$

ist; man hat aber hier t durch das Quecksilberthermometer anzugeben, und es wird p wieder in Millimetern ausgedrückt. Mehreres über andere, namentlich über ältere Formeln findet man in der eben citirten Abhandlung von Egen.

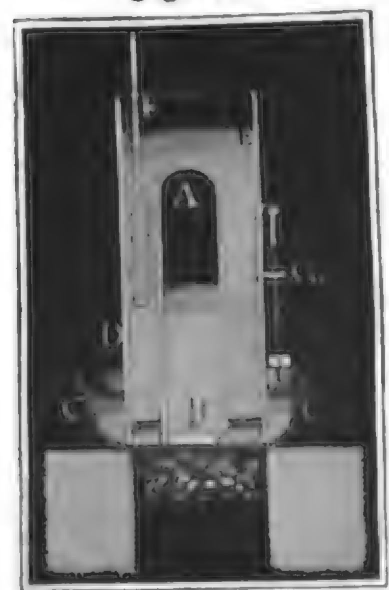
Anmerkung 2. Nach Dalton sind die Expansivkräfte aller Dämpfe bei einer gleichen Anzahl von Graden über oder unter dem Siedepunkte gleich groß. Hiernach lassen sich nun auch mittels der Siedepunkte die Spannkräfte verschiedener Dämpfe aus denjenigen des Wasserdampfes berechnen. Z. B. da der Alkohol bei 78° siedet, so ist für Alkoholdampf von 113°, also von 113 — 78 = 35° über dem Siedepunkte die Spannkraft dieselbe, wie beim Wasserdampfe, bei 35° über dem Siedepunkte aber bei 135° Temperatur, nämlich 3 Atmosphären. Aus den neueren Versuchen geht jedoch hervor, daß dieses Gesetz nur annähernd richtig ist.

§. 293. Die Dichtigkeit des Dampfes hängt, wie die einer jeden Gasart, von der Temperatur und Expansivkraft zugleich ab (s. I. §. 332 und §. 333). Da aber beim gesättigten Dampfe die Expansivkraft durch die Temperatur bestimmt ist, so folgt, daß bei diesem, im Maximo der Spannung befindlichen Dampfe die Dichtigkeit von der Temperatur oder von der Expansivkraft allein abhängt. Um nun die Dichtigkeit des Dampfes bei jeder Temperatur und Expansivkraft angeben zu können, war es nöthig, dieselbe wenigstens bei einer bestimmten Temperatur und Expansivkraft durch Versuche auszumitteln, und Gay-Lussac wendete in dieser Absicht folgendes Verfahren an. Er füllte ein dünnes Glaskügelchen Dichtigkeit des Dampfes.

Dichtigkeit des Dampfes.

mit Wasser und schmolz dessen Hals an einer Weingeistlampe zu. Durch genaues Abwägen des leeren und des gefüllten Kügelchen ergab sich das Gewicht des Wassers in demselben. Diese Glaskugel wurde nun in eine, dem Raume nach in gleiche Theile getheilte Glasröhre AB (Fig. 412) gebracht, die mit Quecksilber angefüllt war und in einem ebenfalls mit Quecksilber angefüllten Gefäße CC stand, das durch einen Feuerheerd erhitzt werden konnte. Die Röhre AB wurde noch von einem Glascylinder DE umgeben, und der Zwischenraum zwischen beiden mit Wasser angefüllt. Durch hinreichende Erwärmung von unten zersprengte das Wasser in dem Kügelchen die Hülle und verwandelte sich in Dampf, und nachdem nun durch Erhaltung einer constanten Temperatur alles Wasser in Dampf übergegangen war, wurde die Temperatur an einem Thermometer F, das Volumen und die Expansivkraft des Dampfes aber an einem eingetheilten Stabe G abgelesen. Auf diesem Wege fand Gay-Lussac, daß ein Liter Wasserdampf bei 100° Temperatur und 0,76 Meter Barometerstand $^1/_{1,6964} = 0{,}5895$ Gramme wog. Nun ist aber nach ebendemselben das Gewicht von einem Liter atmosphärischer Luft unter denselben Verhältnissen 0,9454 Gramme, daher folgt denn das Verhältniß der Dichtigkeit des Wasserdampfes zu derjenigen der atmosphärischen Luft bei gleicher Spannung und gleicher Temperatur,

Fig. 412.



$$= \frac{5895}{9454} = \frac{1000}{1603} \text{ oder ziemlich genau } = {}^5/_8.$$

Specifische Dampfvolumina.

§. 294. Mit Hülfe des im letzten Paragraphen angegebenen Dichtigkeitsverhältnisses läßt sich nun die Dichtigkeit des Dampfes für jede Temperatur und Spannung berechnen, wenn man die Gesetze von Mariotte und von Gay-Lussac zu Hülfe nimmt, und es ist auch die betreffende Formel in I. §. 333 entwickelt worden. Man hat hiernach die der Temperatur t und Spannkraft p entsprechende Dichtigkeit des Wasserdampfes

$$\text{für französisches Maaß } \gamma = \frac{0{,}7857\,p}{1 + 0{,}00367\,t} \text{ Kilogramme und}$$

$$\text{für preußisches Maaß } \gamma = \frac{0{,}003557\,p}{1 + 0{,}00367\,t} \text{ Pfund.}$$

Beim Dampf im Maximo der Spannung läßt sich noch mittels einer der Formeln der Paragraphen 291 und 292 die Spannkraft p durch die Temperatur t oder umgekehrt, die Temperatur t durch die Spannkraft p

Digitized by Google

ausdrücken, und daher γ aus t oder p unmittelbar bestimmen. Bedienen wir uns z. B. der Mellet-Tredgold'schen Formel, so können wir

Specifische Dampfvolumina.

$$\gamma = \frac{0,003557}{1 + 0,00367\,t}\left(\frac{75 + t}{111,35}\right)^6 \text{ oder auch}$$

$$= \frac{0,003557\,p}{1 + 0,00367\,(111,35\sqrt[6]{p} - 75)} \text{ Pfund setzen.}$$

Die Dichtigkeit γ_1 des Wassers ist 66 Pfund, daher das Verhältniß der Dichtigkeiten des Wasserdampfes und des Wassers zu einander

$$\frac{\gamma^1}{\gamma} = \frac{\gamma}{66} = \frac{0,000053894\,p}{1 + 0,00367\,(111,35\sqrt[6]{p} - 75)},$$

und umgekehrt, das Verhältniß zwischen dem Volumen des Dampfes und dem des Wassers bei gleichem Gewichte, oder das sogenannte specifische Volumen des Wasserdampfes im Maximo der Spannung:

$$\mu = \frac{V}{V_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{1 + 0,00367\,(111,35\sqrt[6]{p} - 75)}{0,000053894\,p}.$$

Diese Verhältnißzahl läßt sich, nach Navier, annähernd sehr einfach auch so ausdrücken: $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, und in Zahlen, wenn p den Dampfdruck auf ein Quadratmeter ausdrückt,

$$\mu = \frac{1000}{0,09 + 0,0000484\,p} = \frac{20'660000}{1859,5 + p}.$$

Nach Pambour ist aber diese Formel nur bei hohen Temperaturen hinreichend genau, giebt bei Spannungen unter einer Atmosphäre zu große Abweichungen, weshalb er für Dampf mit niedrigem Drucke

$\mu = \frac{20'000000}{1200 + p}$ und für Dampf von hoher Spannung $\mu = \frac{21'232000}{3020 + p}$

nimmt und bei seiner Theorie der Dampfmaschinen zum Grunde legt.

Führen wir das preußische Maaß ein, drücken wir also durch p den Dampfdruck in Pfunden auf einen Quadratzoll aus, so erhalten wir

für Dampf von niedrigem Drucke: $\mu = \frac{29251}{1,755 + p}$ und

für Dampf von hohem Drucke: $\mu = \frac{31053}{4,417 + p}$.

§. 295. Drücken wir die Expansivkraft in Atmosphären zu 10336 Kilogramme pro Quadratmeter aus, so haben wir zu setzen,

Volumentabelle.

für Dampf von schwacher Spannung: $\mu = \frac{1935}{0,1161 + p}$

für solchen von hoher Spannung: $\mu = \frac{2054}{0,2922 + p}$.

Volumentabelle.

Nach diesen Formeln sind die Werthe in folgender Tabelle berechnet worden.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	16666	8954	6121	4650	3749	3141	2702	2371	2112	1904
1	1734	1591	1470	1366	1276	1197	1127	1065	1010	960
2	914	873	835	801	769	740	713	689	664	642
3	621	602	584	566	550	535	528	515	503	490
4	479	467	457	447	438	429	420	412	403	396
5	388	381	374	367	361	355	349	343	337	332
6	326	321	316	312	307	302	298	294	290	286
7	282	278	274	271	267	264	260	257	254	251
8	248	245	242	239	236	234	231	228	226	223
9	221	219	216	214	212	210	208	206	204	202
10	200	198	196	194	192	190	188	187	185	184
11	182	180	178	177	175	174	172	171	169	168
12	167	166	164	163	162	161	159	158	157	156
13	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145
14	144	143	142	141	140	139	138	137	136	135
15	134	133	133	132	131	130	129	128	128	127

Die Einrichtung dieser Tabelle stimmt ganz mit der Tabelle auf S. 540 über die Expansivkraft der Wasserdämpfe überein. Es ist hiernach z. B. das specifische Dampfvolumen bei 1,3 Atmosphären = 1366, weil die letztere Zahl in der mit 1 anfangenden Horizontale und in der unter 3 stehenden Vertikalcolumne zugleich steht. Ferner giebt hiernach ein Cubikfuß Wasser bei 4,2 Atmosphärendruck 457 Cubikfuß Dampf, denn die letzte Zahl steht an der Stelle, wo die mit 4 anfangende Horizontal- und die mit 2 beginnende Vertikalcolumne sich schneiden. Bei der Dampfspannung von $3^1/_2$ Atmosphären fällt der genaue Werth von μ in die Mitte von denjenigen Werthen, welche die letzten Formeln angeben; es ist nämlich der erstere = 538, wogegen die erstere Formel denselben = 535 und die letztere 542 giebt, und deshalb sind denn auch für Spannungen unter $3^1/_2$ Atmosphären die Volumina nach der ersteren, und für Spannungen über $3^1/_2$ Atmosphären dieselben nach der zweiten Formel berechnet worden. Bei Dampfspannungen unter 0,4 Atmosphären weichen die nach der ersten Formel berechneten und in der letzten Tabelle aufgeführten Werthe viel von den nach der genauen Formel bestimmten Werthen ab,

und die Zahl 16666 für Dampf von 0 Spannung ist natürlich eine ganz unzulässige. Die genauere Bestimmung giebt Volumentabelle.

für 0,1 Atmosphäre $\mu = 14505$,
» 0,2 » $\mu = 7563$,
» 0,3 » $\mu = 5175$,
» 0,4 » $\mu = 3957$.

Anmerkung 1. Man ersieht aus dem Vorstehenden, daß die Dichtigkeit des gesättigten Wasserdampfes mit der Temperatur oder Expansivkraft wächst und der des Wassers selbst immer näher und näher kommt. Nach der genauen Formel würde bei der Schmelzhitze des Zinkes die Dichtigkeit des Dampfes $\frac{1}{4}$ von der des Wassers und bei der Rothglühhitze des Eisens dieselbe gleich der des Wassers sein.

Anmerkung 2. Man hat auch die Dichtigkeiten anderer Dämpfe bestimmt. S. Pouillet's Physik, Band II. Während die Dichtigkeit des Wasserdampfes 0,623 von der der Luft gefunden wurde, hat sich die des Alkoholdampfes 1,613, die des Terpentinöldampfes 5,013, die des Quecksilberdampfes 6,976 u. s. w. ergeben.

Beispiele. 1) Welches Wasserquantum ist zur Erzeugung einer Dampfmenge Q von 500 Cubikfuß bei 3 Atmosphären Druck nöthig? Nach der Formel

$$\mu = \frac{1935}{0,1161 + p} \text{ ist,}$$

wenn man hierin $p = 3$ setzt, das specifische Dampfvolumen

$$\mu = \frac{1935}{3,1161} = 621,$$

daher das gesuchte Wasserquantum

$$Q_1 = \frac{Q}{\mu} = \frac{500}{621} = 0,805 \text{ Cubikfuß} = 0,805 \,.\, 66 = 53,1 \text{ Pfund.}$$

2) Welches Wasserquantum entspricht einer Dampfmenge von 500 Cubikfuß bei 3 Atmosphären Druck und bei 150 Grad Wärme? Da der letzten Temperatur eine Spannung von 4,607 Atmosphären entspricht, so ist dieser Dampf ungesättigt, und daher seine Dichtigkeit nach der Formel $\gamma = \frac{0,003557\, p}{1 + 0,003557\, t}$, worin $p = 3 \,.\, 15,05 = 45,15$ und $t = 150$ zu setzen ist, zu berechnen. Hiernach folgt $\gamma = \frac{0,003557 \cdot 45,15}{1,5505} = 0,1035$ Pfund, daher das Gewicht von 500 Cubikfuß, $= 0,1035 \,.\, 500 = 51,75$ Pfund, und das entsprechende Wasserquantum

$$Q_1 = \frac{51,75}{66} = 0,784 \text{ Cubikfuß.}$$

§. 296. Die Wärme, welche zur Verwandlung des Wassers in Dampf nöthig ist, wird in der Regel durch Verbrennung von Körpern gewonnen. Die Verbrennung (franz. und engl. combustion) besteht in einer raschen Verbindung eines Körpers, des Brennstoffes (franz. combustible; engl. fuel), mit Sauerstoff (franz. oxygène; engl. oxygen). Als Brennstoff werden vorzüglich kohlenstoffhaltige Körper benutzt, den Sauerstoff aber liefert die atmosphärische Luft, die im gewöhnlichen Zu- Erwärmungskraft.

Erwärmungskraft stande 23 Procent dieses Stoffes enthält. Die Erwärmungskraft (franz. puissance calorifique; engl. warming-power) oder die Wärmemenge, welche bei der Verbrennung entwickelt wird, ist bei verschiedenen Brennstoffen sehr verschieden, z. B. bei Wasserstoffgas größer als bei Kohlenstoff, und bei diesem größer als bei Holz u. s. w. Es haben Rumford, Lavoisier und Laplace, ferner Despretz und vorzüglich noch Dulong Versuche über die Erwärmungskraft verschiedener Körper angestellt, und hierbei vorzüglich aus der Stärke der Erwärmung einer bestimmten Wassermenge, welche durch Verbrennung einer bestimmten Quantität des Brennstoffes erlangt wurde, auf die Erwärmungskraft des letzteren geschlossen. Auf diesem Wege hat z. B. Dulong gefunden, daß 1 Gramm Wasserstoffgas bei seiner Verbrennung 34600 Gramm Wasser um einen Grad erwärmt und dazu 4,32 Gramm Sauerstoff verbraucht; daß dagegen 1 Gramm Kohlenstoff hierbei nur 7290 und 1 Gramm Kohlenoxydgas gar nur 2490 Gramm Wasser um einen Grad in der Temperatur erhöht, jenes aber 2,73 Gramm und dieses 4,36 Gramm Sauerstoff erfordert. Nach §. 282 ist folglich die Erwärmungskraft des Wasserstoffgases = 34600, die des Kohlenstoffes = 7290 und die des Kohlenoxydgases = 2490 Wärmeeinheiten (calories).

Was die zur Verbrennung nöthige Sauerstoffmenge anlangt, so läßt sich diese auch direct aus dem Producte der Verbrennung berechnen. Bei der Verbrennung von Kohle ist dieses Product Kohlensäure (franz. acide carbonique; engl. carbonic acid), und diese besteht aus 27,36 Theilen Kohlenstoff und 72,64 Theilen Sauerstoff; daher erfordert denn ein Gramm Kohlenstoff zu seiner Verbrennung $\frac{72,64}{27,36} = 2,65$ Gramm Sauerstoff, oder $\frac{2,65}{0,23} = 11,52$ Gramm atmosphärische Luft.

Brennstoffe. §. 297. Folgende Tabelle giebt die Wärmemengen der vorzüglichsten Brennstoffe und zugleich die zur Verbrennung nöthigen Luftmengen an. Was die ersteren betrifft, so weist die Erfahrung nach, daß selbst bei den besten Feuerheerden nur 55 bis 65 Procent der angegebenen Zahlenwerthe wirklich benutzt werden. Die in der Tabelle aufgeführten Luftmengen sind aber um $1/3$ bis $1/2$ größer, als die theoretisch bestimmten Werthe angenommen worden, weil sich immer ein Theil der zutretenden Luft der Verbrennung entzieht. Endlich werden in den letzten Columnen noch diejenigen Gasmengen angegeben, welche aus der Verbrennung hervorgehen und durch den Schornstein fortgeführt werden müssen.

Brennstoffe.

Brennstoffe.	Wärmemengen.	Kalte Luft zum Verbrennen, von 1 Pfund Brennstoff.	Aus der Verbrennung hervorgehende Gasmenge, reducirt auf 0°.	auf 300°.
Stark gedörrtes Holz . . .	3600 Cal.	102 Cbff.	111 Cbff.	233 Cbff.
Lufttrockenes Holz mit 20 Proc. Wasser	2800 »	82 »	93 »	194 »
Holzkohle	7000 »	248 »	248 »	519 »
Stark gedörrter Torf . . .	4800 »	171 »	178 »	371 »
Torf mit 20 Proc. Wasser .	3600 »	137 »	146 »	305 »
Torfkohle	5800 »	200 »	200 »	418 »
Mittlere Steinkohle . . .	7500 »	274 »	279 »	584 »
Koks mit 15 Proc. Asche . .	6000 »	227 »	227 »	475 »
Reine Koks	7050 »	250 »	250 »	520 »

Die gewöhnliche Temperatur in den Schornsteinen ist ungefähr 300°, weshalb die Zahlenwerthe in der letzten Columne eine besondere Wichtigkeit erhalten. Ist aber die Temperatur t, so hat man die in der vorletzten Columne aufgeführten Werthe mit $1 + 0{,}00367\,t$ zu multipliciren, um die durch den Schornstein abzuführende Gasmenge zu finden.

Beispiel. Wie viel lufttrockenes Holz ist nöthig, um 30 Cubikfuß Wasser von 10° Temperatur auf 70° zu erhitzen? Die nöthige Wärmemenge ist, wenn man den Cubikfuß Wasser 66 Pfund schwer annimmt,

$$66 \cdot 30 \,.\, (70 - 10) = 1980 \,.\, 60 = 118800 \text{ Cal.}$$

Nun liefert aber ein Pfund lufttrockenes Holz bei seiner Verbrennung 2800 Cal.; daher ist denn zu der geforderten Erwärmung $\frac{118800}{2800} = \frac{297}{7} = 42{,}43$ Pfund oder circa ein Cubikfuß Holz nöthig. Uebrigens ist die hierbei zur Verbrennung nöthige Luftmenge $= 82 \cdot 42{,}43 = 3479$ Cubikfuß, und die daraus hervorgehende Gasmenge bei 250° Temperatur

$$= (1 + 0{,}00367 \,.\, 250) \,.\, 93 \,.\, 42{,}43 = 1{,}9175 \,.\, 93 \,.\, 42{,}43 = 7566 \text{ Cubikfuß.}$$

§. 298. Es läßt sich nun auch leicht der **Brennstoffaufwand** berechnen, der zur Erzeugung einer gewissen Dampfmenge nöthig ist. Wir haben oben (§. 285) angegeben, daß die Gesammtwärme des Dampfes von t^0 Temperatur (nach Regnault) $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t$ ist, und können daher die Wärmemenge, welche nöthig ist, um 1 Pfund Wasser von t_1 Temperatur in Dampf von der Temperatur t zu verwandeln, setzen: $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1$ Calor., oder genauer, da der Temperatur t_1 des Wassers die Wärmemenge Brennstoffmenge.

$$W_1 = t_1 + 0{,}00002\,t_1^2 + 0{,}0000003\,t_1^3 \text{ entspricht,}$$

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - (1 + 0{,}00002\,t_1 + 0{,}0000003\,t_1^2)\,t_1 \text{ Cal.}$$

Brennstoffmenge.

Bis jetzt, oder bevor die Versuche von Regnault bekannt waren, berechnete man die Wärmemenge des Dampfes entweder mittels einer hypothetischen Formel von Watt oder mittels einer anderen von Southern. Nach Watt, Sharp, Clément-Désormes, und zumal nach den neueren Beobachtungen von Pambour wäre die Gesammtwärme des Dampfes bei allen Temperaturen eine und dieselbe, nähme also die latente Wärme ab, wenn die sensible Wärme eine größere wird. Nimmt man an, daß bei der Bildung des Dampfes von 100° Temperatur eine Wärmemenge von 540 Cal. gebunden wird, so hat man hiernach die Wärmemenge, welche bei der Verwandlung des Wassers von t_1° Temperatur in Dampf von jeder Temperatur nöthig ist, einfach

$$W = 540 + 100 - t_1 = 640 - t_1.$$

Nach Southern, Poncelet u. s. w. wäre hingegen die latente Wärme des Dampfes constant (540 Cal.), nähme also die Gesammtwärme mit der Temperatur zu, und daher die Wärmemenge

$$W = 540 + t - t_1.$$

Nimmt man die Temperatur t_1 des Wassers = Null, und setzt man die des Dampfes t = 100, 125, 150 u. s. w., so läßt sich folgende Vergleichung machen.

Temperatur des Dampfes.		50°	75°	100°	125°	150°	175°	200°
Wärmemenge nach	Watt	640	640	640	640	640	640	640
	Southern	615	590	640	665	690	715	740
	Regnault	611,7	629,4	637	644,6	652,2	659,9	667,5

Man ersieht hieraus, daß bei Temperaturen von 100 bis 150 Grad, wie sie bei Dampfmaschinen meist vorkommen, das Watt'sche Gesetz nicht bedeutend von der Regnault'schen Formel abweicht, daß dagegen bei Temperaturen über 120 Grad die Southern'sche Regel auf ansehnlichere Abweichungen führt.

Wenn man, nach Regnault, $W = 606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1$ setzt, so erhält man das Wärmequantum, welches zur Verwandlung der Wassermenge $Q\gamma$ Pfund in Dampf nöthig, d. i.

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1)\, Q\gamma \text{ Calorien.}$$

Nehmen wir für t und t_1 Mittelwerthe, setzen wir $t = 125$ und $t_1 = 15$ Grad, so erhalten wir $W = 630$ Cal.

Wenden wir reinen Kohlenstoff zur Verbrennung an, und setzen wir voraus, daß $\frac{2}{3}$ der dadurch entwickelten Wärme zur Wirkung gelange, so können wir die durch ein Pfund Kohle gewonnene Wärmemenge

$= \frac{2}{3} \,.\, 7050 = 4700$ Cal. setzen, und da nach der letzten Regel die Wärmemenge, welche ein Pfund Wasser von 10° Temperatur zur Verwandlung in Dampf erfordert, 630 Cal. ist, so läßt sich hiernach annähernd als richtig annehmen, daß jedes Pfund Kohlenstoff bei seiner Verbrennung $\frac{4700}{630} = 7\frac{1}{2}$ Pfund Dampf liefere oder ein Pfund Dampf zu seiner Erzeugung $\frac{2}{15} = 0{,}133$ Pfund Kohlenstoff erfordere. Erfahrungsmäßig giebt ein Pfund Steinkohle 5 bis 7 Pfund, ein Pfund Koks $4\frac{2}{3}$ bis 5,8, ein Pfund Holzkohle 6 und ein Pfund Holz 2,5 bis 2,7 Pfund Dampf. (S. Guide du chauffeur par Grouvelle et Jaunez.) Brennstoffmenge.

Beispiel. Welchen Steinkohlenaufwand erfordert eine Dampfmaschine stündlich, welche in jeder Minute 500 Cubikfuß Dampf von 3 Atmosphären Spannung consumirt, wenn das Speisewasser eine Temperatur von 30° hat? Nach der Tabelle in §. 292 entspricht 3 Atmosphären Spannung die Temperatur $t = 135$ Grad, und nach der Tabelle in §. 295 erfordern 500 Cubikfuß Dampf bei 3 Atmosphären Spannung $\frac{500}{621}$ Cubikfuß $= \frac{500}{621} \,.\, 66 = 53{,}14$ Pfund Wasser, und dieses erfordert nach der Formel

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1)\, Q\gamma_1 = (606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 135 - 30) \,.\, 53{,}14$$
$$= (606{,}5 + 41{,}2 - 30) \,.\, 53{,}14 = 617{,}5 \,.\, 53{,}14 = 32814 \text{ Cal.}$$

Nehmen wir an, daß ein Pfund Steinkohle effectiv 4000 Cal. Wärme liefere, so erhalten wir die nöthige Steinkohlenmenge pro Minute:

$$K = \frac{W}{4000} = \frac{32814}{4000} = 8{,}203 \text{ Pfund},$$

also stündlich $= 60\,K = 492{,}18$ Pfund, oder, wenn man den Scheffel Steinkohle 96 Pfund schwer annimmt, $\frac{492{,}18}{96} = 5{,}13$ Scheffel.

Drittes Kapitel.

Von den Dampferzeugungsapparaten.

§. 299. Der Dampfkessel (franz. la chaudière à vapeur; engl. the steam boiler) ist das metallene Gefäß, in welchem das Wasser erhitzt und in Dampf verwandelt wird. Ein zweckmäßiger Dampfkessel soll in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Dampfmenge von einer bestimmten Spannung bei möglich kleinstem Brennmaterialaufwand und der größten Sicherheit vor dem Zersprengen liefern. Um diesen Erfordernissen zu genügen, hat man zu demselben ein geeignetes Material auszuwählen, ihm bestimmte Formen und Dimensionen zu geben, ihn mit den nöthigen Dampfkessel.

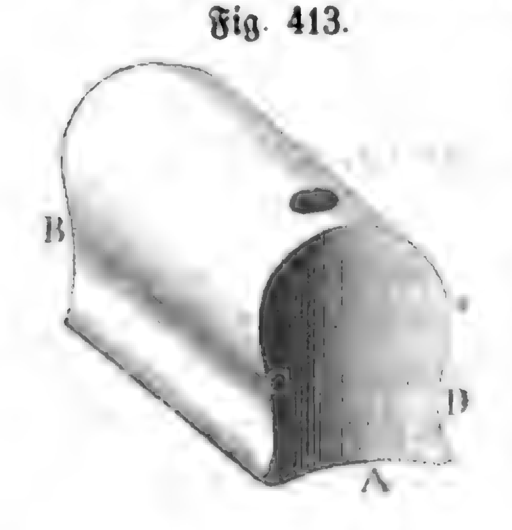
Dampfkessel. Hülfsvorrichtungen auszurüsten u. s. w. Als Material zu Dampfkesseln wird in der Regel starkes Eisenblech verwendet, sehr selten verbraucht man hierzu Kupferblech, und nur zu engen oder röhrenförmigen Kesseln verwendet man Gußeisen oder Messing. Die Verbindung der Bleche unter einander erfolgt durch starke, dicht neben einander stehende Nietnägel franz. cloues rivés; engl. rivets). Dem Kupfer würde wegen seines größeren Leitungsvermögens (s. II., §. 276) der Vorzug vor dem Eisen zu geben sein, allein wegen der großen Kostspieligkeit wendet man dasselbe zu Dampfkesseln selten an.

Was die Form der Dampfkessel anlangt, so hat man zu berücksichtigen, daß von derselben die Haltbarkeit und das Verdampfungsvermögen zugleich abhängen. Die Haltbarkeit oder die Widerstandsfähigkeit eines Kessels fällt jedenfalls um so größer aus, je regelmäßiger und abgerundeter seine Form ist, das Verdampfungsvermögen hingegen nimmt um so mehr zu, je größer die Oberfläche des Kessels ist, je mehr also dieselbe von einer regelmäßigen und abgerundeten Form abweicht. Da diese Forderungen einer zweckmäßigen Kesselform einander widerstreiten, so hat man immer einen Mittelweg einzuschlagen, und die Form von der Dampfspannung abhängig zu machen, namentlich zur Erzeugung von stark gespannten Dämpfen mehr runde und zur Erzeugung von schwachen Dämpfen mehr eckige Kesselformen auszuwählen. Ein aus Röhren oder einzelnen Kesseln bestehender Dampferzeugungsapparat ist in beiderlei Beziehung zweckmäßig; er bietet dem Feuer eine größere Erwärmungsfläche dar und gewährt auch eine größere Sicherheit.

Dampfkesselformen. §. 300. Nach den Formen lassen sich die Kessel in folgende Klassen bringen.

1. Die Wagen- oder Kofferkessel nach Watt, Fig. 413. Dieselben lassen sich nur bei Dampf mit kleiner Spannung (4 bis 6 Pfund Ueberdruck auf den Quadratzoll) anwenden, weil sie bei höheren Spannungen keine hinreichende Haltbarkeit besitzen. Das Feuer geht hier an der Unterfläche *A* hin und dann noch einmal an den Seiten *BC*, *CD* ... um den ganzen Kessel herum, ehe es in den Schornstein tritt.

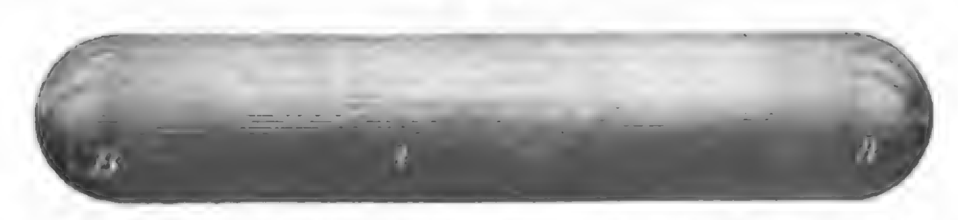
Fig. 413.



2. Die Walzenkessel mit äußerer Feuerung, Fig. 414 auf folgd. Seite. Dieselben werden vorzüglich zur Erzeugung von Dämpfen

mit hoher Spannung gebraucht. Die Endflächen dieser Kessel sind nicht eben, sondern in der Regel von Kugelsegmenten oder Halbkugeln *B*, *B* Dampfkesselformen.

Fig. 414.

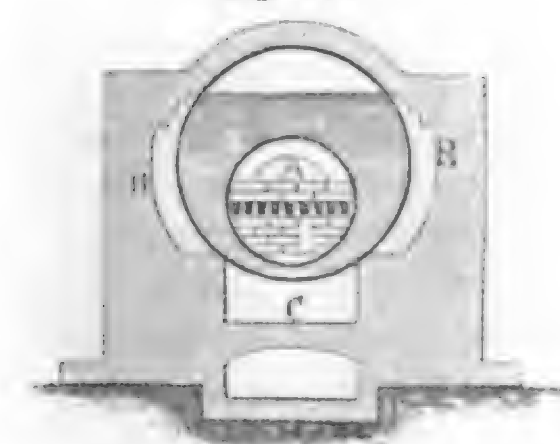


gebildet. Die Züge sind hier dieselben wie bei den Wagenkesseln, zuweilen, namentlich wenn die Kessel groß sind, legt man noch eine Feuer- oder Rauchröhre durch den Kessel, durch welche die Feuerluft zurückströmt, ehe sie in die Seitenzüge tritt.

3. Die Walzenkessel mit innerer Feuerung, Fig 415. Hier befindet sich der Feuerraum und Rost in einer Röhre *A*, die durch den ganzen Kessel hindurchgeht. Diese Kessel werden vorzüglich bei Dampfschiffen angewendet, wo es darauf ankommt, an Raum und Gewicht zu ersparen und den ganzen Ofen aus Metall zu bauen. Die Feuerluft geht hier, nachdem sie das Innere des Kessels durchlaufen hat, in Seitenzügen *B*, *B* noch einmal um den ganzen Kessel herum, und wohl auch in einem Zuge *C* unter dem Kessel hin.

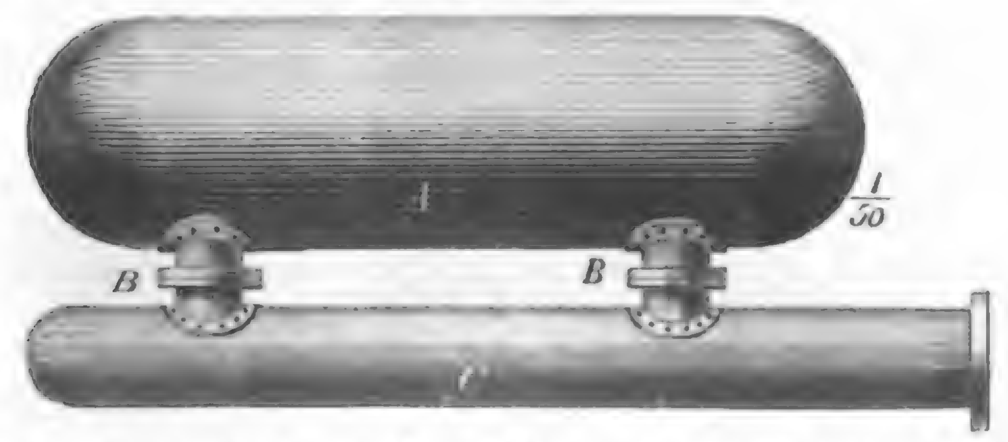


Fig. 415.



4. Kessel mit Sieberöhren oder Siedern (à bouilleurs), Figur 416. Die Sieberöhre *C* liegt unter dem eigentlichen Kessel *A* (Hauptkessel)

Fig. 416.

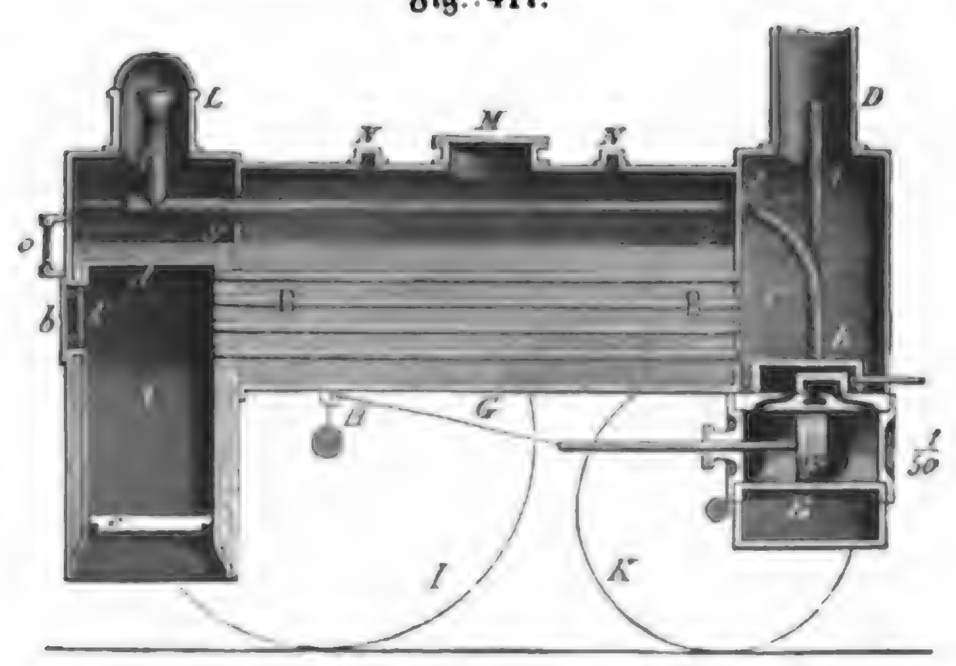


und ist mit diesem durch vertikale Röhren *B*, *B* verbunden. Der Vortheil dieser Kessel ist einleuchtend; der Hauptkessel kommt hier gar nicht in das eigentliche Feuer und wird daher sehr geschont; die Sieberöhren aber können, da sie enger sind, auch schwächere Wände bekommen.

Digitized by Google

Dampfkessel-formen. 5. Vielröhrige Dampfkessel, Fig. 417. Sie werden dann angewendet, wenn es darauf ankommt, die Dampferzeugung zu beschleu-

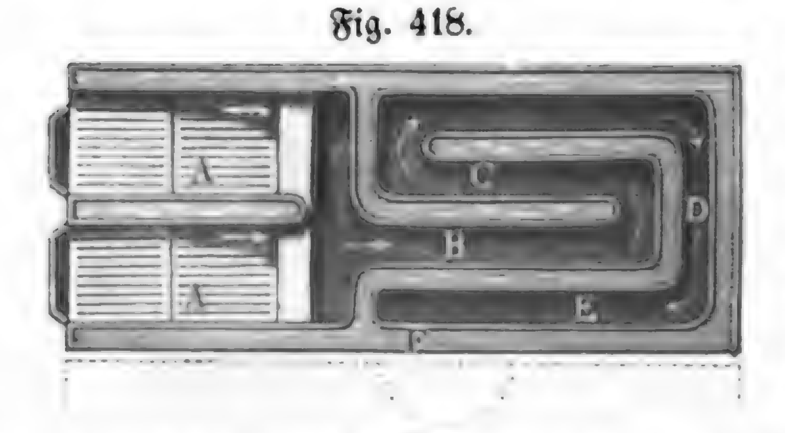
Fig. 417.



nigen; deshalb findet man sie denn auch vorzüglich bei Dampfwagen angewendet, übrigens erfordern sie viel Brennmaterialaufwand. Die Röhren sind meist aus Messing, selten aus Schmiedeeisen, sie haben eine Weite von $1\frac{1}{2}$ bis $2\frac{1}{4}$ Zoll, eine Länge von 6 bis 12 Fuß und ihre Anzahl ist 100 oder noch größer. Diese Kessel weichen übrigens insofern von den Kesseln mit Siederöhren ab, als hier die Röhren nicht mit Wasser angefüllt, sondern von Wasser umgeben sind, und dagegen die Feuerluft durch dieselbe hindurchströmt. Aus der Figur ist zu sehen: *A* der Feuerraum, *BB* der Wasserkasten mit den Rauchröhren, *C* der Rauchkasten und *D* die Esse. Das Uebrige findet weiter unten seine Erklärung.

6. Der Kessel mit lothrechten Kammern für Dampfschiffe, Fig. 418. Hier legt die Feuerluft innerhalb des Wasserraumes einen längeren Weg *ABCDE* zurück, ehe sie bei *F* in die Esse tritt. Jedenfalls sind diese Kessel in ökonomischer Beziehung sehr zweckmäßig, lassen sich jedoch nur bei niedrigem Dampfdrucke anwenden, da sie starke Biegungen enthalten.

Fig. 418.



Anmerkung. Ueberdies giebt es noch besondere Kesselconstructionen. In Deutschland zeichnen sich namentlich noch die Dampfkessel von Alban und die von Henschel aus. Alban's Apparat ist ein Dampfkessel mit einem System von Sieveröhren, welche unmittelbar über dem Feuerraume liegen. S. Alban's

Schrift »die Hochdruckdampfmaschine«. Henschel's Kessel hat eine oder mehrere schiefliegende Sieteröhren und eine darüber horizontal liegende Dampfröhre. Von ihm ist noch einmal weiter unten (§. 311, Anmerk.) die Rede.

§. 301. Das Dampferzeugungsvermögen eines Kessels hängt vorzüglich von der Größe der Feuer-, Heiz- oder Erwärmungsfläche (franz. surface de chauffe; engl. heating surface), d. i. von demjenigen Theil der Oberfläche des Dampfkessels ab, welcher von dem Feuer und von der erwärmten oder Feuerluft bespielt wird, bevor sie in den Schornstein tritt. Die Angaben über die Größe der Heizfläche, welche einer gegebenen Dampfmenge entspricht, sind sehr verschieden; nach den neuesten Versuchen, welche Cavé hierüber angestellt hat (s. Bataille et Jullien, Traité des machines à vapeur), ist für eiserne Dampfkessel auf jedes Quadratmeter Heizfläche stündlich 19 Kilogramme Dampfquantum zu rechnen. Nach dem preuß. Maaß kommen hiernach auf 1 Quadratfuß Heizfläche 4 Pfund Dampf oder $104^3/_4$ Cubikzoll Wasser. Sehr oft bezieht man auch die Productionskraft der Dampfkessel auf Pferdekräfte, oder auf das Arbeitsvermögen des erzeugten Dampfes. Nach Grouvelle kann man auf jede Pferdekraft rechnen: für Hochdruckdampfmaschinen mit Condensation 1 Quadratmeter = 10 Quadratfuß Erwärmungsfläche, für solche ohne Condensation aber 1,3 Quadratmeter = 13 Quadratfuß, für Tiefdruckmaschinen aber 1,4 Quadratmeter = 14 Quadratfuß. Die letzteren Angaben lassen aber noch eine große Unsicherheit zurück, da eine Maschine um so weniger Dampf erfordert, je vollkommener sie ist. Maschinen, welche auch noch den Theil der Arbeit benutzen, welchen der Dampf durch Expansion verrichten kann, erfordern deshalb eine kleinere Heizfläche als Maschinen ohne Expansion. Uebrigens bezieht sich die obige Angabe auch nur auf feststehende Dampfmaschinen, denn bei Dampfschiffkesseln ist das Dampfquantum pro Quadratmeter 30 bis 35 Kilogramme und bei Dampfwagenkesseln gar 100 bis 130 Kilogramme; also im ersten Falle $6^1/_2$ bis $7^1/_2$ Pfund, und im letzteren 21 bis 26 Pfund Dampf auf jeden Quadratfuß Heizfläche zu rechnen. Die Heizfläche ist natürlich nur ein Theil der ganzen Kesseloberfläche. Bei den Wagen- und Walzenkesseln ist sie ungefähr nur die Hälfte, bei denjenigen mit Siedern kann sie aber auf $^2/_3$ des Inhaltes sämmtlicher Oberflächen steigen. Heizfläche.

Es ist endlich leicht zu ermessen, daß das Productionsvermögen eines Dampfkessels auch noch von der Dicke und von der Beschaffenheit der Kesselwände, sowie von der Lage derselben gegen den Feuerstrom abhängt, und daß dasselbe durch die Temperaturdifferenz zwischen dem Kessel und Feuerheerde bedingt ist. Rasche Verbrennung erzeugt ein intensiveres Feuer und giebt daher auch ein großes Verdampfungsvermögen, wie z. B. bei den Dampfwagenkesseln, wo ein künstlicher Luftzug angewendet wird.

Wasser- und Dampfraum. §. 302. Die Größe eines Dampfkessels wird vorzüglich durch die von dem zu erzeugenden Dampfquantum abhängige Größe der Erwärmungsfläche bedingt, nächstdem hat aber auch das Verhältniß zwischen dem Dampf- und dem Wasserraume desselben einen Einfluß auf die Kesselgröße. Was den Wasserraum eines Dampfkessels anlangt, so muß dieser mindestens denjenigen Theil der Kesselfläche von innen bedecken, der von außen von der erhitzten Luft in den Zügen bespielt wird, weil außerdem das Glühen oder gar das Zerspringen des Kessels eintreten könnte. Der Sicherheit wegen läßt man in der Regel die Oberfläche des Wassers im Kessel 4 Zoll hoch über den Heizkanälen stehen. Es darf aber auch der Wasserraum in dem Kessel deshalb nicht sehr klein sein, damit kleine Unregelmäßigkeiten in der Zuführung des Speisewassers (franz. eau d'alimentation; engl. feed water) keine großen Veränderungen in der Temperatur und in dem Stande des Kesselwassers hervorbringen.

Auf der anderen Seite ist es aber auch nöthig, daß der Dampfraum keinen zu kleinen Theil des Kessels einnehme, damit kein Wasser vom Dampfe mechanisch mit fortgerissen werde und keine große Schwankungen in der Dampfspannung eintreten. In der Regel macht man den Dampfraum mindestens 12mal so groß, als das pro Spiel aus demselben abgeführte Dampfvolumen. Nach Zusammenstellungen des Artizan-Club (s. dessen Treatise on the Steam Engine) ist auf jede nominelle Pferdekraft einer Dampfmaschine zu setzen im Mittel: der Wasserraum = 5 engl. (= 4,85 preuß.), und der Dampfraum = 3,2 engl. (= 2,93 preuß.) Cubikfuß; also das Verhältniß des letzteren zum ganzen Fassungsraume des Kessels $= \frac{3,2}{8,2}$, oder ungefähr 0,4.

Nach Tredgold hat man den Dampfraum so groß zu machen, daß die Veränderlichkeit in der Dampfspannung, welche aus dem ungleichmäßigen Verbrauche des Dampfes entspringt, nicht größer als $\frac{1}{30}$ ausfällt. Halten wir dieses Verhältniß fest, so können wir folgende Beziehung ableiten. Es sei V der Dampfraum, C aber der mit gesättigtem Dampf auszufüllende Cylinderraum, und μ das Verhältniß der Abflußzeit zur Zeit eines ganzen Spieles, also $1 - \mu$ das Verhältniß der Sperrzeit zur Spielzeit. Dann läßt sich die während der Absperrung angesammelte Dampfmenge setzen: $V_1 = (1-\mu) C$, und legt man $V_1 = \frac{1}{30} V$ zu Grunde, so erhält man endlich die Bedingung $V = 30\,(1 - \mu)\,C$. Man hat also hiernach den Dampfraum um so größer zu machen, je größer das pro Spiel verbrauchte Dampfquantum ist und je länger die Unterbrechung des Dampfabflusses dauert. Diese Formel ist übrigens auf einfachwirkende und Expansionsmaschinen, wo $\mu = \frac{1}{2}$ oder weniger beträgt,

anwendbar, nicht aber auf doppeltwirkende Maschinen ohne Expansion, wo μ eine sehr kleine Zahl ist.

§. 303. Mit Zugrundelegung des Vorhergehenden lassen sich nun leicht die Dimensionen der Dampfkessel berechnen, namentlich wenn man sich mit Näherungswerthen begnügt und noch die Dimensionsverhältnisse giebt. Größe der Dampfkessel.

1. Für einen Wagen- oder Kofferkessel führt sich die Rechnung auf folgende Weise. Es sei die Länge eines solchen Kessels $= l$, die mittlere Breite desselben aber $= b$ und die mittlere Höhe $= h$. Behandeln wir ihn als Parallelepiped, so haben wir für seinen Fassungsraum $= bhl$, und nehmen wir den Dampfraum $= 0{,}4$ des Fassungsraumes, so bekommen wir den Wasserraum $= 0{,}6\, bhl$, und dessen mittlere Höhe $= 0{,}6 h$. Setzen wir nun voraus, daß die Heizfläche F den ganzen unteren Theil der Kesselfläche bis zur Höhe $0{,}6 h$ einnehme, so können wir setzen:
$F =$ Grundfläche $bl +$ vier Seitenflächen $2b \,.\, 0{,}6\,h + 2l \,.\, 0{,}6\,h$
$= bl + 1{,}2\,(b + l)\,h$. Nun ist aber gewöhnlich $b = \frac{3}{4}h$ und $l = \frac{5}{2}h$ bis $3h$; behalten wir daher das erstere Verhältniß bei, so folgt

$$F = \tfrac{15}{8}h^2 + 1{,}2 \,.\, \tfrac{13}{4}h^2 = 5{,}775\,h^2,$$

daher die mittlere Kesselhöhe $h = \sqrt{\frac{F}{5{,}775}} = 0{,}416\sqrt{F}$,

die mittlere Kesselbreite $= 0{,}312\sqrt{F}$

und die Kessellänge $= 1{,}040\sqrt{F}$.

Da der Wasserspiegel im Kessel noch einige Zoll über den Feuerkanälen stehen muß und durch die Auflagerung des Kessels noch ein Theil der Heizfläche verloren geht, so hat man allen diesen Dimensionen noch etwas zuzusetzen, oder nach Befinden den Dampfraum kleiner als 0,4 des Fassungsraumes zu nehmen.

2. Bei dem Walzenkessel ohne Sieberöhren und mit äußerer Feuerung führt sich die Rechnung auf folgende Weise. Setzen wir wieder den Dampfraum $= 0{,}4$ des ganzen Fassungsraumes, so können wir nach der Kreissegmententafel (s. Ingenieur, S. 218) den Centriwinkel, welcher dem Dampfraume entspricht, $= 133\frac{1}{2}^0$, und daher den Centriwinkel, welcher dem Wasserraume oder der Feuerfläche entspricht, $= 360^0 - 133\frac{1}{2}^0 = 226\frac{1}{2}^0$ setzen. Nun ist aber der hierzu gehörige Bogen für den Halbmesser 1, $= 3{,}953$; daher folgt der cylindrische Theil der Erwärmungsfläche, wenn r den Halbmesser und l die Länge desselben bezeichnet, $= 3{,}953\,rl$. Was noch den die Kugelsegmente des Kessels einnehmenden Theil der Erwärmungsfläche anlangt, so können wir denselben $= 2 \,.\, 0{,}6 \,.\, \pi r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]$ setzen, wenn h die Höhe von jedem dieser Segmente bezeichnet, und es ist diesemnach die Erwärmungsfläche

Größe der Dampfkessel. $F = 3{,}953\, r l + 1{,}2\, \pi r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]$. Gewöhnlich hat man aber $l = 8r$ bis $12r$; nehmen wir aber $l = 10r$, so bekommen wir

$$F = 39{,}53\, r^2 + 3{,}80\, r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right] = 43{,}33\, r^2 \left[1 + 0{,}1 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right],$$

daher den Kesselhalbmesser $r = \sqrt{\frac{F}{43{,}33 \left[1 + 0{,}1 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]}}$,

oder einfacher $r = 0{,}152 \left[1 - 0{,}05 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right] \sqrt{F}$. Für Kessel mit ebenen Endflächen ist $\frac{h}{r} = 0$ und für die Kessel mit halbkugelförmigen Endflächen $\frac{h}{r} = 1$. Aus oben angegebenen Gründen hat man aber den so berechneten Dimensionen r und l etwas zuzusetzen, oder einen kleineren Dampfraum anzuwenden.

3. Für einen Walzenkessel mit Sieberöhren hat man, da hier in der Regel die letzteren ganz und die ersteren halb mit Feuerluft bespielt werden: $F = \pi r l + 2 n \pi r_1 l_1$, wo r und l den Halbmesser und die Länge des eigentlichen Kessels, r_1 und l_1 aber den Halbmesser und die Länge der Sieberöhren, und n die Anzahl der letzteren ausdrückt. Gewöhnlich ist

$$n = 2,\ r_1 = 0{,}4\, r \text{ und } l = l_1 = 10\, r; \text{ daher } F = 26\, \pi r^2,$$

$$\text{also } r = \sqrt{\frac{F}{26\pi}} = 0{,}1106 \sqrt{F} \text{ und } r_1 = 0{,}04424 \sqrt{F}.$$

In diesem Falle ist aber der Dampfraum $= 0{,}38$ des ganzen Fassungsraumes.

4. Bei Kesseln mit innerer Heizung ist die ganze innere Fläche als Heizfläche anzusehen.

Beispiel. Man soll die Dimensionen für einen Dampfkessel berechnen, welcher stündlich 520 Pfund Wasser in Dampf verwandelt. Rechnen wir auf jeden Quadratfuß Heizfläche stündlich 4 Pfund Dampf, so erhalten wir hiernach die nöthige Heizfläche $F = \frac{520}{4} = 130$ Quadratfuß. Für einen Kofferkessel hat man nun die mittlere Höhe desselben $0{,}416 \sqrt{130} = 4{,}74$ Fuß, die mittlere Breite: $\frac{3}{4} \cdot 4{,}74 = 3{,}56$ Fuß, und die Länge $= \frac{5}{2} \cdot 4{,}74 = 11{,}85$ Fuß. Für einen Walzenkessel aber, wenn man den Segmenten die Höhe $h = \frac{1}{2} r$ giebt, den Halbmesser $r = 0{,}152\, (1 - 0{,}0125) \sqrt{130} = 0{,}150 \, . \, 11{,}4 = 1{,}71$ Fuß, also die Kesselweite $= 3{,}42$ Fuß und die Länge des Mittelstückes $= 17{,}1$ Fuß, die ganze Kessellänge aber $= 17{,}1 + 1{,}71 = 18{,}81$ Fuß. Für einen Walzenkessel mit 2 Sieberöhren ist dagegen der Halbmesser $r = 0{,}1106 \sqrt{130} = 1{,}26$ Fuß, also die Weite $= 2{,}52$ Fuß und dagegen die Weite einer Sieberöhre $= 0{,}4 \cdot 2{,}52 = 1{,}008$ Fuß, folglich die Länge der Hauptröhre und die der Sieberöhren $= 12{,}6$

Fuß. Wegen der Auflagerung und wegen des Spielraumes des Wasserspiegels ist diesen Dimensionen noch etwas zuzusetzen.

§. 304. Ein sehr wichtiges Verhältniß bei Dampfkesseln ist die Stärke oder Dicke der Kesselwand. Wir haben schon in I. §. 306 und in II. §. 268 die Beziehung zwischen Röhrenstärke e, Röhrenweite $2r$, und Druck p kennen gelernt, und können nun die dort gefundene Formel Kesselwandstärke.

$$e = \frac{rp}{K} \text{ oder } e = \frac{rp}{K - \delta t E}$$

auch hier auf Dampfkessel oder Dampfröhren anwenden. Hierbei führt man gewöhnlich statt r den Durchmesser $d = 2r$, statt p aber den Ueberdruck von innen nach außen in Atmosphären und für K oder $K - \delta t E$ eine Mittelzahl K ein, und fügt auch noch ein Glied e_1 hinzu, welches die Stärke ausdrückt, die die Kesselwand haben muß, damit der Kessel der Wirkung seines eigenen Gewichtes und des Wassers in demselben widerstehe. In Frankreich ist die gesetzlich bestimmte Kesselwanddicke $e = 1{,}8\,p\,d + 3$ Millimeter, wo d in Metern gegeben sein muß. Das preußische Dampfkesselgesetz hingegen schreibt vor:

$$e = \left(2{,}71828^{0{,}003p} - 1\right) r + 0{,}1 \text{ Zoll},$$

oder annähernd und für die gewöhnlich vorkommenden Fälle hinreichend genau, $e = 0{,}0015\,p\,d + 0{,}1$ Zoll, wo d in Zollen auszudrücken ist. Denjenigen Theilen des Kessels, welche unmittelbar mit dem Feuer in Berührung kommen, muß man eine größere Dicke geben. Sieberöhren, welche ganz vom Feuer umspielt werden, erhalten 1,6 mal so viel Dicke, als die Formel angiebt; das Kesselblech unmittelbar über dem Feuer oder Rost erhält die 1,5- und Kesselblech, welches 5 bis 15 Fuß hiervon absteht, erhält die 1,2fache Dicke. Für kupferne Kessel gelten dieselben Regeln wie für schmiedeeiserne Kessel.

Gußeiserne Sieberöhren sollen nach französischen Vorschriften 5mal so dick sein, als schmiedeiserne oder kupferne, nach preußischen Vorschriften ist aber die Dicke dieser Röhren nach der Formel

$$e = \left(2{,}71828^{0{,}01p} - 1\right) r + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll},$$

oder annähernd nach dem Ausdrucke $e = 0{,}005\,p\,d + \frac{1}{3}$ Zoll zu bestimmen.

Um die Mittheilung der Wärme durch die Kesselwand zu erleichtern und um eine sehr große Ungleichheit in der Spannung des Kesselbleches zu vermeiden, steigt man mit der Kesselstärke nicht gern auf ½ Zoll, und wendet deshalb lieber engere und längere oder zwei oder mehrere Kessel statt einen an.

Kesselwandstärke.

Anmerkung. Die Formel $e = \frac{pr}{K}$ für die Stärke einer cylindrischen Röhren- oder Kesselwand, ist nun ein besonderer Fall der nach I., §. 321 leicht zu entwickelnden Formel $e_1 = \frac{p}{K\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)}$ für die Stärke einer nach den Halbmessern r und r_1 doppelt gekrümmten Kesselwand. Wenden wir diese Formel auf die Endflächen eines cylindrischen Kessels an, und nehmen wir hierbei an, daß dieselben durch Sphäroide von der Höhe h gebildet werden, so haben wir für die Stärke einer solchen Endfläche, da hier jeder der Krümmungshalbmesser (nach »Ingenieur«, S. 238), $= \frac{r^2}{h}$ ist,

$$e_1 = \frac{p}{K\left(\frac{h}{r^2} + \frac{h}{r^2}\right)} = \frac{p r^2}{2 K h}, \text{ und daher } \frac{e_1}{e} = \frac{r}{2h}.$$

Für halbkugelförmige Endflächen, ist $h = r$, daher $e_1 = \frac{1}{2} e$ (Vergl. I., §. 306); wäre hingegen die Blechstärke für die Endsegmente dieselbe wie für den cylindrischen Mittelkörper, hätte man also $e_1 = e$, so würde die Höhe $h = \frac{r}{2}$, d. i. der Hälfte von dem Halbmesser des Kessels genommen werden können. Es ist hiermit eine Abhandlung von Lamé in den Comptes rendus de l'Académie des Sciences, T. 30, oder das polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850, Nro. 19 zu vergleichen.

Beispiele. 1) Man will zur Erzeugung von Dämpfen von 4 Atmosphären Spannung einen halbkugelförmig auslaufenden Walzenkessel von 4 Fuß Weite und 22 Fuß Länge construiren, und fragt nun nach dessen Stärke. Die Formel $e = 0{,}0015\, p\, d + 0{,}1$ Zoll giebt, wenn man $p = 4 - 1 = 3$ und $d = 4 . 12 = 48$ Zoll einsetzt, die gesuchte Kesselstärke

$$e = 0{,}0015 \cdot 3 \cdot 48 + 0{,}1 = 0{,}316 \text{ Zoll.}$$

Nach preußischen Vorschriften ist den Kesselblechen über dem Roste noch die Hälfte an Stärke zuzusetzen, also die Stärke $1{,}5 \cdot 0{,}316 = 0{,}474$ Zoll und den übrigen Blechen am Kesselboden die Stärke $1{,}2 \cdot 0{,}316 = 0{,}379$ Zoll zu geben. Nach dem Obigen könnten die hemisphärischen Enden nur halb so dick sein, als der cylindrische Theil der Kesselwand, allein wegen der leichteren Herstellung und wegen der Schwächung durch das stärkere Biegen ändert man an diesen Stellen die Blechstärken nicht.

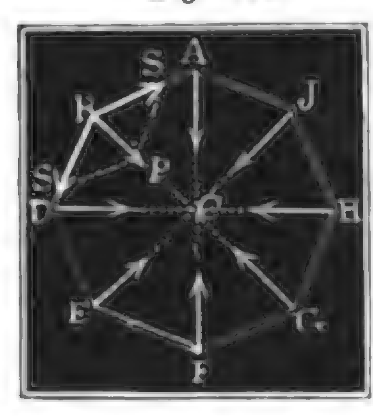
2) Welche Wandstärke soll man einem Kofferkessel von 6 Fuß Höhe, $4\frac{1}{2}$ Fuß Weite und 18 Fuß Länge ertheilen? Hier hat man statt d die größte Weite einzuführen, welche 7 Fuß oder 84 Zoll betragen kann. Nimmt man nun den Ueberschuß des inneren Druckes über den äußeren $\frac{1}{2}$ Atmosphäre an, so erhält man die gesuchte Kesselstärke $e = 0{,}0015 \cdot \frac{1}{2} \cdot 84 + 0{,}1 = 0{,}163$ Zoll.

Feuerröhren.

§. 305. Es ist nun noch die Frage zu beantworten: welche Stärken erfordern die durch den Kessel gehenden und durch den Dampf von außen nach innen gedrückten Feuer- oder Rauchröhren? Um diese Frage zu beantworten, denken wir uns vorerst einen Kessel mit polygonalem

Querschnitte AEG, Fig. 419, und nehmen nun an, daß in jedem der Ecke A, B, D . . . eine Kraft P von außen nach innen wirke. Zerlegen wir nun dieselbe nach den Richtungen der benachbarten Seiten so bekommen wir, wie in II. §. 268, die Compressionskraft in jeder Seite: $S = \frac{P}{2 \sin. \frac{\alpha}{2}}$, Feuerröhren.

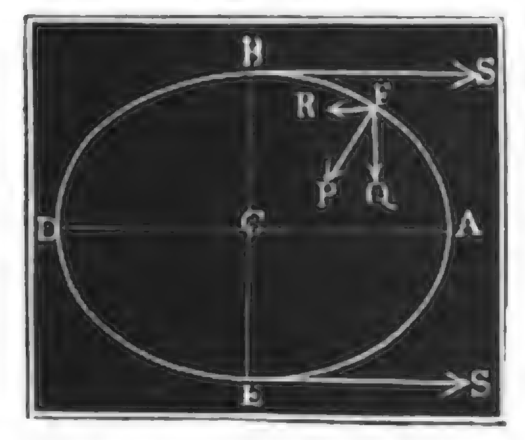
Fig. 419.



oder, wenn wir den Centriwinkel $\alpha^0 = ACB = BCD$ . . . klein annehmen, $S = \frac{P}{\alpha}$.

Nun ist aber der Druck P in jeder Ecke, oder vielmehr in jeder Seitenkante, $= \alpha r l p$ zu setzen, deshalb folgt denn $S = r l p$. Je zwei der Kräfte S, S . . . drücken das zwischen befindliche Kesselstück zusammen, es ist daher $S = elK$, oder $rlp = elK$, und die gesuchte Kesseldicke $e = \frac{rp}{K}$. Da der Festigkeitsmodul K für das Zerdrücken größer ist, als der des Zerreißens, so folgt hiernach, daß bei gleichem Drucke und gleicher Größe ein von außen gedrückter Kessel schwächer sein kann, als ein von innen gedrückter Kessel. Dies bleibt richtig, so lange die Kessel vollkommen rund sind, aber vielfachen Beobachtungen zufolge (s. Traité des machines à vapeur, par Bataille u. s. w.) werden von außen gedrückte Röhren sehr leicht platt gedrückt, wenn sie unrund sind, wogegen von innen gedrückte Röhren in diesem Falle fast noch ebenso stark widerstehen, als wenn sie cylindrisch wären; es findet also insofern erfahrungsmäßig gerade das umgekehrte Verhältniß statt. Um nun diese Erscheinung zu ergründen, denken wir uns gleich einen Kessel mit elliptischem Querschnitte $ABDE$, Fig. 420, und bestimmen die Kraftmomente eines Quadranten AB von demselben. Die sämmtlichen Drücke, welche rund herum auf diese Ellipse wirken, lassen sich zunächst nach zwei Richtungen zerlegen. Ist die große Halbaxe $CA = a$ und die kleine Halbaxe $CB = b$, die Länge des Kessels aber $= l$ uud der Druck auf den Quadratzoll $= p$, so hat man aus bekannten hydrostatischen Gründen (s. I., §. 303) die Kraft auf AB, in der Richtung von BC, $= a l p$ und die in der Richtung von AC, $= b l p$. Ebenso groß sind die Kräfte auf die übrigen drei Quadranten; denken wir uns daher A als Stützpunkt, so haben wir auf AB

Fig. 420.



Feuerröhren. folgende Hebelkräfte als wirksam zu betrachten. Erstens die Kraft $S = blp$ am Hebelarme $CB = b$ vom Drucke auf BD herrührend, zweitens die Summe alp der Kräfte $Q\ldots$, welche in der Richtung BC, und drittens die Summe blp der Kräfte $R\ldots$, welche in der Richtung AC auf AB wirken. Die erste Kräftesumme besteht aus den Componenten

$$\frac{al}{n}p.\ \frac{al}{n}p \ldots \frac{al}{n}p \text{ mit den Hebelarmen } \frac{a}{n}, \frac{2a}{n} \ldots \frac{na}{n},$$

und hat daher das Moment

$$\frac{al}{n}p\left(\frac{a}{n} + \frac{2a}{n} + \ldots + \frac{na}{n}\right) = \frac{a^2lp}{n^2}(1 + 2 + 3 + \ldots + n),$$

oder da die Anzahl der Componenten unendlich groß zu nehmen ist, das Moment $\frac{a^2lp}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{1}{2}a^2lp$, und aus ähnlichen Gründen hat die zweite Kräftesumme das Moment $\frac{1}{2}b^2lp$. Nun wirkt aber das Moment b^2lp von S den letzten beiden Momenten entgegen, es ist daher das Brechungsmoment von AB, $= \frac{a^2lp}{2} + \frac{b^2lp}{2} - b^2lp = \frac{(a^2 - b^2)\,lp}{2}$. Ist nun noch e die Dicke der Kesselwand, so hat man für Zerdrücken des Kessels in A zu setzen

$$le^2K = \tfrac{1}{2}(a^2 - b^2)\,lp, \text{ und daher } e = \sqrt{\left(\frac{a^2 - b^2}{2K}\right)p}.$$

Wird derselbe Kessel von innen nach außen gedrückt, so stellt sich zwar das Biegungs- oder Brechungsmoment und also auch die nöthige Kesselstärke ebenso groß heraus, allein es findet doch insofern ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Fällen statt, als ein Druck von außen den Kessel noch mehr deformirt, ein Druck von innen aber denselben mehr der richtigen Cylinderform nahe bringt. Ist nun durch das Zusammensetzen der Röhre schon eine gewisse Spannung in das Blech gekommen, so wird diese durch den Außendruck noch erhöht und dagegen durch den Innendruck vermindert, im ersten Falle also dem Zerspringen näher und im zweiten Falle von demselben entfernter geführt.

In Frankreich macht man deshalb auch die dem äußeren Drucke ausgesetzten Röhren noch einmal so dick, als die inneren Druck auszuhaltenden Röhren, unter übrigens gleichen Verhältnissen. Nach den Vorschriften in Preußen hingegen ist den Rauchröhren von Eisenblech die Dicke

$$e = 0{,}0067\, d\sqrt[3]{p} + 0{,}05 \text{ Zoll},$$

und denen von Messingblech, die aber nie über 4 Zoll weit sein dürfen, die Dicke $e = 0{,}01\, d\sqrt[3]{p} + 0{,}07$ Zoll zu geben.

Beispiel. Welche Wandstärke muß man den 2 Zoll weiten Feuerröhren eines Dampfwagens geben, damit sie den Außendruck von 5 Atmosphären aushalten? Setzen wir $d = 2$ und $p = 5 - 1 = 4$, so bekommen wir nach

preußischen Vorschriften bei Anwendung von Eisen- oder Kupferblech die gesuchte Stärke Feuerröhren.

$$e = 0{,}0067 \,.\, 2\sqrt[3]{4} + 0{,}05 = 0{,}021 + 0{,}05 = 0{,}071 \text{ Zoll} = 0{,}85 \text{ Linien};$$

und bei Anwendung von Messingblech

$$e = 0{,}01 \,.\, 2\sqrt[3]{4} + 0{,}07 = 0{,}102 \text{ Zoll} = 1{,}22 \text{ Linien}.$$

Setzen wir in der Formel $e = \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)\,p}{2K}}$, $a = 1$ und $b = 0{,}9$ Zoll, ferner $p = 4 \,.\, 15{,}05 = 60{,}2$ und $K = 6000$, so bekommen wir hingegen

$$e = \sqrt{\frac{0{,}19 \,.\, 60{,}2}{12000}} = \sqrt{0{,}000953} = 0{,}03 \text{ Zoll} = 0{,}36 \text{ Linien}.$$

Anmerkung 1. Bei Kesseln zur Erzeugung von Dämpfen mit niedrigem Drucke kommen auch ebene Seitenwände vor, und es ist nun noch zu untersuchen, welche Stärken hierbei in Anwendung zu bringen sind. Denken wir uns ein rectanguläres Blech $ABCD$, Fig. 421, von der Länge $AD = l$, Breite $AB = b$ und Dicke e, welches den Druck blp auszuhalten hat und ringsum an seinem Umfange festgehalten wird. Setzen wir den Druck, welchen die Seiten AB und CD aufzunehmen haben, $= Q$ und denjenigen, welchen die Seiten AD und BC aushalten müssen, $= R$, so haben wir nach I., §. 193 die Bogenhöhe

Fig. 421.



$$a = \tfrac{5}{8} \cdot \frac{Ql^3}{48\,WE} = \tfrac{5}{8}\,\frac{Rb^3}{48\,WE}, \text{ daher } Ql^3 = Rb^3, \text{ und } Q = \left(\frac{b}{l}\right)^3 R.$$

Nun ist aber auch $Q + R = blp$, also $\left[1 + \left(\frac{b}{l}\right)^3\right] R = blp$,

daher folgt denn $R = \frac{bl^4p}{b^3 + l^3}$ und $Q = \frac{lb^4p}{b^3 + l^3}$.

Damit $ABCD$ in einem Risse EF mitten durchbreche, ist nothwendig, daß $\frac{Rb}{16} = \tfrac{1}{6}\, l e^2 K$, sei (s. I., §. 204). Es ist also $\frac{b^2 l^4 p}{b^3 + l^3} = \tfrac{8}{3}\, l e^2 K$,

d. i. $e = \sqrt{\frac{3 b^2 l^3 p}{8\,(b^3 + l^3)\,K}}$ zu nehmen.

Setzen wir $\tfrac{8}{3} K = 6000$, so bekommen wir $e = 0{,}0129\, b \sqrt{\frac{l^3 p}{b^3 + l^3}}$,

z. B. für $l = 2b$, $e = 0{,}0129\, b\, p \sqrt{8/9} = 0{,}0122 \,.\, b\, p$ Zoll, und ist $b = 5$ Fuß $= 60$ Zoll, und $p = 1$ Atmosphären, so folgt $e = 0{,}732$ Zoll.

Anmerkung 2. Ebene Kesselflächen kommen vorzüglich bei den viereckigen Feuerkästen mancher Dampfwagen und Dampfschiffe vor. Es sind hier je zwei parallele Blechwände zur Verstärkung durch sogenannte Stehbolzen mit einander verbunden. Nach den Untersuchungen des Herrn Brix (s. die Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrgang 1849) ist

1) die Stärke d kupferner oder eiserner Stehbolzen bei p Atmosphären Ueberdruck, wenn dieselben a Zoll von einander abstehen, nach der Formel

$$d = 0{,}069\, a \sqrt{p} + 0{,}125 \text{ Zoll}, \text{ dagegen}$$

2) die Stärke e des Kupfer- oder Eisenbleches für die äußeren Wände nach der Formel $e = 0{,}0387\, a \sqrt{p}$ Zoll

zu berechnen, und die Stärke e_1 des Bleches für die inneren, dem Feuer zugekehrten Wände um 25 Procent größer zu nehmen als e.

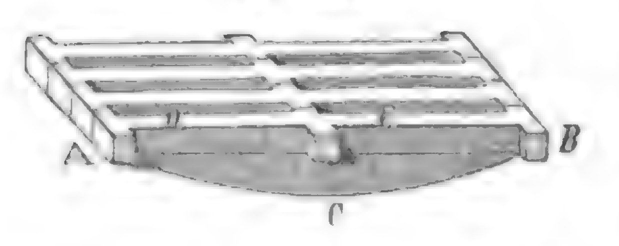
Feuerraum. §. 306. Zu jedem Dampfkessel gehört noch ein Ofen (franz. fourneau; engl. furnace), und dieser besteht

1) aus dem Feuerraume (franz. foyer; engl. hearth, furnace),
2) aus den Feuerkanälen oder Zügen (franz. carneaux; engl. flues) und
3) aus der Esse oder dem Schornsteine (fr. cheminée; engl. chimney).

In dem ersten Raume findet die Verbrennung des Brennstoffes statt, im zweiten wird das Product der Verbrennung, die Feuerluft, der Rauch u. s. w. an der Heizfläche des Kessels hingeführt, um seine Wärme diesem mitzutheilen, und im dritten werden dieselben in die freie Luft abgeführt.

Was zunächst den Feuerraum betrifft, so wird dieser durch den sogenannten Rost (franz. la grille; engl. the grate) in zwei Abtheilungen zertheilt, und es bildet nur die oberste Abtheilung den eigentlichen Brennheerd, die unterste aber dient zur Aufnahme der Asche und anderer festen Rückstände der Verbrennung und heißt deshalb der Aschenraum (franz. le cendrier; engl. the ashpit). Der Rost wird durch eiserne Stäbe gebildet, welche schmale und nach unten zu sich erweiternde Spalten zum Durchziehen der Luft und zum Durchfallen der Rückstände zwischen sich lassen. Diese Zwischenräume erhalten bei Steinkohlenfeuerung ungefähr $\frac{1}{2}$ Zoll, bei Holz- und Torffeuerung aber nur bis $\frac{1}{5}$ Zoll Breite, und im ersten Falle nehmen sie $\frac{1}{4}$, im zweiten aber $\frac{1}{6}$ der ganzen Rostfläche ein.

Fig. 422.



In Fig. 422 sind einige an einander stoßende Roststäbe abgebildet, *ABC* ist der vorderste Roststab, *D* und *E* sind aber die Zwischenräume zwischen ihm und dem nächstfolgenden Stabe. Bei kleineren Kesselanlagen wendet man mit Vortheil sogenannte Schüttelroste an, wo die Roststäbe cylindrisch auslaufen und so gelagert sind, daß sie durch einen einfachen Mechanismus in eine schwingende Bewegung gesetzt und dadurch leicht von den Rückständen gereinigt werden können. Sehr wichtig für die Verbrennung ist die Größe der Rostfläche. Nach den neuesten Beobachtungen von Cavé soll dieselbe $\frac{1}{17}$ der Heizfläche des Kessels sein. Sonst rechnet man auch noch auf den stündlichen Verbrauch von 14 Pfund Steinkohle, oder 73 Pfund Holz, einen Quadratfuß Rostfläche. Bei Dampfwagenkesseln, wo ein künstlicher Luftzug statt hat, und Koks verbrannt wird, sind die Verhältnisse ganz anders; hier ist die Rostfläche nur $\frac{1}{50}$ bis $\frac{1}{60}$ der Heizfläche. Bei Steinkohlenfeuerung soll die Rostfläche 13 bis 18 Zoll unter der Kesselfläche liegen, bei Holzfeuerung aber 18 bis 24 Zoll. Der Aschenraum unter dem Roste soll wenigstens $2\frac{1}{2}$ Fuß tief sein, damit die Roststäbe durch die angehäuften Rückstände nicht sehr erhitzt werden. Die

zur Verbrennung nöthige Luft tritt durch eine Thür in den Aschenraum Feuerraum.
und von da zwischen den Roststäben hindurch in den Feuerraum. Um den Luftzug zu reguliren, kann man ein besonderes Register (Schieber) anbringen, und um denselben zu erhöhen, kann man die Luft durch einen unterirdischen Gang (Anzucht) zuführen.

Der Feuerraum über dem Heerde ist mit einer Thür versehen, welche nur dann geöffnet wird, wenn es darauf ankommt, das Feuer zu schüren, den Rost zu reinigen und neues Brennmaterial einzuführen. Um die Abkühlung durch die Ofenthür möglichst zu mäßigen und diese vor dem Feuer zu schützen, ist es gut, sie mit doppelten Wandungen zu versehen, oder von innen mit Backsteinen zu bekleiden.

§. 307. Damit das Feuer den Kessel sehr nahe bestreiche, vorzüglich Feuerkanäle
aber durch innigere Berührung mit der Luft eine vollständigere Verbrennung eingeleitet werde, ist es nöthig, an der Uebergangsstelle aus dem Feuerraume in die Feuerkanäle eine Feuerbrücke (franz. autel; engl. firebridge), d. i. eine Mauer aufzuführen, welche nur noch 4 bis 6 Zoll Zwischenraum zwischen ihr und dem Kesselboden übrig läßt. Was die Feuerkanäle anlangt, so bestehen diese entweder aus einem einzigen, ein oder mehrere Male um oder auch in dem Kessel herumgehenden Kanale, oder sie bestehen aus mehreren einzelnen Kanälen oder Röhren, wovon jeder für sich den Rauch in die Esse führt. Die letzte Art der Feuerkanäle kommt fast nur bei der Feuerung von innen, und zumal bei den Dampfwagenkesseln vor. Was diesen Kanälen an Länge abgeht, wird durch den Umfang des Querprofiles ersetzt. Denken wir uns z. B. einen einzigen Circulirkanal mit kreisförmigem Querschnitte, von der Länge l und Weite d, ersetzt durch n Züge neben einander, jeder von der Länge l_1 und Weite d_1, so können wir setzen:

$$\pi d l = n \pi d_1 l_1 \text{ und } \frac{\pi d^2}{4} = \frac{n \pi d_1^2}{4},$$

erhalten hiernach $d_1 = \frac{d}{\sqrt{n}}$ und $l_1 = \frac{l}{\sqrt{n}}$. Z. B. für $n = 64$, $d_1 = \frac{d}{8}$ und $l_1 = \frac{l}{8}$; es können also 64 Röhren achtmal so kurz und achtmal so eng gemacht werden, als eine einzige Rauchröhre.

Die Kanäle der ersten Art bestehen in blechernen Röhren (vgl. §. 302), die der zweiten Art aber werden aus feuerfesten Steinen aufgeführt und erhalten mehr oder weniger rectanguläre Querschnitte, von denen die eine Seite durch den Kessel begrenzt wird. Es ist eine Erfahrungsregel, diesem Querschnitte $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ mal so viel Inhalt zu geben, als der Rostfläche. Die Länge der Züge darf übrigens auch nicht zu groß sein, wenigstens nicht mehr als 90 Fuß betragen. In der Regel begnügt man

Feuerkanäle. sich, wenn die in den Schornstein tretende Feuerluft nicht mehr als 250 bis 300° Wärme behält. Am Ende des ganzen Feuerkanales, in dem sogenannten, zwischen dem Kessel und der Esse befindlichen Fuchse, ist noch eine Thür oder ein Schieber anzubringen, um das Feuer reguliren und den Ofen gänzlich schließen zu können. Uebrigens ist die ganze Feuerungsanlage mit einer starken Mauer, dem sogenannten Rauhgemäuer, zu umschließen.

Die Haupteinrichtung einer Kesselanlage mit äußerer Feuerung ist aus

Fig. 423.

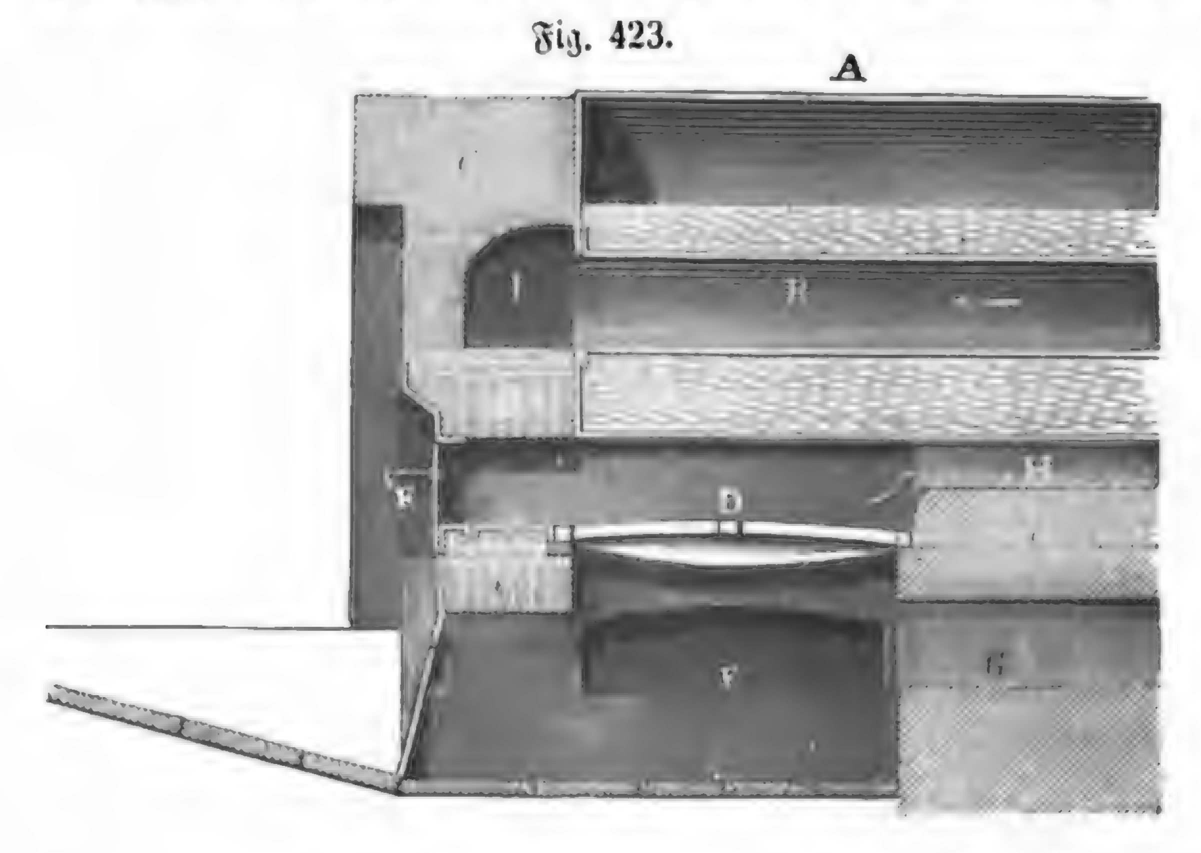


Fig. 424.

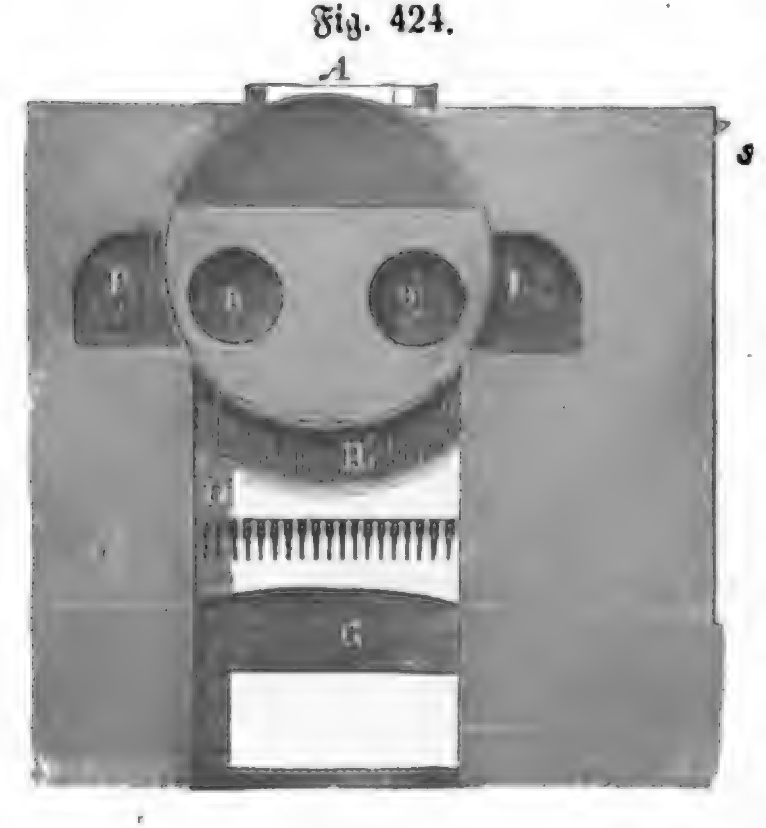


Fig. 423 im Längendurchschnitte und aus Fig. 424 im Querschnitte zu ersehen. Es ist hier *A* der Dampfkessel mit zwei Rauchröhren *B*, *B*, ferner *C* das Mauerwerk, *D* der Rost, *E* die Feuerthür, *F* der Aschenfall, *G* der Luftzuführungskanal, *H* der Theil des Feuerkanales, in welchem die Feuerluft unter dem Kessel, und *J*, *J* sind die Kanäle, in welchen dieselbe an den Seiten des Kessels hingeht, nachdem

Digitized by Google

sie durch die Röhren *B*, *B* nach vorn zurückgekehrt ist. Die Figuren 425 und 426 sind Ansichten einer sehr zweckmäßigen Kesselanlage mit innerer Feuerung, wie sie bei den Wasserhebungsmaschinen in Cornwall vorkommen. Es ist hier *A* der Kessel von $6^1/_2$ Fuß Durchmesser und Feuerkanäle

Fig. 425.

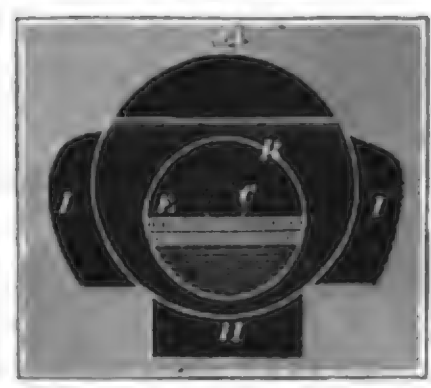
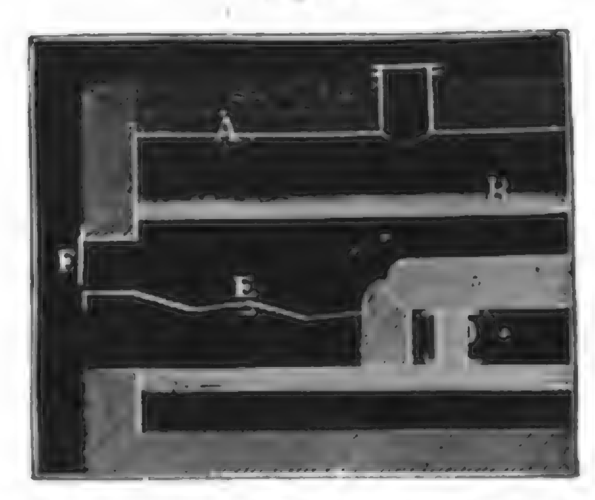
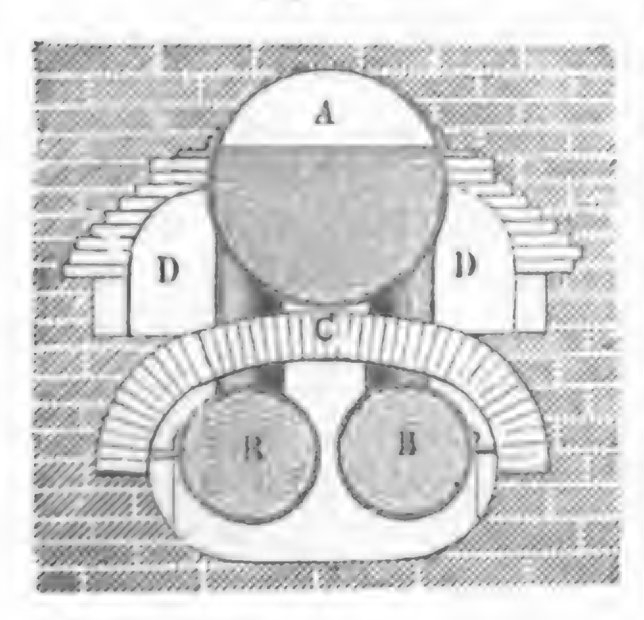


Fig. 426.



32 Fuß Länge, *B* die innere Feuerröhre von 4 Fuß Durchmesser, *C* aber eine 15 Zoll weite, durch *D* mit dem Wasserraume des Kessels in Verbindung gesetzte Wasserröhre; endlich ist *E* der 6 Fuß lange Rost und *F* die Feuerthür. Die Feuerluft geht erst durch *B* nach hinten, dann durch den Zug *H* unter dem Kessel hin nach vorn, und zuletzt durch die Züge *J*, *J* wieder nach hinten, ehe sie in den Schornstein tritt. Oben ist der Kessel zur Verhütung der Abkühlung mit einer Schicht Sägespähne und einer Schichte Sand bedeckt.

Fig. 427.



Eine Kesselanlage mit Siederöhren ist noch in Fig. 427 abgebildet. Es ist hier der Dampfkessel *A* von den Siedern *B* und *B* durch ein Gewölbe *C* getrennt und es werden die letzteren der Einwirkung der unmittelbar vom Feuerraume kommenden und nach hinten strömenden Feuerluft gänzlich ausgesetzt, während der erstere von der in den Zügen *D*, *D* zurückkehrenden und nach Befinden um den ganzen Kessel herumgehenden Feuerluft erwärmt wird.

§. 308. Der zum Verbrennen nöthige Luftwechsel wird vorzüglich durch den Schornstein oder die Esse herbeigeführt, es ist daher auch dieser ein wichtiger Bestandtheil einer Feuerungsanlage. Vorzüglich kommt es bei einer solchen Anlage darauf an, der Esse die hinreichende Höhe und Essen.

Digitized by Google

Essen. Weite zu geben, und für sie ein zweckmäßiges Material auszuwählen. Kann man die Essen nicht hinreichend hoch machen, so muß man den nöthigen Luftzug durch besondere Mittel oder Maschinen hervorbringen. Bei Dampfwagen läßt man in dieser Absicht den verbrauchten Dampf durch die Esse ausströmen; in anderen Fällen wendet man auch Luft- oder Wettermaschinen an, welche die Luft entweder unter den Rost blasen oder aus den Feuerkanälen heraussaugen.

Man stellt die Essen aus Steinen oder aus Metall her, und verwendet zu denselben im ersten Falle vorzüglich Ziegel, im zweiten aber Eisenblech. Die äußere Form der Essen aus Ziegeln oder anderen Steinen ist gewöhnlich eine vierseitige Pyramide, die einer Blechesse aber ein abgekürzter Kegel. In der Regel erhält die Esse eine innere Böschung von $0{,}015\,h$ bis $0{,}018\,h$, und eine äußere von $0{,}024\,h$ bis $0{,}030\,h$, wenn h die Höhe der Esse bezeichnet. Ist e die obere Mauerstärke, gewöhnlich 6 Zoll, so hat man hiernach die untere Stärke $e_1 = e + 0{,}04\,h$ bis $e + 0{,}05\,h$.

Was die Höhe und Weite der Schornsteine anlangt, so hängt die eine Dimension von der anderen ab; je höher eine Esse ist, desto mehr giebt dieselbe auch Zug, desto kleiner braucht also zur Abführung einer bestimmten Rauchmenge ihre Weite zu sein. Außerdem hängen aber auch noch diese Dimensionen noch von der Temperatur des in den Schornstein tretenden Rauches ab, und es müssen diese bei gleichem Rauchquantum um so größer sein, je niedriger die Temperatur des Rauches oder der abzuführenden Feuerluft ist. Hiernach erfordert also eine gute Wärmebenutzung hohe und weite Essen. Die gewöhnliche Essenhöhe ist 60 bis 120 Fuß; selten findet man sie nur 40 Fuß und niedriger. Nur ausnahmsweise werden Essen von 300 bis 400 Fuß Höhe ausgeführt. Es ist eine praktische Regel, dem Schornsteine eben so viel Querschnitt zu geben, als den Feuerkanälen. Im folgenden Paragraphen wird jedoch zur Ausmittelung der Essenweite eine besondere Regel gefunden werden.

Es ist sehr nöthig, die Schornsteine auf einen soliden Grund zu setzen, weil das geringste Nachgeben desselben eine Beschädigung oder gar das Zusammenstürzen des Schornsteins zur Folge haben kann.

Der Durchschnitt einer Esse aus Ziegeln ist in Fig. 428, und die Ansicht einer Blechesse in Fig. 429, a. f. S., abgebildet. Bei der ersten Abbildung ist A das Fundament und B ein Pfahlrost, auf welchem dasselbe ruht, C aber die Einmündung des Feuerkanales oder Fuchses und D der gußeiserne Hut der Esse. Damit sich der Rauch beim Eintritt in die Esse nicht stoße, ist die obere Kante zwischen der Esse und dem Fuchse abzurunden. Bei der zweiten Abbildung ist A das auf festem Grunde stehende, aus Ziegeln aufgeführte Fundament, aa sind ferner Ankerschrauben, welche den Fuß des Schornsteins BCE mittels einer Platte fest mit dem

Fundamente verbinden, *D, D* sind Drahtketten, welche bis auf den Erdboden niedergehen, und zum Schutze gegen das Umstürzen durch den Wind dienen, *E* aber ist eine Rolle, über die eine Kette weggeht, an der ein

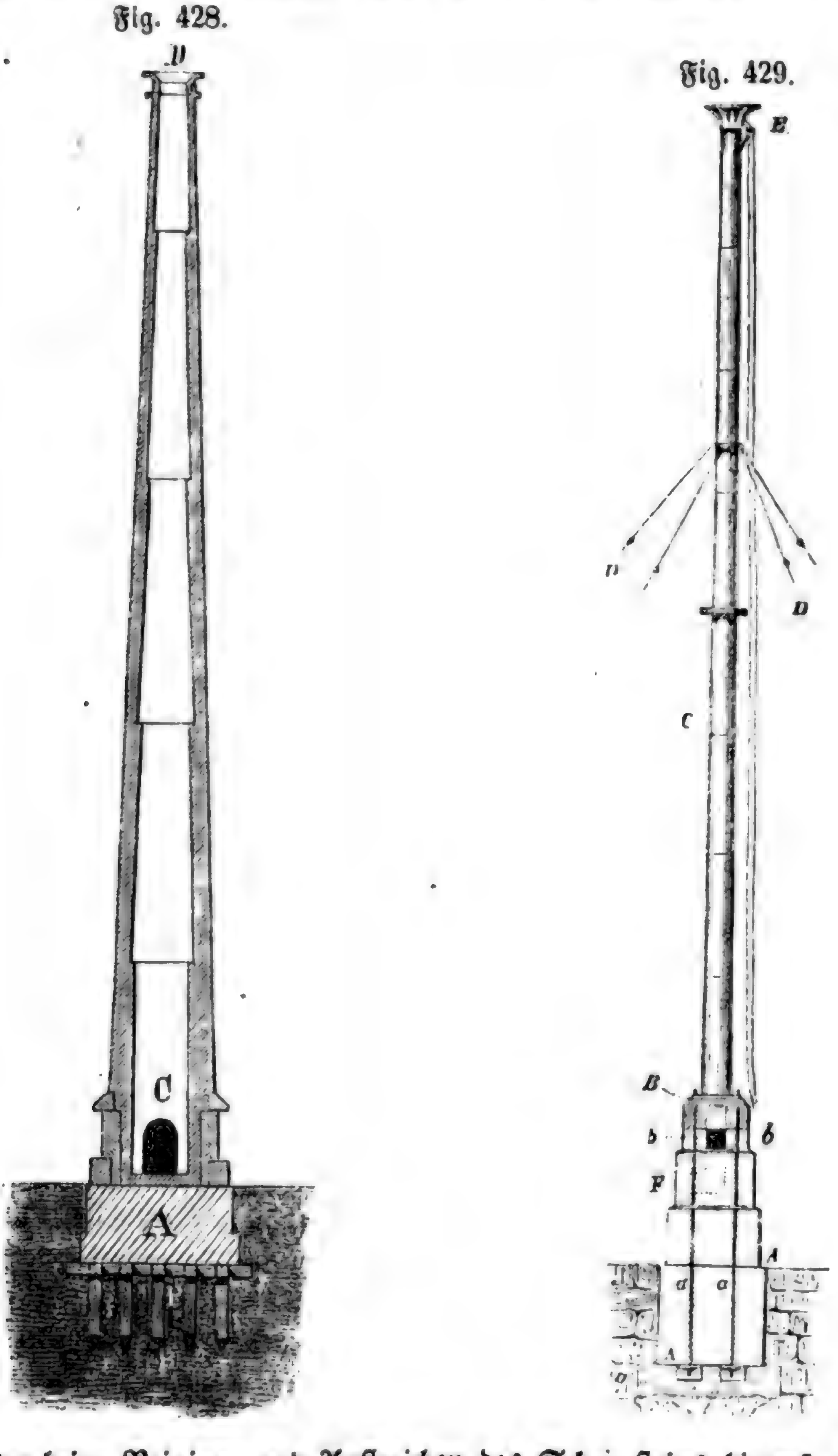


Fig. 428.
Fig. 429.

Arbeiter beim Reinigen und Anstreichen des Schornsteins hinauf gewunden werden kann; endlich ist *F* die Einmündung des Fuchses und *b b* sind Thüren zum Ausputzen.

Digitized by Google

Theorie der Essen.

§. 309. Die Theorie der Bewegung des Rauches in den Schornsteinen läßt sich nach den im ersten Bande entwickelten Regeln der Hydraulik leicht aufstellen, um so mehr, da wir wegen der unbedeutenden Differenz zwischen der Spannung der Luft im Schornsteine und der der äußeren Luft, die Regeln des Ausflusses des Wassers hier anwenden können. Ist γ die Dichtigkeit der äußeren Luft und h die senkrechte Höhe AD eines Schornsteines ABC, Fig. 430, sammt Luftzuführungskanal, so läßt sich der Ueberschuß des Druckes auf die Einmündung A über dem auf die Ausmündung C setzen: $q = h\gamma$. Diesem Ueberschusse wirkt aber der Druck q_1 der warmen Luft- oder Rauchsäule entgegen; bezeichnen wir daher die Dichtigkeit dieser durch γ_1, so erhalten wir den die Ausflußgeschwindigkeit v des Rauches erzeugenden Druck: $q - q_1 = h\gamma - h\gamma_1 = h(\gamma - \gamma_1)$, und es ist daher ohne Berücksichtigung der Nebenhindernisse zu setzen:

Fig. 430.



$$\frac{v^2}{2g}\gamma_1 = h(\gamma - \gamma_1) \text{ oder, } v = \sqrt{\frac{2gh(\gamma - \gamma_1)}{\gamma_1}}.$$

Ist nun noch t die mittlere äußere und t_1 die mittlere innere Temperatur, oder die des Rauches, so hat man $\gamma = \frac{0,00367\,p}{1 + 0,00367\,.\,t}$ und

$\gamma_1 = \frac{0,00367\,p_1}{1 + 0,00367\cdot t_1}$, daher $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0,00367\,t_1}{1 + 0,00367\,t}\,.\,\frac{p}{p_1}$; oder da die Pressungen p und p_1 der äußeren und inneren Luft nicht sehr verschieden sein können, wegen der mäßigen Geschwindigkeit des Rauches annähernd $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0,00367\,t_1}{1 + 0,00367\,t}$, und daher die Rauchgeschwindigkeit beim Austritt aus der Esse:

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{1 + 0,00367\,t_1}{1 + 0,00367\,t} - 1\right)} = \sqrt{\frac{0,00367\,(t_1 - t)}{1 + 0,00367\,t}.2gh},$$

wofür recht gut auch $v = \sqrt{0,00367\,(t_1 - t)\cdot 2gh} = 0,479\sqrt{(t_1 - t)h}$ gesetzt werden kann. Diese Geschwindigkeit wird allerdings durch die Nebenhindernisse, welche die Verengungen im Feuerheerde und die Reibung im Schornsteine u. s. w. herbeiführen, bedeutend herabgezogen. Diese Verluste sind übrigens ganz nach den bekannten Regeln der Hydraulik zu berechnen. Aus der Länge l und Weite d des Schornsteins ergiebt sich nach I., §. 364 der Druckhöhenverlust in Folge der Reibung durch die Formel $h_1 = \zeta\,.\,\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}$. Obwohl nach Obigem $\zeta = 0,024$ zu nehmen ist, so

möchte doch der Sicherheit wegen nach den Beobachtungen Péclet's für die mit Ruß überzogenen Schornsteine $\zeta = 0{,}0025 \,.\, 19{,}62 = 0{,}049$ oder einfacher 0,05 zu setzen sein. Die übrigen Druckhöhenverluste müssen durch einen mittleren Erfahrungscoefficienten ζ_1 bemessen werden. Nach Péclet ist aber Theorie der Essen.

$\zeta_1 = 12$ und $\frac{v^2}{2g} = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h - 0{,}05\,\frac{l}{d}\,.\,\frac{v^2}{2g} - 12\,.\,\frac{v^2}{2g}$,

oder $\frac{v^2}{2g}\left(13 + 0{,}05\frac{l}{d}\right) = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h$ zu setzen. Berücksichtigt man endlich noch, daß die halb verbrannte Luft, wie sie in den Schornsteinen vorkommt, ungefähr 1,044 mal so dicht ist, als frische Luft, so muß man setzen:

$$v = \sqrt{\frac{0{,}00367\,(t_1 - t)\,.\,2gh}{1{,}044\left(13 + 0{,}05\frac{l}{d}\right)}} = 0{,}0595\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,.\,2gh}{13 + 0{,}05\frac{l}{d}}}$$

$$= 0{,}47\sqrt{\frac{(t_1 - t)\cdot hd}{13\,d + 0{,}05\,l}}.$$

§. 310. Mit Hülfe der im Vorstehenden entwickelten Formel ist es nun leicht, die Dimensionen einer Esse zu finden, durch welche ein bestimmtes Luft- oder Rauchquantum abgeführt wird. Für eine Esse mit kreisförmigem Querschnitte haben wir dieses Quantum

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\,v = 0{,}47\,.\,\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h}{13\,d + 0{,}05\,l}}\,.\,d^{5/2},$$

weshalb die nöthige Weite

$$d = 1{,}49\,\sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}\,.\,Q^2}\text{ Fuß sich ergiebt.}$$

Für eine Esse mit quadratischem Querschnitte ist hingegen

$$Q = d^2 v = 0{,}47\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h}{13\,d + 0{,}05\,l}}\,.\,d^{5/2},$$

weshalb die Weite oder Seite des Querschnittes

$$d = 1{,}353\,\sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}\,.\,Q^2}\text{ folgt.}$$

Das durch den Schornstein abzuführende Luftquantum läßt sich aber auch aus dem Gewichte G des verbrauchten Brennstoffes leicht berechnen (s. II. §. 297).

Nach den Beobachtungen von Péclet läßt sich die mittlere Temperatur t_1 in der Esse für Dampfkessel $= 300^0$ setzen. Die Temperatur t_2 hingegen, welche die Luft im Brennheerde bei der Verbrennung annimmt, läßt sich aus der Wärmemenge W^0, welche ein Pfund Brennstoff erzeugt, und aus der Luftmenge V Cubikfuß, welche das letztere erfordert, leicht

Theorie der Essen.

berechnen, wenn man die Wärmecapacität der Luft $^1/_4$ von der des Wassers und das Gewicht eines Cubikfußes derselben $= 0{,}086$ Pfund annimmt; es ist nämlich $W = {}^1/_4 . 0{,}086\; V t_2$, und daher

$$t_2 = \frac{4\,W}{0{,}086\,V} = 46{,}5\,\frac{W}{V}.$$

Endlich folgt hiernach der Wärmeverlust, herbeigeführt durch das Fortgehen der Wärme durch die Esse, $W_1 = \frac{t_1}{t_2}\, W$. Nehmen wir für W den mittleren Werth 6000 Cal. und für $V = 225$ Cubikfuß, so bekommen wir die Wärme im Brennherde: $t_2 = \frac{46{,}5 . 6000}{225} = 1240^0$ und den Wärmeverlust durch den Abzug in der Esse;

$$W_1 = \frac{300}{1240}\, W = \frac{300 . 6000}{1240} = 1450 \text{ Cal.},$$

oder ungefähr ein Viertel der ganzen, aus dem Brennstoffe entwickelten Wärme.

Beispiel. Welche Weite soll man einer Esse geben, die bei 100 Fuß Höhe den Rauch eines Feuerheerdes abzuführen hat, auf dem stündlich 120 Pfund Steinkohlen verbrannt werden? Nach dem Früheren können wir annehmen, daß aus der Verbrennung von 120 Pfund Steinkohlen bei 300° mittlerer Wärme in dem Schornsteine 120 . 584 = 70080 Cubikfuß warme Luft hervorgehen, so daß in der Secunde das Quantum $Q = \frac{70080}{60 . 60} = 19^1/_2$ Cubikfuß abzuführen bleibt. Nehmen wir nun noch $t_1 - t = 300 - 10 = 290$, setzen wir die Länge des ganzen Luft- und Rauchkanales, vom Rost bis Essenkopf, $= 60 + 100 = 160$ Fuß und führen wir $h = 100$ Fuß ein, so erhalten wir den erforderlichen inneren Essendurchmesser

$$d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13 . d + 0{,}05 . 160}{290 . 100} . (19{,}5)^2} = 0{,}627 \sqrt[5]{13\,d + 8}.$$

Hiernach unter der Wurzel annähernd $d = 1$ gesetzt, folgt genauer

$$d = 0{,}627 \sqrt[5]{21} = 1{,}15 \text{ Fuß},$$

und diesen Werth noch einmal rechts eingesetzt, ergiebt sich noch schärfer

$$d = 0{,}627 \sqrt[5]{23} = 1{,}17 \text{ Fuß}.$$

Wollte man den Schornstein nur 40 Fuß hoch machen, so würde man diese Weite

$$= 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05 . 100}{290 . 40}(19{,}5)^2} = 0{,}753 \sqrt[5]{13\,d + 5} = 1{,}41 \text{ Fuß}$$

machen müssen.

Anmerkung. Aus der Formel $d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}\, Q^2}$ ist, da mit h auch l wächst, leicht zu ersehen, daß die Weite der Esse um so kleiner ausfallen kann, je höher die Esse ist, und daß umgekehrt eine Esse um so weiter gemacht werden muß, je niedriger dieselbe gebaut wird.

Speiseapparate.

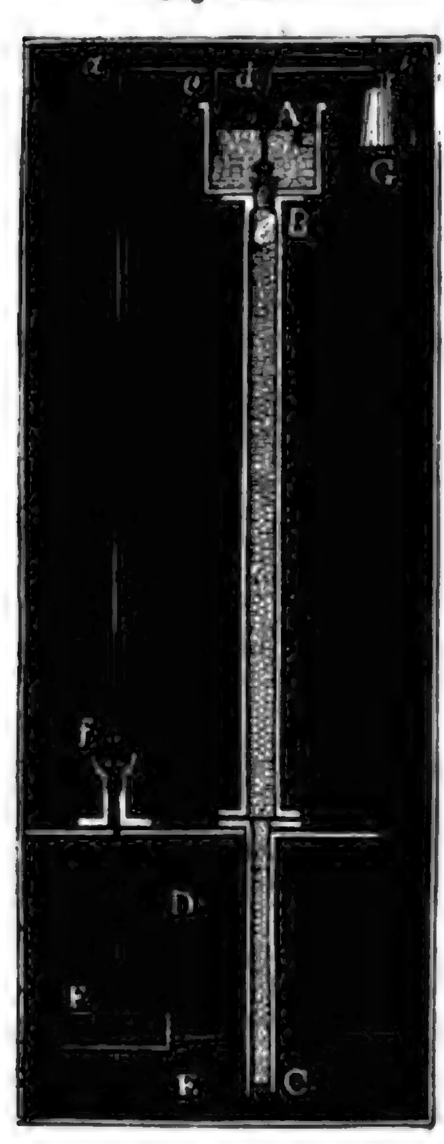
§. 311. Zu einem Dampfkessel gehören noch besondere Apparate zum Speisen des Kessels mit Wasser, zur Ableitung des Dampfes, zum Re-

guliren der Dampferzeugung, zum Sicherstellen vor dem Zerspringen des Kessels u. s. w; von ihnen wird nun die Rede sein.

Speiseapparate.

Das Speisen eines Dampfkessels muß so gleichförmig wie möglich vor sich gehen, in nicht zu großen Mengen auf einmal und mit möglichst reinem und warmem Wasser erfolgen. Aus letzterem Grunde wärmt man das Wasser durch besondere im Fuchse oder Schornsteine u. s. w. angebrachte Röhren an, oder verwendet hierzu einen Theil des Condensationswassers. Wird in dem Kessel Dampf von niedrigem Drucke erzeugt, dessen Spannung den Atmosphärendruck nur $1/4$ bis $1/5$ übertrifft, so genügt zur Einführung des Wassers in den Kessel ein einfaches Rohr, einem Kessel mit Dämpfen von Hochdruck hingegen muß das Speisewasser durch eine Pumpe zugedrückt werden, weil eine bloße Speiseröhre zu lang ausfallen würde. Das Speiserohr (franz. le tube d'alimentation; engl. feed pipe) geht von oben durch den Kesselraum hindurch und endigt sich etwa $1/2$ Fuß über dem Kesselboden, möglichst entfernt von dem eigentlichen Feuerheerde. Um das Speisen mit Wasser zu reguliren, d. i. um immer so viel Wasser zuzuleiten, als durch Dampfbildung verbraucht wird, wendet man gewöhnlich einen Schwimmer (franz. flotteur; engl. float) an, der mit dem Wasserspiegel im Kessel steigt und sinkt und dabei den Zutritt des Wassers zum Kessel versperrt oder herstellt.

Fig. 431.



Die Einrichtung eines Speiseapparates für Dampfkessel mit Dämpfen von niedrigem Druck führt Fig. 431 vor Augen. Hier ist A der Wasserbehälter, welchem das Wasser zugeführt wird, BC die etwa 8 Fuß lange Speiseröhre, D der Dampf und E das Wasser im Kessel, F aber der Schwimmer aus Kalk- oder Sandstein, der etwas mehr als zur Hälfte in's Wasser eintaucht. Ferner ist ab ein um c drehbarer Hebel, an welchem einerseits der Schwimmer und andererseits ein Gewicht G aufgehängt, zugleich aber auch ein kegelförmiges Ventil e befestigt ist. Wenn nun der Wasserspiegel und mit ihm der Schwimmer sinkt, so wird der Hebel ab mittels des bei f durch eine Stopfbüchse gehenden Kupferdrahtes aF nieder- und folglich bei d aufgezogen, und somit e gehoben, so daß nun neues Wasser eintreten kann; wenn hingegen F mit dem Wasser steigt, so erhält G das

Speise-apparate.

Uebergewicht, es geht der Hebel bei *d* nieder und verschließt daher den Eintritt des Wassers in den Kessel durch das Ventil *e*.

Bei den Hochdruckmaschinen ist die Einführung des Speisewassers schwerer, weil sich hier eine bedeutende Dampfkraft demselben entgegensetzt; deshalb wird denn auch hierzu eine besondere Pumpe, die sogenannte Speisepumpe (franz. pompe d'alimentation; engl. feed pump) nöthig. Da später an einem anderen Orte die Pumpen besonders abgehandelt werden, so genüge die Bemerkung, daß die Vorrichtung in einer einfachen Druckpumpe mit Mönchskolben besteht. Die Speiseröhre, welche hierbei in Anwendung kommt, ist in Fig. 432 abgebildet. Bei *A* wird das Wasser durch die Pumpe zugedrückt, *B* ist ein Ventil, durch welches es hindurchgehen muß, um in die eigentliche Speiseröhre *CD* zu gelangen, mit *EE* sitzt die Röhre auf dem Kessel auf. Um den Hub des Ventiles *B* zu reguliren, ist in dem Deckel *C* eine Stellschraube *F* angebracht, gegen welche das Ventil beim Oeffnen anschlägt.

Fig. 432.

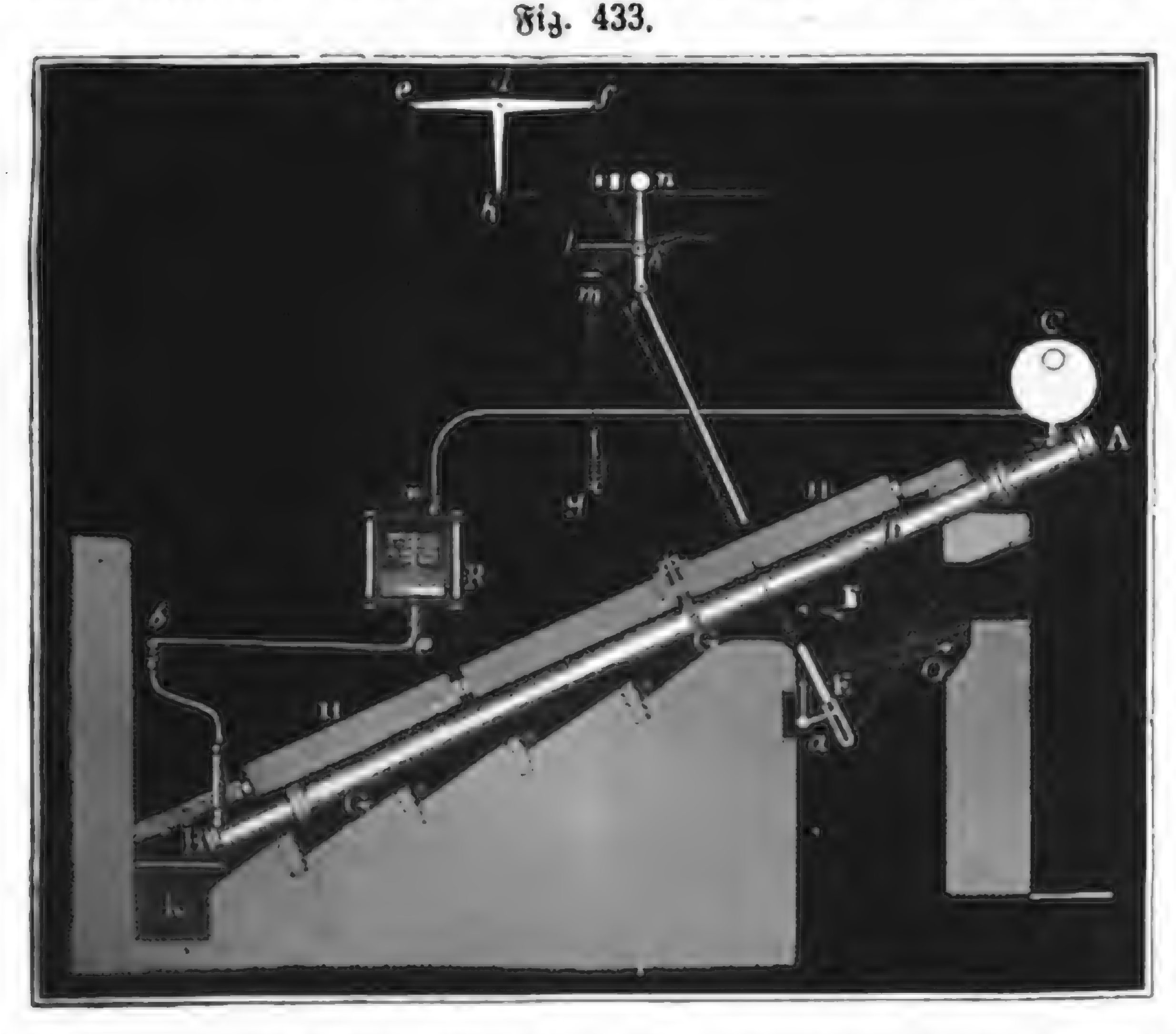
Diese Speisevorrichtung wird in der Regel nicht durch die Maschine, sondern durch den Heizer regulirt, der nach dem Stande des Wassers in dem Kessel eine Hahnstellung vornimmt, und dadurch den Zutritt des Wassers nach Befinden verstärkt oder schwächt. Man hat zwar auch bei Hochdruckmaschinen Schwimmer zum Selbstreguliren des Speisens angewendet, da sie aber zu viel Aufsicht erfordern und ihren Dienst oft versagen, so zieht man das Reguliren mit der Hand gewöhnlich vor.

Anmerkung. Bei den Henschel'schen Dampfkesseln wird das Speisen des Kessels mit Wasser durch einen Schwimmer regulirt. Die ganze Anlage eines solchen Kessels führt Fig. 433 auf folgender Seite vor Augen. *AB* ist eine 6 bis 12 Zoll weite und circa 10 bis 20 Fuß lange Sieberöhre, und neben derselben liegen nach Befinden noch mehrere vollkommen gleiche Sieberöhren. Unten bei *B* tritt das Speisewasser ein, und *C* ist die horizontale Röhre, worin der sich bei *D* erzeugende Dampf gesammelt wird. Die im Feuerraume sich bildende warme Luft umgiebt bei ihrer Bewegung durch den unter 24° Neigung sich niederziehenden Kanal *GGHH* die Sieberöhren vollständig, und gelangt unten bei *K* in den Schornstein. Der Rost *EO* ist um eine horizontale Axe *O* drehbar und wird bei *E* durch den oberen Arm eines kleinen Winkelhebels *a* unterstützt. Ferner ist *b* eine horizontale Röhre, welcher von der einen Seite her das Speisewasser zugedrückt wird, und *bB* ist eine von den Röhren, welche dasselbe den einzelnen Sieberöhren zuführen. Zum Reguliren dieses Zuführens dient nun aber ein mit Blech eingefaßter Stein *S*, der auf dem in einem gußeisernen Gefäße *R*

Speise-apparat.

eingeschlossenen Wasser, das durch *bc* aus der Speiseröhre zugeführt wird, schwimmt. Damit er dies kann, wird ein um *d* drehbarer Doppelhebel *efh* angewendet, der mittels Drähte auf der einen Seite den Schwimmer *S* und auf der anderen das Gegengewicht *g* trägt und durch den Arm *dh* u. s. w. mit dem Saugventil der Speisepumpe in Verbindung gesetzt ist. Wenn es an Wasser in der Speiseröhre fehlt, so sinkt *S* und es wird mittels *dh* das Saugventil der

Fig. 433.



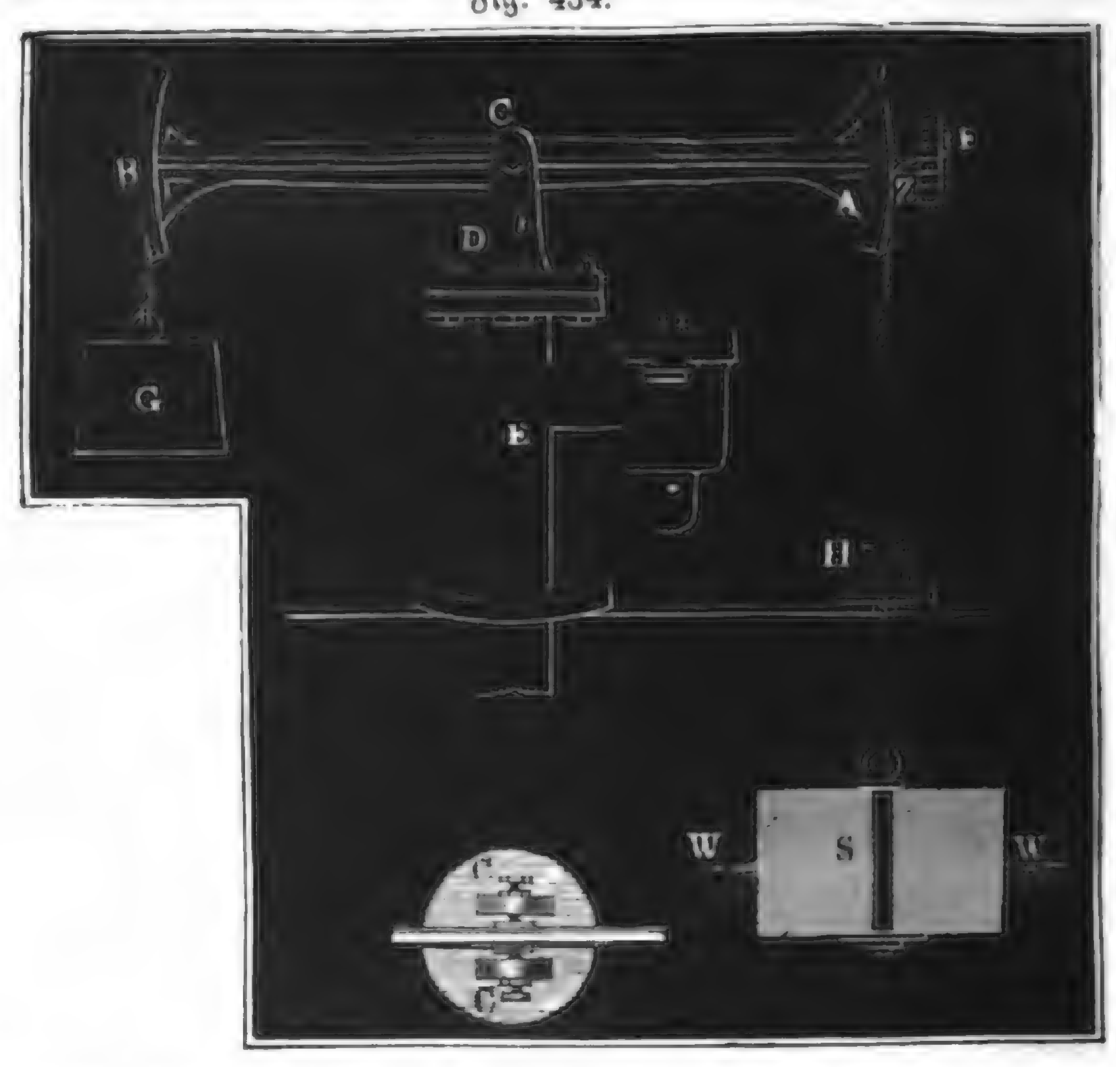
Speisepumpe in den Stand gesetzt, sein Spiel zu verrichten; wenn aber Wasser im Ueberfluß vorhanden ist und *S* steigt, so hebt der Arm *dh* das Saugventil in die Höhe, und es ist dadurch die Pumpe außer Stand gesetzt, Wasser in den Kessel zu drücken. Sollte endlich die Dampfentwickelung sehr heftig vor sich gehen und eine gewisse Grenze überschreiten, so würde eine am Metalldrahte *fg* befestigte Scheibe *m* den Arm *lk* eines um *k* drehbaren und mit einem Gegengewichte *n* versehenen Winkelhebels *lki* emporheben, und dabei eine Stange *ia* aufziehen, welche mittels eines länglichen Gliedes den unteren Arm des Winkelhebels *a* erfaßt; dabei würde der obere Arm dieses Hebels unter dem äußersten Ende des Rostes weggleiten, dieser nun, seiner Stütze beraubt, niederfallen und den Brennstoff in den Aschenfall ausschütten, und dadurch endlich die Gefahr einer weiteren Ueberhitzung der Dämpfe beseitigt sein. Nach Henschel vereinigt ein solcher Dampferzeugungsapparat viele Vorzüge in sich; doch möge hier nur Folgendes hervorgehoben werden. Der Apparat bedarf nur einer kleinen Heizfläche von 4 Quadratfuß pro Pferdekraft, die Dampferzeugung geht sehr schnell vor sich, die Abwartung und Reinigung dieses Kessels ist leicht zu vollziehen und die Sicherheit desselben ist sehr groß, zumal da sich aus dem kleinen Füllungsquantum keine große Menge überhitzter Dämpfe bilden und die Fläche, wo die Ueber-

Digitized by Google

hitzung statt haben kann, nur klein ist. Auf der anderen Seite wirft man aber auch diesen Kesseln vor, daß bei ihrer kleinen Wasserfläche die Dämpfe viel unverdampftes Wasser mit fortreißen.

Wasserstandszeiger. §. 312. Bei jedem Dampfkessel müssen ferner Apparate angebracht sein, welche uns über den Stand des Wassers in demselben die nöthige Auskunft geben. Es sind dies Schwimmer, Probirhähne und Wasserstandsröhren. Der Schwimmer oder das Schwimmniveau (franz. niveau au flotteur; engl. float gauge) besteht aus einem doppelarmigen Hebel *ABC*, Fig. 434, an welchem einerseits ein eiserner

Fig. 434.



oder steinener Schwimmer *S*, andererseits aber ein Gegengewicht *G* angehangen ist. Die Drehungsaxe *C* ist entweder schneidig wie bei einem Waagebalken, oder sie wird durch zwei Stahlspitzen gebildet, die *AB* mittels einer eingesetzten Nuß erfassen. Das Lager *D* wird gewöhnlich auf den Speiseapparat *E* aufgesetzt. Um den Stand des Schwimmers genau anzugeben, wird ein Zeiger *Z* an den Hebel angesetzt, der über einer festen Scala *F* hinläuft. Uebrigens ersieht man noch aus der Figur in *W W* den Wasserspiegel und in *H* die Stopfbüchse für den Kupferdraht, woran der Schwimmer hängt. Zuweilen verbindet man mit dem Schwimmer eine Warn- oder Sicherheitspfeife, durch die der Dampf bläst, wenn der Wasserspiegel mit dem Schwimmer zu tief gesunken ist.

Die **Probir- oder Wasserstandshähne** (franz. robinets de niveau; engl. gauge cocks) geben nur dann den Wasserstand im Dampfkessel mit einiger Sicherheit an, wenn die Wallungen des Wassers in demselben nicht sehr groß sind, was jedoch nur bei großen Kesseln und bei niedrigem Dampfdrucke eintritt. Von diesen hat man deren stets zwei (zuweilen sogar drei), der eine mündet etwa 2 Zoll unter und der andere eben so viel über dem mittleren Wasserniveau ein; so lange daher der Wasserspiegel zwischen diesen Mündungen steht, wird bei Eröffnung durch den einen Wasser und durch den anderen Dampf ausströmen. Man hat horizontale und auch vertikale Wasserstandshähne; jene münden an der Stirnfläche, diese aber an der Decke des Kessels aus. Fig. 435 zeigt in *A* die Seitenansicht und in *B* die vordere Ansicht von den Hähnen der ersten Art. Wasserstandszeiger.

Fig. 435.

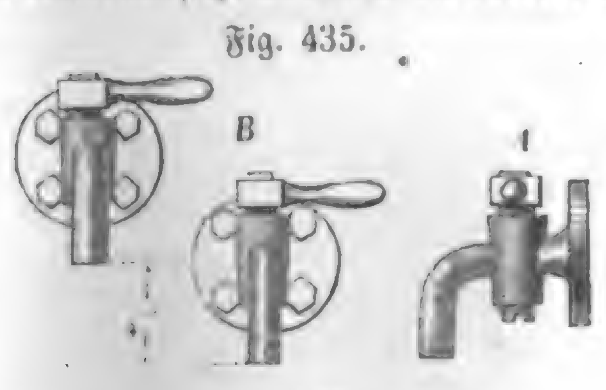


Fig. 436.

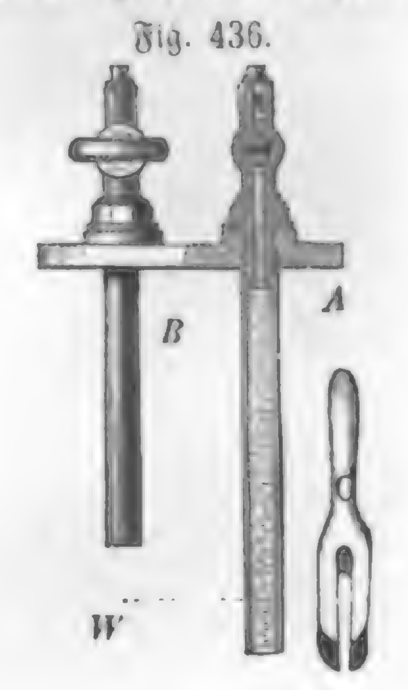
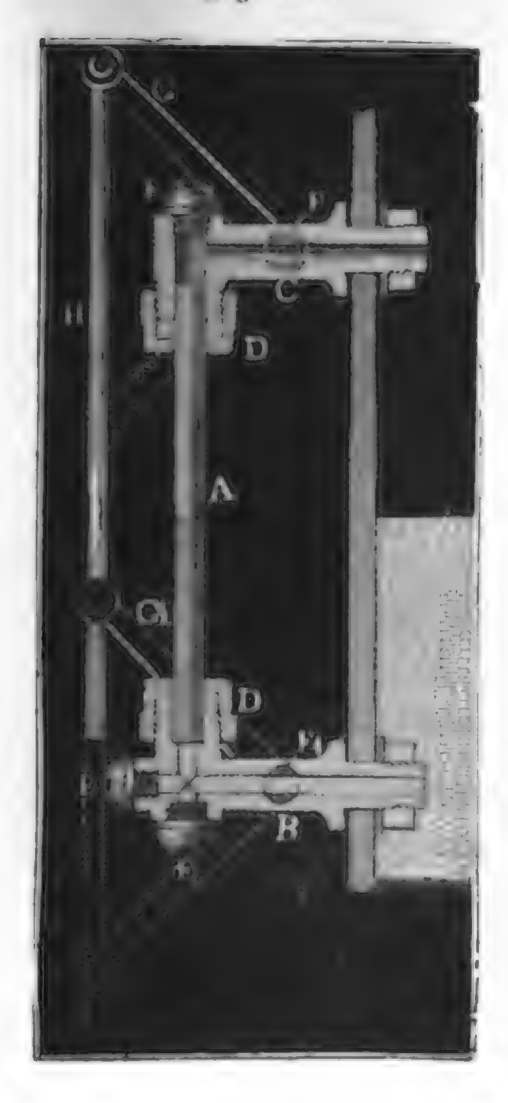


Fig. 437.



In Fig. 436 hingegen sind die zwei vertikalen Wasserstandshähne *A* und *B* mit dem nöthigen Holzschlüssel *C* abgebildet. Man ersieht, daß *A* über und *B* unter dem Wasserspiegel *W* einmündet.

Am sichersten erkennt man den Wasserstand an einer **Wasserstandsröhre** (franz. niveau à tube de verre; eng. glass gauge). Die Einrichtung eines solchen Wasserstandszeigers ist aus Fig. 437 zu ersehen. *A* ist die Glasröhre, *B* und *C* sind die metallenen Communicationsröhren, wovon die untere in den Wasser- und die obere in den Dampfraum einmündet. *FG* und

Wasserstandszeiger. $F_1 G_1$ sind zwei durch eine Stange H verbundene Hebel, s. Fig. 438, wodurch die Hähne in Bewegung gesetzt und die Communication der Glasröhre mit dem Kessel hergestellt und aufgehoben werden kann; endlich sind E, E noch Schrauben zum Oeffnen und Reinigen des Apparates.

Fig. 438.

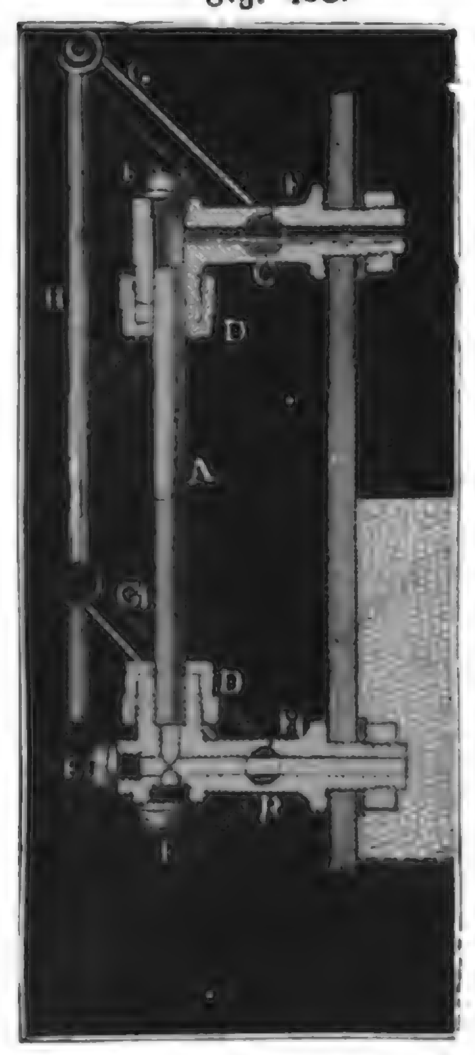
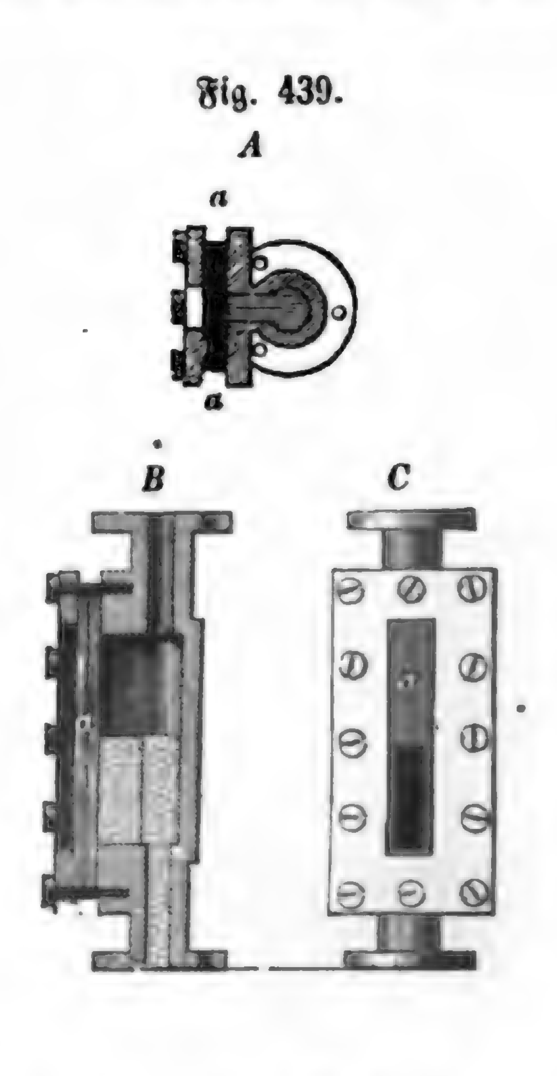


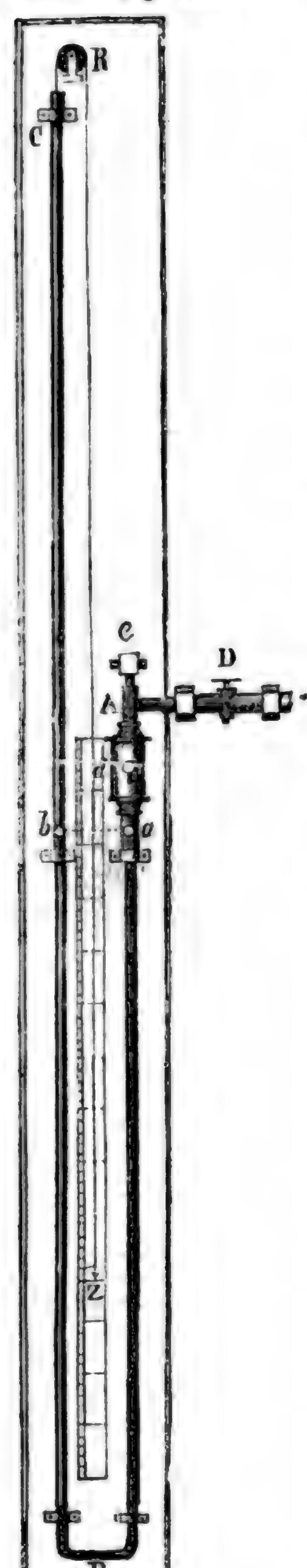
Fig. 439.



Wegen der Zerbrechlichkeit und wegen des leichten Verstopfens und Trübewerdens werden die Wasserstandsröhren nicht so oft angewendet, als sie es in anderer Beziehung verdienen; dagegen empfiehlt Scholl in seinem »Führer des Maschinisten« einen Wasserstandszeiger als sehr brauchbar und dauerhaft, von dem in Fig. 439 A einen horizontalen, B aber einen vertikalen Durchschnitt und C die vordere Ansicht desselben vorstellt. Das Ganze bildet einen Messingkasten, der von unten mit dem Wasser- und von oben mit dem Dampfraume im Kessel communicirt, und nur von vorn durch zwei dicke Glastafeln $a\,a$ begrenzt wird.

Manometer. §. 313. An jedem Kessel ist ferner wenigstens eine Vorrichtung nöthig, welche die **Dampfspannung** anzeigt, um vorzüglich darnach die Feuerung reguliren zu können. Diese **Vorrichtungen** sind die **Manometer** oder **Dampfmesser** (franz. manométres; engl. steam gauges) und **Ventile**. Die Manometer sind entweder **offene** (franz. à air libre) oder **verschlossene Luftmanometer** (franz. à air comprimé).

Fig. 440.



Von beiden ist schon in I., §. 328 und 334 die Rede gewesen, weshalb hier nur noch Ergänzungen, betreffend die besondere Anwendung bei Dämpfen, zu machen sind. Man verwendet zu diesen Instrumenten nicht gern Glasröhren, weil dieselben sehr zerbrechlich sind und weil sie bei der Dunkelheit des Ortes, wo sie gewöhnlich stehen, kein bequemes Erkennen des Quecksilberstandes zulassen, um so mehr, da sie durch Absätze aus dem Quecksilber leicht trübe werden. Dagegen bedient man sich gewöhnlich eiserner Röhren und läßt sich den Quecksilberstand in denselben durch Schwimmer angeben. Ein Manometer dieser Art ist in Fig. 440 abgebildet. ABC ist die heberförmige Röhre, welche sich auf der einen Seite an das mit Wasser gefüllte Gefäß G anschließt, auf der anderen Seite in die freie Luft ausmündet, übrigens aber bis a und b mit Quecksilber gefüllt ist. Der Dampf wird durch die Röhre D über das Wasser in G geführt, und indem er dieses niederdrückt, wird das Quecksilber im Schenkel AB zum Sinken und das im Schenkel BC zum Steigen genöthigt. Der Stand des letzteren läßt sich aber an einer Scala mittels eines Zeigers Z beobachten, der durch eine, über einer kleinen Rolle R liegenden seidenen Schnur mit einem kleinen metallenen Schwimmer in der Quecksilbersäule verbunden ist. Es ist hierbei die Frage, um welche Höhe x steigt der Quecksilberspiegel in dem Schenkel BC oder sinkt der Zeiger Z, wenn der Dampf mit einer gewissen Kraft p auf den Wasserspiegel im ersten Schenkel AB drückt? Bei gleicher Weite beider Schenkel sinkt die Oberfläche des Quecksilbers im ersten Schenkel ebenso viel als die im zweiten steigt, es ist folglich der Niveauabstand beider Oberflächen $= 2x$, und ist nun der Barometerstand $= a$, so hat man den Druck in AC von unten nach oben, $= 2x + a$. Der Manometer.

Manometer. Gegendruck von oben nach unten bestimmt sich aber aus der als constant anzusehenden Höhe h der Wassersäule in dem weiten Gefäße, aus der Höhe x der in den ersten Schenkel eingedrungenen Wassersäule, dem specifischen Gewichte ε des Quecksilbers und der Dampfpressung p, gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule,

$$= p + \frac{h + x}{\varepsilon};$$

es ist also zu setzen $2x + a = p + \frac{h + x}{\varepsilon}$, und folgt daher

$$x = \frac{\varepsilon\,(p - a) + h}{2\varepsilon - 1}.$$

Drücken wir p in Atmosphären, h und x aber in Zollen aus, so erhalten wir, da noch $\varepsilon = 13{,}6$ ist,

$$x = \frac{13{,}6\ .\ 29\,(p - 1) + h}{26{,}2} = 15{,}05\,(p - 1) + 0{,}0382\,h \text{ Zoll.}$$

Für $p = 1,\ {}^5/_4,\ {}^3/_2,\ {}^7/_4,\ 2,\ 3,\ 4 \ldots$ Atmosphären u. s. w. folgt hiernach, wenn man den Nullpunkt $0{,}0382\,h$ über b setzt, $x = 0$ Zoll; 3,76 Zoll; 7,525 Zoll, 11,29 Zoll, 15,05 Zoll, 30,10 Zoll, 45,15 Zoll u. s. w.

Die Füllung des Instrumentes mit Quecksilber, und das Nachgießen des Wassers erfolgt durch die, mittels eines Stöpsels verschließbare Oeffnung e im Kopfe des ersten Schenkels; damit diese Flüssigkeiten in der richtigen Quantität eingegossen werden, öffnet man während des Eingießens von Quecksilber das Loch a und nachher, während des Eingießens von Wasser, das Loch d.

§. 314. Das eben behandelte Manometer mit Schwimmer wird vorzüglich bei Niederdruckkesseln angewendet, weil hier die Manometerröhre ziemlich kurz sein kann; doch findet man es auch bei Mitteldruckkessel, worin Dämpfe von 3 bis 4 Atmosphären Spannung erzeugt werden, angewendet, da hier eine Röhrenlänge von reichlich 2 . 29 = 58 bis 3 . 29 = 87 Zoll ausreicht. Für Hochdruckdämpfe erhalten aber diese Manometer eine zu große Ausdehnung, und man wendet daher statt derselben auch andere Instrumente an. Das Luftmanometer, dessen Theorie bereits in I., §. 334 abgehandelt worden ist, läßt sich zwar zum Ausmessen aller Dampfspannungen gebrauchen, allein wegen der Unsicherheit seiner Angaben wird es nicht sehr häufig an stehenden Dampfmaschinen angewendet. Um bei höheren Dampfspannungen nicht zu kleine Veränderungen in dem Quecksilberstande zu erhalten, verbindet man wohl mit der Manometerröhre BC, Fig. 441 auf nebenstehender Seite, ein Reservoir E, aus welchem erst dann alle Luft ausgetrieben wird, wenn die Spannung eine höhere ist. Steht z. B. bei 3 Atmosphären Spannung das Queck-

silber unmittelbar über E, so nimmt es bei 6 Atmosphären die Mitte M von CE ein, und es lassen sich an einer Eintheilung von EM alle Spannungen zwischen 3 und 6 Atmosphären ablesen. Einem ähnlichen Zwecke entspricht auch das hyperbolische Manometer ABC, Fig. 442, von Manometer.

Fig. 441.



Fig. 442.



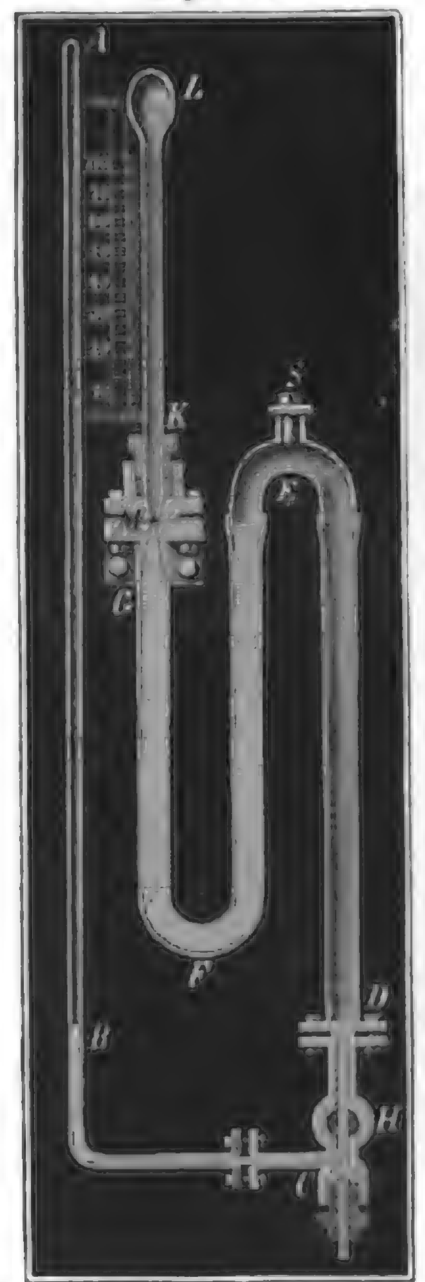
Delaveye (s. Dingler's Journal, Bd. 93), das nach dem Ende zu sich immer mehr und mehr zusammenzieht, und in eine Kugel C ausläuft, und die Eigenschaft hat, daß es gleiche Veränderungen in der Dampfspannung auch durch gleiche Veränderungen in dem Quecksilberstande anzeigt.

Eine sehr zweckmäßige Einrichtung haben die Luftmanometer von Hofmann in Breslau (s. Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrgang 1849). Die wesentliche Einrichtung eines solchen Instrumentes ist aus Fig. 443 (auf folgd. Seite) zu ersehen; es ist hier ABC eine mit dem Dampfkessel in Verbindung stehende Kupferröhre, CHD ein Hahnstück, $DEFG$ ein zweimal gebogenes Kupferrohr und KL eine sich nach oben etwas verengernde und in ein birnförmiges

Digitized by Google

Manometer. Ende auslaufende Glasröhre. Die eigentliche Füllung *EFG* dieses Instrumentes besteht aus Spiritus, außerdem ist aber auch noch eine Füllung *BCD* von Wasser vorhanden, welche den Dampfdruck unmittelbar aufnimmt, und mittels der Luftsäule *DE* auf den Spiritus fortpflanzt, der wieder die Luft in der Manometerröhre *KL* zusammendrückt. Der Spiritus wird durch eine zu verstöpselnde Mündung *S* in solcher Menge eingefüllt, bis er durch ein feines und ebenfalls später zu verstöpselndes Loch bei *M* abzufließen anfängt. Wenn man den Dampfdruck kennen lernen will, so öffnet man den Hahn *H* und beobachtet mittels einer Scala den Stand des Spiritus in der Röhre *KL*. Die Eintheilung der Scala ist natürlich auf dem experimentellen Wege zu finden.

Fig. 443.



Ihrer Sicherheit wegen wendet man jetzt selbst bei hohem Dampfdrucke offene Manometer an: um sie aber mit einer kleinen Scala versehen zu können, giebt man demjenigen Theile desselben, an welchem man den Quecksilberstand abliest, eine größere Weite. Ist z. B. die Weite von diesem Theile dreimal so groß als die Weite der übrigen Röhre, so fällt die Bewegung des Quecksilbers in ihm 9mal so klein als in dem anderen Schenkel aus; da aber die Spannung durch die Niveaudifferenz, d. i. durch die Senkung des Quecksilbers in dem einen Schenkel plus Steigung desselben im anderen gemessen wird, so ist in diesem Falle die Bewegung des Quecksilbers im weiteren Theile ein Zehntel des Niveauabstandes, d. i. es giebt der Quecksilberstand in diesem Theile die Dampfspannung zehnfach verjüngt an. Bei dem Manometer *ABC*, Fig. 444 auf nebenstehender Seite, von Decoudun ist der weitere Theil *AB* unten, bei dem von Desbordes hingegen nimmt derselbe die obere Stelle ein und es drückt die Luft zunächst auf das Quecksilber in diesem Theile.

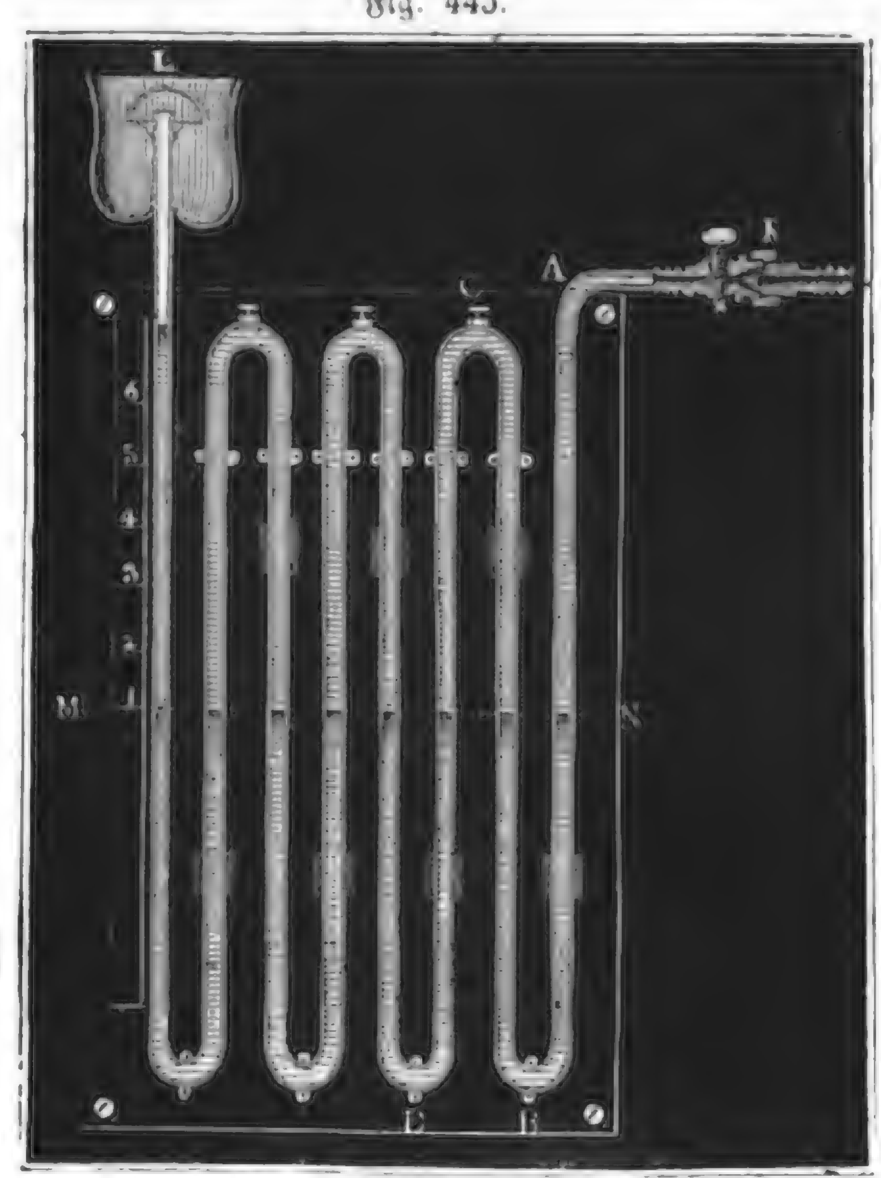
Differenzialmanometer. §. 315. Am geeignetsten zum Messen hoher Dampfspannungen sind noch die Differenzialmanometer. Ein solches Instrument besteht aus einem Systeme paralleler und unter einander verbundenen Röhren *AB*, *BC*, *CD* . . . . Fig. 445 auf nebenstehender Seite, von welchen die

Fig. 444.

Differenzial-manometer.

unteren Hälften bis zur Linie MN, mit Quecksilber, die oberen Hälften aber mit Wasser gefüllt sind. Wird nun das eine Ende K mit dem Dampfe, das andere Ende L aber mit der Luft in Communication gesetzt, so sinkt das Quecksilber im ersten, dritten, fünften Schenkel u. s. w., und steigt im zwei-

Fig. 445.

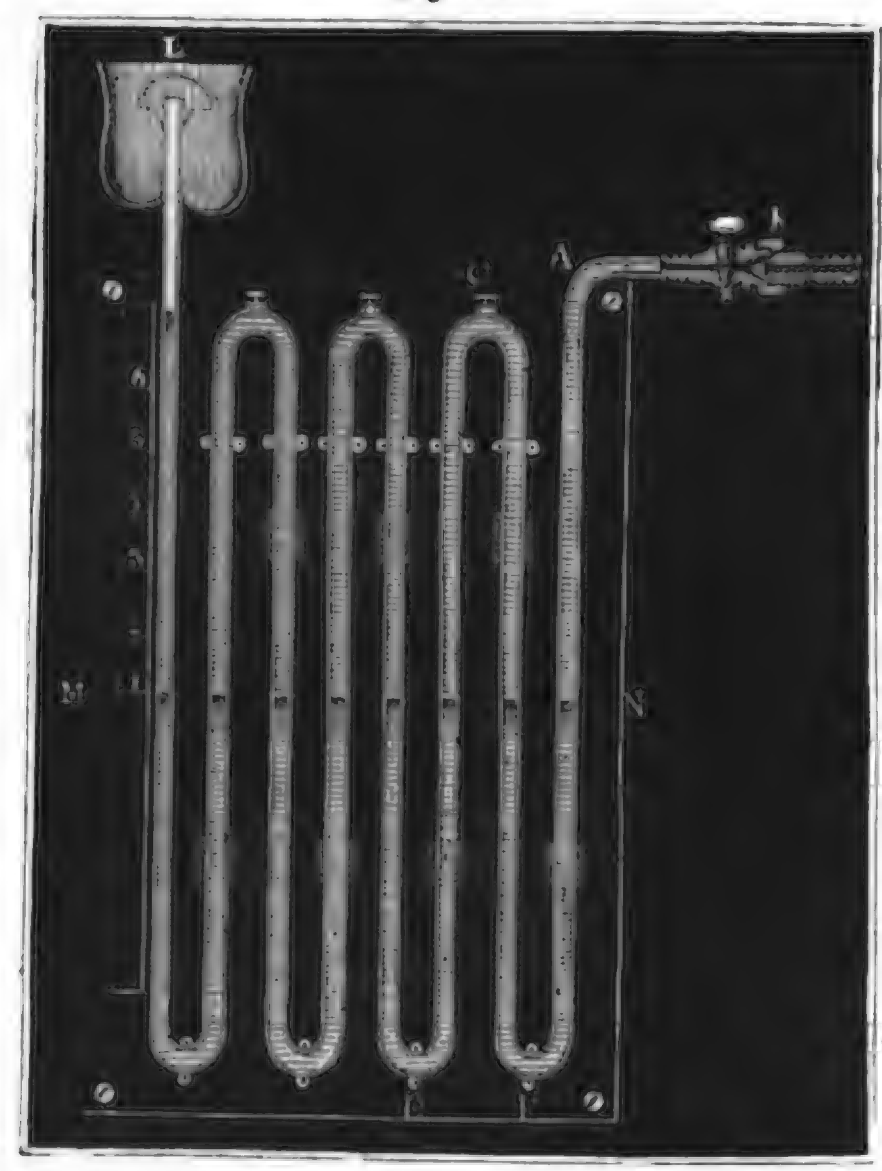


ten, vierten, sechsten u. s. w. so weit, bis dem Dampfdrucke auf der einen und dem Luftdrucke auf der anderen Seite durch den vereinigten Quecksilber- und Wasserdruck das Gleichgewicht gehalten wird. Sind alle Röhren gleichweit, was der Brauchbarkeit des Instrumentes wegen auch zu fordern ist, so ist die Steighöhe x des Quecksilbers im ersten Schenkel so groß, wie die Senkung im anderen, also die Niveaudifferenz zwischen beiden $= 2x$, und ebenso groß auch die zwischen dem Quecksilber in der vierten und dritten Röhre, ferner zwischen der sechsten

Differenzial-manometer.

und fünften u. s. w. Dagegen fällt hierbei die Wassersäule in der zweiten Röhre um $2x$ kürzer aus, als die in der ersten, ebenso die in der vierten um $2x$, als die in der dritten u. s. w. Bezeichnet nun ε das specifische Gewicht des Quecksilbers, so folgt die Höhe einer Quecksilbersäule, welche einer Wassersäule von der Höhe $2x$ das Gleichgewicht hält, $= \frac{2x}{\varepsilon}$ und daher die Spannung, welche das Eintreten der Niveaudifferenz $2x$ hervorbringt,

Fig. 446.



$$= 2x - \frac{2x}{\varepsilon}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) . \, 2x$$

$$= \frac{2(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x.$$

Diese Spannung wird aber durch den Niveauabstand zwischen dem vierten und dritten Schenkel verdoppelt, ferner durch den zwischen dem sechsten und fünften verdreifacht u. s. w. Ist nun n die Anzahl der Röhrenschenkel, p die Dampfspannung am Anfange des ersten Schenkels und a der durch die Höhe einer Quecksilbersäule gemessene Luftdruck am Ende des anderen Schenkels, so hat man

$$p = a + \frac{n}{2} \cdot \frac{2(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x, \text{ d. i. } p = a + \frac{n(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x = a + 0{,}9266\, n x;$$

so wie

$$x = \frac{\varepsilon\,(p - a)}{(\varepsilon - 1)\, n} = 1{,}079 \frac{(p - a)}{n} \text{ Zoll},$$

oder, wenn man p in Atmosphären ausdrückt und $a = 1$ nimmt,

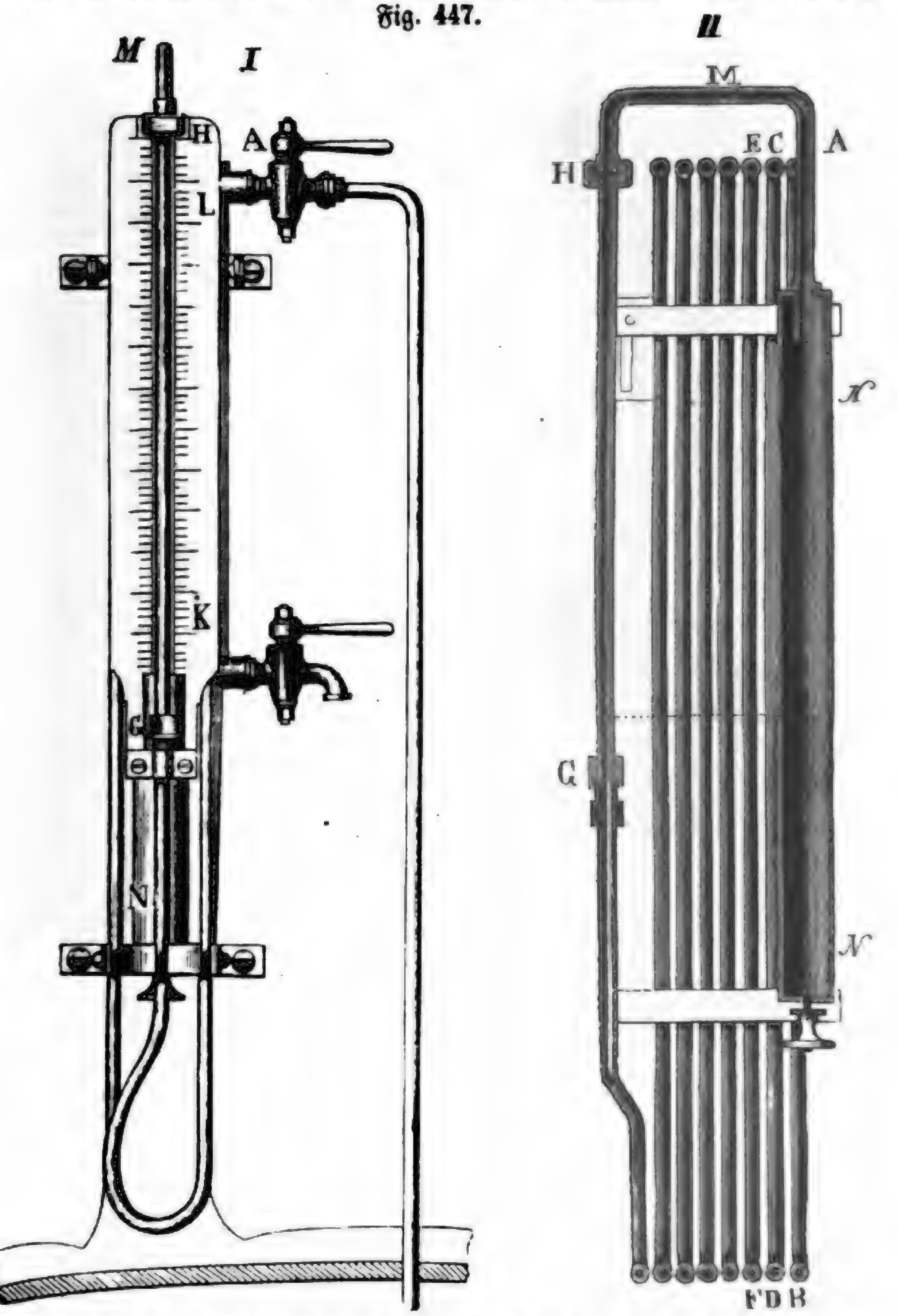
$$x = 31{,}29 \cdot \frac{p - 1}{n} \text{ Zoll.}$$

Digitized by Google

Bei einem Instrumente mit 8 Röhren hat man z. B. für $p = 1$, $1\frac{1}{2}$, 2, 3, 4, 5, 6 Atmosphären die Manometerstände $x = 0$ Zoll, 1,955 Zoll, 3,91 Zoll, 7,82 Zoll, 11,73 Zoll, 15,64 Zoll, 19,56 Zoll. Differenzial-manometer.

Die in der neueren Zeit sehr verbreiteten Manometer von Richard,

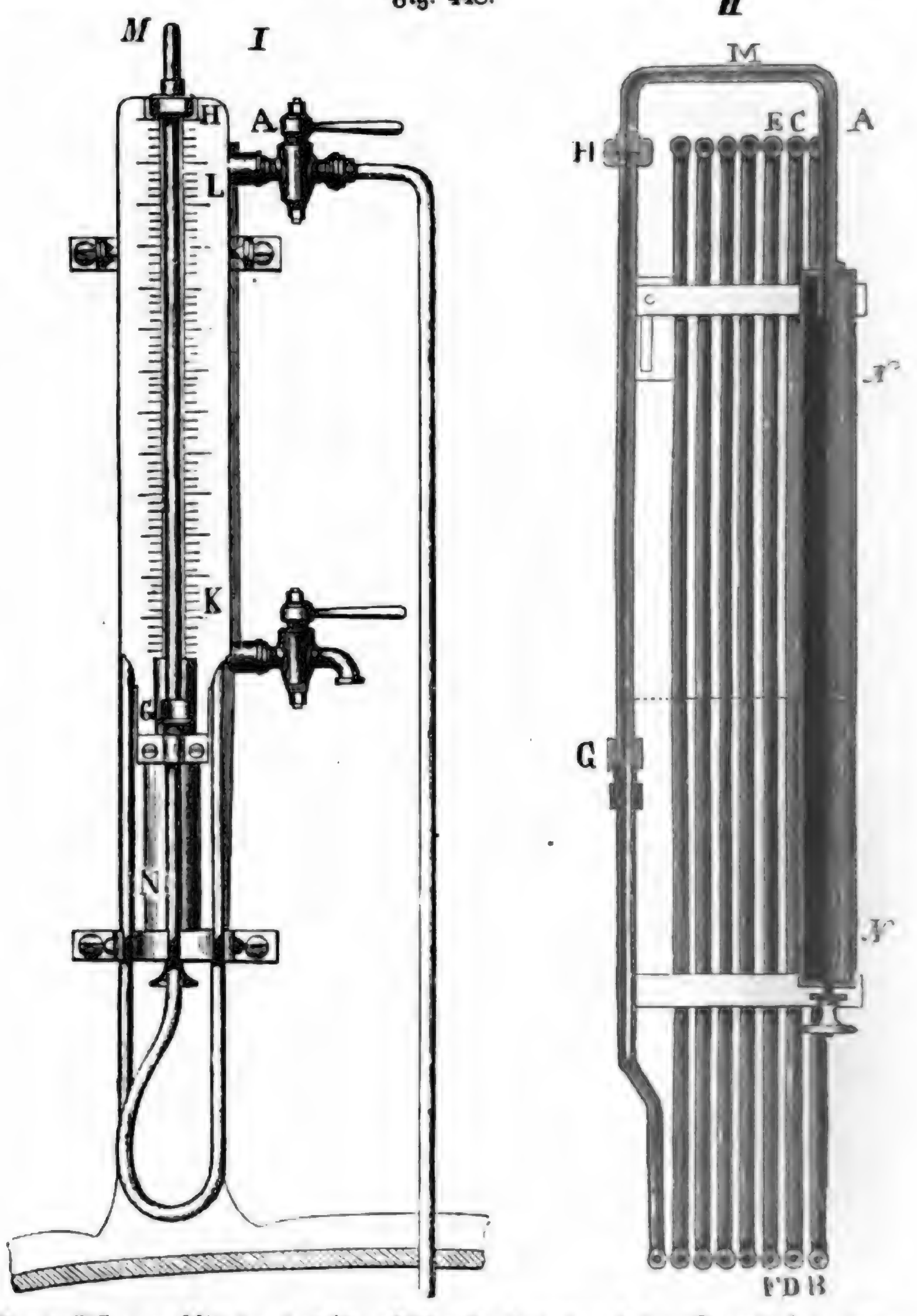
Fig. 447.



gründen sich auf dasselbe Princip. Fig. 447, I. ist die Vorderansicht und II. der Längendurchschnitt dieses Instrumentes, *A* ist die Einmündung des

Differenzial-manometer. Dampfes, AB, CD, EF ... sind aber die hinteren Röhrenschenkel des Instrumentes, die vor dem Gebrauche halb mit Quecksilber und halb mit Wasser angefüllt werden. Das Endstück GH ist gläsern und mit einer

Fig. 448.

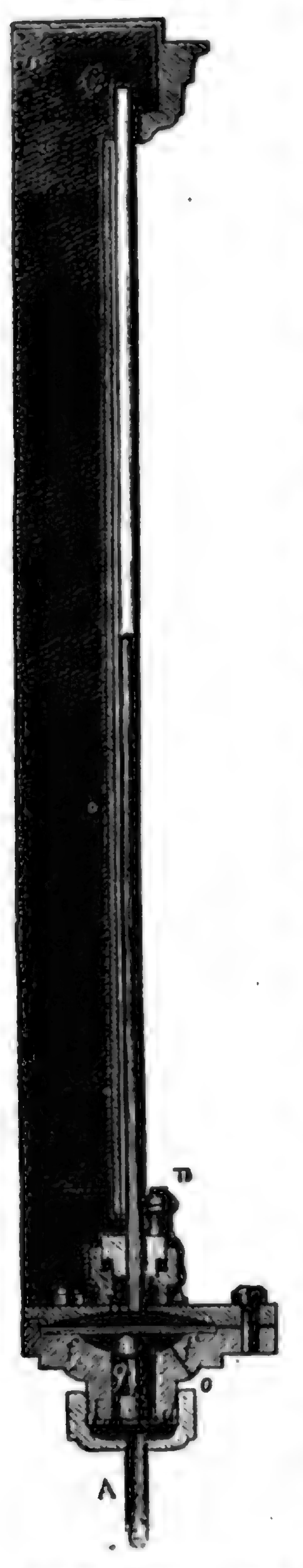


Scala KL zum Ablesen des Quecksilberstandes eingefaßt. Damit bei einem Dampfstoße das Quecksilber nicht aus der Röhre verschüttet werde, ist dieselbe durch die Querröhre M mit einer weiteren Röhre NN verbunden, in

Digitized by Google

welcher sich das übergetriebene Quecksilber sammeln kann. Das Nähere über die Einrichtung dieses Instrumentes ist im 44. Jahrgange (1845) des Bulletin de la société d'encour., so wie in den Annales des mines, T. VII. 1845 nachzulesen.

Fig. 449.



§. 316. In der neuesten Zeit sind noch andere Manometer zum Messen des hohen Dampfdruckes vorgeschlagen und angewendet worden. Es gehört hierher vorzüglich das offene Manometer von Galy-Cazalat oder Journeux, und nächstdem das Metallmanometer von Bourdon. (S. Annales des Mines, IV. Sér., T. XVI, 1849, oder die Zeitschrift »der Ingenieur« Bd. II.) Differential-manometer.

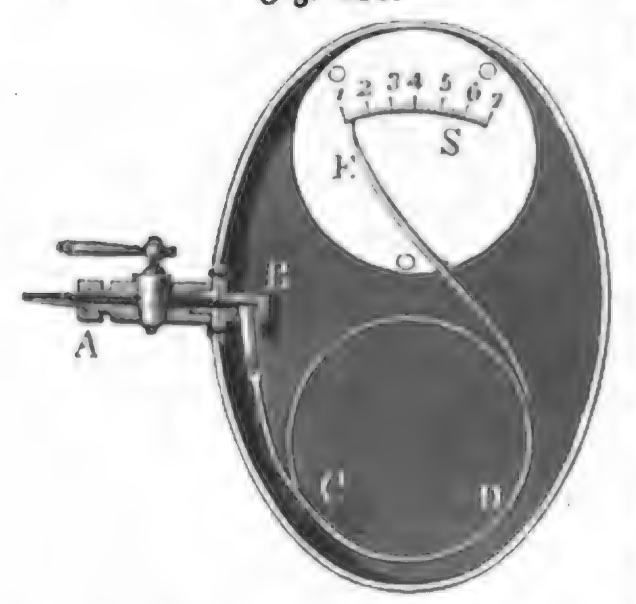
Die Einrichtung eines Manometers von Journeux ist aus Fig. 449 zu ersehen. Das Princip dieses Instrumentes besteht darin, daß der durch das Rohr A herbeigeführte Dampf und das Quecksilber in der Glasröhre BC auf die Metallscheiben dd und ff von verschiedener Größe drücken, und der Druck der einen mittels eines Stieles g auf die andere fortgepflanzt wird, so daß der schwächere Druck des Quecksilbers in B den stärkeren Dampfdruck in A das Gleichgewicht zu halten vermag. Sind r und r_1 die Halbmesser der Scheiben dd und ff, so steht hiernach der Druck in BC zu dem in A in dem Verhältnisse $\left(\frac{r}{r_1}\right)^2$ ist z. B. $\frac{r}{r_1} = 3/_{10}$, so hat man den Druck in $BC = (3/_{10})^2 = 0{,}09$mal so groß als in A, es ist also eine Atmosphäre von 28 Zoll in A, eine Quecksilbersäule von $0{,}09 \cdot 28 = 2{,}52$ Zoll Höhe in B. Zum genauen Abschluß des Dampfes von Quecksilber sind die beiden Metallscheiben noch mit Scheiben von vulkanisirtem Kautschuk belegt, und damit die Luft auf die Scheibe ff ebenso gut von unten als von oben drücken kann, ist in den unteren Theil des Gefäßes ein Loch o zum Eintritt der Luft gebohrt. Das Quecksilber wird mittels eines Trichters durch den Aufsatz D eingeführt.

Das Metallmanometer von Bourdon besteht der Hauptsache

Metall-manometer

nach aus einer schneckenförmig gebogenen Messingröhre *BCD*, Fig. 450, mit elliptischem Querschnitte. Die Weite dieser Röhre in der Richtung des Durchmessers der Windung ist 4 und die in der Richtung parallel zur Axe derselben 11 Millimeter, die Metallstärke beträgt $\frac{1}{3}$ Millimeter und die Länge der ungefähr $1\frac{1}{2}$ Windungen machenden Röhre 70 Centimeter. Das eine Ende *B* der Röhre ist offen und steht mit der Dampfröhre *AB* in Verbindung, das andere Ende *D* hingegen ist verschlossen und frei beweglich, und ein an ihm befestigter Zeiger *DE* rückt auf einer Scala *S* fort, wenn sich die Spiralröhre in Folge der Wärme des Dampfes in derselben auszieht.

Fig. 450.



Thermometer sind endlich ebenfalls noch Vorrichtungen, welche die Spannkraft der Dämpfe anzeigen, da man mittels Formeln oder Tabellen die Expansivkraft aus der Temperatur, welche diese Instrumente anzeigen, finden kann. Man hängt diese von oben durch eine Stopfbüchse in den Kessel und schützt sie durch eine metallene Hülle.

Sicherheits-ventile.

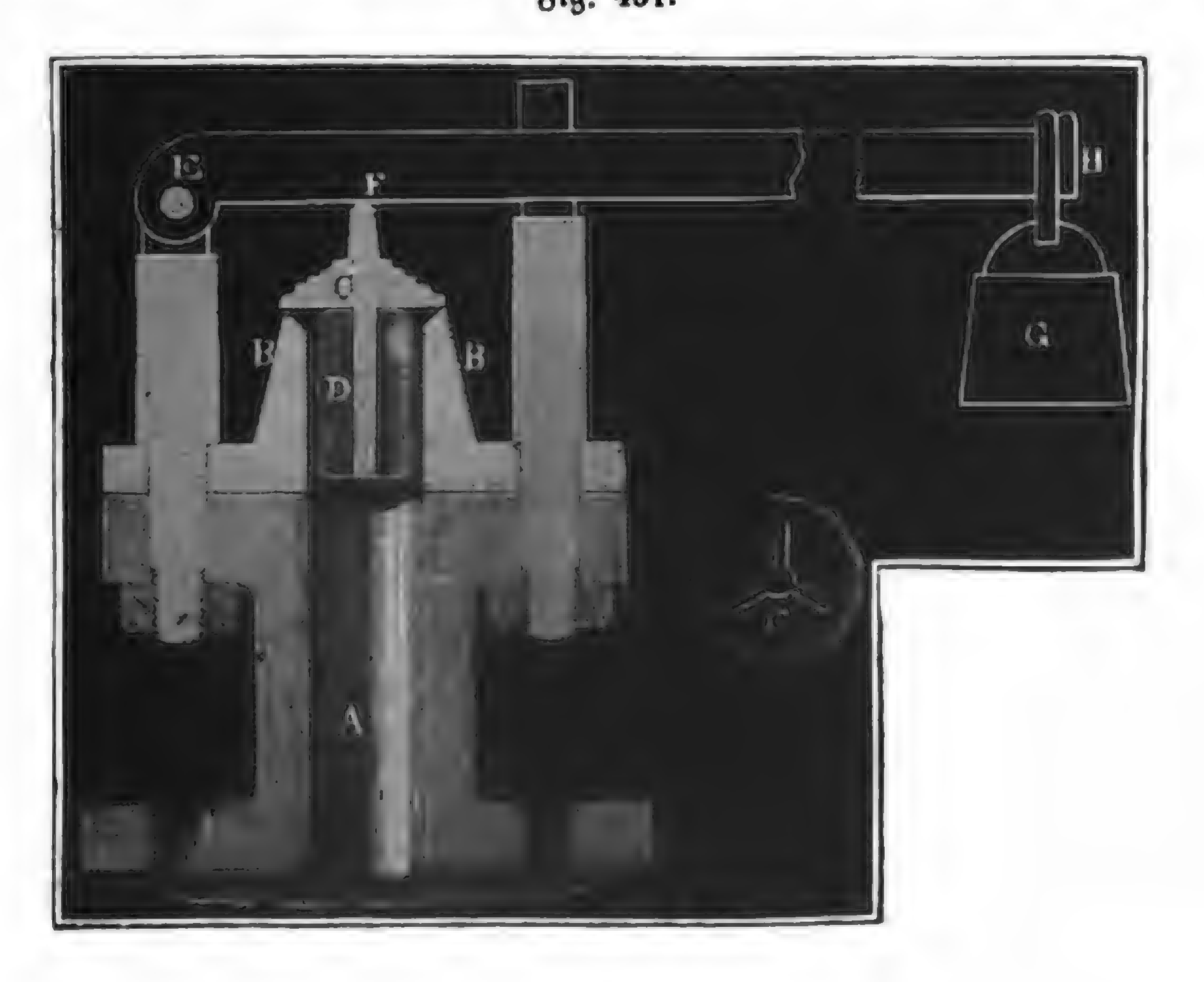
§. 317. Sicherheitsventile (franz. soupapes de sûreté; engl. safety valves) sind die wichtigsten Sicherheitsapparate eines Dampfkessels. Man unterscheidet innere und äußere Sicherheitsventile. Aeußere Sicherheitsventile, oder Sicherheitsventile schlechtweg (franz soupapes externes; engl. external valves), öffnen sich nach außen, wenn der Dampfdruck im Kessel eine gewisse Grenze überschreitet, und lassen nun so lange Dampf abströmen, bis die Dampfspannung wieder unter diese Grenze herabgegangen ist, in welchem Falle sie sich von selbst wieder schließen. Die inneren Sicherheits- oder Luftventile (franz. soupapes internes, soupapes renversées, soupapes atmosphèriques; engl. internal valves, atmospheric salfety valves) hingegen öffnen sich nach innen, wenn der Druck im Innern des Kessels, vielleicht durch Abkühlung bei Unterbrechung der Feuerung, unter eine gewisse Grenze hinabgeht, und lassen dann solange Luft von außen nach innen strömen, bis die Spannung im Kessel beinahe dem Atmosphärendrucke gleichkommt. Während die äußeren Sicherheitsventile das Zerreißen der Dampfkessel durch den Dampfdruck verhindern sollen, haben die inneren Sicherheitsventile den Zweck, das Zerdrücken desselben durch den Atmosphärendruck zu verhindern. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß die äußeren Sicherheitsventile weit wichtiger sind, als die inneren oder Luftventile, die am

Digitized by Google

Ende nur bei dünnen Wänden, wie sie bei den Tiefdruckdampfkesseln vorkommen, nöthig sind. Nach der Art und Weise, wie die Sicherheitsventile beschwert werden, um dem Dampfdrucke das Gleichgewicht zu halten, hat man die Ventile mit directer Belastung zu unterscheiden von den Ventilen mit indirecter oder Hebelbelastung. Die Ventile der ersten Art werden vorzüglich bei mäßigen Dampfspannungen angewendet, wogegen man sich der letzteren mehr bei starken Dampfspannungen bedient, um weniger Belastung nöthig zu haben. Bei jenen liegt die einen Cylinder bildende Belastung unmittelbar auf der oberen Fläche des Ventiles, bei diesen hingegen hängt sie an dem längeren Arme eines einarmigen Hebels, und wirkt so dem am kürzeren Arme von unten nach oben auf das Ventil drückenden Dampfe entgegen. Noch hat man auch Ventile mit Federdruck; wegen der großen Veränderlichkeit der Federkraft gewähren jedoch diese nicht hinreichende Sicherheit. Sicherheitsventile.

Der leichteren Eröffnung wegen giebt man den Sicherheitsventilen nicht eine conische, sondern eine ebene Plattenform, und läßt sie nur auf die schmale Stirnfläche des röhrenförmigen Ventilsitzes aufruhen. Nach belgischen Vorschriften darf die Breite der ringförmigen Berührungsfläche zwischen dem Sicherheitsventile und seinem Sitze nur 2 Millimeter betragen; in Frankreich muß aber diese Breite ein Dreißigstel des Durchmessers der inneren Ventilfläche ausmachen, wenn dieser Durchmesser 30 oder mehr Millimeter mißt, ist er aber kleiner, so soll diese Breite 1 Millimeter betragen. Figur 451 stellt ein Sicherheitsventil mit Hebelbelastung

Fig. 451.



Sicherheits-ventile. vor. *A* ist das Ventilgehäuse, welches auf dem Dampfkessel aufgeschraubt wird, *BB* der oben etwas erweiterte Ventilsitz, *CD* das Ventil, und zwar *C* die Ventilplatte, und *D* die zum geraden Auf- und Niedersinken nöthigen Ventilflügel; *EFH* ist der um *E* drehbare Hebel, welcher in *H*

Fig. 452.

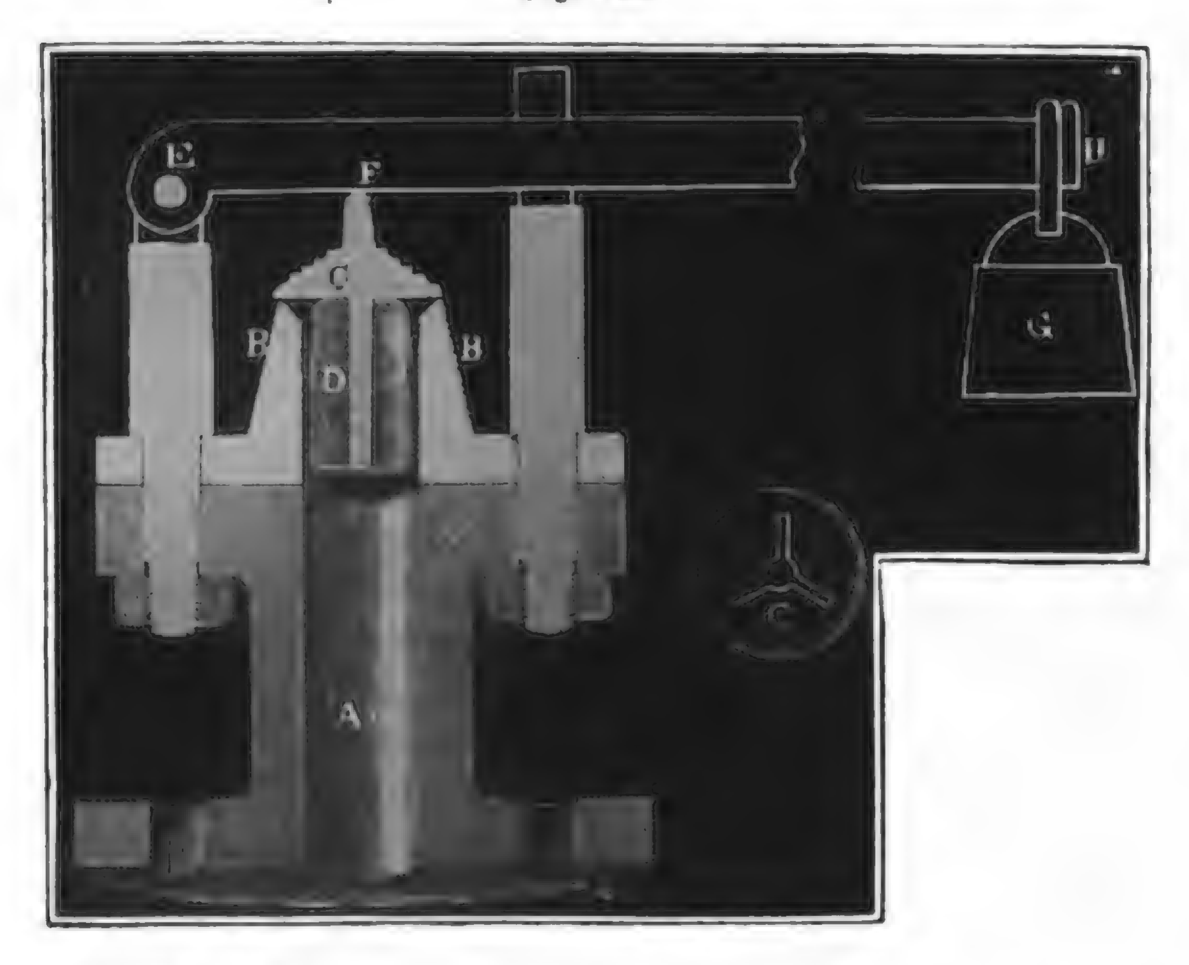
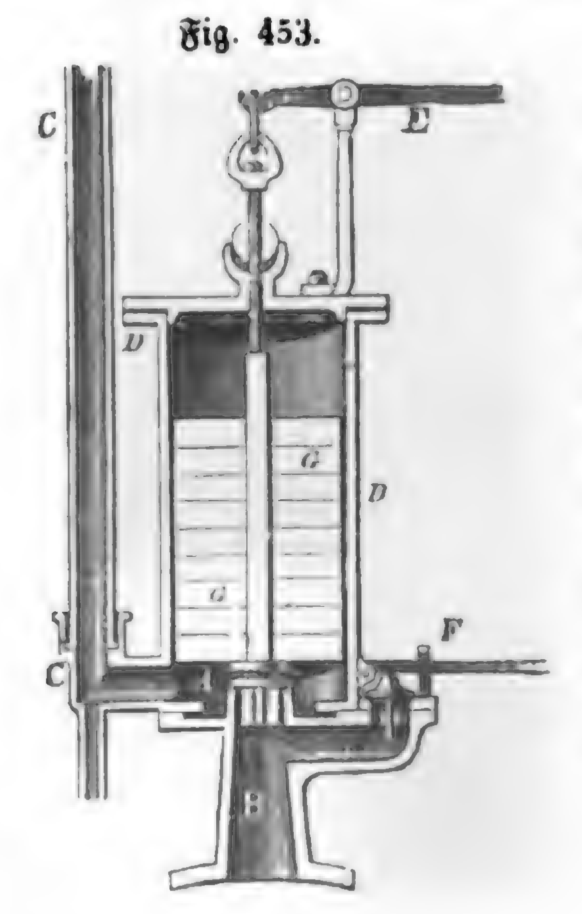


Fig. 453.



durch ein Gewicht *G* nieder- und durch das Ventil in *F* aufwärts gedrückt wird. Figur 453 ist die Durchschnittszeichnung eines Ventiles mit directer Belastung, *A* das Ventil, *GG* sind die über eine vierkantige Ventilstange geschobenen Belastungsgewichte, *B* ist das auf dem Kessel aufsitzende und den Ventilsitz bildende Fußstück, *CC* ferner das Dampfableitungsrohr, *DD* das dem Heizer unzugängliche Ventilgehäuse, *E* ein Hebel zum Lüften und Probiren des Ventiles, *F* endlich ein zweites dem Heizer zugängliches Hebelventil.

In Fig. 454 ist ein Luftventil abgebildet. *AA* ist der Dampfkessel, *B* das Ventil, *C* dessen Stiel, *DD* das mit Luftlöchern versehene Ventilgehäuse. Es ist leicht zu erachten, daß sich dieses Ventil erst dann schließt, wenn der Dampfdruck auf dasselbe und das Gewicht des Ventiles den Atmosphärendruck übertrifft. Sicherheitsventile.

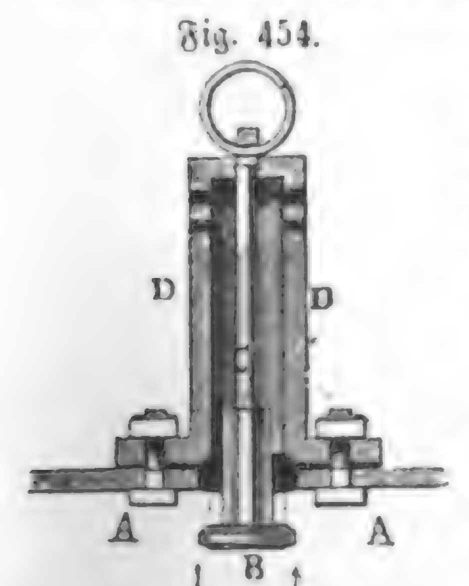


Fig. 454.

§. 318. Die Sicherheitsventile müssen nicht allein mit einem gewissen Gewichte beschwert werden, damit sie sich erst bei einer gewissen Dampfspannung öffnen, sondern sie müssen auch eine gewisse Größe erhalten, damit sie bei ihrer Eröffnung einen hinreichenden Dampfabfluß gewähren. Es ist wenigstens zu verlangen, daß das Abflußquantum größer sei, als die in derselben Zeit erzeugte Dampfmenge. Ueber die Ausmittelung der Belastung eines Sicherheitsventiles ist bereits in I. §. 328 das Nöthigste gesagt worden. Ist p die Dampfspannung und a die äußere oder Atmosphärenspannung, r aber der innere Halbmesser des Sicherheitsventiles, so hat man die Kraft, mit welcher das Ventil emporgetrieben wird: $P = \pi r^2 (p - a)$; bei directer Belastung ist das Gewicht G des ganzen Ventiles dieser Kraft gleich zu machen, bei einer Hebelbelastung hingegen hat man das am Hebelarme b anzuhängende Gewicht Theorie der Sicherheitsventile.

$$G = \frac{Pd - Qs}{b}$$ zu machen, insofern d den Hebelarm der Kraft P und Qs das statische Moment des unbelasteten Ventiles ausdrücken. Einige Unsicherheit läßt diese Bestimmung immer zurück, zumal wenn die ringförmige Berührungsfläche nicht sehr schmal ist, weil die Metallporen in der Nähe dieser Fläche nicht bloß mit atmosphärischer Luft, sondern auch, wenigstens nach innen zu, mit Dampf ausgefüllt sind, folglich die Druckfläche des Dampfdruckes noch etwas größer als πr^2 ist. (S. eine Abhandlung hierüber von Cato, im polyt. Centralbl., Bd. VIII., 1846.)

Um die nöthige Ventilfläche zu finden, bringen wir auf I. §. 392 die Formel $v = 1595\sqrt{(1 + 0{,}00367\, t\; Log.\, nat. \left(\frac{b+h}{b}\right)}$ für die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes in Anwendung. Setzen wir, den letzten Bezeichnungen entsprechend, p statt $\frac{b+h}{b}$ und bezeichnen wir den Inhalt der Ventilfläche durch F, so erhalten wir die unter dem äußeren Luftdrucke gemessene Ausflußmenge pr. Sec.

$$Q = Fv = 1595\, F\sqrt{1 + 0{,}00367\, t)\; Log.\, nat.\, p}.$$

Theorie der Sicherheitsventile.

dagegen die der in derselben Zeit erzeugten Dampfmenge gleichzusetzende, unter dem inneren Drucke gemessene Ausflußmenge:

$$Q_1 = \frac{Q}{p} = 1595 \frac{F}{p} \sqrt{(1 + 0{,}00367\, t)\ Log.\ nat.\ p.}$$

Das Dampfquantum Q_1 hat aber das Gewicht

$$G = Q_1 \gamma = \frac{0{,}003557\ .\ 15{,}05\ .\ p}{1 + 0{,}00367\ .\ t} Q_1,$$

daher ist denn auch zu setzen:

$$\frac{(1 + 0{,}00367\, t)\ G}{0{,}053533} = 1595\, F \sqrt{(1 + 0{,}00367\, t)\ Log.\ nat.\ p},$$

und der Inhalt der Ventilfläche: $F = 0{,}01171\ G \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}}$.

Rechnen wir auf jeden Quadratfuß Heizfläche stündlich 4 Pfund Dampf, so können wir für die Heizfläche F_1 das entsprechende Dampfquantum pr. Secunde setzen:

$$G = \frac{4 F_1}{60\,.\,60} = \frac{F_1}{900} \text{ Pfund},$$

und daher das Verhältniß zwischen der Ventil- und Heizfläche annehmen:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{0{,}01171}{900} \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}} = 0{,}00001301 \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}}.$$

Man kann hiernach leicht ermessen, daß dieses Verhältniß bei starken Dampfspannungen kleiner ausfällt, als bei schwachen Dampfspannungen.

Für die Dampfspannung $p = \frac{5}{4}$ Atmosphären, wo $t = 106{,}5^0$ ist, hat man

$$\sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}} = \sqrt{\frac{1{,}391}{0{,}22315}} = 2{,}5, \text{ daher } \frac{F}{F_1} = 0{,}0000325.$$

Nach der preußischen Verordnung soll $\frac{F}{F_1}$ wenigstens $\frac{1}{3000}$ sein; es ist also hier eine $(\frac{1}{3000} : 0{,}0000325) = \frac{1}{0{,}0975}$, d. i. über 10fache Sicherheit vorausgesetzt; und dieselbe bei hohen Dampfspannungen noch größer.

Die französischen »Ordonnances« schreiben vor, den Ventildurchmesser nach der von Thrémery auf dem Wege der Empirie gefundenen Formel $d = 2{,}6 \sqrt{\frac{F_1}{p - 0{,}412}}$ Centimeter zu bestimmen, so daß hiernach, da F_1 in Quadratmetern auszudrücken ist,

$$\frac{F}{F_1} = \frac{(0{,}026)^2 . \pi}{4(p - 0{,}412)} = \frac{0{,}000531}{p - 0{,}412},$$

also für $p = \frac{5}{4}$, $\frac{F}{F_1} = 0{,}000634 = \frac{1}{1577}$ folgt.

Um die Sicherheit noch mehr zu erhöhen, wendet man zwei Sicherheitsventile, jedes von der vorgeschriebenen Größe, an und setzt dieselben an den entgegengesetzten Kesselenden auf. Theorie der Sicherheitsventile.

Beispiel. Welche Dimensionen sind den beiden Sicherheitsventilen eines Dampfkessels zu geben, durch welchen man stündlich 500 Pfund Dampf von 4 Atmosphären Spannung erzeugen will? Die nöthige Heizfläche ist $F_1 = \frac{1}{4} \cdot 500 = 125$ Quadratfuß, folglich nach preußischen Vorschriften jede Ventilfläche

$$F_1 = \frac{F_1}{3000} = \frac{125}{3000} = 0{,}04167 \text{ Quadratfuß},$$

und daher der Ventildurchmesser $d = \sqrt{\frac{4\,.\,0{,}04167}{\pi}} = 0{,}23$ Fuß $= 2\frac{3}{4}$ Zoll.

Nach französischen Gesetzen hingegen ist

$$d_1 = 2{,}6\sqrt{\frac{125\,.\,0{,}0985}{4{,}000 - 0{,}412}} = 2{,}6\sqrt{\frac{12{,}3125}{3{,}588}} = 4{,}82 \text{ Centimeter} = 1\frac{5}{6} \text{ Zoll}.$$

Unsere Formel giebt bei 20facher Sicherheit

$$\frac{F}{F_1} = 0{,}0002602\sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\,.\,145}{1{,}3863}} = 0{,}0002735,$$

daher $F = 0{,}0002735\,.\,125 = 0{,}03419$ und demnach $d = 0{,}209$ Fuß $= 2\frac{1}{2}$ Zoll.

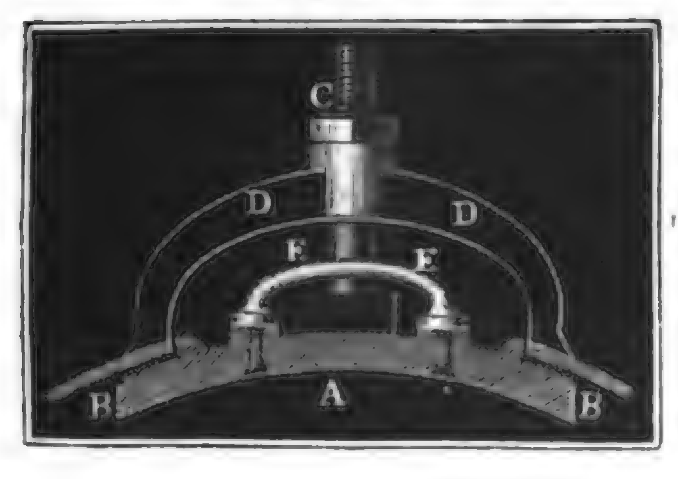
Anmerkung. Leichtflüssige, aus Blei, Wismuth und Zink zusammen-, und in die Kesselwand eingesetzte Metallplatten sind unbequeme und sogar auch nicht genügende Sicherheitsvorrichtungen.

§. 319. An einem Dampfkessel ist ferner noch anzubringen: Entleeren der Dampfkessel.

1) das Dampfrohr, zum Fortleiten des Dampfes,
2) das Mann- oder Fahrloch, zum Einsteigen in den Kessel,
3) das Ablaßloch, zum Ablassen und
4) das Ausblaserohr, zum Ausblasen des Wassers.

Von dem Dampfrohre, als dem Mittel, den Dampf aus dem Kessel nach der Maschine zu leiten, ist im folgenden Kapitel die Rede. Was aber das Fahrloch anlangt, so bildet dieses eine runde Oeffnung von 16 bis 18 Zoll Länge und 13 Zoll Weite im Deckel des Kessels, und wird, wie aus Fig. 455 ersehen werden kann, durch eine starke gußeiserne Platte A verschlossen. In dem Zwischenraume BB zwischen dieser Platte und dem Kessel kommt ein eiserner mit Hanf und Oelkitt belegter Ring zu liegen, um die Platte zu handhaben, dient der Bügel EE und um sie scharf anzudrücken, dient die an A befestigte und bei C durch einen Bügel DD gehende Schraube AC mit ihrer Mutter C.

Fig. 455.



Entleeren der Dampfkessel. Das Loch zum Ablassen des Wassers aus dem Dampfkessel befindet sich im Boden desselben und über dem Feuerrost, und wird durch einen conischen Stahlzapfen von innen verstopft.

Das Wasser, womit ein Dampfkessel gespeist wird, ist nie ganz rein; deshalb wird das Kesselwasser bald trübe und schlammig, und es ist daher nöthig, von Zeit zu Zeit eine Reinigung des Kessels vorzunehmen. Um diesen Schlamm im Kessel sich nicht anhäufen zu lassen, wird das Ausblaserohr, ein bis nahe am Boden reichendes und sich da conisch erweiterndes und außen durch einen Hahn verschließbares Rohr angewendet. Oeffnet man, nachdem die Feuerung aufgehört und die Spannung des Dampfes nur noch eine mäßige Höhe hat, den Hahn, so wird das trübe Wasser ohne Gefahr durch den Dampf fortgetrieben. Dieses Ausblasen ist zumal auch bei den Seedampfschiffkesseln nöthig, da diese mit Seewasser gespeist werden. Besonders nachtheilig können die im Wasser aufgelösten Bestandtheile, wie Kalk, Gyps, Koch- oder Glaubersalz u. s. w. auf den Kessel wirken, indem sich aus denselben eine feste Rinde, der sogenannte Kessel- oder Pfannenstein, bildet, der den Boden des Kessels bedeckt. Diese steinartige Masse erschwert nicht allein den Durchgang der Wärme, sondern wirkt auch zerstörend auf den Kessel, zumal da dieser an der Stelle, welche mit Kesselstein bedeckt ist, leicht glühend wird. Damit sich diese Masse nicht unmittelbar über dem Feuerheerde ansetze, führt man das Wasser an der dem Feuerheerde entgegengesetzten Stelle in den Kessel ein, und legt auch den Kessel hier 1 bis 3 Zoll tiefer, als vorn beim Feuerraume; auch setzt man wohl besondere Boden- oder Seitenbleche ein, um das Absetzen des Kesselsteins auf dem Boden des Kessels selbst oder wenigstens auf dem über dem Feuerraume desselben befindlichen Theile zu verhindern. Es ist natürlich nöthig, den Kesselstein von Zeit zu Zeit von den Kesselwänden loszuschlagen oder, nach Befinden, durch chemische Mittel (Salzsäure) zu beseitigen.

Kesselprobe. §. 320. Mit jedem Dampfkessel soll vor dem Gebrauche eine Probe gemacht werden. Vorschriftsmäßig unterwirft man ihn in der Regel der hydrostatischen Probe bei der einfachen Belastung des Sicherheitsventiles. Wenn hierbei das Wasser höchstens in den Fugen in Nebelform hervortritt, hat man den Kessel als brauchbar anzusehen. Jedenfalls hat man den Druck bei der Kesselprobe nicht zu übertreiben, weil hierbei leicht bleibende nachtheilige Veränderungen im Material oder in der Zusammensetzung des Kessels eintreten können, derselbe also gerade durch die Probe erst geschwächt werden kann. Nach Jobard soll man einen, ganz mit Wasser angefüllten Dampfkessel so lange erhitzen, bis das Manometer 2 bis 3 Atmosphären Ueberdruck über den normalen, den er künftig aushal-

ten soll, anzeigt. Diese Prüfung behutsam durchgeführt, ist wenigstens nicht so gefährlich, als eine Prüfung durch gespannte Dämpfe, gleichwohl aber eine angemessenere als die gewöhnliche Wasserprobe, weil der Kessel durch die Erwärmung in eine Spannung und in einen Zustand versetzt wird, der dem beim Gebrauche des Kessels nahe kommt. Kesselprobe.

Trotz aller Proben und aller Sicherheitsmaßregeln kommt doch zuweilen noch ein Zerspringen oder Bersten (franz. und engl. explosion) der Kessel vor, und es wird dadurch nicht allein der Kessel und Ofen, sondern auch das Gebäude, nach Befinden auch die nebenstehende Maschine beschädigt, ja nicht selten eine bedeutende Verletzung oder Tödtung des Heizers, Maschinenwärters und anderer in der Nähe befindlicher Menschen herbeigeführt. Leider kennt man bis jetzt nur die allgemeinen Ursachen, welche diese Ereignisse herbeiführen, und ist nicht einmal im Stande, die Verhältnisse und Ursachen, durch welche viele der bis jetzt vorgekommenen Dampfkesselexplosionen entstanden sind, speciell nachzuweisen. Zu den allgemeinen Ursachen dieser Explosionen rechnet man

1) die übermäßigen Dampfspannungen, zumal wenn sie mit Erschütterungen oder Stößen des Kessels verbunden sind;
2) Wassermangel, wobei entweder eine zu rasche Dampfentwickelung oder eine Zersetzung des Wasserdampfes eintritt;
3) schlechter oder unangemessener Zustand des Kessels;
4) Loslösen des Kesselsteins von den Kesselwänden.

Man hat auch vorzüglich die atmosphärische Luft, welche durch das Speisewasser mit in den Kessel eingeführt wird, und welche bei Berührung mit dem sich aus dem zersetzten Wasser bildenden Knallgas heftig explodirt, als Hauptursache der Kesselexplosionen angesehen. Andere geben den Wallungen des Wassers und zumal der Bildung von Wasserhosen im Kessel, welche macht, daß statt Dampf, Wasser durch die Ventil- oder andere Oeffnungen ausströmt, Schuld, Kesselexplosionen herbeizuführen. Dieser Gegenstand läßt sich hier nicht weiter verfolgen, und wir müssen hier auf die im Folgenden mitgetheilte Literatur verweisen.

Schlußanmerkung. Ueber Heizung und zumal über die Dampferzeugung können wir folgende Schriften zum Nachlesen empfehlen. Den Gegenstand allgemein und ausführlich behandelt Péclet in seinem Traité de la chaleur etc., II. Tom. 2e édit., Paris 1843. In praktischer Beziehung sehr zu empfehlen ist: Grouvelle et Jaunez: Guide du chauffeur et du propriétaire des machines à vapeur etc, 3e édit., Paris 1846. Sehr ausführlich über Dampfkesselanlagen wird auch gehandelt in der dritten Abtheilung von Verdam's Dampfmaschinenlehre, welche deutsch unter dem Titel »die Grundsätze, nach welchen alle Arten von Dampfmaschinen zu beurtheilen und zu erbauen sind«, erschienen ist. Ferner ist zu empfehlen: Traité des machines à vapeur, par Bataille et Jullien; oder das englische Original A Treatise on the Steam engine, by the Artizan-Club, edited by J. Bourne, London 1846. Einen kurzen Unterricht über

diesen Gegenstand ertheilt Claudel in seinen Formules, Tables etc., vorzüglich aber Scholl in seinem Führer des Maschinisten, und Baumgartner in seiner Anleitung zum Heizen der Dampfkessel. Ueber Sicherheit der Kesselanlagen ist nachzulesen in den Ordonnances du roi relat. aux appareils à vapeur etc., par C. E. Jullien, Paris 1843; ferner Machines à vapeur arrêtés et instructions, Bruxelles 1844; auch in den Gesetzen und Verordnungen deutscher Staaten über die Anlage von Dampfkesseln und Dampfmaschinen, z. B. das königl. Preuß. Regulativ oder die Oesterreich. Verordnung (s. polytechn. Centralblatt, Band VI., 1845) hierüber. Ueber Dampfkesselexplosionen s. Annales des ponts et chaussées, Tom. IV., Paris 1842; Verhandlungen des Preuß. Gewerbevereins, Jahrg. 20 und 21, Berlin 1841 und 1842; Annales des mines, Tom. VII., Paris 1845; Dingler's polytechn. Journal, Band 94; s. die im folgenden Paragraphen citirten Abhandlungen von Arago. Ueber Sicherheitsventile eine Abhandlung von Thrémery in den Annales des mines, Tom. XX., 1841. Ueber Schornsteine s. Verhandlungen des Preuß Gewerbevereins, Jahrg. 19, Berlin 1840 u. s. w.

Viertes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

Dampfmaschinen

§. 321. Dampfmaschinen (franz. machines à vapeur; engl. steam-engines) sind Maschinen, welche durch die Kraft des Dampfes mittel- oder unmittelbar in Bewegung gesetzt werden. Mittelbar wirkt der Dampf, wenn durch Condensation desselben ein beinahe leerer Raum erzeugt und dadurch die Atmosphäre in den Stand gesetzt wird, daß sie mechanische Arbeit verrichten, z. B. einen Kolben in diesen Raum hineinschieben kann; unmittelbar hingegen wirkt der Dampf, wenn er vermöge seiner Expansivkraft einen Körper, z. B. den Kolben in einem Cylinder, in Bewegung setzt, oder durch seine lebendige Kraft Arbeit verrichtet, z. B. ein Rad in Umdrehung setzt. Die Maschinen mit mittelbarer Dampfwirkung heißen auch atmosphärische Dampfmaschinen (franz. machines atmosphériques; engl. atmospheric engines) und sind nur noch selten im Gebrauche, weswegen in der Folge vorzüglich nur von den eigentlichen Dampfmaschinen und zwar nur von den Kolbendampfmaschinen die Rede sein wird.

Die Dampfmaschinen sind, wie die Wassersäulenmaschinen (s. II, §. 216), entweder einfachwirkende oder doppeltwirkende. Bei der ersten Klasse dieser Maschinen treibt der Dampf den Kolben nur nach der einen Richtung, und es wird die Bewegung in der entgegengesetzten Richtung

durch ein Gegengewicht hervorgebracht; bei der zweiten Klasse hingegen bewirkt die Dampfkraft sowohl den Hin- als auch den Rückgang des Kolbens in dem meist senkrecht stehenden Dampfcylinder. Erstere dienen nur zur Unterhaltung einer auf- und niedergehenden Bewegung, kommen deshalb nur als Kraftmaschinen bei Pumpen vor, und bilden dann die sogenannten Dampfkünste in Bergwerken. Die doppeltwirkenden Dampfmaschinen hingegen finden in allen den Fällen ihre Anwendung, wo es darauf ankommt, eine rotirende Bewegung zu erzeugen. Dampfmaschinen.

In Hinsicht auf die Größe der Dampfspannung theilt man die Dampfmaschinen ein 1) in Niederdruck-,
2) in Mitteldruck- und
3) in Hochdruckdampfmaschinen.

Bei den Tief- oder Niederdruckdampfmaschinen (franz. machines à basse pression; engl. low-pressure engines) hat der Dampf eine Spannung, welche den Atmosphärendruck höchstens um die Hälfte übertrifft; bei den Mitteldruckdampfmaschinen (franz. machines à moyenne pression; engl. middle-pressure engines) ist die Spannung des Dampfes zwei bis vier Atmosphären, und bei den Hochdruckdampfmaschinen (franz. machines à haute pression; engl. high-pressure engines) beträgt die Dampfspannung fünf und mehr Atmosphären.

Anmerkung. Die erste Dampfmaschine von Savery hatte keinen Kolben und diente nur zum unmittelbaren Heben des Wassers, weshalb sie einer Pumpe ähnlich construirt war. Sie wurde durch Newcomen von den atmosphärischen Maschinen verdrängt, sowie diese später durch Watt von den eigentlichen Dampfmaschinen. Die Engländer sehen den Marquis of Worcester als den Erfinder der Dampfmaschinen an, Arago sucht jedoch nachzuweisen, daß der bekannte Papin der eigentliche Erfinder der Dampfmaschinen sei. Das Nähere über die Geschichte der Dampfmaschine ist nachzulesen im Annuaire du bureau des longitudes, pour l'année 1837 et pour l'année 1838. Der erstgenannte Jahrgang enthält die Geschichte der Dampfmaschinen und der zweite Watt's Lebensbeschreibung, beides von Arago bearbeitet. Diese, wie noch viele andere Artikel aus dem Annuaire sind auch von Remy und Krieb in's Deutsche übersetzt. Ferner ist nachzusehen Stuart's Histoire de la machine à feu; der zweite Band (Art. steam) von Robison's System of mechanical Philosophy; Lardner's Lectures on the Steam-engine; Bourne's Treatise on the Steam-engine u. s. w.

§. 322. Bei den eigentlichen Dampfmaschinen wird der Dampf nach vollbrachter Leistung entweder in die freie Luft gelassen oder durch kaltes Wasser condensirt; man hat daher hiernach zu unterscheiden:
die Dampfmaschinen ohne Condensation von
den Dampfmaschinen mit Condensation.

Die Kraft, mit welcher sich der Kolben einer Dampfmaschine bewegt, ist, wie bei dem Kolben einer Wassersäulenmaschine, die Differenz zwischen den

Dampf-maschinen. Drücken auf beiden Seiten desselben. Bei den Dampfmaschinen ohne Condensation wirkt der Dampf auf der einen und die Atmosphäre auf der anderen Seite des Kolbens, es ist folglich hier die arbeitende Kraft um den ganzen Atmosphärendruck kleiner als die Dampfkraft; bei den Condensationsmaschinen hingegen wirkt dem Dampfe auf der einen Seite des Kolbens nur die schwache Kraft des aus der Condensation des Dampfes hervorgegangenen Luft- und Dampfgemenges entgegen; es ist folglich hier die arbeitende Kraft nur wenig (etwa $^1/_{10}$ Atmosphäre) kleiner als die Dampfkraft. Hieraus ist nun zu schließen, daß unter übrigens gleichen Umständen Maschinen mit Condensation eine größere Leistung hervorbringen, als solche ohne Condensation, und auch leicht zu ermessen, daß nur bei Hochdruckdampfmaschinen der Vortheil der Condensation weniger beträchtlich ist, und daß dagegen Tiefdruckmaschinen gar nicht ohne Condensation arbeiten können. Bei einer Hochdruckmaschine mit 6 Atmosphären Dampfspannung geht durch den Austritt des Dampfes in die freie Luft nur $^1/_6$ der Kraft verloren, bei einer Mitteldruckmaschine mit 3 Atmosphären Dampfspannung beträgt dieser Verlust schon $^1/_3$, bei den Niederdruckmaschinen mit $^4/_3$ Atmosphären Spannung endlich ist dieser Verlust $1 : {^4/_3} = {^3/_4}$; es bleibt also hier nur noch $^1/_4$ des disponibeln Arbeitsvermögens übrig. Bei Condensation der Dämpfe, welche $^1/_{10}$ Atmosphären Gegendruck übrig läßt, würde der Verlust nur $^3/_{40}$, also das übrigbleibende Arbeitsvermögen $1 - {^3/_{40}} = {^{37}/_{40}} = 0{,}925$ des disponibeln betragen.

Obgleich hiernach bei den Hochdruckmaschinen die Condensation des Dampfes nach vollbrachter Wirkung mechanisch vortheilhaft ist, so findet man doch dieselbe hier in der Regel nicht angewendet, aus dem Grunde, weil das Condensationswasserquantum, welches das Speisewasserquantum mindestens um das Zwanzigfache übertrifft, an vielen Orten nicht vorhanden ist oder nur mit großem Geld- oder Kraftaufwande herbeigeschafft werden kann, also der Vortheil der Condensation durch den genannten Aufwand wieder verloren gehen würde, und weil überdies die Maschinen ohne Condensation einfacher ausfallen, als die Condensationsdampfmaschinen.

Endlich hat man noch Dampfmaschinen mit und ohne Expansion von einander zu unterscheiden. Bei den Dampfmaschinen ohne Expansion (franz. machines sans détente; engl. engines without expansion) findet während des ganzen Kolbenspieles ununterbrochener Dampfzufluß statt, und es bleibt der Dampf immer in derselben Spannung; bei den Expansionsmaschinen (franz. machines à détente; engl. expansion-engines) hingegen wird der Dampfzufluß noch während der Kolbenbewegung aufgehoben; es dehnt sich daher der Dampf immer mehr und mehr aus und verliert immer mehr und mehr an Span-

nung, während der Kolben den letzten Theil seines Weges zurücklegt. Die Arbeit, welche der Dampf während der Expansion verrichtet, geht bei den Maschinen ohne Expansion verloren; es sind daher von den Expansionsmaschinen größere Wirkungsgrade zu erwarten, als von den Maschinen ohne Expansion. Dampfmaschinen.

Anmerkung. Man unterscheidet auch noch stationäre und locomotive Dampfmaschinen von einander, und rechnet zu den letzteren die Maschinen auf Schiffen und Wagen. In diesem Kapitel ist nur von den stationären oder feststehenden Dampfmaschinen die Rede; die locomotiven oder beweglichen Dampfmaschinen werden später bei den Förderungsmaschinen mit abgehandelt.

§ 323. Die Haupttheile einer Maschine sind: Dampfcylinder.

1) der Dampfcylinder,
2) der Dampfkolben mit seiner Stange und
3) die Steuerung.

Der Dampfcylinder ist eine gußeiserne, genau ausgebohrte Röhre, welche den Dampf während seiner Arbeitsverrichtung umschließt. Er ist oben mit einem Deckel und unten mit einem Bodenstück verschlossen und enthält in der Nähe beider Stücke Seitenmündungen zum Ein- und Austritte des Dampfes. Die Höhe des Dampfcylinders muß zur Weite desselben in einem schicklichen Verhältnisse stehen. Gewöhnlich ist die Höhe 2 bis $2\frac{1}{2}$ mal so groß als die Weite; bei Maschinen, welche eine große Anzahl von Spielen machen sollen, wie z. B. bei den locomotiven Dampfmaschinen, ist jedoch dieses Verhältniß noch kleiner. Um einen möglichst kleinen Wärmeverlust durch Abkühlung in dem Cylinder zu erhalten, muß die Cylinderhöhe in einem gewissen Verhältnisse zur Cylinderweite stehen. Die Abkühlung des Dampfes fällt um so größer aus, je größer das Product aus der Größe der Abkühlungsfläche und aus der Zeit der Abkühlung ist. Bei einem Dampfcylinder ist aber die Abkühlungsfläche aus zwei kreisförmigen Grundflächen und einer veränderlichen Cylindermantelfläche zusammengesetzt. Bezeichnen wir den Durchmesser des Cylinders durch d und die Zeit, in welcher der Kolben den Weg s in demselben zurücklegt, durch t, so haben wir das Maaß der Abkühlung an den beiden Kreisflächen: $2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot t = \frac{\pi}{2} d^2 t$; setzen wir ferner voraus, daß der Kolben in jedem Zeittheil $\frac{t}{n}$ den Wegtheil $\frac{s}{n}$ durchlaufe, so erhalten wir das Maaß der Abkühlung an der nach und nach die Inhalte $\pi d \cdot \frac{s}{n}$, $\pi d \cdot \frac{2s}{n}$, $\pi d \cdot \frac{3s}{n} \ldots \pi d \cdot \frac{ns}{n}$ einnehmenden Cylinderfläche,

Dampf-cylinder.

$$= \frac{\pi ds}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{2\pi ds}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{3\pi ds}{n} \cdot \frac{t}{n} + \ldots + \frac{n\pi ds}{n} \cdot \frac{t}{n}$$

$= \frac{\pi dst}{n^2}(1 + 2 + 3 + \ldots + n) = \frac{\pi dst}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{\pi}{2} dst$; daher das Maaß der Abkühlung am ganzen Cylinder und während der ganzen Bewegungszeit, $= \frac{\pi}{2} d^2 t + \frac{\pi}{2} dst = \left(2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} + \pi d \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot t =$ Product aus Zeit und aus der Oberfläche eines Cylinders, dessen Höhe die Hälfte ist von dem Kolbenwege. Damit die Abkühlung möglichst klein ausfalle, muß also nicht nur die Zeit eines Spieles, sondern auch jene Oberfläche möglichst klein sein. Nun lehrt aber die Geometrie, daß unter allen Cylindern derjenige die kleinste Oberfläche bei gegebenem Inhalte hat, welcher ebenso hoch als weit ist; es ist daher auch im vorliegenden Falle die schwächste Abkühlung zu erwarten, wenn die Höhe $\frac{s}{2}$ dieses mittleren Cylinders der Weite d desselben gleich, also die Hubhöhe oder der Kolbenweg $s = 2d$, d. i. gleich der doppelten Cylinderweite ist. Die Cylinderhöhe ist mindestens um die Kolbenhöhe größer als der Kolbenweg.

Um die Abkühlung des Dampfes im Dampfcylinder möglichst zu verhindern, muß man denselben mit schlechten Wärmeleitern, z. B. mit einem Holz- oder Filzmantel umgeben, oder ihn in eine Luft- oder Dampfhülle einschließen; auch muß man ihm eine glatte Oberfläche geben, weil bei dieser die Wärmeausstrahlung schwächer ist, als bei einer rauhen Oberfläche. Sehr oft wendet man eine Dampfhülle an, indem man den Cylinder mit einem eisernen Mantel (Dampfmantel) umgiebt und den Zwischenraum mit Dampf ausfüllen läßt. Hierbei können aber drei Fälle vorkommen; es kann der Dampf den Zwischenraum zwischen dem Dampfcylinder und seinem Mantel stillstehend ausfüllen, oder es kann derselbe diesen Zwischenraum durchströmen und zwar vor oder nach seiner Wirkung in dem Cylinder. Die letzte Methode scheint, obgleich sie selten vorkommt, die vorzüglichste zu sein, weil hier von der Wärme des fortgehenden Dampfes noch Nutzen gezogen wird. Der Umstand, daß in diesem Falle die Dampfhülle weniger Wärme hat als der Dampf im Cylinder, und deshalb die Hülle dem Cylinder Wärme entzieht, während bei der zweiten Methode dieselbe dem Cylinder mittheilt, macht keineswegs diese Einhüllungsmethode unzweckmäßig, da die Abkühlung mit der Temperaturdifferenz wächst und diese bei einem in Dampf eingehüllten Cylinder gewiß kleiner ist als bei einem freistehenden Cylinder. Da sich in der Dampfhülle immer etwas Wasser niederschlägt, so befindet sich unten an dem Dampfmantel ein durch einen Hahn verschließbares Ablaßrohr.

§. 324. Die Wandstärke der Dampfcylinder läßt sich wie die der Dampfröhren überhaupt berechnen, wegen des allmäligen Ausschleifens geht man jedoch mit diesen nie unter $^5/_6$ Zoll herab; nimmt also dieselbe bei der Cylinderweite d und der Dampfspannung $(p + 1)$ Atmosphären Stopfbüchse

$$e = 0{,}005\,p\,d + {}^5/_6 \text{ Zoll}.$$

Das Deckel- und das Fußstück werden durch Schrauben und Kitte mit dem Cylinder fest und dampfdicht verbunden. In der Mitte des Deckels sitzt die Stopfbüchse fest, durch welche die Kolbenstange hindurchgeht. Die Stopfbüchse (vergl. II., §. 220) wird in der Regel mit in Oel und Talg getränkten Hanflunten ausgestopft, doch wendet man statt dieser in der neueren Zeit auch über einander liegende und je aus drei Sectoren bestehende Metallringe an, welche durch eiserne Federn die zwischen dem inneren Umfange der Stopfbüchse und dem äußeren Umfange der Ringe zu liegen kommen, an die Kolbenstange angedrückt werden. Die Stopfung oder Liderung der Stopfbüchse wird von oben durch einen Deckel zusammengedrückt oder zusammengehalten, der sich entweder unmittelbar auf das Stopfbüchsengehäuse aufschrauben oder mittels zwei oder drei Ziehschrauben mit demselben verbinden läßt. Stopfbüchsen der ersten Art sind in den Figuren 456 und 457 abgebildet, eine Stopfbüchse mit Ziehschrauben hingegen führt Fig. 458 vor Augen.

Fig. 456.

Fig. 457.

Fig. 458.



Fig. 459.

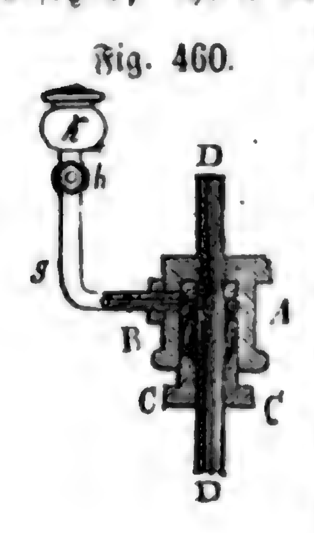
Sowohl der Cylinder- als auch der Stopfbüchsendeckel hat eine Vertiefung zur Aufnahme von Schmiere oder Talg. Auch sind bei Anwendung von Hanfkolben noch ein oder mehrere Schmiertrichter auf den Cylinderdeckel aufgesetzt. Die Einrichtung eines solchen Schmier- oder Fetttrichters zeigt Fig. 459 im Durchschnitt. Mit dem Ende A wird dieser Apparat auf den Deckel des Cylinders aufgeschraubt, B ist das Fettbehältniß, C ist aber ein Hahn mit drei Bohrungen d, e und f. Ist die Bohrung d unten, so fließt das Fett aus dem Hahne durch die Bohrung des Fußstückes A in den Cylinder, während durch e Luft nachtritt, ist aber d oben, so fließt Fett aus dem Trichter B in den Hahn C.

In seltenen Fällen läßt man die Kolbenstange durch den Boden des

Digitized by Google

Stopfbüchse. Cylinders gehen. Man vermeidet dies so viel wie möglich, weil die hierzu nöthigen **hängenden Stopfbüchsen** das Fett nicht gut zurückhalten und durch die erdigen Theile, welche sich aus dem condensirten Dampfe absetzen, ihren dampfdichten Schluß verlieren. Die Einrichtung einer Stopfbüchse, welche in einem solchen Falle noch mit Vortheil anzuwenden ist, läßt sich aus Fig 460 entnehmen. Es ist hier *AB* das Stopfbüchsengehäuse, *CC* der Deckel, *DD* die Kolbenstange, ferner *ee* eine messingene Scheibe, mit einer auswendig rundherumlaufenden Nuth und 6 bis 8 feinen radial laufenden Löchern, ferner *f* die Packung, *g* ein mit der Nuth communicirendes Kupferrohr, *k* ein Kelch zur Aufnahme des flüssigen Talges und *h* ein Hahn zum Abschluß, welcher nur zu öffnen ist, wenn die Maschine stillsteht.

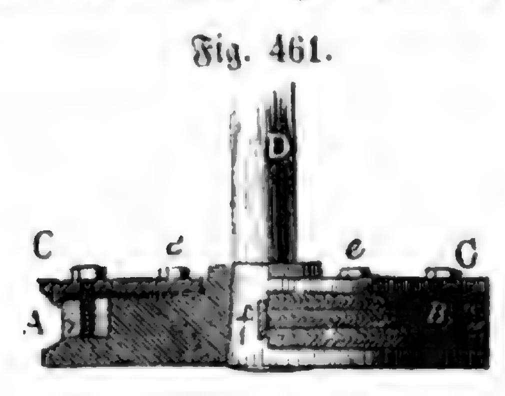
Fig. 460.



Uebrigens ist der Dampfcylinder mittels einer starken Grundplatte auf ein festes Grundgemäuer zu setzen und mit diesem durch Anker und Schrauben fest zu verbinden

Dampfkolben. §. 325. Die Dampfkraft wird zunächst von dem im Dampfcylinder auf- und niederbeweglichen **Dampfkolben** (vergl. II., §. 219) aufgenommen, von diesem aber durch die **Kolbenstange** weiter fortgepflanzt. Der Dampfkolben bildet in seiner Hauptform einen an das Innere des Dampfcylinders genau anschließenden Cylinder und besteht hauptsächlich aus drei Theilen, aus dem **Kolbenstocke**, aus der **Liderung** und aus dem **Deckel**. In der Mitte des Kolbenstockes befindet sich eine Verstärkung, welche im Inneren conisch ausgedreht ist und zur Aufnahme des ebenfalls conisch abgedrehten Kolbenstangenendes dient. Der Kolbenstock und der Deckel sind aus Gußeisen, die Liderung hingegen ist entweder **Hanfliderung** (franz. garniture de chanvre; engl. hemp-packing) oder **Metallliderung** (franz. garniture métallique; engl. metallic-packing). Die Einrichtung eines Kolbens mit Hanfliderung wird in Fig. 461 vor Augen geführt Es ist *AB* der Kolbenstock, *B* die aus Hanfzöpfen bestehende Liderung, *CC* aber der durch Schrauben *e, e* ... mit dem Kolbenstocke verbundene und die Liderung zusammendrückende Deckel; *D* ist endlich noch die Kolbenstange und *f* die Splette, womit deren Ende in der die Mitte des Kolbens einnehmenden Hülse festgekeilt wird.

Fig. 461.



Hanfliderung läßt sich bei Maschinen mit Hochdruck nicht anwenden, da Dampfkolben. dieselbe durch den heißen Dampf und durch die große Reibung zu schnell abgeführt wird; statt derselben kommt hier die ohnedies dauerhaftere und weniger Reibung gebende Metallliderung in Anwendung. Es giebt eine große Anzahl Metalliderungen; im Wesentlichen bestehen sie jedoch aus genau abgedrehten Metallringen, welche durch Federn von innen nach außen und zwar an die innere Fläche des Dampfcylinders angedrückt werden. Die Einrichtung von zwei vorzüglichen Arten dieser Liderungen lernt man aus Fig. 462 und Fig. 463 kennen. In beiden Figuren ist *AA* der Kol-

Fig. 462.

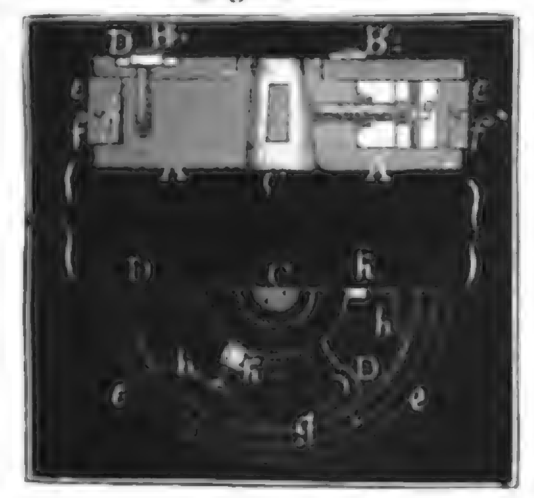
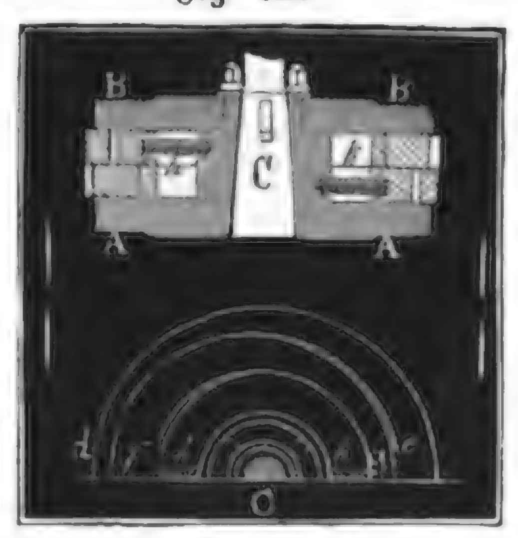


Fig. 463.



benstock oder Körper des Kolbens, *BB* aber der Deckel und *C* das Kolbenstangenende; in Figur 462 sind noch *D, D* die Schrauben, wodurch der Deckel mit den von der Verbindungshülse aus auslaufenden Armen *CD, CD*, verbunden ist. Die Liderung besteht aus drei Metallringen *e, f* und *g*, wovon die letzteren durch einen Falz verbunden sind. Diese Ringe werden durch Schlagen elastisch gemacht und in vier Stücke zerschnitten, damit sie etwas gegen die Cylinderwand federn. Die Federn *h, h* drücken diese Ringe ebenfalls von innen nach außen und lassen sich durch die Schrauben *k, k* nach Bedürfniß anspannen. Bei dem Kolben in Figur 463 besteht die Liderung aus vier Metallringen *de, fg..*, je zwei über einander liegend, und je zwei einander einschließend. Diese Ringe haben eine veränderliche Breite und sind an der breitesten Stelle zerschnitten; in die Schnitte sind die Keile *f, g* eingelassen, die durch die Spiralfedern *h,k* angedrückt werden und die Ringe in Spannung erhalten.

§. 326. Zwei Dimensionsverhältnisse sind bei dem Dampfkolben und Kolbenstange. der Stange desselben von besonderer Wichtigkeit, nämlich das Verhältniß der Kolben- oder Liderungshöhe zu dem Kolbendurchmesser, und das Verhältniß zwischen der Stärke der Kolbenstange und dem genannten Durchmesser oder der Cylinderweite. Da weder die innere Cylinderwand, noch

Digitized by Google

Kolbenstange. die Liderungsfläche vollkommen glatt ist oder ein vollkommenes Continuum bildet, so kann die Liderungsfläche nur dann vollkommen abschließen, wenn sie eine gewisse Breite hat, auf der anderen Seite darf aber diese Breite nicht sehr groß sein, weil mit ihr proportional die Reibung wächst (s. II., §. 235). Zum vollkommenen Abschließen gehört aber auch noch, daß die Kolbenfläche keine schiefe Lage gegen die Cylinderaxe annehme; diese Lage kann aber durch eine excentrische Lage der Kolbenstange und durch eine ungleiche Vertheilung der Reibung rings am Umfange des Dampfkolbens herbeigeführt werden, wenn die Liderung sehr niedrig ist, und es ist daher auch aus diesem Grunde ein gewisses Verhältniß zwischen der Liderungsbreite und der Cylinderweite in Anwendung zu bringen. Tredgold sucht theoretisch zu beweisen, daß dieses Verhältniß dem Reibungscoefficienten gleich sein müsse; es ist aber die Grundlage dieses Beweises zu unsicher, als daß man hierauf etwas geben könnte und es bleibt daher nichts weiter übrig, als die durch Erfahrung geprüften Verhältnisse in Anwendung zu bringen. Hiernach aber ist bei Hanfliderung dieses Verhältniß $^1/_3$ bis $^1/_6$, bei der Metallliderung aber nur $^1/_6$ bis $^1/_9$ und zwar der größere Werth bei kleinen und der kleinere bei großen Kolben in Anwendung zu bringen.

Die Kolbenstange, welche in der Regel aus Schmiedeeisen oder aus Stahl ist, muß eine hinreichende Stärke besitzen, um die Kolben- oder Dampfkraft auf die Arbeits- oder Zwischenmaschine übertragen zu können, ohne eine bedeutende oder bleibende Formveränderung zu erleiden. Die Formel zur Bestimmung dieser Dimensionen liefert aber die Theorie der Festigkeit; hierbei haben wir jedoch zu unterscheiden, ob, wie bei den einfachwirkenden Maschinen, die Kolbenstange nur einer Ausdehnungskraft, oder ob sie, wie bei den doppeltwirkenden Maschinen abwechselnd einer Ausdehnungs- und Zusammendrückungskraft ausgesetzt ist. Ist p die Differenz der Dampfspannungen in Atmosphären auf beiden Seiten des Kolbens, und d der Durchmesser des Dampfkolbens, so hat man die Kraft, welche auf den Kolben wirkt, $= \frac{\pi d^2}{4} \cdot 15,05\, p$ Pfund; bezeichnet aber d_1 den Durchmesser der Kolbenstange und K den Modul der absoluten Festigkeit, so hat man die Kraft, welche nöthig ist, um die Kolbenstange zu zerreißen, $= \frac{\pi d_1^2}{4} . K$; setzen wir endlich beide Ausdrücke einander gleich, so bekommen wir folgende Formel für die Stärke einer der Ausdehnung ausgesetzten Kolbenstange:

$$d_1^2 K = 15,05\, d^2 p, \text{ also } d_1 = d \sqrt{\frac{15,05\, p}{K}}.$$

Führen wir nach I., §. 189, statt K den Sicherheitsmodul 10000 Pfund

ein, so erhalten wir die Formel zur Bestimmung der Kolbenstangenstärke Kolbenstange.
bei einfach wirkenden Dampfmaschinen: $d_1 = \frac{d}{25} \sqrt{p}$.

Zur Bestimmung der Stärke der Kolbenstangen von doppeltwirkenden Dampfmaschinen kann man zweierlei Formeln anwenden, je nachdem man die Festigkeit des Zerdrückens oder die des Zerknickens in Betracht zieht. Der Länge der Kolbenstange wegen müßte allerdings die letztere in Anwendung kommen (s. I., §. 212), da aber schon durch eine excentrische Wirkung der Kraft in der cylindrischen Kolbenstange die Festigkeit bedeutend herabgezogen wird (s. I., §. 221), und diese Wirkung durch ungenaue Verbindung des Kolbens mit der Kolbenstange leicht herbeigeführt werden kann, so ist es angemessener, die Formel für die Festigkeit des Zerdrückens anzuwenden, und dabei einen vielfach verkleinerten Werth von K einzuführen. Aus diesem Grunde nimmt man erfahrungsmäßig bei doppeltwirkenden Maschinen die Stärke

schmiedeeiserner Kolbenstangen: $d_1 = \frac{d}{14} \sqrt{p}$,

stählerner » » $d_1 = \frac{d}{22} \sqrt{p}$,

gußeiserner » » $d_1 = \frac{d}{12} \sqrt{p}$.

Beispiel. Welche Stärke hat man der schmiedeeisernen Kolbenstange einer doppeltwirkenden Dampfmaschine zu geben, die mit Dämpfen von 5 Atmosphären Spannung und ohne Condensation arbeitet, und eine Cylinderweite von 24 Zoll hat? Nach der ersten Formel ist diese Stärke

$$d_1 = \frac{d}{14} \sqrt{p} = {}^{24}/_{14} \sqrt{5-1} = {}^{12}/_{7} \sqrt{4} = {}^{24}/_{7} = 3{,}43 \text{ Zoll},$$

wofür vielleicht $3^1/_2$ Zoll zu nehmen ist.

§. 327. Der Dampf wird durch das Dampfrohr (franz. tuyau à vapeur; engl. steam-pipe) aus dem Dampfkessel zunächst in die Dampfkammer (franz. boîte à vapeur; engl. steam-box), d. i. in denjenigen Raum geführt, wo die regelmäßige Vertheilung des Dampfes durch die sogenannte Steuerung statt hat. In dem Dampfrohre befindet sich noch die Admissionsklappe (franz. valve regulatrice; engl. steam-valve), d. i. ein Drosselventil (s. I., §. 378), wodurch der Dampfzufluß und folglich auch die Dampfkraft regulirt werden kann. Dampfrohr.

Was zunächst das Dampfrohr anlangt, so hat man dasselbe an derjenigen Stelle in den Kessel einmünden zu lassen, wo die stärkste Dampfentwickelung statt hat, und demselben vom Kessel aus eine aufsteigende Lage zu geben, damit das Fortreißen des Wassers mit dem Dampfe möglichst verhindert werde und das fortgerissene Wasser in den Kessel zurückfließen

Dampfrohr. könne. Um die Bewegungshindernisse in dem Dampfrohre möglichst klein zu erhalten, muß man das Dampfrohr nicht unnöthig lang machen, in demselben alle plötzlichen Richtungs- und Querschnittsveränderungen zu vermeiden suchen und demselben eine ansehnliche Weite geben. Um aber den Wärmeverlust möglichst herabzuziehen, ist die Abkühlungsfläche klein, also das Dampfrohr kurz und eng zu machen, und diese Fläche oder das Dampfrohr mit schlechten Wärmeleitern zu umgeben, oder durch einen polirten Metallmantel zu umschließen. Man sieht, daß bei dem Dampfrohre ein anderes Verhältniß eintritt als bei den gewöhnlichen Luft- oder Wasserleitungsröhren. Während die Röhren, namentlich aber die Einfallröhren bei Wassersäulenmaschinen weit zu machen sind, um möglichst kleine hydraulische Hindernisse darzubieten, hat man den Dampfröhren nur eine mittlere Weite zu geben, damit die Abkühlung durch dieselbe nicht groß ausfalle, damit überhaupt die Summe aus den Arbeitsverlusten welche die hydraulischen Hindernisse und die Abkühlung zugleich herbeiführen, ein Minimum werde. Die Untersuchung, in welche man bei Auffindung dieses Minimi verwickelt wird, ist jedoch zu weitläufig, als daß sie hier durchgeführt werden könnte. Wir können jetzt nur anführen, daß man die Weite dieser Röhren gewöhnlich $\frac{1}{5}$ des Dampfkolbendurchmessers, also den Querschnitt $\frac{1}{25}$ der Kolbenfläche gleich macht. Hiernach ist die Geschwindigkeit des Dampfes 25 mal so groß als die des Dampfkolbens; oder, da diese bei den meisten Maschinen 3 bis 5 Fuß ist, 75 bis 125 Fuß. Die Arbeitsverluste, welche aus dieser großen Dampfgeschwindigkeit entspringen, werden wir weiter unten näher kennen lernen; jedoch möge noch bemerkt werden, daß es zweckmäßig ist, die Dampfröhre eher etwas weiter als enger zu machen, zumal bei Maschinen mit Hochdruck und mit großer Kolbengeschwindigkeit.

Die Einrichtung einer Regulirungsklappe lernt man aus Figur 464 kennen. *AA* ist ein ausgebohrtes Stück des Dampfrohres, *B* die Klappe, *CC* die Axe derselben, *D* eine Stellschraube mit Gegenmutter, *E* und *F* der Hebel zur Bewegung der Klappe. Durch diese Klappe läßt sich der Dampf nicht ganz abschließen; um dies zu können, hat man bei Hochdruckmaschinen ein besonderes Absperrventil. Bei Tiefdruckmaschinen ist es nicht nothwendig, da diese Maschinen durch Abstellung der Condensation in Stillstand versetzt werden können.

Fig. 464.

Steuerung. §. 328. Der in die Dampfkammer eingeführte Dampf wird durch besondere Kanäle oder Dampfwege (franz. und engl. passages) in den

Dampfcylinder und aus diesem heraus und in die freie Luft oder in den Steuerung.
Condensator geführt. Das regelmäßige Zu- und Abführen des Dampfes erfolgt aber durch denjenigen Apparat, welchen man die Steuerung nennt. Auch hier wie bei den den Dampfmaschinen so ähnlichen Wassersäulenmaschinen unterscheidet man die innere und die äußere Steuerung. Die innere Steuerung (franz. le distributeur de la vapeur; engl. the steam-distributor) befindet sich im Inneren des Dampfgehäuses und besteht aus Hähnen, Kolben, Klappen, Schiebern oder Ventilen, welche die Dampfwege abwechselnd eröffnen und verschließen. Von diesen wichtigen und sehr mannichfaltigen Theilen der Dampfmaschinen möge in Folgendem ausführlich die Rede sein.

Die Kolbensteuerung wird bei den Dampfmaschinen nur selten angewendet; da wir sie bereits bei den Wassersäulenmaschinen kennen gelernt haben, so möge von ihr auch weiter nicht die Rede sein. Die Steuerung durch Hähne ist ebenfalls wenig, und zwar nur bei kleinen Hochdruckmaschinen in Gebrauch; sie führen sich schnell ab, erfordern viel Kraft zu ihrer Bewegung und geben zu enge Dampfwege. Bei den älteren Dampfmaschinen bestand die Steuerung in Hähnen, zumal aber in dem sogenannten Vierweghahne (franz. robinet à quatre voies ou à quatre ouvertures; engl. four-way cock), von dessen Anwendung bei Kolbenmaschinen schon in II., §. 216 die Rede gewesen ist. Maudslay hat bei kleinen Dampfmaschinen eine besondere, in Fig 465 abgebildete und der Hauptsache nach von Bramah angegebene Art von Vierweghahn angewendet. Um das zu starke Abführen dieses Hahnes zu verhindern, erhält dieser Hahn eine bedeutende Conicität und eine Spiralfeder *S*, welche denselben in das Gehäuse hineindrückt. Der bei *A* zuströmende Dampf tritt bei *B* unter den Hahn und bei *C* in die Abtheilung *D* des Hahnes. Aus dieser tritt er aber je nach der Stellung des Hahnes durch die Seitenmündung *a* entweder in den Kanal *F* oder in den Kanal *G*, und zwar in dem einen Falle von da über und in dem anderen Falle von da unter den Dampfkolben. Die zweite


Fig. 465.

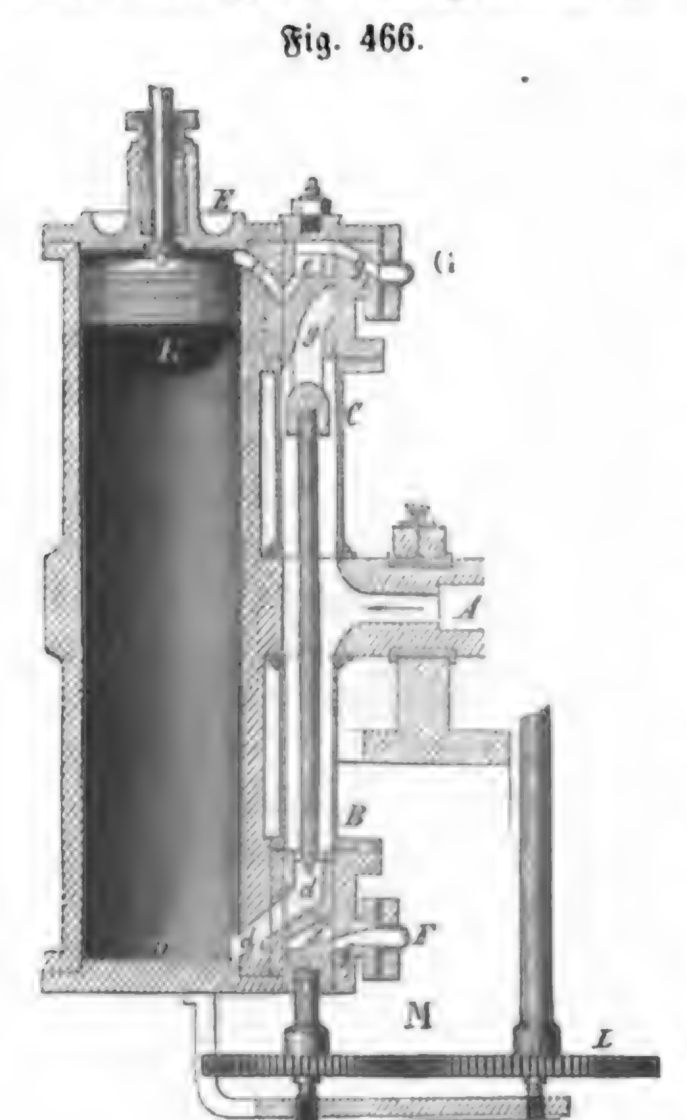


Digitized by Google

Steuerung Abtheilung E des Hahnes hat drei Seitenmündungen b, c, d, durch welche der Dampf nach vollbrachter Wirkung abwechselnd aus F und G strömt, und durch den Kanal H in die freie Luft geführt wird. Steht a auf F, d auf G und b auf H, so strömt der frische Dampf nach F und der benutzte aus G nach H; steht hingegen a auf G, b auf F und c auf H, so strömt der frische Dampf nach G und der benutzte aus F nach H.

Eine andere Hahnsteuerung kommt bei den oscillirenden Dampfmaschinen von Cavé vor und ist in Figur 466 abgebildet. Es tritt hier der Dampf zunächst bei A in eine oben und unten verschlossene Röhre BC; aus dieser gelangt er durch die Kanäle d_1 und e_1 in den Dampfcylinder DE, aus letzterem aber wieder durch die Kanäle f_1 und g_1 in die Röhren F und G, die den benutzten Dampf vereinigt in die frische Luft leiten. Um dies zu können, befinden sich in dieser Röhre zwei durch eine Spindel verbundene Hähne, von denen jeder doppelte Bohrungen d und e, sowie f und g hat. In der gezeichneten Hahnstellung tritt der frische Dampf durch d und d_1 in den Dampfcylinder DE und treibt den Kolben K empor, wogegen der benutzte Dampf durch e_1 e und g_1 austritt und durch G abströmt. Wird aber die Hahnverbindung durch das Räderwerk LM um zwei Rechtwinkel gedreht, so tritt die umgekehrte Dampfströmung und der umgekehrte Kolbenweg ein; es strömt der frische Dampf durch g und e_1 oben in den Dampfcylinder und treibt K abwärts, wogegen der benutzte Dampf durch d_1, f, f_1 und F abgeleitet wird. Diese Anordnung hat den Vortheil, daß die Bewegung des Hahnes in derselben Richtung, also nicht hin und zurück vor sich geht, wo allemal ein stärkeres Abführen eintritt. Auch läßt sich durch die Stellung und Weite der Bohrungen hierbei die Wirkung des Dampfes durch Expansion anwenden.

Fig. 466.

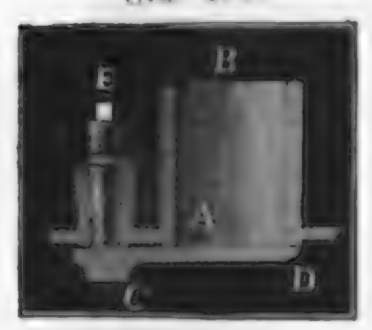


Anmerkung. Vollständige Zeichnungen und Beschreibungen der Dampf-

maschinen von **Maudslay** und der von **Cavé** findet man im Récueil des machines etc., par Le Blanc.

§. 329. **Die gewöhnlichste und vorzüglichste Steuerung bei Dampfmaschinen ist die Schiebersteuerung, d. i. die mit Schiebern oder Schiebventilen** (franz. tiroirs; engl. slide-valves). Es giebt platte und hohle oder sogenannte Muschelschieber. Schiebersteuerung.

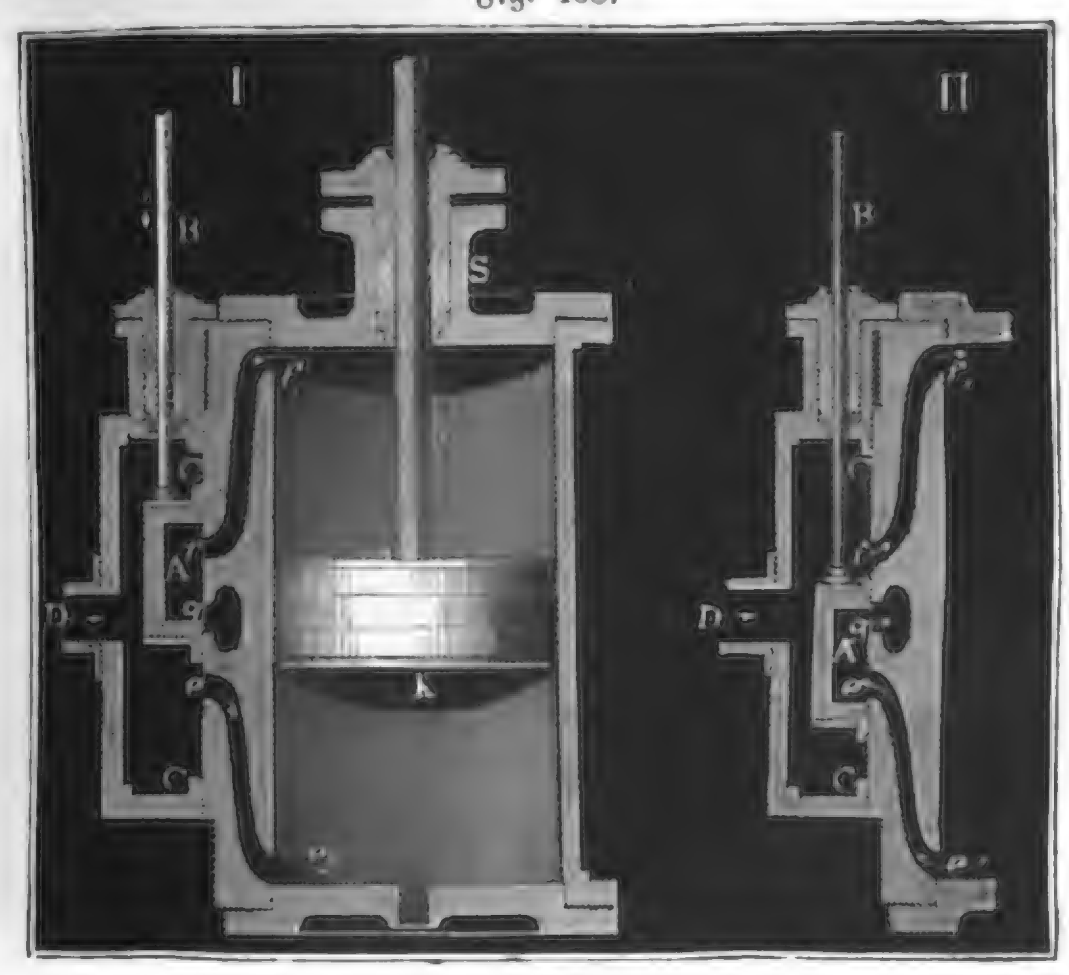
Fig. 467.



Die platten Schieber lassen sich entweder gradlinig oder bogenförmig bewegen. Schieber der ersten Art kennen wir bereits aus I., §. 378; ein Drehschieber hingegen, wie er bei den atmosphärischen Dampfmaschinen vorkommt, ist in Figur 467 abgebildet. Es ist hier AB ein feststehendes Rohr und CD ein sectorähnlicher, durch einen in E festsitzenden Hebel um die Axe CE zu drehender Schieber, welcher in der einen Stellung die Mündung bedeckt und in der anderen dieselbe offen läßt.

Am wichtigsten sind die Muschel- und Röhrenschieber, weshalb wir auch bei denselben etwas länger verweilen müssen. Die ersteren haben die meiste Aehnlichkeit mit einem Schubkasten oder im Durchschnitte mit dem Buchstaben C, weshalb man sie auch Schubkastenventile oder C Schieber nennen kann. Die Einrichtung der Steuerung mit dem Muschelschieber führt Fig. 468 I. und II. vor Augen. A ist der Schieber, ein-

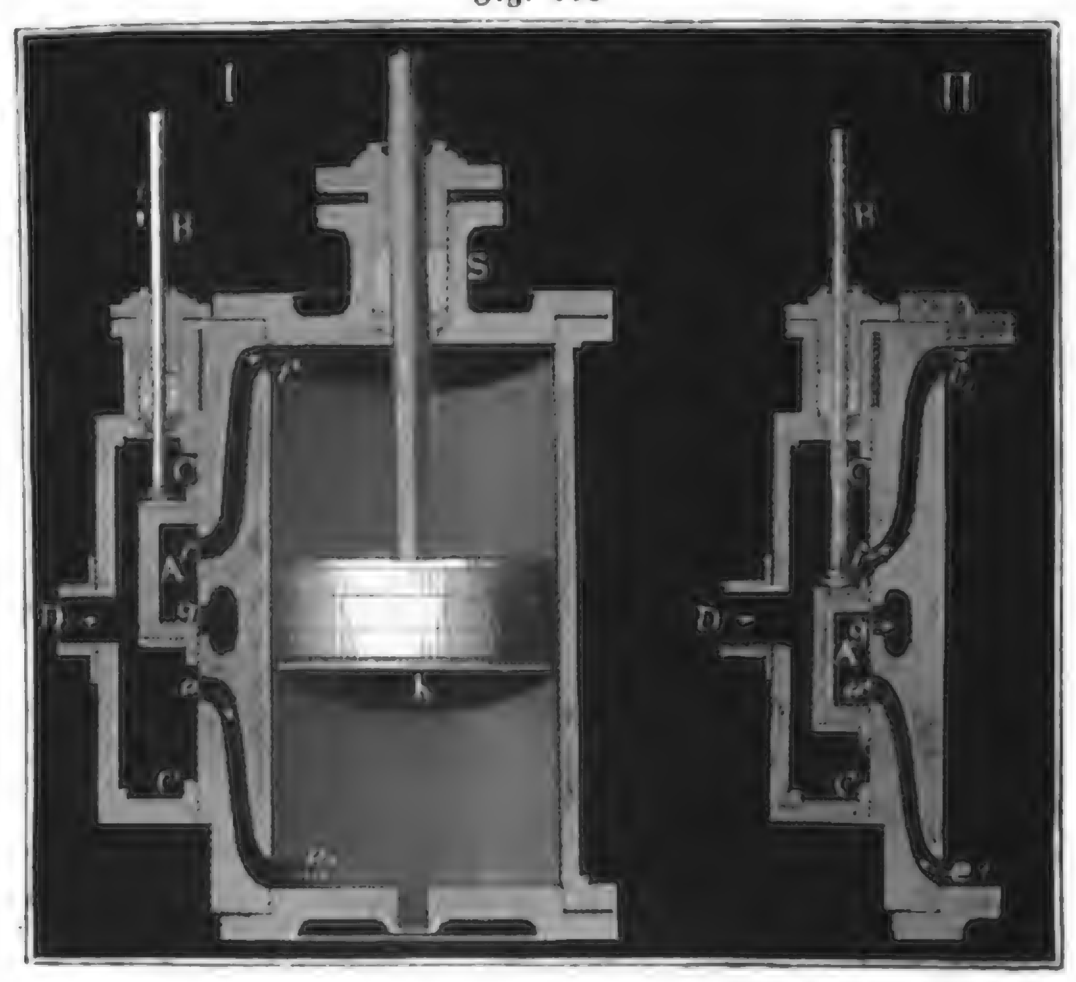
Fig. 468.



Schieber-steuerung

geschlossen von der Dampfkammer CDC, beweglich durch die Stange AB und anliegend mit seinen abgehobelten Stirnflächen an der ebenfalls abgehobelten Metallfläche CC. Der durch das Dampfrohr D zugeführte Dampf tritt bei der Stellung I. des Schiebers durch $e e_1$ unter den Dampf-

Fig. 469.



kolben und treibt denselben empor, dagegen bei der Stellung II. durch $f f_1$ über den Kolben und nöthigt denselben zum Niedergange; im ersten Falle strömt der benutzte Dampf durch $f_1 f$ in den Schieberraum und von da durch den Weg g in die freie Luft oder in den Condensator, im zweiten Falle hingegen schlägt er den Weg $e_1 e$ ein und gelangt dann durch g ebenfalls in's Freie oder in den Condensator. Bei großen Maschinen verursacht das bei jedem Spiele nöthige Anfüllen der Kanäle $e e_1$ und $f f_1$ zu viel Dampfverlust, weswegen man es hier vorzieht, den Röhrenschieber anzuwenden. Fig. 470 I. und II. auf nebenstehender Seite zeigt eine solche Schiebersteuerung. Es tritt hier der Dampf durch die Mündung A in das Innere des Schiebers BC, und aus diesem, je nach der Stellung desselben, entweder bei D unter oder bei E über den Kolben; auf dem Rücken des Schiebers sitzt noch eine an beiden Enden offene Röhre FG mit halbkreisförmigem Querschnitte fest und diese ist bei F und G abgelidert, um an dem halbcylindrischen Theile der Dampfkammer dampfdicht abzuschließen. Man sieht nun leicht ein, wie der benutzte Dampf beim Aufgange des

Dampfkolbens bei E aus-, durch FG hindurchströmen und endlich bei H

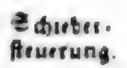
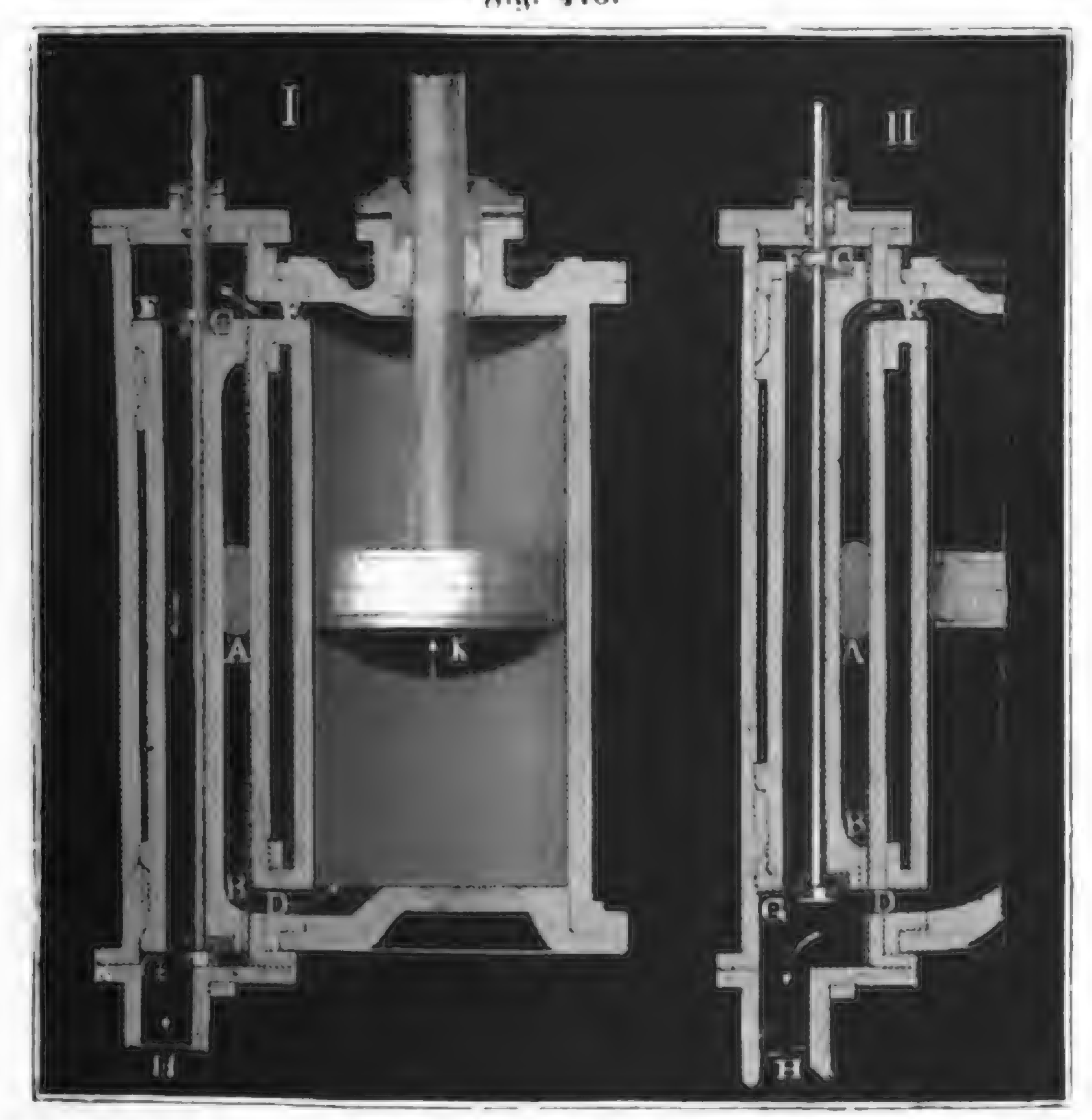


Fig. 470.



in den Condensator treten kann, und wie er dagegen beim Niedergange von K auf dem Wege DH abgeführt wird.

§. 330. Die Ventilsteuerung wird vorzüglich bei großen, zumal aber bei den einfachwirkenden Dampfmaschinen angewendet, da hier die Schieber zu groß ausfallen, um mit hinreichender Genauigkeit abschließen zu können, übrigens aber auch das Eröffnen und Abschließen der Dampfwege zu langsam vor sich geht. Die Ventile, welche man zur Steuerung verwendet, sind meist Kegelventile (s. I., §. 379), doch hat man auch Röhrenventile in Anwendung gebracht, welche sich von den ersteren nur dadurch unterscheiden, daß hier der Theil beweglich ist, welcher bei den Kegelventilen festsitzt, und der Theil ausschiebt, welcher dort den Sitz bildet. Beide Ventilarten sind entweder einfache oder doppelte; und letztere finden bei großen Maschinen deshalb ihre Anwendung, weil sie viel leichter zu bewegen sind, als die einfachen Ventile. Uebrigens werden die Ventile entweder durch Hebel oder durch Stangen in Bewegung gesetzt. Ventil-steuerung.

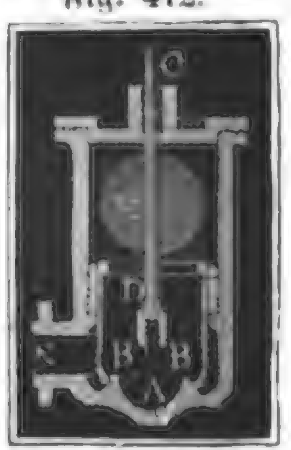
Ventilsteuerung

Zunächst zeigt Fig. 471 ein einfaches Kegelventil mit Hebelbewegung. Es ist hier A das Ventil, BC dessen Stiel, B und C aber die büchsenförmige Leitung desselben; ferner D eine durch das Gehäuse hindurchgehende Drehaxe, DE ein Hebelarm im Inneren und DF ein solcher außerhalb des Gehäuses; jener ergreift den zu diesem Zwecke bei E ausgehöhlten Ventilstab, dieser aber ist mit einer Stange FG verbunden. Wird nun an der letzteren gezogen, so dreht sich die Hebelverbindung um D, es wird dadurch A gehoben und die Communication zwischen den Räumen M und N hergestellt.

Fig. 471.



Fig. 472.

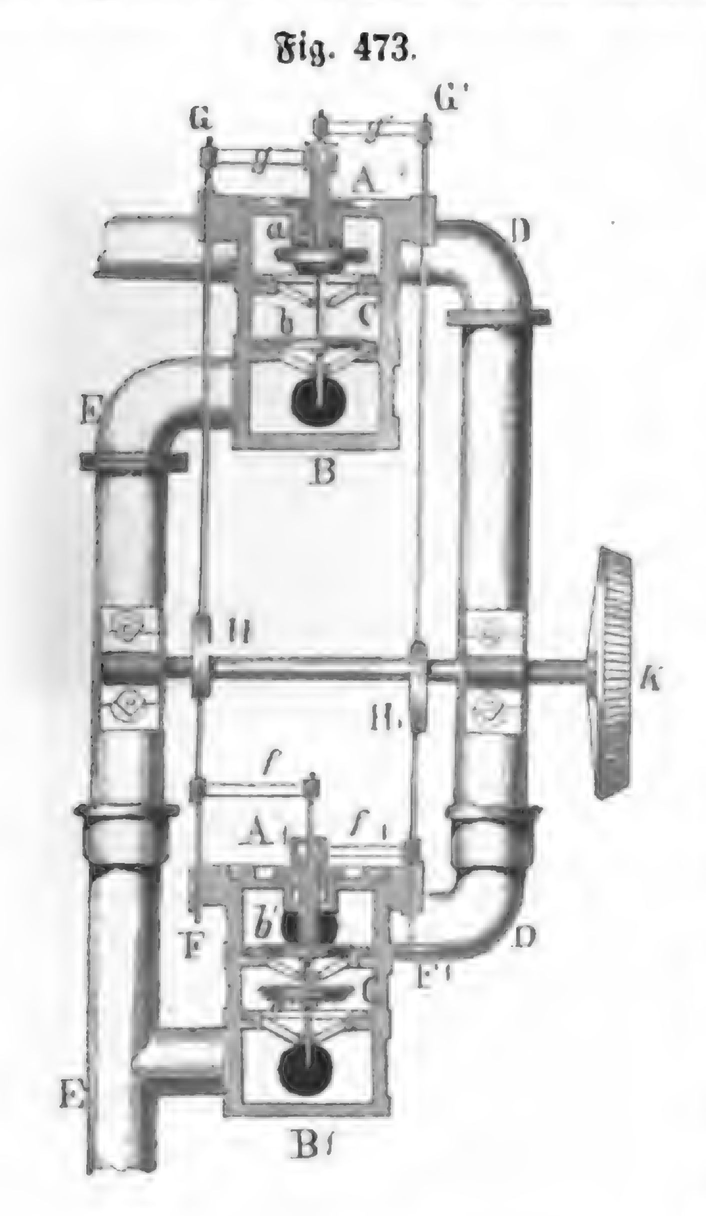


In Fig. 472 ist dagegen ein Röhrenventil mit Stangenbewegung abgebildet. Hier ist die Ventilplatte A fest, und dagegen das Gehäuse BB beweglich, und zwar mit Hülfe einer durch eine Stopfbüchse C gehenden Ventilstange CD. Bei der Ventilstellung, welche in der Figur abgebildet ist, steht B auf A, und es ist die Verbindung der Räume M und N aufgehoben; wird aber BB mittels CD emporgezogen, so treten die Räume M und N in Communication und es kann nun Dampf von M durch B hindurch und nach N strömen. Diese zuerst von Hornblower angewendeten Ventile, haben den großen Vortheil, daß sie leichter zu bewegen sind, als die plattenförmigen Kegelventile, weil hier der Querschnitt eine Ring-, dort aber eine volle Kreisfläche ist.

Um von einem Punkte aus zwei Ventile mittels Stangen bewegen zu können, macht man die Stange des einen Ventiles hohl und steckt die Stange des anderen Ventiles durch die Höhlung; auf diese Weise erhält man die sogenannten concentrischen Ventile von Murdoch. Eine vollständige Ventilsteuerung dieser Art ist in Fig. 473 auf folgender Seite abgebildet. Hier erfolgt die Vertheilung des Dampfes in zwei Kammern AB und A_1B_1. Beide Kammern sind durch je zwei Ventilsitze in drei Kammern abgetheilt, und von diesen communiciren die oberen mit dem Dampfrohr DD, die mittleren mit dem Dampfcylinder und die unteren mit dem Ableitungsrohre EE. Es sind ferner FG und F_1G_1 zwei durch Excentriks H, H_1 (§. 334) oder einen anderen Mechanismus auf- und nieder-

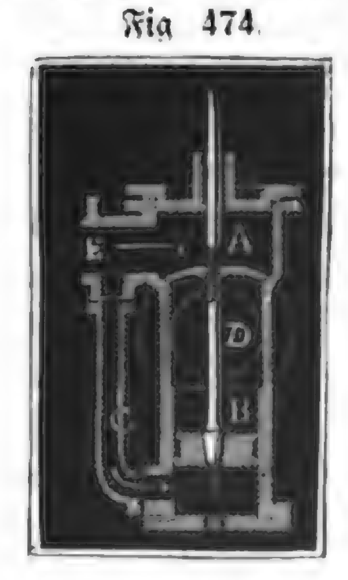
bewegte Steuerstangen, welche mittels Querarmen f, g, f_1 und g_1 die Stiele ergreifen, an welchen die vier Ventile a_1, a, b_1 und b hängen. Man ersieht aus der Figur, daß die Stiele von a und b_1 hohl sind, die von b und a_1 aber durch jene hindurchgehen. Geht die Stange FG aufwärts, so öffnen sich die Ventile a und a_1 und es tritt Dampf aus DD bei C in den Dampfcylinder und über den Kolben, wogegen der benutzte Dampf unter diesem Kolben bei C_1 aus dem Cylinder heraus- und von da in das Ableitungsrohr EE_1 strömt. Steigt hingegen F_1G_1 auf und FG nieder, so wird b und b_1 geöffnet, a und a_1 aber geschlossen, und es strömt neuer Dampf bei C_1 unter den Kolben, wogegen der im vorigen Spiele verbrauchte durch C zurück und durch EE abströmt. Ventilsteuerung

Fig. 473.



§. 331. Die Kraft zum Aufziehen eines einfachen Kegelventiles ist das Product aus Dampfdruck p und aus der Ventilfläche F; da nun aber bei großen Hochdruckmaschinen F und p bedeutende Factoren sind, so ist auch die Kraft und der nöthige Arbeitsaufwand zum Ziehen dieser Ventile sehr groß. Wir haben schon im vorigen Paragraphen angegeben, daß Röhrenventile, weil diese einen kleineren Querschnitt haben, einen kleineren Arbeitsverlust verursachen als Kegelventile und können nun noch hinzufügen, daß man durch Anschließen eines Gegenkolbens oder Gegenventiles den Kraftaufwand bei Kegelventilen bedeutend herabziehen kann. Ein Kegelventil mit Gegenkolben ist in Fig. 474 vor Augen geführt. A ist das Ventil, B der Gegenkolben und C ein Doppelventile.

Fig. 474.



Digitized by Google

Doppel-ventile.

Seitenrohr, welches das Communicationsrohr E mit dem Raume unter dem Gegenkolben verbindet. Der Dampf drückt das Ventil nach unten und den Kolben nach oben ziemlich gleich stark; es besteht folglich die Kraft zum Aufziehen hauptsächlich nur in der Ueberwindung von Reibungen.

Fig. 475.

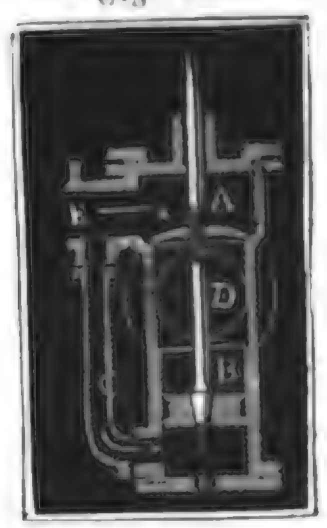


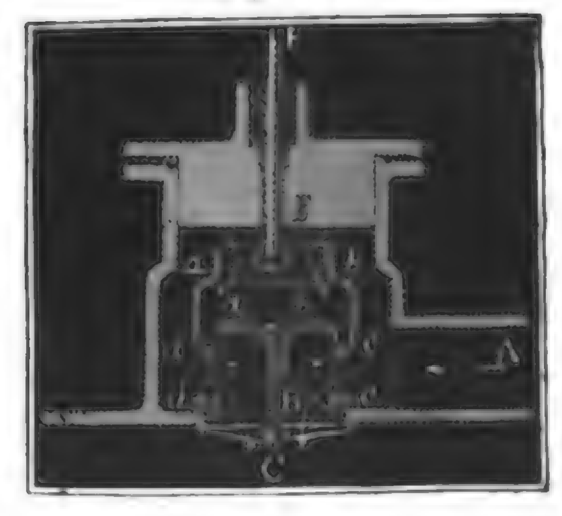
Fig 476.



Vollkommener wird allerdings der Zweck durch ein Doppel- oder Laternenventil, wie Fig. 476, erreicht. Es ist hier A der eine und B der andere Ventilteller, AC aber der Ventilstiel mit einem Gegengewichte G. Der bei D zutretende Dampf ist von den beiden Ventilen und deren Sitzen vollkommen umschlossen und drückt das eine Ventil fast ebenso stark von oben nach unten wie das andere von unten nach oben; es hat daher ein bei C angreifender Hebel nur eine mäßige Kraft auszuüben nöthig, um das Ventil zu heben. So wie dies aber geschehen ist, kann der Dampf in den beiden ringförmigen Räumen zwischen den Ventilen und ihren Sitzen aus dem Ventilgehäuse heraus in die Dampfkammer EF und von da in das Communicationsrohr H u. s. w. strömen.

Endlich hat man auch doppelte Röhren, oder sogenannte Kronenventile, wie z. B. eins in Fig. 477 abgebildet ist. Es sind hier die Ventilringe a_1b_1 und c_1d_1 fest, und es ist das Gehäuse $abcd$ mittels des Stieles EF beweglich. Ist das Ventil geschlossen, so trifft die abgeschliffene Kegelfläche ab der Röhre auf den ebenfalls kegelförmig abgeschliffenen Umfang des Tellers a_1b_1, sowie die abgeschliffene Kegelfläche cd der Röhre auf den conisch geschliffenen Umfang des Tellers c_1d_1. Es drückt dann der bei A zuströmende Dampf das Ventilrohr ebenso stark von oben wie von unten, und es ist

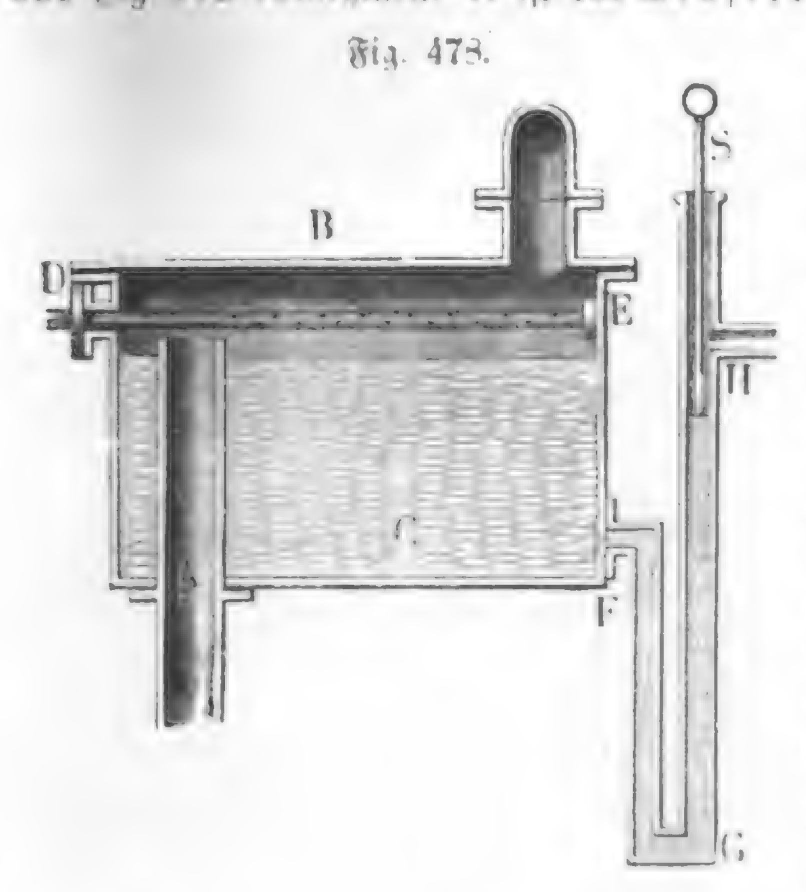

Fig. 477.



die Kraft zum Aufziehen des Ventils sehr unbedeutend. Nach vollbrachtem Aufziehen kann nun der Dampf durch die ringförmigen Räume zwischen ab und a_1b_1 und zwischen cd und c_1d_1 in den Raum B und von da durch C nach dem Punkte des Bedarfes strömen.

§. 332. Bei den Maschinen ohne Condensation strömt der Dampf, nachdem er gewirkt hat, in freier Luft oder nach Befinden auch unter Wasser aus; bei den Maschinen mit Condensation hingegen wird er in den Condensator oder das Kühlgefäß (franz. condenseur; engl. condensor) geleitet. Im ersten Falle läßt man ihn auch gern durch einen Vorwärmer gehen, wo er das Speisewasser erwärmt, ehe es in die Speisepumpe tritt. Die Einrichtung eines solchen Apparates läßt sich aus Fig. 478 entnehmen. A ist das Blaserohr, welches den verbrauchten Dampf zunächst in das Reservoir BC leitet, DE ist das Ausgußrohr der Kaltwasserpumpe, mit vielen kleinen Löchern, durch welche das Wasser in feinen Strahlen in BC eingeführt wird. Dieses Wasser wird durch den Dampf erwärmt und größtentheils durch die bei C einmündende Speisepumpe nach dem Dampfkessel gedrückt; das überflüssige Wasser fließt aber durch die mit einem Schwimmer S ausgerüstete Seitenröhre FGH, und der übrige Dampf durch das Rohr K ab. Condensator.

Fig. 478.

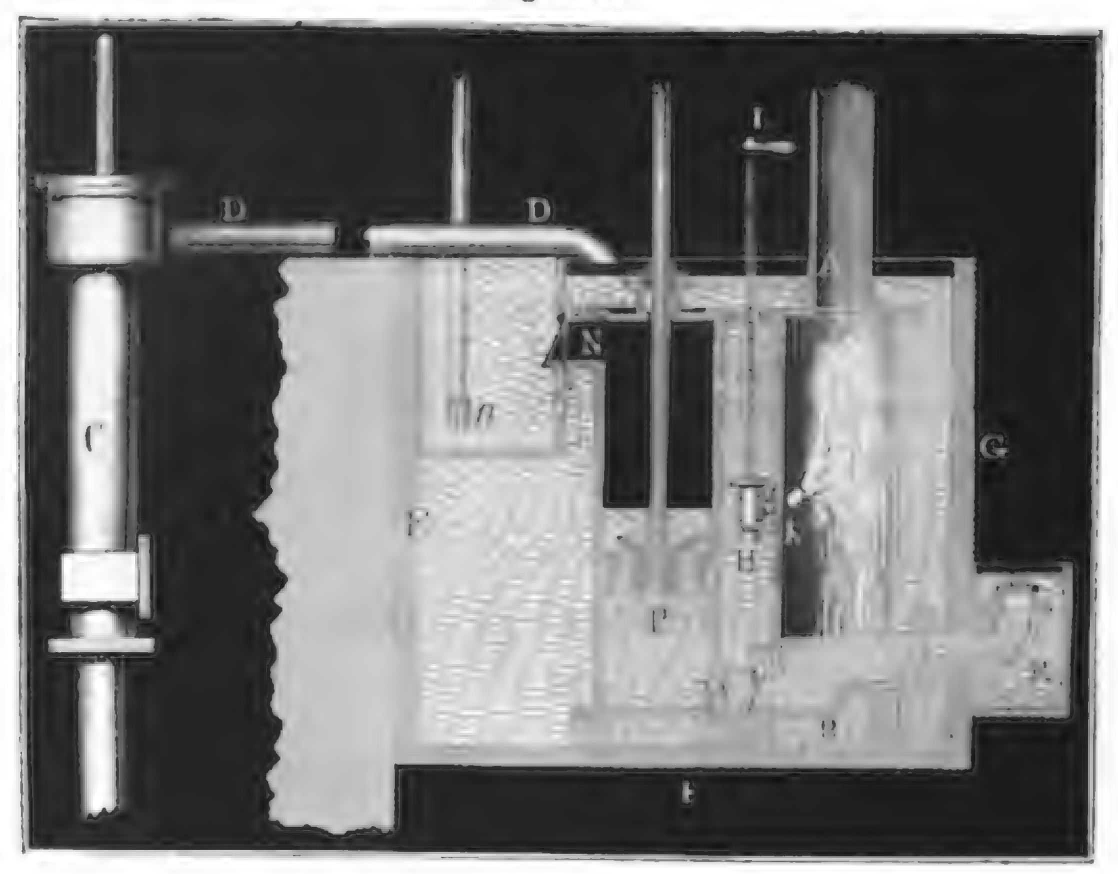


Der Condensator, durch welchen man den größten Theil der verbrauchten Dämpfe niederzuschlagen beabsichtigt, ist ein gußeisernes Gefäß AB, Fig. 479 (auf folgd. Seite), welches von außen mit kaltem Wasser umgeben wird, und in das auch in einem Bündel feiner Strahlen ununterbrochen kaltes Wasser, das sogenannte Injections- oder Einspritzwasser (franz. eau d'injection; engl. water for injection), einströmt. Das zur Condensation nöthige kalte Wasser wird durch eine Pumpe C, die sogenannte Kaltwasserpumpe (franz. pompe d'eau froide; engl. cold-water pump) mittels des Rohres DD in das den Condensator um-

Digitized by Google

Condensator. gebende Reservoir EFG gefördert. Im letzteren befindet sich auch der Apparat H, durch welchen das Einspritzwasser in das Innere des Condensators geführt wird. Dieses Wasser tritt aus dem großen Reservoir von

Fig. 479.



unten in diesen Apparat und fließt durch das mit einem Seiherbleche geschlossene und der Brause einer Gießkanne ähnliche Mundstück HK mit großer Geschwindigkeit in den Condensator, da hier nur ein kleiner Druck von $1/_{10}$ bis $1/_{8}$ Atmosphäre vorhanden ist. Zum Reguliren dieses Einspritzwassers dient ein Ventil oder ein Hahn, welcher durch einen Hebel L mittels einer Stange LH gestellt wird. Mit dem Condensator in Verbindung ist eine Pumpe, die sogenannte Luftpumpe (franz. pompe d'air; engl. air-pump); diese hat den Zweck, die sich aus dem Einspritzwasser entwickelnde atmosphärische Luft, sowie den noch übrigbleibenden Dampf und das aus dem niedergeschlagenen Dampfe und aus dem Einspritzwasser hervorgehende warme Wasser aus dem Condensator fortzuschaffen. Sie ist eine gewöhnliche Saugpumpe mit dem durchlochten Kolben P, dem Saugventile M und dem Druckventile N; ihre weitere Beschreibung gehört nicht hierher. Das warme Wasser fließt bei N in das Heißwasserreservoir NO, aus dem ein kleiner Theil durch die Speisepumpe mittels des Saugrohres O dem Kessel als Speisewasser zugeführt wird. Endlich steht mit dem Condensator noch ein kurzes, mit einem sich nach außen öffnenden Ventile versehenes Rohr R in Verbindung. Dieses

Rohr heißt das Ausblaserohr, sowie sein Ventil das Ausblaseventil oder die Ausblaseklappe (franz. soupape à souffler; engl. blow-valve); es dient dasselbe dazu, die Luft abzuleiten, die sich in dem Condensator nach längerem Stillstande der Maschine angesammelt hat. Condensator

§. 333. Durch die gewöhnlichen oder Kolben-Dampfmaschinen wird unmittelbar nur eine geradlinig wiederkehrende, und zwar meist eine auf- und niedergehende Bewegung erzeugt. Soll nun die Arbeitsmaschine, welche durch die Dampfmaschine in Bewegung zu setzen ist, ebenfalls nur auf- und niedergehen, so ist die Verbindung zwischen beiden Maschinen sehr einfach und besteht in der Regel in einem doppelarmigen Hebel, dem sogenannten Balancier; soll hingegen die Arbeitsmaschine, wie meistens, eine ununterbrochene Kreisbewegung annehmen, so ist eine zusammengesetzte Zwischenmaschine, zumal aber eine Kurbel oder ein Krummzapfen (franz. manivelle; engl. crank) und ein Schwungrad (franz. volant; engl. fly-wheel) in Anwendung zu bringen. Die Verbindung der Treib- oder Dampfkolbenstange mit dem Krummzapfen kann aber auf verschiedene Weise ermöglicht werden, und man hat hiernach vorzüglich drei Systeme von Dampfmaschinen, nämlich: Maschinensysteme.

1) Dampfmaschinen mit Balancier oder Waagbalken,

2) Dampfmaschinen ohne Balancier und mit feststehendem Cylinder, und

3) Dampfmaschinen ohne Balancier mit oscillirendem oder schaukelndem Cylinder.

Bei der Maschine mit Balancier ist die Kolbenstange an einem Ende, der Krummzapfen aber mittels einer Stange, der sogenannten Kurbel-, Lenk- oder Pleylstange mit dem anderen Ende des Balanciers in Verbindung gesetzt; bei dem zweiten der oben aufgezählten Maschinensysteme ist die Kolbenstange mit dem Krummzapfen nur durch eine Kurbelstange verbunden, und bei den oscillirenden Maschinen endlich fällt auch die Kurbelstange ganz aus, es ist hier der Kopf der Kolbenstange unmittelbar an die Warze des Krummzapfens angeschlossen, und damit er auch an der Seitenbewegung der letzteren ungehindert Theil nehmen kann, ist der Dampfcylinder so aufgehangen, daß er bei jeder Umdrehung der Kurbel oder bei einem vollständigen Kolbenspiele eine Schwingung verrichten muß.

Die oben aufgezählten Systeme sind in den Figuren 480, 481, 482 und

Maſchinen-ſyſteme.

483 durch Linien ausgedrückt. Fig. 480 ſtellt eine Maſchine ohne Drehung vor, es iſt ACB der um C drehbare Balancier, DE die Kolbenſtange, AE das Verbindungsglied zwiſchen dem Balancier und dieſer Stange und BQ die Stange, woran die Laſt angeſchloſſen iſt. Fig. 481 ſtellt eine Balanciermaſchine mit Drehbewegung vor; MK iſt der Krummzapfen, BK die Lenkſtange und SS das zur Erhaltung einer möglichſt gleichförmigen Drehbewegung nöthige Schwungrad; die übrigen Bezeich-

Fig. 480.

Fig. 481.

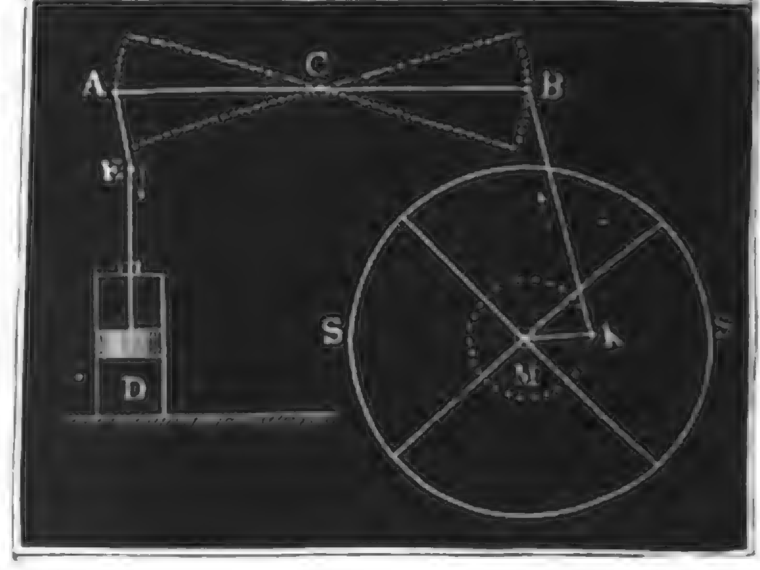


Fig. 482.

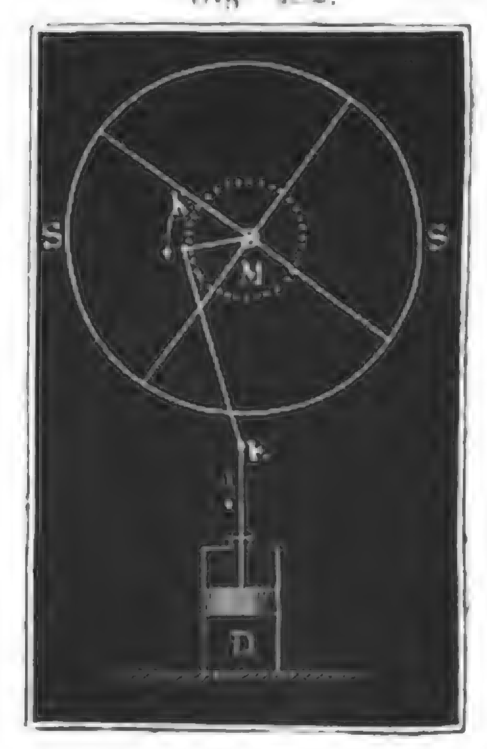


Fig. 483.



nungen ſind die vorigen. Fig. 482 iſt eine Maſchine ohne Balancier, und Fig. 483 eine ſolche ohne Lenkſtange. Damit die Kolbenſtange in Fig. 480, 481 und 482 ſenkrecht auf- und niedergehe, iſt bei E ein beſonderer Leitungsapparat angebracht; und damit bei der um C ſich ſchwingenden Maſchine in Fig. 483 die Kolbenſtange CK nur in ihrer Axenrichtung ſich bewegen könne, iſt ein Leitungsapparat auf den ſchwingenden Cylinder aufgeſetzt. Iſt die Entfernung CM der Schwingungsaxe C

Digitized by Google

von der Drehungsaxe M kleiner als die Länge MK des Kurbelarmes, so geht die schwingende Bewegung des Dampfcylinders in eine rotirende über.

Die nähere Beschreibung und die Theorie der hier genannten Maschinentheile finden ihren Platz in der Abtheilung, welche von den Zwischenmaschinen handelt.

§. 334. Die innere Steuerung, bestehend in den sogenannten Distributoren, muß durch die Maschine selbst in Bewegung gesetzt werden; es ist daher nöthig, daß dieselbe mit dem Balancier oder mit der Welle der Dampfmaschine verbunden werde. Die Vorrichtungen, welche diese Verbindung hervorbringen, bilden die sogenannte äußere Steuerung, und diese besteht im Wesentlichen entweder Excentrits.

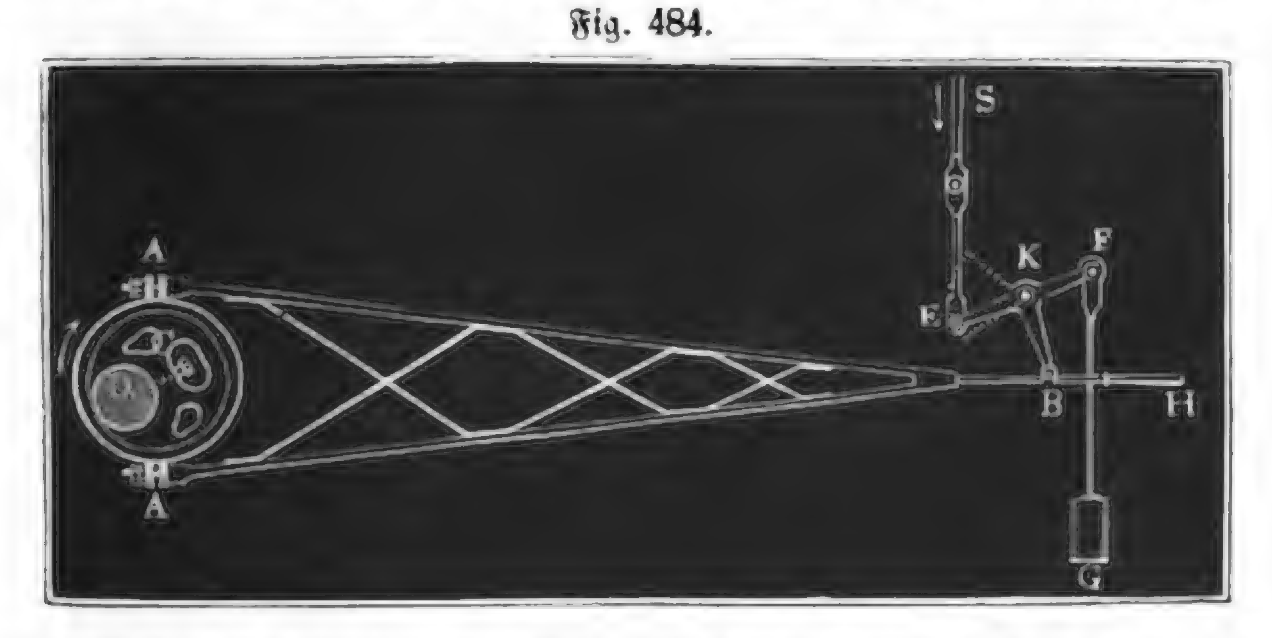
aus stetig umlaufenden excentrischen Scheiben (franz. excentriques; engl. eccentrics); oder

aus oscillirenden Hebeln (franz. encliquetages; engl. levers); und man wendet jene nur bei doppeltwirkenden, diese aber vorzüglich nur bei einfachwirkenden Dampfmaschinen an, weil diese keine stetige Kreisbewegung haben.

Das Excentrik oder die excentrische Scheibe kommt in sehr verschiedenen Formen vor, namentlich hat man kreisförmige, trianguläre und dann noch vielerlei gezahnte Excentriks. Das Kreisexcentrik ist aber von allen äußeren Steuerungsapparaten der einfachste und der gewöhnlichste; von ihm möge daher auch zunächst nur die Rede sein.

Das Kreisexcentrik besteht in einer gußeisernen cylindrischen Scheibe ACA, Fig. 484, welche sich um eine Axe D dreht, die von ihrer geome-

Fig. 484.

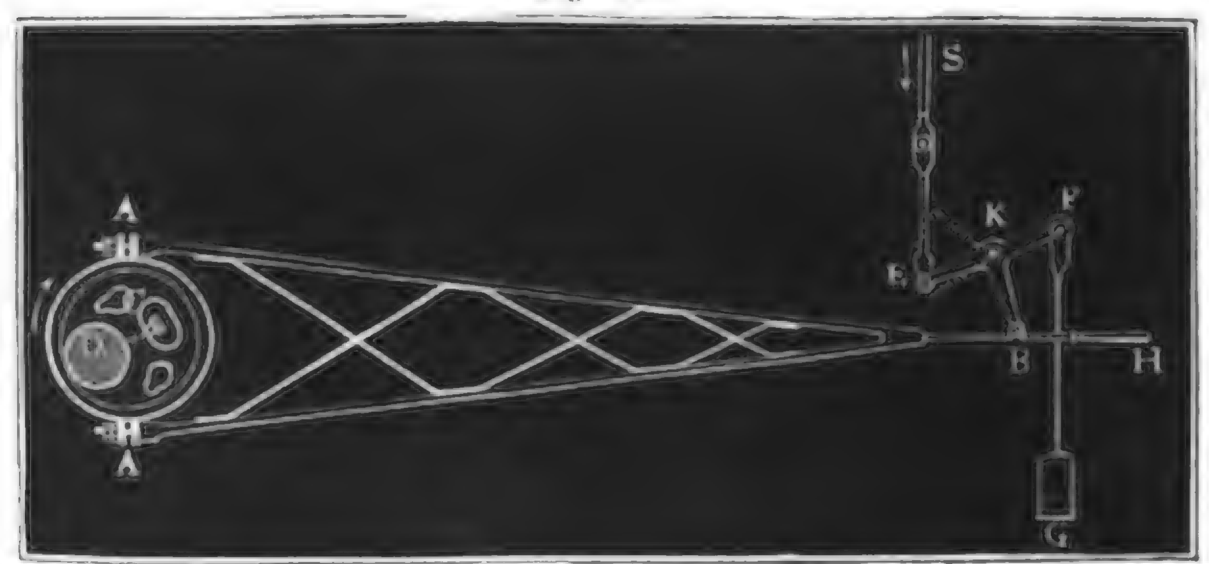


trischen Axe C abweicht, und wird von einem Bande aus Messing oder Schmiedeeisen umgeben, welches an das Ende einer langen, aus Eisenstäben zusammengesetzten Stange, der sogenannten Excentrikstange ABA, festgeschraubt wird. Das andere Ende dieser übrigens noch mit einer Handhabe H ausgerüsteten Stange ergreift den einen Arm KB

Digitized by Google

Excentrik. eines Winkelhebels, an dessen anderem Arme KE die Schieberstange ES angeschlossen ist; um das Gewicht der letzteren auszugleichen, ist endlich noch an einem dritten Arme KF ein Gegengewicht G angehangen. Die

Fig. 485.

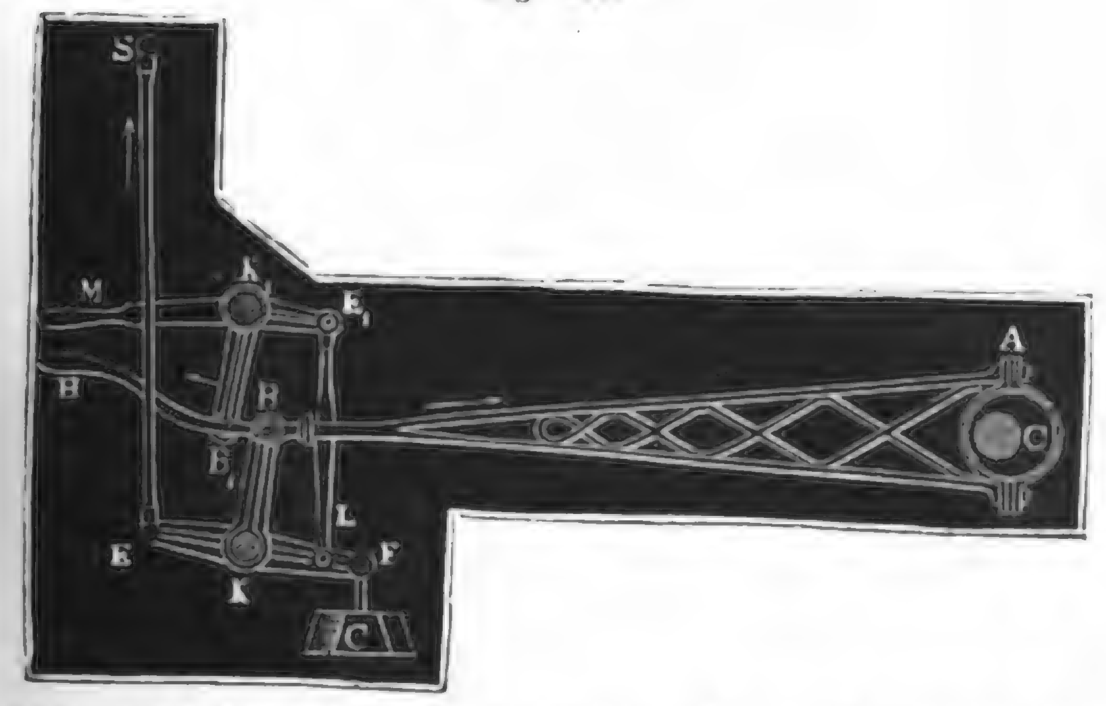


Wirkung dieses Apparates ist leicht erklärlich; der Mittelpunkt C des Excentriks beschreibt bei jeder Umdrehung der Schwungradwelle, worauf das Excentrik gewöhnlich sitzt, einen Kreis, und schiebt dabei auch das Halsband um den der Excentricität CD gleichen Halbmesser dieses Kreises nach allen Richtungen auswärts, und folglich auch die Lenkstange in ihrer Axenrichtung um $2 \, . \, CD$ hin und zurück. An dieser Bewegung nimmt natürlich auch das Ende B der Lenkstange Theil, und es wird dieselbe auch durch den Winkelhebel BKE auf die Schieberstange ES übergetragen.

Bei manchen Maschinen, namentlich aber bei denjenigen, welche zum Fördern aus Schächten dienen, ist es nöthig, dieselben zu jeder Zeit umsteuern, d. i. in der entgegengesetzten Richtung umgehen lassen zu können. Dies wird aber erreicht, wenn man der Steuerung die entgegengesetzte Stellung giebt, weil dann auch die entgegengesetzte Seite des Treibkolbens mit der Dampfkammer in Communication gesetzt wird. Fig. 486 auf nebenstehender Seite führt nur eins von den verschiedenen Hülfsmitteln, welche man zur Erreichung dieses Zweckes angewendet hat, vor Augen. Es ist hier außer dem Winkelhebel EKB noch ein zweiter um die Axe K_1 drehbarer Hebel $E_1K_1B_1$ angebracht und durch die Stange E_1L mit dem ersten verbunden. Um umzusteuern, ist nur nöthig, beim mittleren Stande des Dampfkolbens die Excentrikstange mit ihrem Auge von dem Bolzen B des ersten Hebels abzuheben und mittels der Handhabe M den oberen Hebel so zu bewegen, daß nun das Auge über dem Bolzen B_1 dieses Hebels zu liegen kommt. Dadurch wird auch der Dampf auf die entgegengesetzte Seite des Kolbens geleitet und daher auch das entgegengesetzte Kolben- und Steuerungsspiel bewirkt.



Fig. 486.



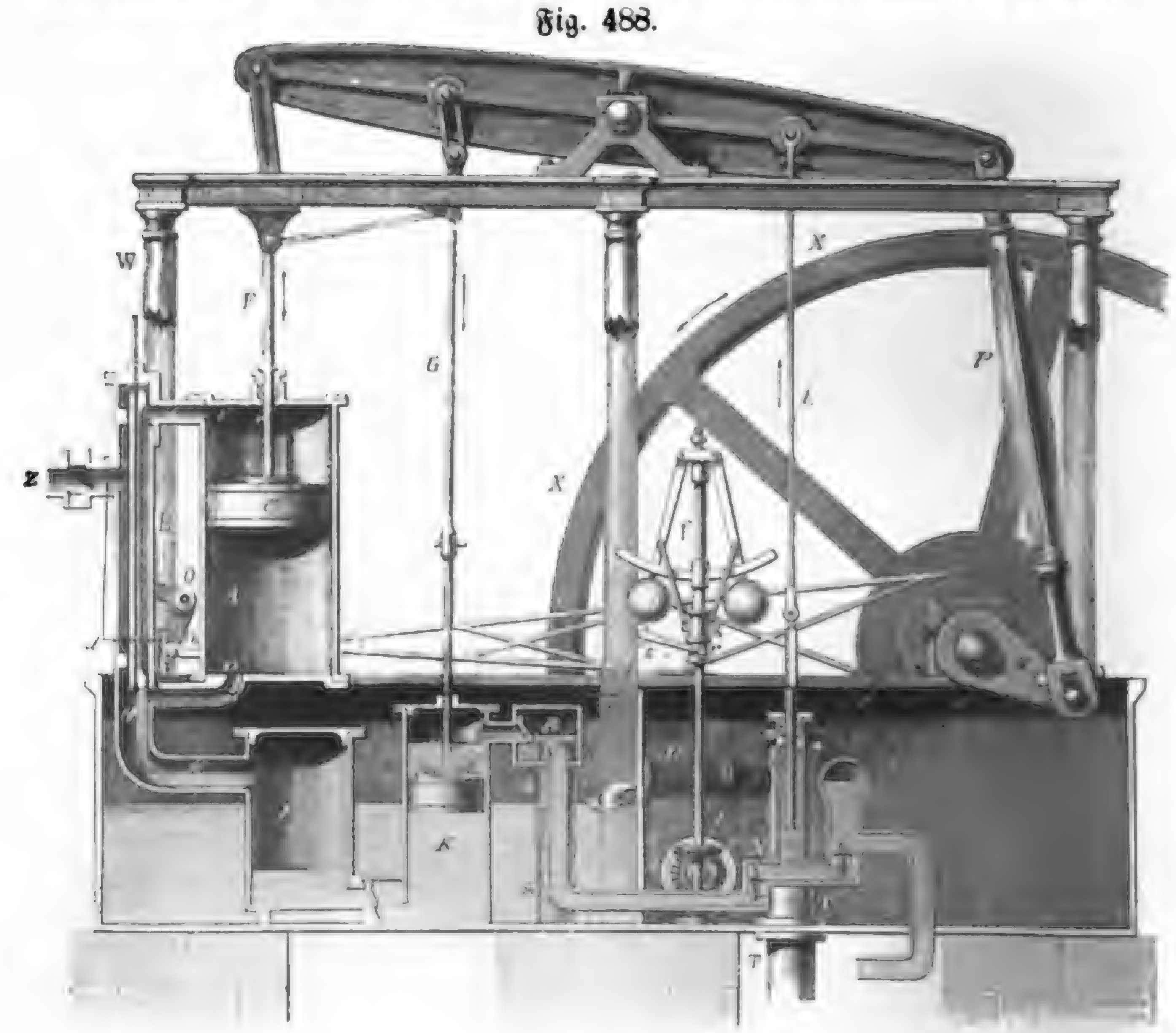
§. 335. Die Anwendung einer vereinigten Excentrik- und Schieber-steuerung führt Fig. 487 in einer Abbildung einer Niederdruck-Dampf- Watt'sche Dampfmaschine.

Fig. 487.

Watt'sche Dampfmaschine.

maschine von Watt vor Augen; auch giebt dieselbe ein deutliches Bild von einer vollständigen Maschine und ihren wesentlichen Theilen. Es ist hier *A* der Dampf- oder Treibecylinder, *C* der Dampf- oder Treibekolben in demselben, und *B* die Dampfkammer, in welcher der durch das Dampf-

Fig. 488.



rohr *Z* zugeleitete Dampf durch einen Röhren-Schieber so vertheilt wird, daß er bald durch den Weg *D* unter, bald durch den Weg *E* über den Kolben *C* treten und denselben auf- oder niedertreiben kann. Ferner ist *J* der Condensator und *K* die Luftpumpe; in jenem wird der durch das Rohr *HH* aus dem Cylinder tretende Dampf nach vollbrachter Arbeit condensirt, und durch diese wird die Luft und das Wasser in ein Reservoir gebracht, aus dem erstere durch Oeffnungen im Deckel entweicht, letzteres aber größtentheils durch die Röhre *SS* abfließt. Ein kleiner Theil dieses Condensationswassers fließt aber durch *M* in die Speisepumpe *N*, und wird von da durch das Rohr *V* in den Dampfkessel gedrückt. Hinter der Speisepumpe befindet sich die nur weiter unten sichtbare Kaltwasserpumpe *TT*, welche ununterbrochen kaltes Wasser durch das Rohr *U* in das Re-

servoir schafft, das J und K umgiebt. Noch sieht man in F die Treibe-, in G die Luftpumpen- und in L die Speisepumpenkolbenstange, alle drei, und zwar erstere durch ein sogenanntes Watt'sches Parallelogramm an einen Balancier angeschlossen. Die schwingende Bewegung, welche der Treibekolben dem Balancier ertheilt, wird durch die Kurbelstange P auf einen Krummzapfen Q übergetragen und geht hier mit Unterstützung eines Schwungrades XX in eine stetige Bewegung über. Auf der Welle dieses Rades sitzt noch das Kreisexcentrik Y, welches mittels seiner Lenkstange $O_1 Y$ und des Winkelhebels $O_1 O O_2$ die Stange $O_2 W$ (O_2 ist verdeckt) des Steuerschiebers auf- und niederzieht. Die nähere Einrichtung des Steuerapparates u. s. w. ist aus den Figuren 470 und 484 zu ersehen und aus dem Früheren schon bekannt. Watt'sche Dampfmaschine.

Der Apparat f ist der sogenannte Centrifugalregulator, der mittelst einer Schnur ii ohne Ende und mittelst des Räderwerkes oo durch die Schwungradwelle in Umdrehung gesetzt wird und durch Stangen ab und de und Hebel asr und bcd mit dem Drosselventile im Dampfrohre so in Verbindung gesetzt ist, daß bei Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit durch Auseinandergehen oder Zusammenfallen zweier Metallkugeln das Ventil mehr geschlossen oder mehr geöffnet und dadurch der Dampfzutritt erschwert oder erleichtert, also auch eine größere Veränderung in der Geschwindigkeit verhindert wird.

Die ausführliche Beschreibung dieses Apparates, sowie die des Watt'schen Parallelogrammes u. s. w. muß einem besonderen Abschnitte aufbewahrt bleiben.

§. 336. Die Wege, welche den Dampf aus der Dampfkammer in den Cylinder führen, müssen einen gewissen Querschnitt haben, damit sie nicht zu großen Widerständen Veranlassung geben. Am besten ist es, man macht die Querschnitte dieser Kanäle so groß wie den Querschnitt des Dampfrohres, nämlich $1/25$ von der Kolbenfläche; zuweilen, namentlich bei Hochdruckmaschinen, macht man sie auch noch größer, nämlich $1/20$ bis $1/15$ der Kolbenfläche. Um zur Bewegung des Schiebers möglichst wenig Arbeit aufwenden zu müssen, ist es nöthig, die Mündung der Dampfwege mehr breit als hoch zu machen, weil dann der Weg des Schiebers kleiner ausfällt (vergl. II., §. 241). Gewöhnlich macht man das Verhältniß zwischen Breite und Höhe dieser Mündungen $= 4:1$ oder $5:1$. Vorellen des Schiebers.

Uebrigens bringt aber der Schieber noch besondere Verengungen hervor, zumal, wenn er durch ein gewöhnliches Kreisexcentrik bewegt wird, weil er die Mündungen der Dampfwege nicht plötzlich, sondern allmalig eröffnet und verschließt. Damit der Dampf möglichst gleichmäßig und die Maschine möglichst vortheilhaft wirke, ist es nöthig, daß der Schieber den Dampfweg schon zu eröffnen anfange, wenn der Treibekolben noch nicht

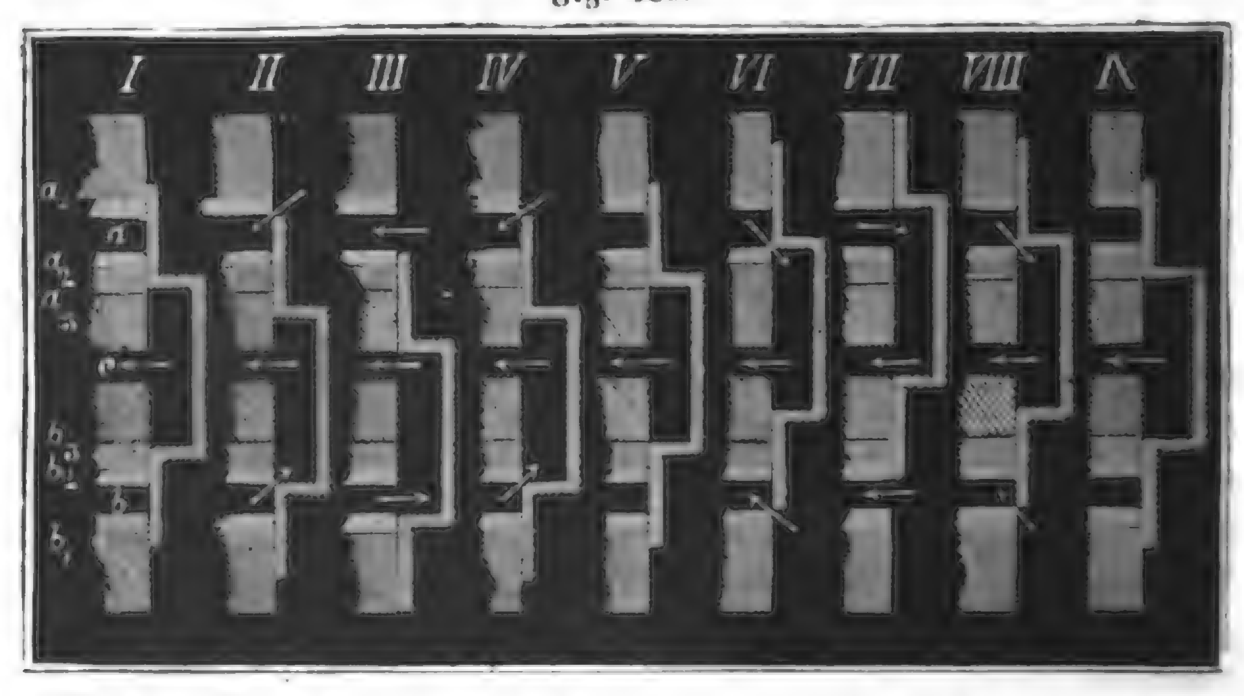
Voreilen des Schiebers.

ganz seinen letzten Weg zurückgelegt hat, weil dann beim Anfange des entgegengesetzten Kolbenweges der neu einströmende Dampf mit aller Stärke wirken kann. Aus demselben Grunde ist es ebenso auch vortheilhaft, daß der Schieber schon vor dem Ende des Treibekolbenweges den Dampfzutritt aufhebe und den Dampfabführungsweg eröffne. Man bringt dieses zeitigere Eröffnen der Dampfwege durch gewisse Verhältnisse zwischen den Dimensionen des Schiebers und denen der Dampfwege, sowie durch eine gewisse Stellung des Excentriks zum Krummzapfen hervor, und nennt es das Voreilen (franz. avance; engl. the lead) des Schiebers. Nach den gemachten Erfahrungen ist besonders das zeitigere Eröffnen des Abzugweges von Vortheil, und man findet bei den bestehenden besseren Maschinen, daß das Voreilen des Schiebers auf der Seite des Abflusses $1/_{20}$ bis $1/_{15}$ ist, d. h. daß der Schieber beim tiefsten oder höchsten Kolbenstande eine Abflußöffnung herstellt, deren Höhe $1/_{25}$ bis $1/_{15}$ von dem ganzen Wege des Schiebers ist. Was dagegen das Voreilen des Dampfschiebers auf der Seite des Zutrittes anlangt, so findet man dieses viel kleiner, nämlich $1/_{100}$ und oft noch kleiner angewendet.

Schieberstellungen.

§. 337. Die Art und Weise, wie der Dampfschieber durch seine verschiedenen Stellungen die Dampfwege eröffnet und verschließt, wird durch Fig. 489 veranschaulicht. Es sind hier a, b und c die drei Dampfwege,

Fig. 489.



a führt über und b unter den Kolben, c aber in die freie Luft; der Dampf umgiebt vor seinem Eintritte in den Cylinder den Schieber von außen und tritt durch a oder b in den Cylinder, je nachdem der Schieber herab- oder heraufgelassen ist. Diese Einrichtung findet in der Regel bei den Hochdruckmaschinen statt, wogegen bei den Watt'schen oder Tiefdruckmaschinen der Dampf durch c zugeführt wird und erst nach seiner Wirkung den

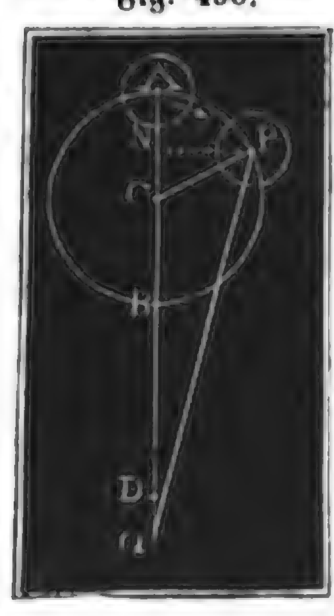
Schieber von außen umgiebt. Ziehen wir jedoch nur die erste Art der Dampftheilung in Betracht. Die mittlere Schieberstellung ist unter I. (V. u. IX.) dargestellt, bei ihr findet weder ein Dampfzutritt noch ein Dampfabfluß aus dem Cylinder statt. Rückt der Schieber herab, so daß er in die Stellung II kommt, so werden die Zu- und Abführungswege eben erst eröffnet, und gelangt er in die tiefste Stellung III., so sind beide Wege vollkommen aufgeschlossen; steigt der Schieber wieder bis IV., so tritt der Abschluß beider Wege ein, und kommt er in die Stellung V., so findet wieder wie in I vollkommene Absperrung statt. Beim weiteren Steigen des Schiebers bis VI. wird der untere Weg des Dampfes aufgeschlossen, und die Abführung des Dampfes über den Kolben ermöglicht; in der folgenden höchsten Schieberstellung VII. sind die Kanäle zum Zu- und Abführen des Dampfes am meisten aufgeschlossen, bei der Stellung VIII. tritt wieder das Absperren dieser Wege ein, und mit der folgenden Stellung IX. fängt ein zweites Spiel des Schiebers an. — Schieberstellungen.

Soll nun kein Voreilen des Schiebers stattfinden, sollen also die Dampfwege beim höchsten und tiefsten Kolbenstande eröffnet werden, so muß das Excentrik bei diesen Kolbenständen den Schieber in die Stellungen II. und VI. bringen; und daher die mittlere Schieberstellung schon etwas vor dem höchsten und tiefsten Kolbenstande eintreten. Es wird dann aber auch der tiefsten und höchsten Schieberstellung noch keineswegs der mittlere Kolbenstand entsprechen, und endlich der Dampf auf beiden Seiten des Kolbens abgesperrt werden, ehe dieser das Ende seines Weges erreicht hat. Bei diesem Absperren wird der Dampf auf der einen Seite des Kolbens sich ausdehnen und auf der andern sich comprimiren müssen, wodurch allerdings Kraftverlust, zugleich aber auch eine Dampfersparniß erwächst. Es ist nun auch leicht zu erachten, wie durch Erweiterung der Dampfwege a und b ein Voreilen des Schiebers oder der Dampfführung erlangt werden kann. Machen wir bei demselben Schieber und bei den nämlichen Stellungen desselben den Weg a nach oben, bei a_1, und den Weg b nach unten, bei b_1, weiter, wie in der Figur durch schwächere Schattirung angedeutet wird, so findet schon vor dem höchsten und tiefsten Kolbenstande Dampfzutritt statt; machen wir aber den Weg a nach unten, bei a_2 und b nach oben, bei b_2, weiter, so stellen wir auch eine Abkürzung der Absperrung her, und gehen wir mit dieser Erweiterung so weit, wie durch die dunklere Schattirung a_3 und b_3 angedeutet wird, so erhalten wir sogar ununterbrochenen Dampfzufluß.

§. 338. Um nun noch zeigen zu können, wie durch richtige Stellung des Excentriks gegen den Krummzapfen die soeben näher betrachteten Schieberstellungen hervorgebracht werden können, ist es nöthig, vorher die Bewegungsverhältnisse dieser Maschinentheile wenigstens im Allgemeinen zu — Theorie des Kreisexcentriks

Theorie des Kreisexcentriks.

Fig. 490.



kennen. Denken wir uns die Warze der Kurbel als einen Punkt, und nehmen wir an, daß sich derselbe mit dem Halbmesser $CA = CB = r$ um die Axe C (Figur 490) drehe. Kommt die Warze A durch Drehung um den Winkel $ACP = \varphi$ vom höchsten oder sogenannten **todten Punkte** A nach P, so gelangt die Lenkstange $AD = l$ in die Lage PQ, und es ist nun der gleichzeitige Weg des Stangenendes in der Richtung der Centrallinie CD:

$$DQ = s = AN + NQ - AD$$
$$= r - r\cos.\varphi + \sqrt{l^2 - r^2(\sin.\varphi)^2} - l$$
$$= r(1 - \cos.\varphi) - l\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r\sin.\varphi}{l}\right)^2}\right],$$

oder da die Stangenlänge l fünf- oder noch mehrmal größer als der Halbmesser r des Warzenkreises ist, annähernd

$$s = r(1 - \cos.\varphi) - \frac{r^2(\sin.\varphi)^2}{2l},$$

wofür wir aber selbst nur den Werth $r(1 - \cos.\varphi)$ annehmen wollen, welchen das Ende D beschreiben würde, wenn die Stange unendlich lang wäre. In Wirklichkeit hat die Warze eine Cylinderform; dadurch wird aber in dem Bewegungsverhältnisse nichts geändert, denn der Mittelpunkt des Auges von dem Stangenkopfe fällt stets mit der Warzenaxe zusammen, es hat also dieser Punkt dieselbe Bewegung, als wenn er unmittelbar an die Axe P angeschlossen wäre. Dieses Verhältniß ändert sich nicht, wenn auch die Warze noch so dick ist, selbst wenn sie, wie Fig. 491 zeigt, einen größeren Halbmesser hat als der Warzenkreis. Da in diesem Falle die Kurbel in ein Kreisexcentrik übergeht, so folgt, daß sich die Formel $s = r(1 - \cos.\varphi)$

Fig. 491.

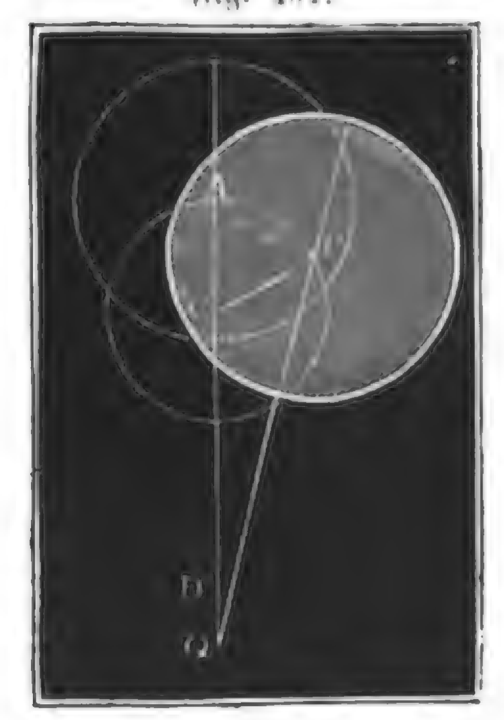


Fig. 492.



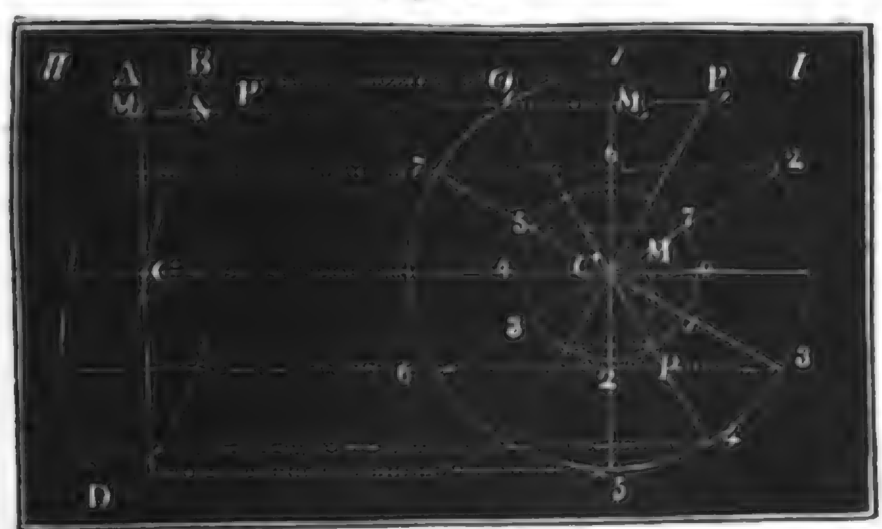
auch auf das Kreisexcentrik anwenden läßt, wenn dessen Stangenlänge DA die Excentricität $r = CA$ vielfach übertrifft. Theorie des Kreisexcentriks.

Bei der mittleren Stellung des Dampfschiebers muß, um dem Obigen zu entsprechen, das Excentrikmittel auch im Mittel O, Fig. 492 auf voriger Seite, die Warzenaxe O_1 hingegen noch um einen gewissen Winkel $O_1CA = \alpha^0$ vor dem todten Punkte A stehen, weil bei dieser Schieberstellung der Dampfkolben sein Spiel noch nicht ganz vollendet haben soll. Dreht sich dann die Welle, auf welcher das Excentrik und die Kurbel zugleich sitzen, um einen Winkel $OCP = O_1CP_1 = \varphi$, so schiebt das Excentrik den Schieber um einen Weg $MP = r\, sin.\, \varphi$ fort, während der Dampfkolben erst noch den Rest $AE = r_1\,(1 - cos.\, \alpha)$ seines Aufganges $2r_1$ und dann noch den Weg $AM_1 = r_1\,[1 - cos.\,(\varphi - \alpha)]$ niedergehend zurücklegt, so daß er von seinem mittleren Stande um $CM_1 = x = r_1\, cos.\,(\varphi - \alpha)$ absteht. Führt man in die Formeln

$$x = r_1\, cos.\,(\varphi - \alpha) \text{ nnd } y = r\, sin.\, \varphi,$$

für φ alle Werthe von 0^0 bis 360^0 ein, so bekommt man dadurch alle möglichen Stellungen des Dampfschiebers zum Dampfkolben, und um dieselben zu veranschaulichen, kann man noch die Wege x und y als Coordinaten an einander tragen, und die entsprechende Curve aufzeichnen. Die Art und Weise, wie diese Curve anzufertigen ist, wird aber durch Fig. 493 I. und II. vor Augen geführt. In I. stellt der größere Kreis den Kurbelkreis, der kleinere den Excentrikkreis vor, und II. führt die aus x und y construirte Curve vor Augen. Gleiche Zahlen an beiden Kreisen bezeichnen entsprechende Stellungen der Kurbel und des Excentriks, steht dieses auf O, 1 oder 2..., so hat jene auch die Stellung O_1, 1, 2 u. s. w.; ist das Excentrik von O bis P gerückt und hat es den Schieber um $PM = y = r\, sin.\, \varphi$ aus der Mitte geschoben, so ist der Krummzapfen ebenfalls von O_1 nach P_1 gegangen, und es steht der Kolben um $CM_1 = x$ von seinem mittleren Stande ab. Tragen wir nun in II. $CM = x$ als Abscisse und $MP = y$ als Ordinate auf, so bekommen wir in P einen Punkt der gesuchten Curve. Setzen wir $\varphi = \alpha$, so bekommen wir die Coordinaten $CA = r_1$ und $AB = r\, sin.\, \alpha$ für den Punkt, durch den sich eine Axe

Fig. 493.



Theorie des Kreisexcentriks. BD der Curve führen läßt; und nimmt man die Abscissen auf dieser, so bekommt man eine sehr einfache Gleichung für diese Curve. Es ist für den Winkel $BCA = \delta$, um welchen die neue Abscissenaxe von der alten abweicht,

$$tang.\, \delta = \frac{AB}{CA} = \frac{r}{r_1} sin.\, \alpha, \text{ und die neue Abscisse}$$

$$CN = x_1 = \frac{CM}{cos\, \delta} = \frac{x}{cos.\, \delta} = \frac{r_1\, cos.\, (\varphi - \alpha)}{cos.\, \delta},$$

die neue Coordinate

$$NP = y_1 = MP - MN = y - x\, tang.\, \delta = r\, sin.\, \varphi - r\, cos.\, (\varphi - \alpha)\, sin.\, \alpha$$
$$= r\, [sin.\, (\varphi - \alpha + \alpha) - cos.\, (\varphi - \alpha)\, sin.\, \alpha] = r\, sin.\, (\varphi - \alpha)\, cos.\, \alpha;$$

da nun $[sin.\, (\varphi - \alpha)]^2 + [cos.\, (\varphi - \alpha)]^2 = 1$, so folgt hier

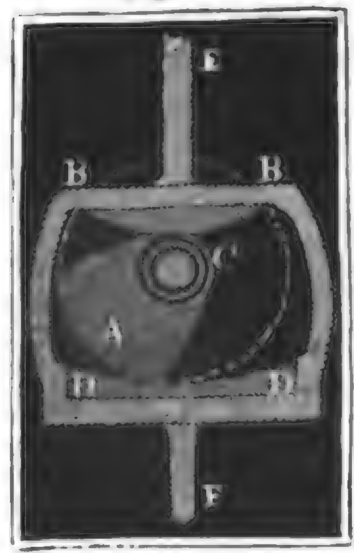
$$\left(\frac{y_1}{r\, cos.\, \alpha}\right)^2 + \left(\frac{x_1\, cos.\, \delta}{r_1}\right)^2 = 1.$$

Setzt man $\frac{r_1}{cos.\, \delta} = a$ und $r\, cos.\, \alpha = b$, so erhält man die bekannte Gleichung der Ellipse:

$$\left(\frac{x_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{b}\right)^2 = 1;$$

es ist also auch die Curve eine Ellipse und a und b sind zwei Halbmesser derselben.

Fig. 494.



Anmerkung. Das trianguläre Excentrik hat vor dem Kreisexcentrik den Vorzug, daß es den Schieber an den Endstellen ruhen läßt und sehr schnell hin- oder zurückschiebt, dagegen ist seine Ausführung schwieriger und seine Arbeitsverrichtung unsicherer. Fig. 494 stellt in AC ein Excentrik vor, welches aus drei 60 Grad langen Kreisbögen gebildet wird. Bei seiner Umdrehung um die Axe C streift es bald an die Backen BB, bald an die Backen DD, womit ein Rahmen $BBDD$ ausgefüttert ist, der mit der Schieberstange EF ein Ganzes ausmacht; in dem einen Falle wird diese dadurch aufwärts, in dem anderen aber abwärts geschoben.

Von den gezahnten Excentriks ist erst bei der Expansion die Rede.

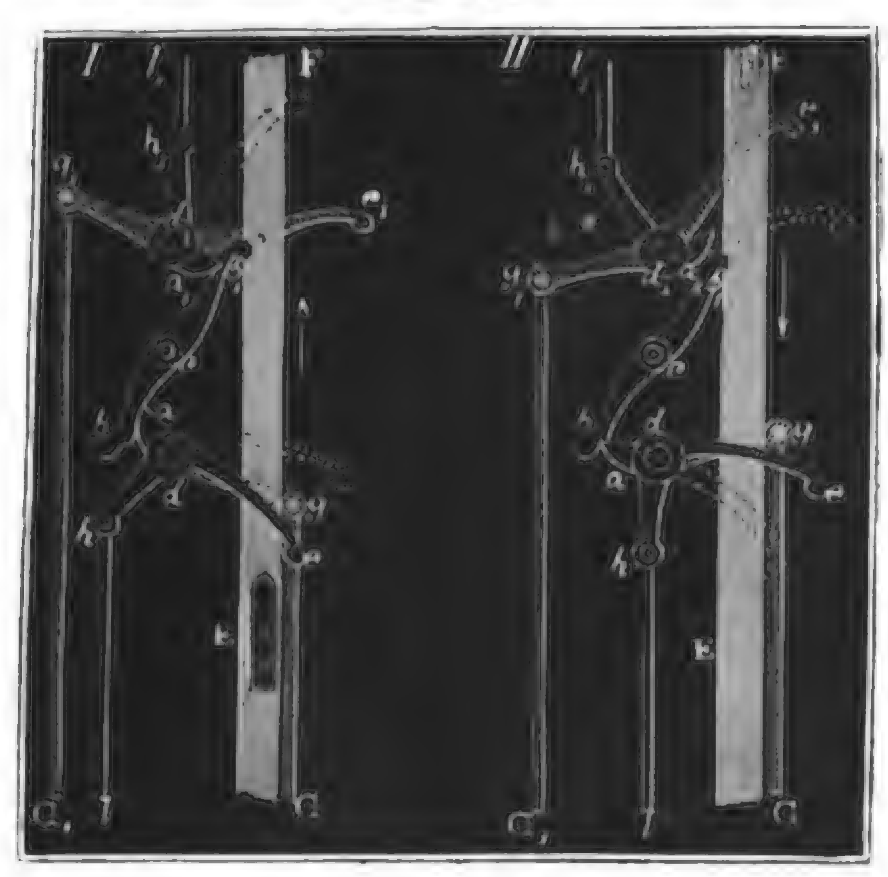
Sperrhaken. §. 339. Die Ventile lassen sich zwar auch durch Excentriks in Bewegung setzen, jedoch eignen sich hierzu Hebelwerke besser, weil dieselben ein schnelleres Oeffnen und Verschließen bewirken. Bei den einfachwirkenden Maschinen und überhaupt bei den Dampfmaschinen, an welchen gar keine Rotation vorkommt, läßt sich natürlich nur diese Steuerungsart in Anwendung bringen.

Eine Ventilsteuerung mit Excentriks ist bereits oben §. 330 beschrieben

und in Fig. 473 abgebildet worden. Es werden hier die Ventilstangen FG und $F_1 G_1$ durch zwei Excentriks H und H_1 in Bewegung gesetzt, und es sitzen diese auf einer Welle auf, welche mittels eines Zahnrades K unmittelbar durch die Maschine selbst umgedreht wird. Sperrhaken

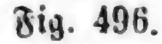
Bei der Hebelsteuerung ist ein Sperrhaken oder eine Sperrklinke (franz. encliquetage; engl. spring catch) der wesentlichste Bestandtheil: er ist nöthig, um nur das Verschließen der Ventile durch die Maschine unmittelbar, das Oeffnen derselben aber durch niederfallende Gewichte hervorbringen lassen zu können. Wie dies möglich ist, wird aus der Beschreibung der Fig. 495, I. und II. vollkommen erhellen. Die Sperr-

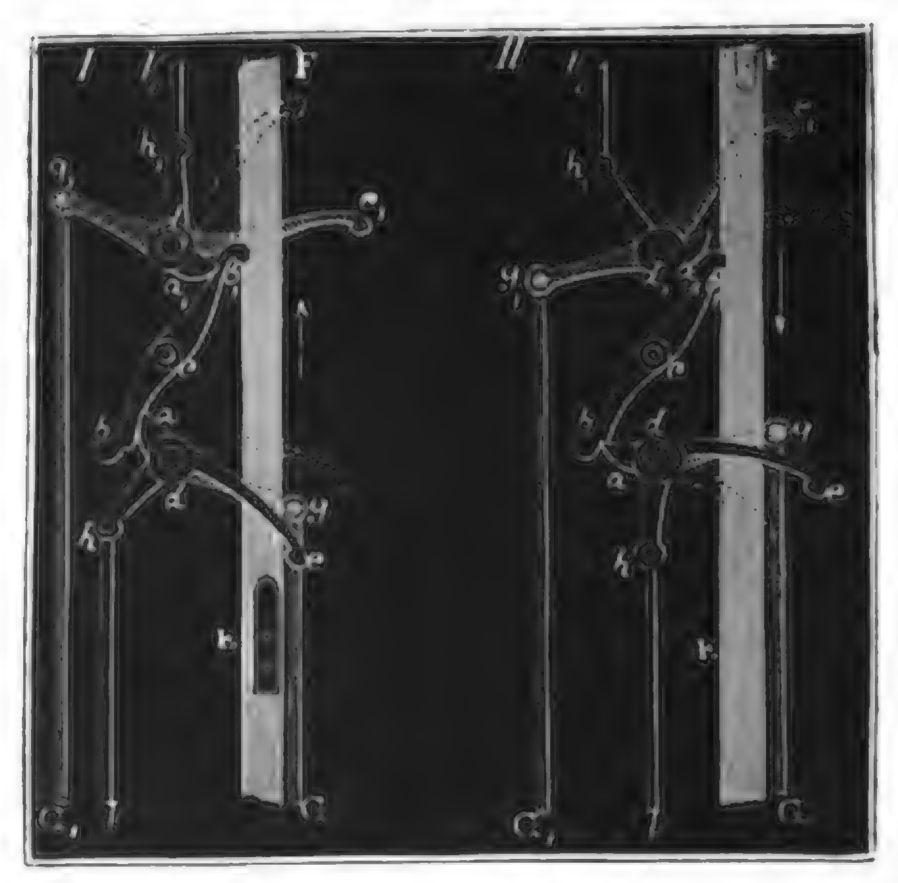

Fig. 495.



klinke selbst ist bcb_1; sie läßt sich um eine horizontale Axe drehen und endigt sich in Haken b und b_1. Unter derselben befindet sich eine horizontale Welle d mit einem Zahne a und mit drei Armen e, g, h, und über derselben eine solche Welle d_1 mit einem Zahne oder Dorne a_1 und drei Armen e_1, g_1 und h_1. In I. greift der Zahn a_1 in den Haken b_1, wogegen a über b steht; in II. hingegen greift der Zahn a in den Haken b und es liegt a_1 über b_1; geht in I. a nieder, so erleidet bcb_1 eine kleine Drehung und es hakt sich a_1 aus b_1; geht aber in II. a_1 nieder, so erfolgt eine umgekehrte Bewegung von bcb_1 und es wird a aus b ausgehakt. Sind nun an den Armen dg und $d_1 g_1$ beider

Sperrhahn. Wellen d und d_1 Gewichte G und G_1 angehangen, so werden dieselben die Wellen in Umdrehung setzen, sowie ihre Zähne a und a_1 frei sind oder sich von den Fesseln der Sperrklinke befreit haben; und sind nun noch an den Armen dh und $d_1 h_1$ mittels Stangen hV und $h_1 V_1$ u. s. w. die Dampfventile angeschlossen, so werden dieselben durch dieses Niederfallen der Gewichte geöffnet werden können. Zur Umdrehung der Wellen d und d_1 nach den entgegengesetzten Richtungen dienen aber die Arme oder Klauen de und $d_1 e_1$; wird de (s. I) von unten nach oben geführt, so geht hV nieder, es verschließt sich folglich das Ventil V, es wird aber auch a_1 frei; es fällt nun $g_1 G_1$ nieder und zieht dabei V_1 auf; wird hingegen $d_1 e_1$ (s. II.) von oben nach unten geführt, so steigt $h_1 V_1$ wieder,


Fig. 496.

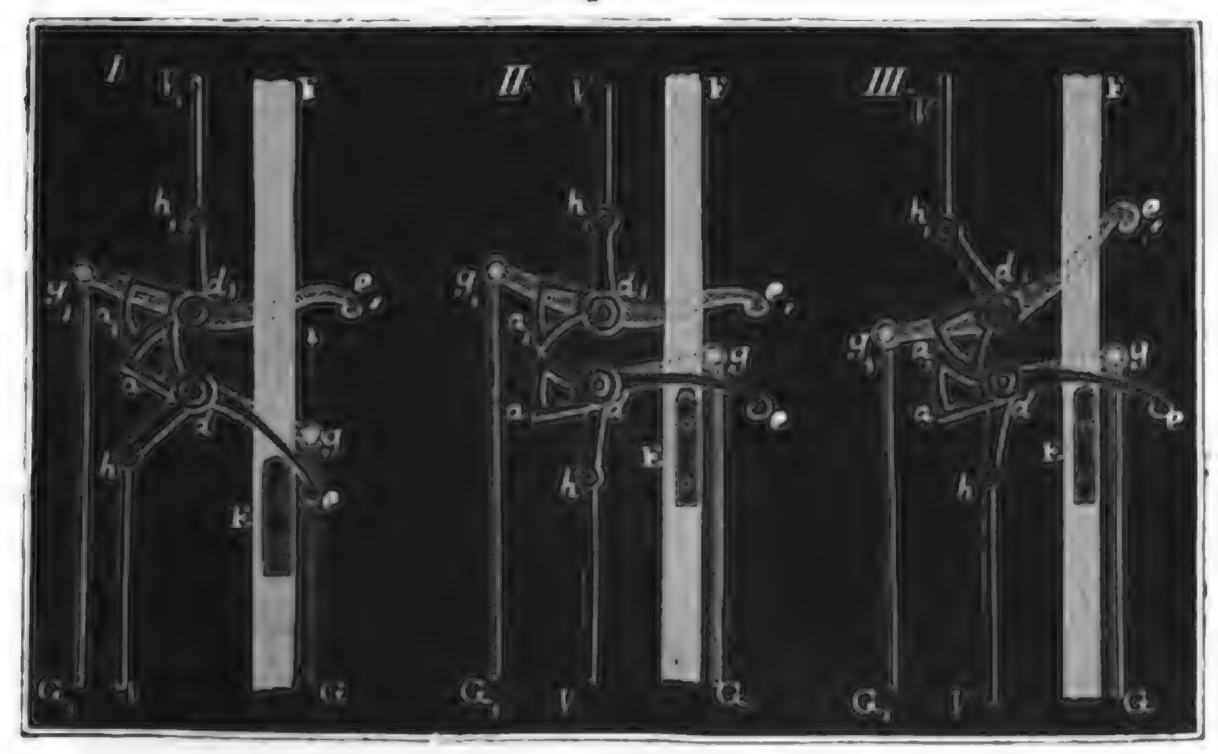


es verschließt sich also V_1 wieder, dagegen hakt sich a aus, es fällt G nieder und zieht dabei hV in die Höhe, und öffnet daher das mit V verbundene Ventil. Dieses Heben und Niederdrücken der Arme de und $d_1 e_1$ wird durch eine Stange EF, die s. g. Steuerstange, hervorgebracht, die an dem Balancier hängt, und daher mit dem Dampfkolben zugleich auf- und niedergeht. Zu diesem Zwecke sind auf entgegengesetzten Seiten derselben zwei Daumen oder sogenannte Knaggen E und F (franz. taquets; engl. tappets) angeschraubt, von denen der eine (E) nahe am Ende des Kolbenaufganges, die Klaue de, der andere (F) aber nahe am Ende des Kolbenniederganges, die Klaue $d_1 e_1$ ergreift und mit sich fortnimmt.

Digitized by Google

Eine etwas vereinfachte Hebelsteuerung ist in Fig. 497, I., II. und III. abgebildet. Es ist hier der Sperrhaken durch zwei Kreissectoren a und Sperrhaken.

Fig. 497.

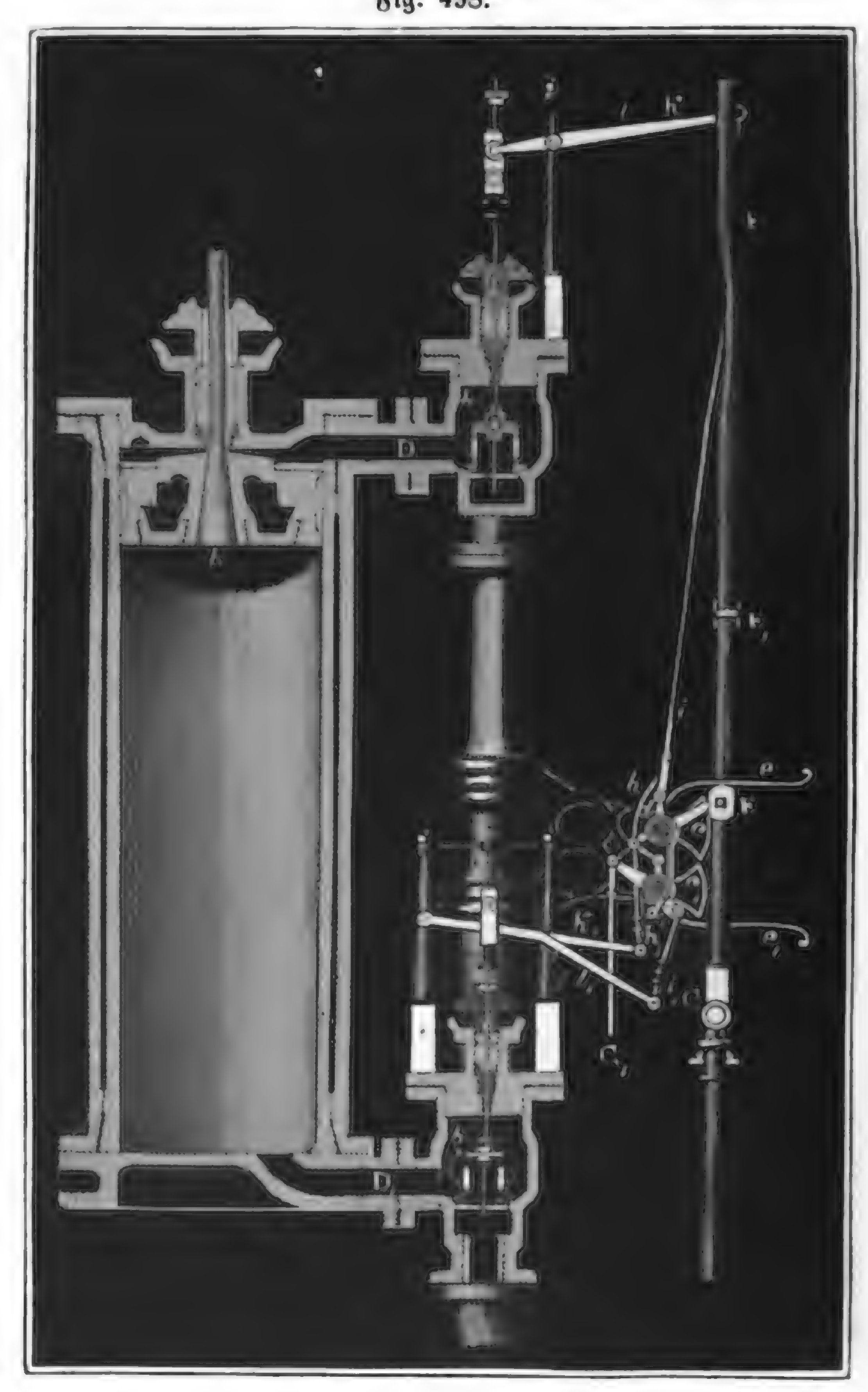


a_1 ersetzt, die einander abwechselnd erfassen und freilassen. Uebrigens ist die äußere Steuerung ganz wie in der im vorigen Paragraphen beschriebenen und in Fig. 496 abgebildeten Steuerung eingerichtet, und es stehen auch die übrigen Buchstaben in beiden Figuren bei denselben Theilen. Geht die Steuerstange oder der Steuerbaum mit dem Dampfkolben empor, so ergreift die Knagge E (s. I.) den Hebel de, und hebt denselben empor; dabei steigt auch G, dagegen wird das Ventil bei V verschlossen; zugleich zieht sich aber auch a zurück und es wird a_1 frei, wie nun II. vor Augen führt. Jetzt fällt G_1 nieder, es legt sich a_1 in a und es öffnet sich das Ventil bei V_1, wie in III. zu sehen ist. Der nun über den Kolben tretende Dampf treibt diesen mit der Stange FG nieder und eine andere Knagge an der Hinterseite dieser Stange ergreift nahe am Ende des Niederganges den Hebel d_1e_1 und schiebt diesen nieder, so daß wieder die Stellung II. eintritt, und dabei G_1 angehoben und V_1 geschlossen wird. Auch hakt sich hierbei a_1 aus a und es fällt nun G ungehindert nieder, es legt sich a in a_1 und es öffnet sich dabei V, so daß nun der Dampf von unten zutreten und den Kolben emportreiben und das vorige Spiel sich wiederholen kann.

§. 340. Die Art und Weise, wie die einzelnen Ventile einer Dampfmaschine durch den Hebel- und Sperrklinkenapparat gesteuert, d. i. gehoben und gesenkt werden, möge an einer in den Fig. 498 u. 499 (a. f. S.) abgebildeten doppeltwirkenden Dampfmaschine von Cornwall erklärt wer- Hebelsteuerung.

Hebel-steuerung. den. Man ersieht aus Fig. 499, daß diese Steuerung aus einem Paar kleineren Ventilen a, a_1 und aus einem Paar größeren Ventilen b, b_1

Fig. 498.

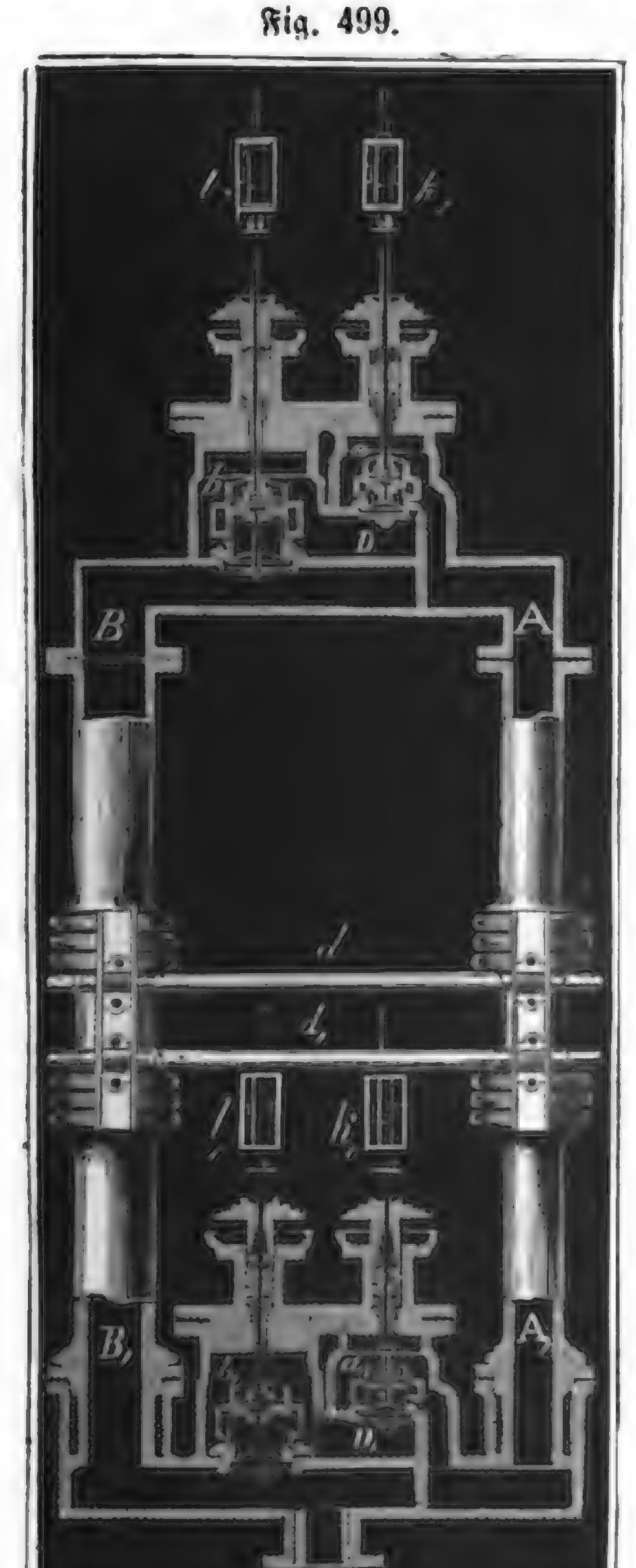


besteht; wir können nur noch hinzufügen, daß jene zum Zu-, diese aber zum Ablassen des Dampfes dienen. Das erste Paar communicirt mit

Digitized by Google

den nach dem Dampfcylinder führenden Röhren D und D_1 von unten, Hebel-steuerung.

Fig. 499.



das zweite aber hiermit von oben. Der Dampf wird durch das Rohr AA_1 zu-, durch das Rohr BB_1 ab- oder vielmehr in den Condensator geführt. Man sieht nun leicht ein, daß bei Eröffnung der Ventile a und b_1 der frische Dampf durch a nach D gehen und den Dampfkolben K niederdrücken kann und daß gleichzeitig der benutzte Dampf unter K durch D_1 und b_1 zurück und durch BB_1C in den Condensator geführt werden kann. Sind umgekehrt die Ventile a_1 und b geöffnet, a und b_1 aber geschlossen, so strömt der frische Dampf durch a_1 und D_1 unter den Treibekolben und treibt diesen in die Höhe, wogegen der benutzte Dampf oben durch D zurück und durch b und BB_1C in den Condensator geleitet wird. Die oberen zwei Ventile a und b sind an doppelarmige Hebel k und l, die unteren zwei aber an einarmige Hebel k_1 und l_1 aufgehangen, und diese Hebel sind wieder durch die Stangen h, i, h_1 und i_1 an die Arme von zwei Wellen d und d_1 angeschlossen, nämlich h und i_1 an d_1 und h_1, und i an d. Uebrigens sind diese Wellen noch mit den langen Hebeln e und e_1 ausgerüstet, und es werden diese durch zwei Knaggen E und E_1 auf- oder niederbewegt, die auf der als Steuerbaum dienenden Kolbenstange der Luftpumpe aufsitzen. Hiernach

Digitized by Google

Hebelsteuerung

ist nun der Gang der Steuerung leicht zu erklären. In der Stellung, welche die Figuren vor Augen führen, ist der Treibekolben eben oben angekommen, es hat die Knagge E den Hebel e emporgehoben und die Welle d um einen gewissen Winkel von rechts nach links gedreht; dabei ist auch ein rechts an d hängendes, in der Figur von EF verdecktes Gewicht G gehoben, h_1 und also auch a_1 mittels h_1 sowie b mittels i niedergedrückt, der Sector c emporgehoben und demnach der Sector c_1 frei geworden. Das an d_1 links hängende und nun sinkende Gewicht G_1 dreht d_1 von rechts nach links, und hierbei wird denn a mittels h, und b_1 mittels i_1 geöffnet. Der nun durch D zuströmende Dampf treibt K und EF abwärts und nahe am Ende des Niederganges trifft nun die Knagge E_1 auf den Hebel e_1 und dreht dabei die Welle d_1 um einen gewissen Winkel von links nach rechts; hierbei wird das Gewicht G_1 angehoben, das Ventil a durch die Stange h sowie b_1 durch i_1 verschlossen und der Sector c_1 so weit niedergelegt, daß sich c frei bewegen kann. In diesem Momente fällt nun G nieder und wird dadurch a_1 mittelst h_1, sowie b mittels i geöffnet, so daß jetzt Dampf durch a_1 und D_1 hindurch und unter den Kolben K treten, diesen also emportreiben kann. Am Ende des Kolbenaufganges wiederholt sich nun das eben beschriebene Steuerungsspiel.

Einfachwirkende Dampfmaschinen.

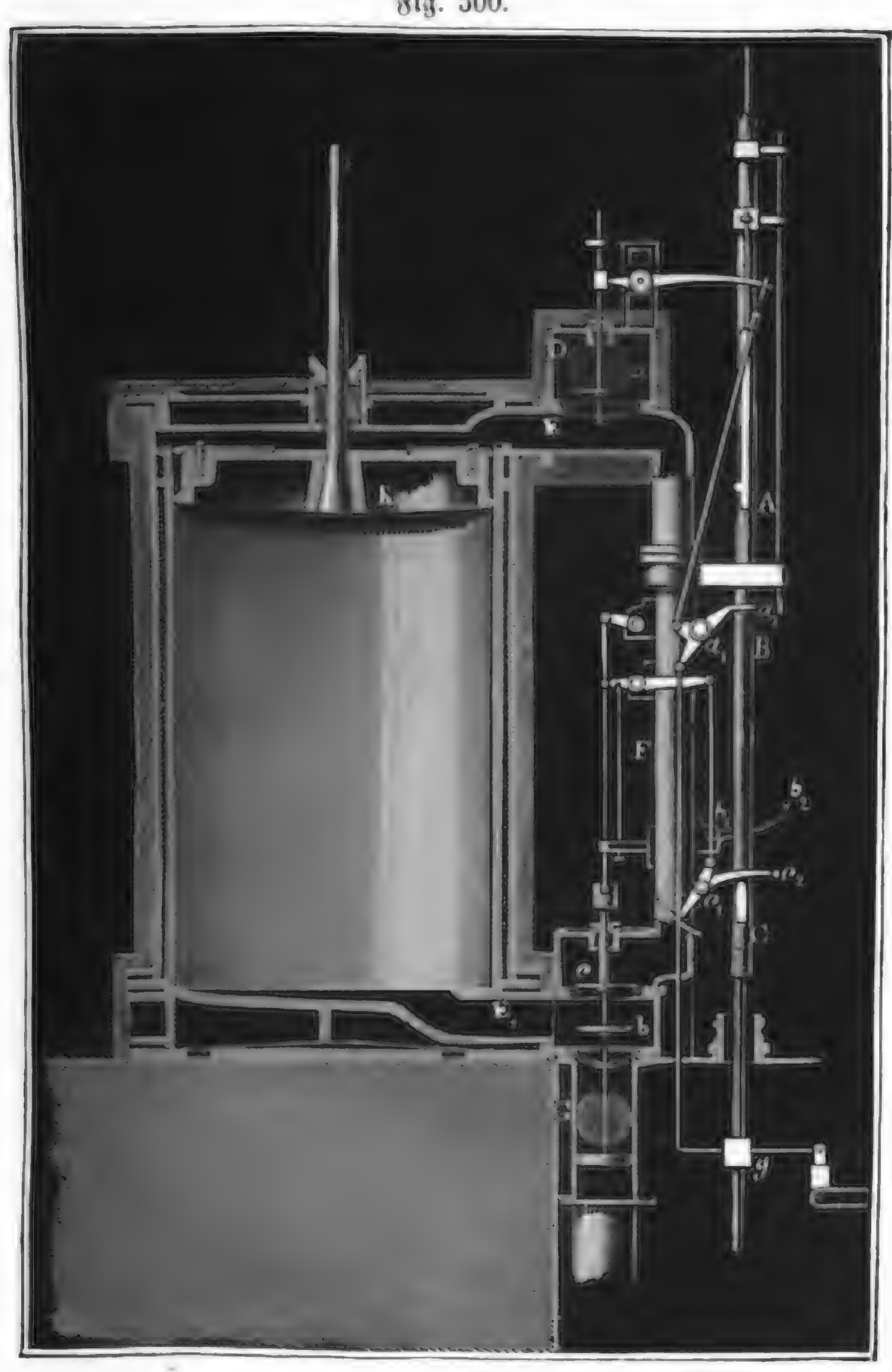
§. 341. Soll der Dampfzufluß lange vor dem Ende des Kolbenweges aufgehoben werden, damit der Dampf während Zurücklegung des übrigen Kolbenweges durch Expansion wirken könne, so muß entweder eine besondere Absperrungsklappe angebracht werden, welche durch ein besonderes Hebelwerk in Bewegung zu setzen ist, oder man muß einen besonderen Mechanismus anbringen, durch welchen nicht nur das gleichzeitige Eröffnen des Zu- und Ablaßventiles hervorgebracht, sondern auch ermöglicht wird, daß sich das Zulaßventil eher als das jenseitige Ablaßventil verschließt. Wie dies bei einer einfachwirkenden Dampfmaschine bewerkstelligt werden kann, wird die Erklärung der Figur 500, welche eine von Wicksteed erbauete Wasserhebungsmaschine zu Oldford bei London vorstellt, zeigen.

Die Maschine hat drei Ventile a, b, c. Das erstere ist das Einlaß- oder Absperrventil (franz. soupape d'admission; engl. steam-valve); bei seiner Eröffnung strömt der bei D zugeführte Dampf durch E nach dem Cylinder und treibt den Dampfkolben K abwärts. Das Ventil b ist das Auslaßventil (franz. soupape d'émission, engl. eduction-valve); durch seine Eröffnung wird dem Dampfe der Abzugsweg G nach dem Condensator eröffnet. Das Ventil c über b und mit b in einer und derselben Kammer eingeschlossen, öffnet sich, wenn der Dampfkolben K durch ein Gegengewicht emporgehoben wird, damit der Dampf über K

auf dem Wege EFE_1 unter dem Kolben gelangen könne. Da hierbei auf beiden Seiten des Kolbens beinahe ein und derselbe Dampfdruck im Ganzen also Gleichgewicht vorhanden ist, so nennt man dieses Ventil auch

Einfach-wirkende Dampf-maschinen.

Fig. 500.



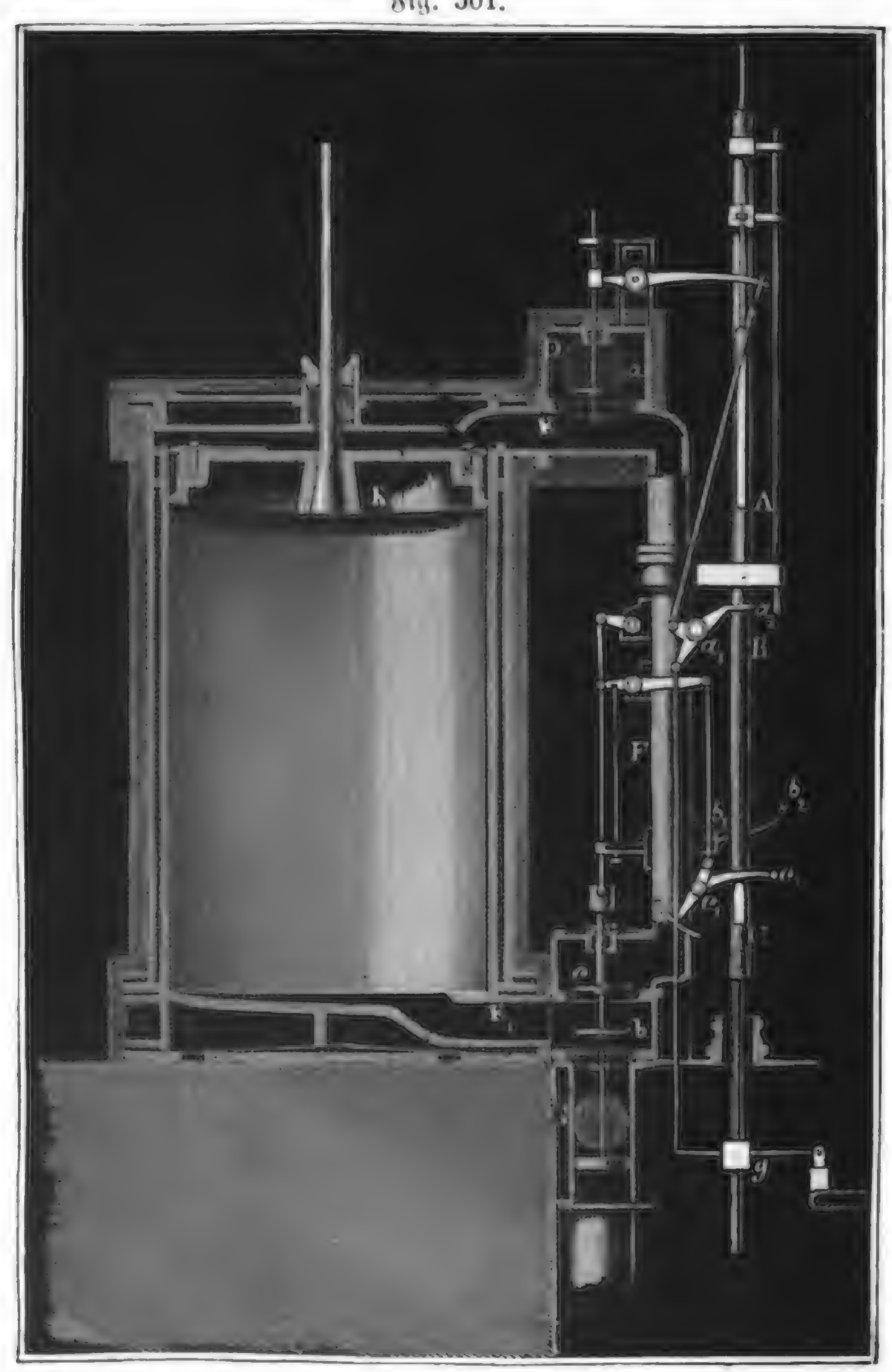
das Gleichgewichtsventil (franz. soupape d'équilibre; engl. equilibrium-valve). Das Oeffnen und Verschließen dieser drei Ventile muß während eines vollständigen Spieles der Maschine in folgender Ordnung

Digitized by Google

Einfachwirkende Dampfmaschinen.

vor sich gehen. Es ist K oben, und c verschlossen: die Ventile a und b werden nun gleichzeitig eröffnet; der frische Dampf treibt K nieder und der benutzte Dampf unter K strömt durch E_1 und G in den Condensa-

Fig. 501.



ter. Hat der Kolben K einen Theil seines Weges zurückgelegt, so verschließt sich a, es hört das Zuströmen des Dampfes auf, und es wirkt der nun abgesperrte Dampf während Zurücklegung des übrigen Kolben-

Digitized by Google

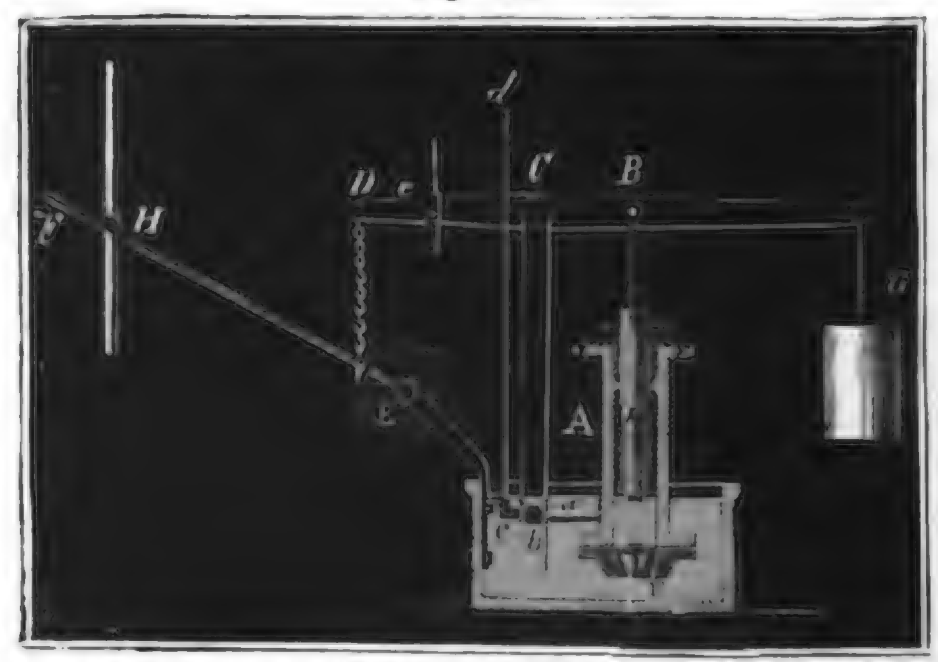
weges nur durch Expansion. Kommt K' unten an, so verschließt sich nun auch b, hierauf aber öffnet sich c, der Kolben steigt durch die Wirkung des Gegengewichtes empor, und treibt den beim Niedergange benutzten Dampf auf dem Wege EFE_1 von oben nach unten. Am Ende des Aufganges verschließt sich auch c und es beginnt nachher ein neues Spiel. Einfachwirkende Dampfmaschinen.

Wie nun das rechtzeitige Spiel der Ventile mit Hülfe von Hebeln und Sperrhaken zu bewerkstelligen ist, wird aus Folgendem erhellen. Jedes der drei Ventile a, b und c ist mit einem Stiele und mit einem Hebel versehen und jeder dieser Hebel ist durch eine Stange mit einem der drei dreiarmigen Hebel a_1, b_1 und c_1 verbunden. Letztere werden mittels ihrer langen Arme a_2, b_2, c_2 durch Knaggen A, B und C einer auf- und niedergehenden Stange nach der einen, durch angehängte Gewichte aber nach der entgegengesetzten Richtung hin bewegt, und im ersten Falle werden die Ventile verschlossen, im zweiten aber geöffnet. Die Hebel b_1 und c_1 sind durch einen Sperrhaken wie Figur 496 mit einander in Verbindung gesetzt; wenn daher beim Ende des Kolbenaufganges die Knagge C an c_2 trifft und dabei c geschlossen wird, so läßt der allerdings in Fig. 501 nicht sichtbare Sperrhaken den Hebel b_1 fallen, und wenn dieser mit a_1 durch eine Stange verbunden ist, so fällt auch a_1 mit und es öffnen sich daher die Ventile a und b gleichzeitig. Während des nun vor sich gehenden Kolbenniederganges trifft die Knagge A auf den Hebel oder die Klaue a_2, drückt dieselbe nieder und verschließt nun a, so daß von nun an der Dampf durch Expansion zu wirken anfangen muß. Gegen Ende des Hubes trifft nun auch die (unsichtbare) hintere Knagge B auf den Hebel b_2 und es wird dadurch auch b verschlossen; zugleich wird aber der Hebel c_1 ausgelöst, so daß dieser durch sein Gegengewicht niederfallen und c eröffnen, der Aufgang des Kolbens aber ungehindert vor sich gehen kann. Damit a_2 niedergehen kann ohne b_2, muß die Stange, welche beide Wellen verbindet, an ihrem oberen Ende einen Schlitz erhalten und der Bolzen des Hebels, womit diese Stange an a_1 angeschlossen ist, sich darin bewegen können, bis auch b_2 von B ergriffen und niedergedrückt wird.

§. 342. Bei den **einfachwirkenden Dampfmaschinen** hat man noch besondere Vorrichtungen zur Regulirung ihres Ganges nöthig. Um die Geschwindigkeit zu reguliren, dient ein **Stellventil** im Dampfrohre, welches der Maschinenwärter durch die Hand stellen kann. Um ferner den Kolbenweg zu reguliren, hebt oder senkt man entweder das Lager der Einlaßklappe oder man verändert die Stellung der Knaggen am Steuerbaume. Um endlich die Zeit des ganzen Kolbenspieles zu reguliren, bedient man sich des sogenannten **Katarakte s** (franz. cataracte; engl. Katarakt.

Katarakt. cataract), eines Apparates, durch den am Ende des Kolbenspieles eine beliebig lange Pause hervorgebracht werden kann. Man hat bis jetzt sehr verschieden eingerichtete Katarakte angewendet, jedoch ist der in Fig. 502

Fig. 502.



abgebildete einer der vorzüglichsten und jetzt am gewöhnlichsten. Seine Einrichtung ist folgende. *AV* ist ein Stiefel oder Pumpencylinder mit einem sich nach innen öffnenden Saugventile *V* und einem massiven Kolben *K*, der mittels eines um *C* drehbaren Hebels auf- und niedergezogen werden kann. Seitwärts in den Stiefel mündet noch ein feines Rohr *ab* ein, dessen Ausmündung *b* mit einem Hahne *cb* verschlossen und verändert werden kann. Der Kolben *K* wird beim Niedergange des Treibekolbens durch den Steuerbaum mittels einer Knagge *H* und des Hebels *EF* und *BCD* aufgezogen, durch das Gewicht *G* aber wieder niedergedrückt; im ersten Falle wird ferner Wasser durch *V* angesaugt, und im zweiten fließt dasselbe wieder durch *ab* ab, und je nachdem man durch Stellung an der Stange *cd* die Ausflußöffnung größer oder kleiner gemacht hat, wird die Ausfluß- und also auch die Niedergangszeit von *K* kleiner oder größer ausfallen. Der Hebel *BCD* ist mit dem Steuerapparate des Dampfventiles durch eine Stange *e* so verbunden, daß das Gewicht dieses Ventiles erst dann frei wird und also auch die Eröffnung des Dampfventiles erst dann erfolgt, wenn der Kolben *K* seinen Niedergang vollendet hat. Wenn also der Kolbenaufgang beendigt ist, so bleibt die Maschine so lange still stehen, bis das Gewicht *G* den Kolben *K* niedergetrieben und dabei die Stange *e* so weit gehoben hat, daß das Gewicht des Dampfventiles ausgelöst wird.

Expansionsschieber. §. 343. Wir haben oben nur die Schiebersteuerung bei Maschinen ohne Expansion abgehandelt, es bleibt uns daher noch übrig, die Expan-

Digitized by Google

sionsschieber, d. i. diejenigen Dampfschieber kennen zu lernen, wodurch der Dampf während des Kolbenweges abgesperrt und daher durch Expansion zu wirken genöthigt wird. Im Allgemeinen hat man vier Methoden, die Expansion des Dampfes durch Schieber einzuleiten, nämlich Expansionsschieber.

1) die Steuerung mittels eines einzigen Schiebers,

2) die mittels zweier getrennten Schieber,

3) die mittels zweier über einander liegenden Schieber,

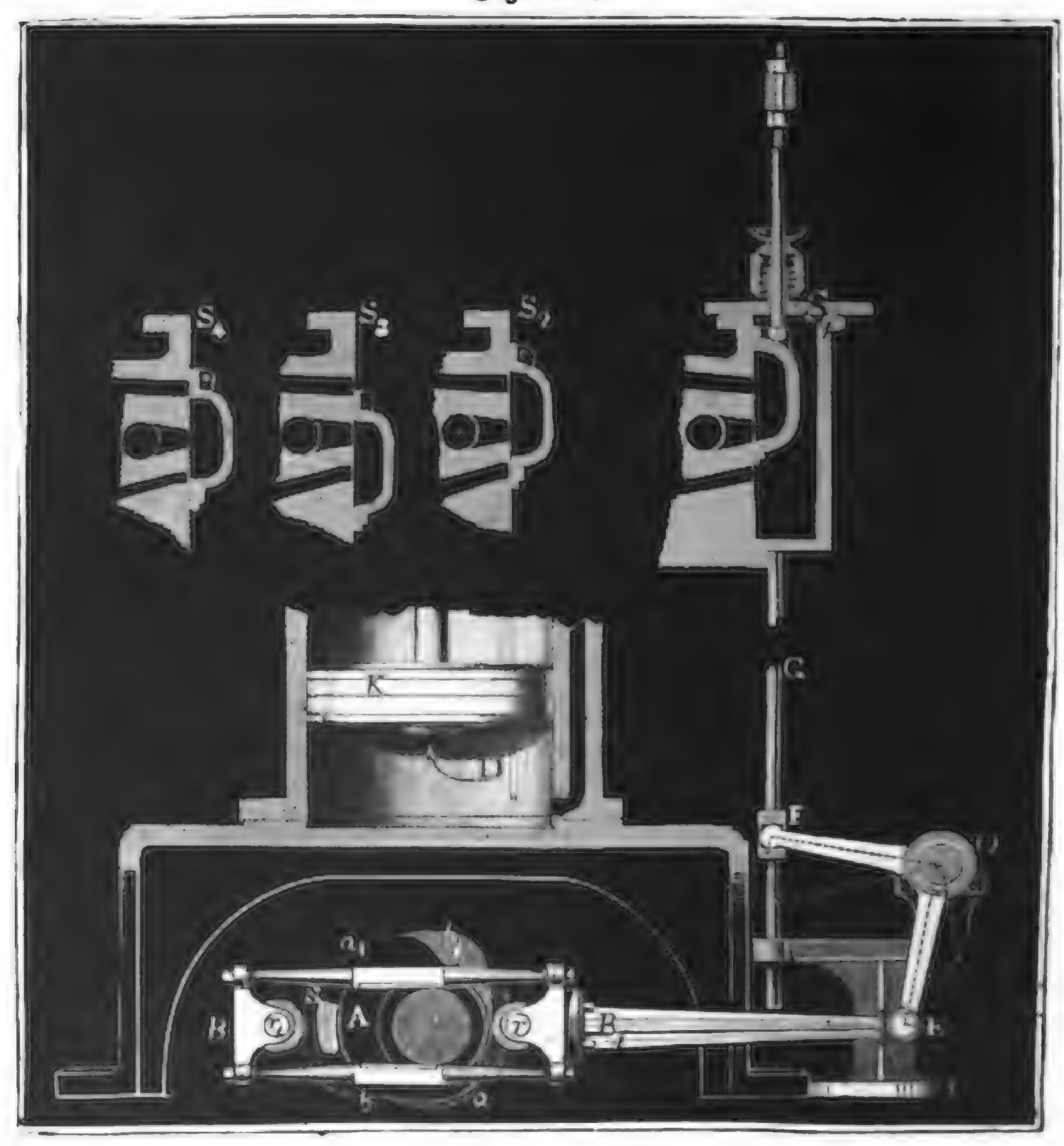
4) die mittels eines Schiebers und eines Ventiles.

Wir haben schon oben §. 537 gesehen, daß ein einziger, durch ein Kreisexcentrik in Bewegung gesetzter Schieber die Wirkung des Dampfes durch Expansion ermöglichen kann; es gehört nur dazu, daß derselbe eine gewisse Bedeckung (franz. recouvrement; engl. cover) erhalte, d. i. daß er bei seinem mittleren Stande nicht bloß die Dampfwege bedecke, sondern daß seine Enden noch über die Einmündungen dieser Wege in die Dampfkammer hinausgreifen. Wird dann das Excentrik gegen den Krummzapfen noch so gestellt, daß sich der Dampfweg unmittelbar vor dem Ende des ganzen Kolbenweges eröffnet, so findet auch eine Absperrung des Dampfes statt, bevor der Kolben das neue Kolbenspiel vollendet hat; es muß also auch der Dampf durch Expansion wirken, während der Kolben den letzten Theil dieses Weges zurücklegt.

Vollständiger erreicht man diesen Zweck, wenn man ein gezahntes oder abgestuftes Excentrik anwendet. Die Einrichtung, Construction und Wirkungsweise einer Schiebersteuerung mit einem solchen Excentrik läßt sich aus der in Fig. 503 (a. f. S.) abgebildeten Maschine von Saulnier d. Aelt. ersehen. Es ist D der Dampfcylinder, und C die Welle, welche mittelst Kurbel u. s. w. von der Kolbenstange in Bewegung gesetzt wird; ferner S_1, S_2, S_3 und S_4 der Dampfschieber in vier verschiedenen Stellungen, A das Excentrik, BB_1 ferner ein mit Frictionswalzen ausgerüsteter und das Excentrik und die Welle C umfassender Doppelrahmen, BE eine mit diesem fest verbundene horizontale Excentrik-, sowie FG die mit dieser durch einen Winkelhebel EOF verbundene vertikale Schieberstange. Das Excentrik bildet vier Stufen a, b, a_1, b_1, zwei auf- und zwei absteigende; in der gezeichneten Stellung ist der Schieber oben, hat also die Stellung S_1; gelangt bei weiterer Umdrehung des Excentriks die Stufe a an das Rädchen r, so wird der Rahmen nach rechts und daher der Schieber nach

Expansions-schieber. unten geschoben, und gelangt in die Stellung S_2; schiebt sich ferner b unter r, so rückt die Excentrikstange noch weiter rechts, also der Schieber noch weiter herab, und zwar in die Stellung S_3. Später gelangt die Stufe a unter das linke Rädchen r_1, es schiebt dann das Excentrik die

Fig. 503.

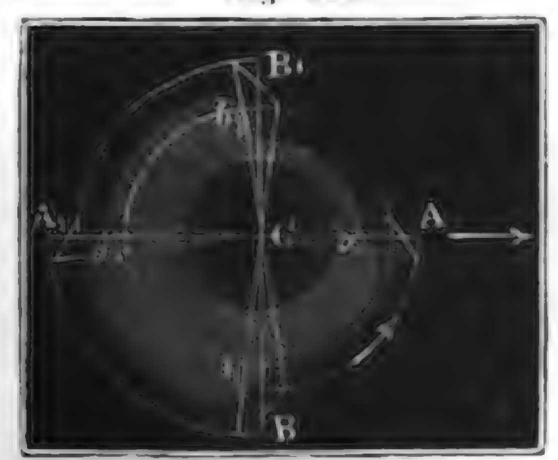


Excentrikstange nach links, und daher den Schieber aufwärts, und zwar in die Stellung S_4; endlich aber stellt sich die Stufe b_1 unter r_1 und es rückt dabei die Excentrikstange noch weiter links, der Schieber aber wieder in Stellung S_1. Damit durch diese Bewegungen der Schieber die Dampfwege zur rechten Zeit öffne und verschließe, muß seine innere Länge 4= und seine äußere 6=, sein Weg aber 3mal so groß sein, als die Höhe eines Dampfkanales oder einer Zwischenwand; es muß ferner derselbe bei einem mittleren Kolbenstande um ein Drittel, und beim Ende des Hubes um die übrigen zwei Drittel seines Weges fortrücken; deshalb also auch die Stufe b des Excentriks noch einmal so hoch sein als die Stufe a.

Digitized by Google

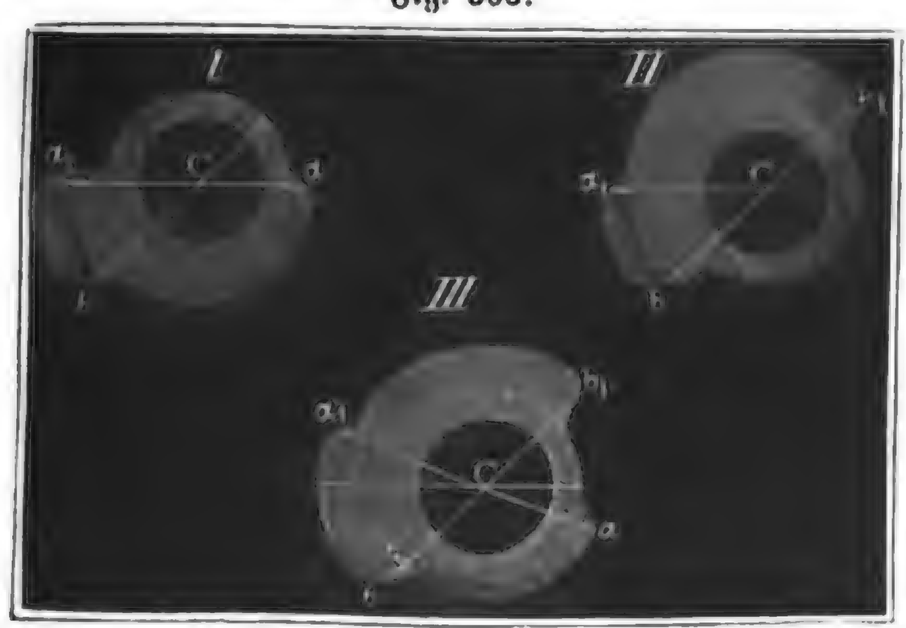
§. 344. Die Construction der Stufen des Excentriks läßt sich aus Fig. 504 ersehen. Zwei diametrale Linien AA_1 und BB_1 theilen das Excentrik in vier gleiche oder ungleiche Theile, und an jedem Endpunkte dieser Linien befindet sich eine Stufe; A und B sind die aufsteigenden, A_1 und B_1 aber die niedersteigenden Stufen; A und A_1 sind von einfacher, B und B_1 von doppelter Höhe. Damit sich das Excentrik zwischen den Rahmen nicht klemme, müssen die Stufen so geformt werden, daß alle diametralen Linien, welche gegenüberliegende Punkte derselben mit einander verbinden, gleich sind der inneren Weite des Rahmens. Da endlich das Excentrik nicht unmittelbar vom Rahmen, sondern vielmehr von Frictionswalzen im Inneren desselben umfaßt wird, so hat man in einem dem Walzenhalbmesser gleichen Abstande von der zusammengesetzten Curve ABA_1B_1 eine parallele oder äquidistante aba_1b_1 zu zeichnen, und den Excentrikumfang nach dieser zu formen. Das Aufzeichnen dieser Aequidistanten erfolgt aber dadurch, daß man mit dem Walzenhalbmesser Kreise aus sehr vielen Punkten von ABA_1B_1 beschreibt und einen Zug führt, welcher alle diese Kreise berührt. Excentrik für veränderliche Expansion.

Fig. 504.



Es läßt sich auch sehr leicht der Expansionsgrad verändern, wenn man das Excentrik aus zwei Scheiben wie I. und II., Figur 505 zusammensetzt, und das eine an dem anderen verstellt und durch eine Schraube bei s (Figur 503) an dasselbe befestigt. Der Scheibe I. fehlt

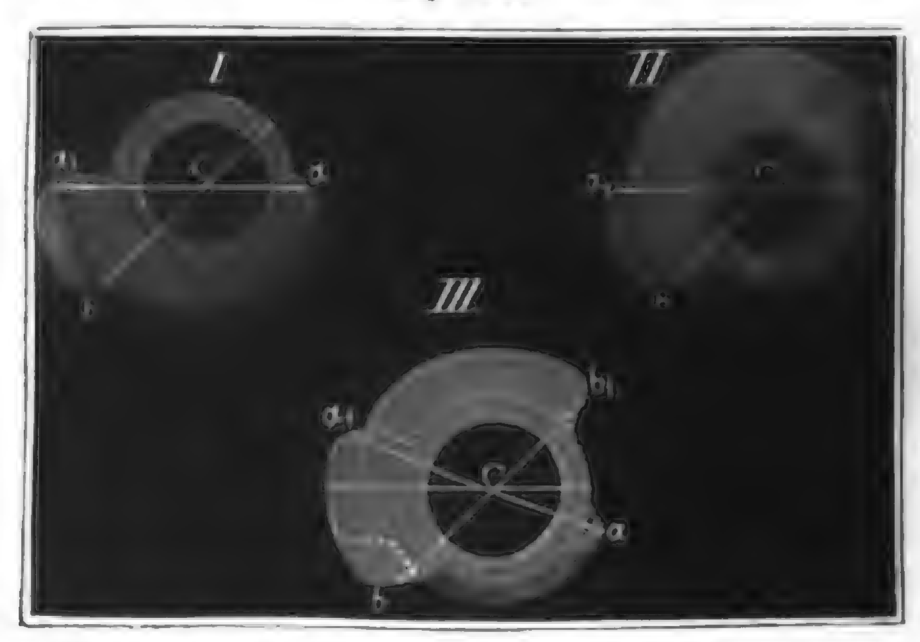
Fig. 505.



Excentrik für veränderliche Expansion.

die Stufe b, und der Scheibe II. die Stufe a; legt man beide ungedreht über einander, so bilden sie ein vollständiges Excentrik wie Fig. 504, welches vielleicht ein Drittel des Kolbenhubes absperrt; dreht man aber I. um

Fig. 506.



einen gewissen Winkel, ehe man es an II. legt, wie z. B. in III., so werden die Centriwinkel zwischen a, b, a_1 und b_1 verändert, es wird z. B. der Centriwinkel von $a\,b_1$ und $a_1\,b$ größer und der von $a\,b$ und $a_1\,b_1$ kleiner, so daß nun das Absperren des Dampfes später, z. B. statt bei einem Drittel, erst bei der Hälfte des Hubes statt hat. Uebrigens läßt sich der Centriwinkel $a\,C\,b_1 = a_1\,C\,b = \varphi$, welcher einer gewissen Absperrung oder Expansion entspricht, leicht berechnen. Der dem Drehungswinkel φ entsprechende Kolbenweg ist nach §. 338, $s = r\,(1 - cos.\,\varphi)$, folglich sein Verhältniß zum ganzen Kolbenwege

$$2r : \frac{s}{2\,r} = \frac{1 - cos.\,\varphi}{2};$$

setzen wir dieses $= \frac{1}{n}$, so folgt umgekehrt $cos.\,\varphi = 1 - \frac{2}{n}$.

Soll z. B. bei $^1/_3$ des Kolbenweges abgesperrt werden, so hat man $cos.\,\varphi = 1 - {}^2/_3 = {}^1/_3$, daher $\varphi = a\,C\,b_1 = 70^1/_2$ Grad.

Expansionsschieber.

§. 345. Bei der Expansion mittels eines in einer besonderen Kammer befindlichen Schiebers können zweierlei Einrichtungen in Anwendung kommen; entweder kann dieser Schieber in einer einfachen, oder er kann in einer durchlochten Platte bestehen, und wird im ersten Falle bei seinem Aufliegen auf der Dampfmündung den Dampf absperren, im zweiten aber durchlassen. Fig. 507 stellt ein Steuerungssystem der ersten und Fig. 508 eins der zweiten Art vor. Der durch das Dampfrohr A zuströmende Dampf gelangt bei beiden Systemen durch die Mündung a

zunächst in die erste Dampfkammer B, aus dieser aber durch die Mündung b in die zweite Dampfkammer C; aus dieser endlich durch die Wege D und D_1 in den Dampfcylinder. S ist der gewöhnliche Dampfschieber, durch welchen die Vertheilung des Dampfes hervorgebracht wird, E ist ferner der Kanal, welcher den benutzten Dampf abführt, s ist endlich der die Mündung b auf- und zudeckende Expansionsschieber, wie man sieht, in Fig. 507 undurchlocht, in Fig. 508 aber mit einem Loche versehen. Expansions-schieber.

Fig. 507.

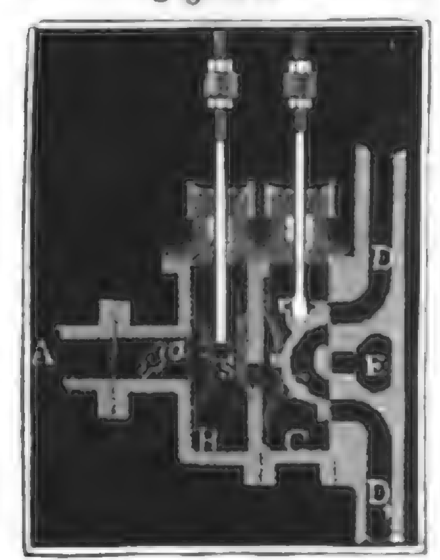
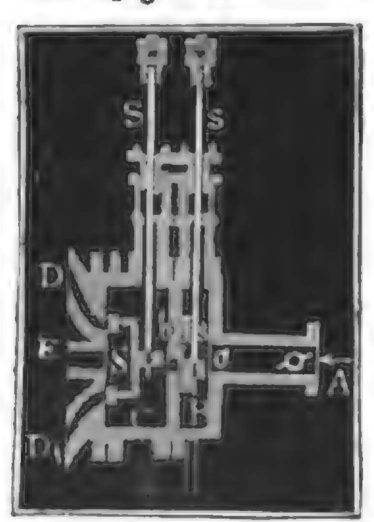


Fig. 508.



Damit der Schieber sowohl beim tiefsten als auch beim höchsten Kolbenstande den Dampf zulasse, und denselben nur bei einem mittleren Kolbenstande absperre, ist nöthig, daß er bei der Construction in Fig. 507 ein vollständiges Spiel mache, während der Kolben und auch S nur einen Hin- oder Rückgang vollendet; deshalb ist es denn auch nöthig, entweder s an ein Kreisexcentrik anzuschließen, welches in derselben Zeit doppelt so viel Umdrehungen macht als das Excentrik von S, oder den Expansionsschieber durch eine elliptische Scheibe bei jeder Umdrehung zweimal anheben zu lassen. Bei dem durchlochten Schieber in Fig. 508 ist eine solche Einrichtung nicht nöthig, da dieser mit dem Vertheilungsschieber und dem Dampfkolben eine gleiche Anzahl Spiele macht. Uebrigens ist bei gleicher Mündungshöhe die Extension des Schieberweges bei der letzten Construction noch einmal so groß als bei der ersten, dagegen wird derselbe Weg aber auch pro Kolbenspiel nur einmal hin- und zurück gemacht, wogegen bei dem undurchlochten Schieber ein zweimaliges Zurücklegen des Weges statt findet; es ist also der Totalweg während eines Kolbenspieles bei beiden Schiebern einer und derselbe, übrigens aber wegen der größeren Einfachheit der Schieber in Fig. 508 dem Schieber in Fig. 507 vorzuziehen.

Die Expansion läßt sich mittels eines Expansionsschiebers, wie Fig. 507, bis auf jeden beliebigen Grad ausdehnen; es bedarf hierbei nur einer Ver-

Digitized by Google

Expansions-schieber.

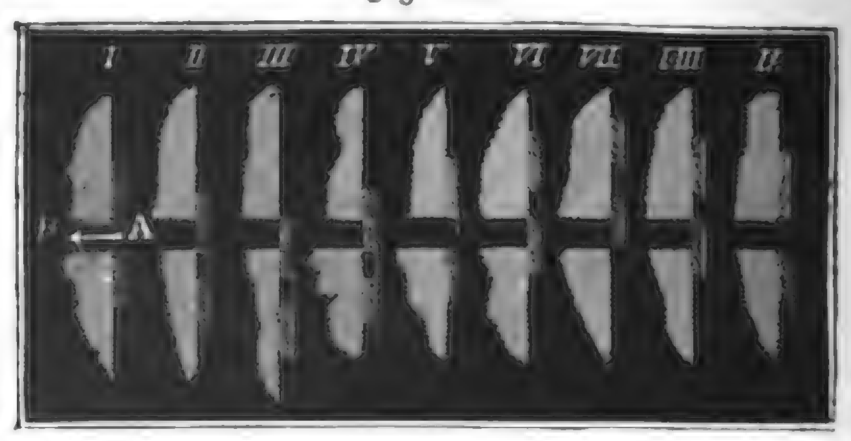
stellung des Excentriks oder Verlängerung oder Verkürzung der Schieberstange, wie Fig. 509 I., II., III. u. s. w. deutlich vor Augen führt.

Fig. 509.



Je nachdem man von dem Schieber ein Stück *c* wegschneidet, oder an ihn ein Stück *d* ansetzt, wird die Zeit des Absperrens eine kleinere oder größere. Bei dem Expansionsschieber in Fig. 508 läßt sich, wie aus Fig. 510 I., II., III. leicht zu ersehen ist, die Expansion nur durch Veränderung

Fig. 510.



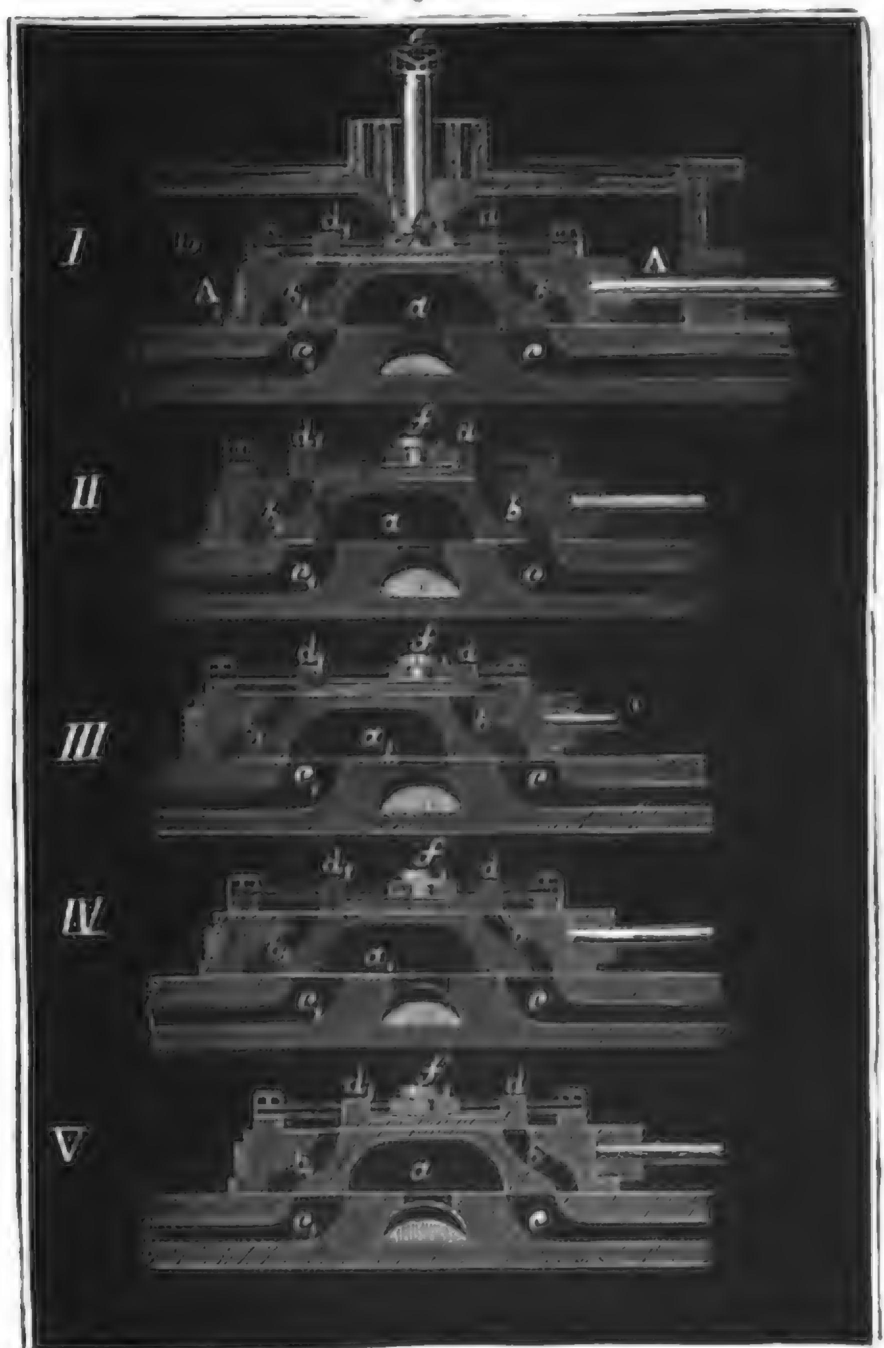
des Schieberweges stellen: bei einem größeren Schieberwege bleibt der Dampf länger abgesperrt als bei einem kürzeren Schieberwege.

§. 346. Die Steuerung mittels zweier über einander liegenden Schieber läßt sich auf mannichfaltige Weise einrichten, namentlich aber ist zu unterscheiden, ob der auf dem Rücken des Vertheilungsschiebers aufliegende Expansionsschieber durch jenen mit- oder durch eine Stange besonders bewegt wird. In Fig. 511 und 512 sind Expansionssteuerungen der ersten Art abgebildet, Fig. 513 und Fig. 514 führen aber Expansionssteuerungen der zweiten Art vor Augen. Der Vertheilungsschieber AA_1 in Figur 511 I., II., III., IV. und V. enthält außer der gewöhnlichen Höhlung *a* noch zwei Kanäle *b* und b_1, und es wird der bei *D* zuströmende Dampf durch diese Kanäle in die Dampfwege *c* und c_1, von da aber auf die eine oder auf die andere Seite des Dampfkolbens geführt. Der Expansionsschieber ist eine ebene Platte dd_1, an den Enden mit den Nasen *d* und

d_1 ausgerüstet, und in einer Leitung auf dem Rücken des ersten Schiebers verschiebbar. Zwischen beiden Nasen befindet sich eine um eine Welle e dreh- und durch einen Hebel stellbare elliptische Scheibe f. Wenn der Schieber $A A_1$ nach der einen oder nach der anderen Richtung hin fortgeschoben wird, so geht $d d_1$ nur so weit mit fort, bis die eine Nase den Umfang der elliptischen Scheibe berührt; es kann daher der Expansionsschieber bei der weiteren Bewegung des Vertheilungsschiebers den einen oder den anderen der Kanäle b und b_1 bedecken. I. ist die mittlere Stellung des Vertheilungsschiebers, wo der Dampfkolben das Ende seines Weges erreicht hat; II. ist eine folgende Stellung dieses Schiebers, wo der Kolben bereits seinen entgegengesetzten Weg angetreten hat; III. ist die Stellung, wo der Expansionsschieber den Dampf abgesperrt, und der Steuerschieber das Ende seines Weges erreicht hat und der Dampfkolben durch die Expansion des Dampfes fortgetrieben wird; in IV. ist der Steuerschieber wieder um einen Schritt zurückgegangen und in V. hat er wieder seine mittlere Stellung, während der Dampfkolben an das andere Ende seines Weges gelangt ist. Von nun an erfolgt das entgegengesetzte Schieber- und Kolbenspiel.

Expansionsschieber

Fig. 511.

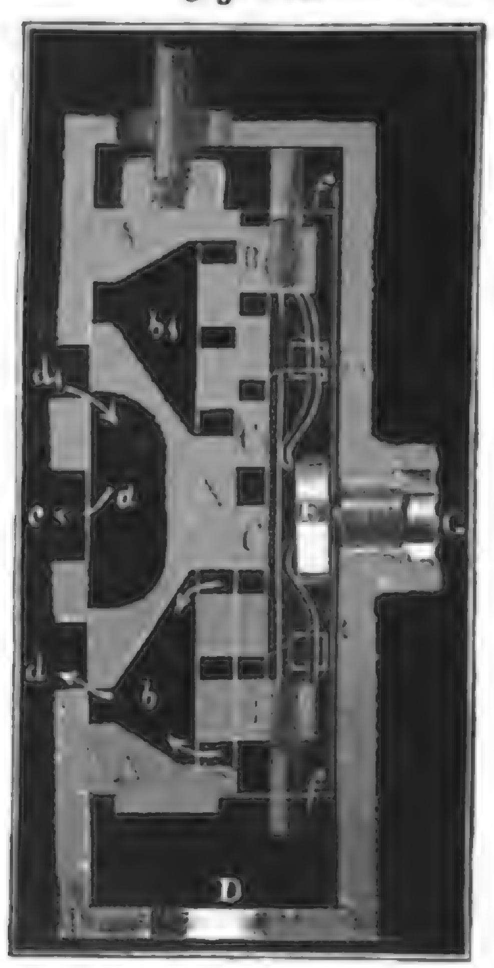


Sehr ähnlich dieser Steuerung ist die in Fig. 512 auf folgender Seite abgebildete Steuerung einer Dampfmaschine von Farcot. Hier ist der

Expansionsschieber.

Rücken des Steuerschiebers AAA mit 6 rectangulären Mündungen zum Eintritt des bei D zuströmenden Dampfes versehen, übrigens aber ist die Einrichtung dieses Schiebers die vorige. Den Rücken desselben bedecken zwei Expansionsschieber BC und B_1C_1, wovon jeder zwei Löcher hat und durch eine Feder gegen den Steuerschieber gedrückt wird, damit dieser bei seiner Bewegung jene mit fortführt. Diesem Fortführen wird aber durch die Nasen e und e_1 und durch die Stifte f und f_1 Grenzen gesetzt, denn jene finden an zwei Daumen (E), welche an dem Ende einer Welle EG festsitzen, diese aber an den Endflächen der Dampfkammer ein Hinderniß. In der Stellung, weche die Figur anzeigt, steht der Treibekolben unten, und der Dampf strömt durch die unteren drei Löcher nach b und von da nach d und unter den Kolben, wogegen der Dampf über dem Kolben auf dem Wege $d_1\,a\,c$ abströmt. Nun steigt der Steuerschieber empor und nimmt den Expansionsschieber BC mit fort, wogegen der Schieber B_1C_1 stehen bleibt, weil sein Stift f oben anstößt; bei weiterem Fortrücken des Schiebers trifft die Nase e an den Daumen E, es bleibt nun BC zurück und versperrt dadurch die drei unteren Dampfwege, so daß nun Expansion des Dampfes eintreten muß. Später nimmt der Steuerschieber die umgekehrte Bewegung an, und führt hierbei beide Expansionsschieber mit fort, und wenn der Dampfkolben das Ende seines Weges erreicht hat, gelangt AAA wieder in die erste Stellung, zugleich sind die oberen drei Dampfwege eröffnet und es strömt nun frischer Dampf durch diese und auf dem Wege $b_1\,d_1$ über den Kolben, wogegen der benutzte auf dem Wege $d\,a\,c$ abfließt.

Fig. 512.



§. 347. Bei dem Steuerungssysteme in Fig. 513 auf nebenstehender Seite bedeckt der durch ein besonderes Kreisexcentrik in Bewegung zu setzende Expansionsschieber s die Dampföffnung a, wenn der Vertheilungsschieber S seinen höchsten oder tiefsten Stand erreicht hat; bei dem Steuerungssysteme in Fig. 514 hingegen sind es zwei durch den Vertheilungs-

schieber gehende Kanäle a und a_1, welche der Expansionsschieber abwechselnd eröffnet und verschließt. Um sich eine genaue Vorstellung von dem Hergange bei dieser Steuerung zu verschaffen, sind in Fig. 514 die Schieber in fünf auf einander folgenden Stellungen dargestellt worden. In der mittleren Stellung I. versperrt der Vertheilungsschieber S die beiden Dampfwege und es nähert sich der Treibekolben dem Ende seines Weges; in der tieferen Stellung II. tritt a mit D in Communication, es strömt daher frischer Dampf durch a und D über den Treibekolben, so daß dieser niederzugehen genöthigt wird; in der tiefsten Stellung III. steht a vollkommen über D, so daß der Dampfzufluß zum Dampfcylinder am vollkommensten statt finden würde, wenn nicht der Expansionsschieber s den Weg a zu versperren anfinge. Expansionsschieber.

Fig. 513.

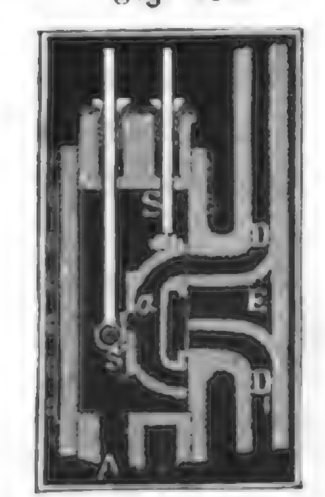
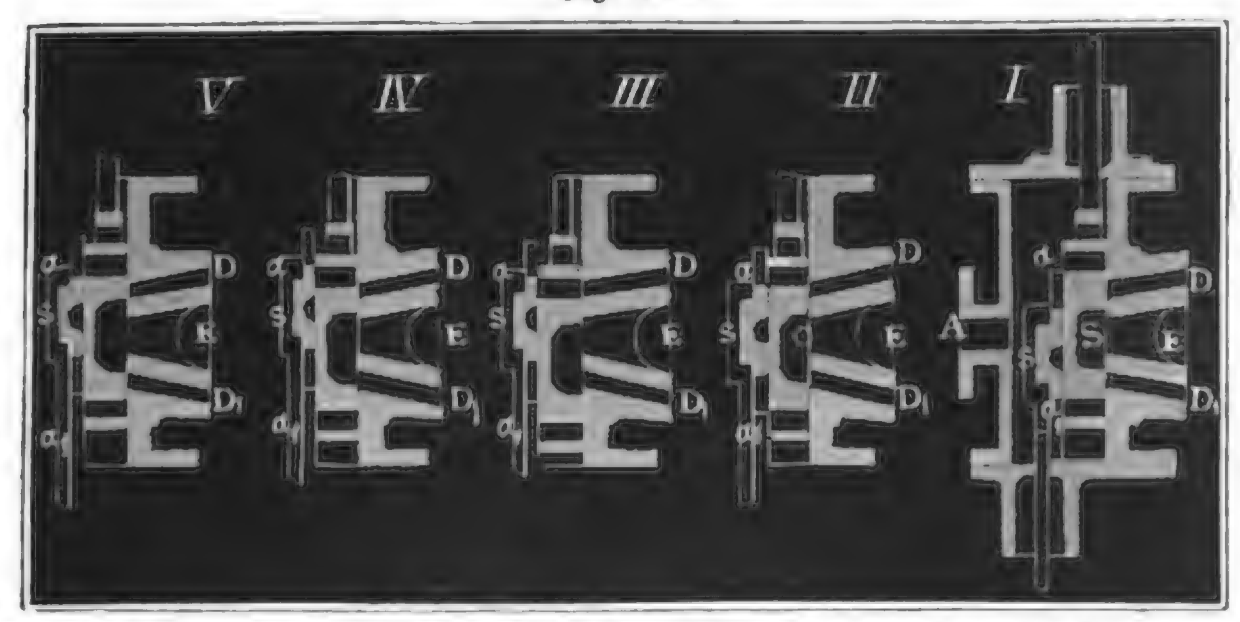


Fig. 514.



Da dies aber gerade der Fall, und der Expansionsschieber allmälig gestiegen ist, während der Vertheilungsschieber niederging, so tritt bei der Stellung III. die Dampfabsperrung ein und es beginnt die Wirkung des Dampfes durch Expansion. Beim Uebergange aus der Stellung III. in die Stellung IV. sind beide Schieber emporgestiegen und es ist deshalb der Kanal a verschlossen geblieben; beim Uebergange aus IV. in V. ist nur der Vertheilungsschieber gestiegen, der Expansionsschieber aber gesunken; es ist daher der Kanal a wieder eröffnet, doch findet noch immer Absperrung des Dampfes statt, da der Vertheilungsschieber in V. wieder die mittlere Stellung eingenommen hat. Jetzt ist der Treibekolben dem Ende seines Niederganges nahe, es steigt nun der Vertheilungsschieber gerade so aufwärts, wie er vorher niederging, und er nimmt auch die entgegengesetzten Stellungen ein, weshalb auch bei dem nun erfolgenden Aufgange

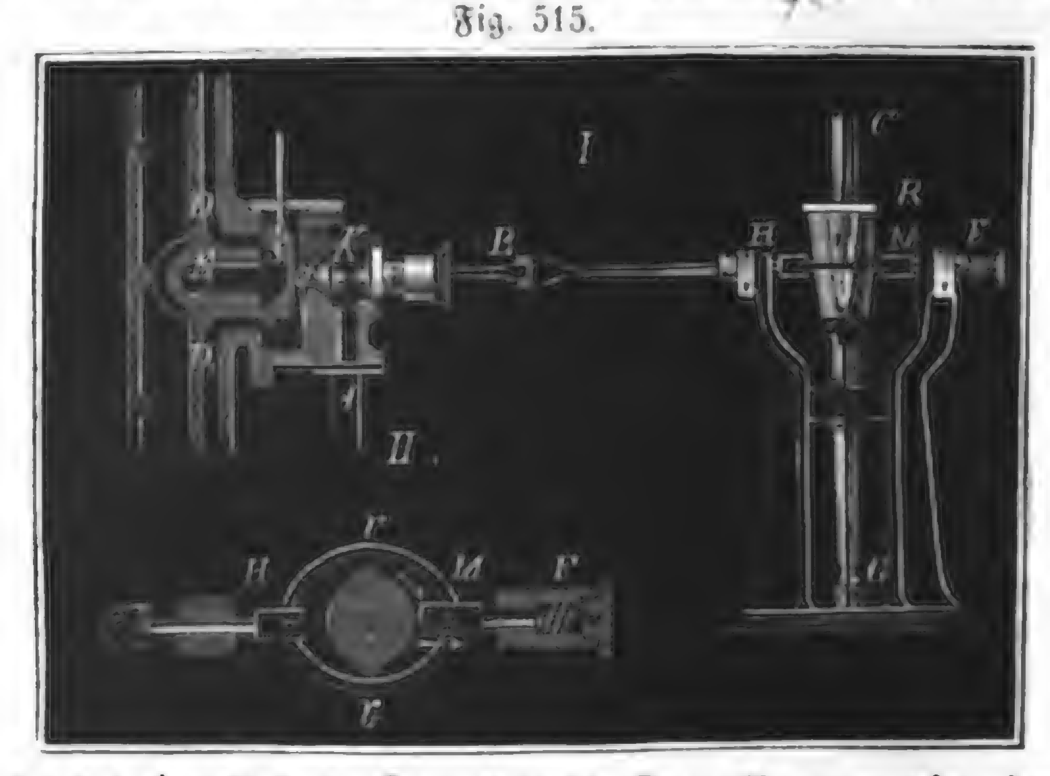
Digitized by Google

Expansions-schieber. des Dampfkolbens das Zulassen und Absperren des Dampfes gerade so erfolgt wie bei dem vorhergehenden Niedergange.

Uebrigens ist leicht zu ermessen, wie die Excentriks gegen einander, sowie gegen den Krummzapfen zu stellen sind, um das eben beschriebene Steuerspiel hervorzubringen. Das Excentrik des Vertheilungsschiebers ist ungefähr um 90°, das des Expansionsschiebers aber ungefähr um 180° gegen den Krummzapfen gestellt.

Meier'sche Steuerung. §. 348. Sehr eigenthümlich ist die Meier'sche Steuerung mit variabler Expansion. Es wird hier die Mündung *a*, Fig. 515, durch

Fig. 515.

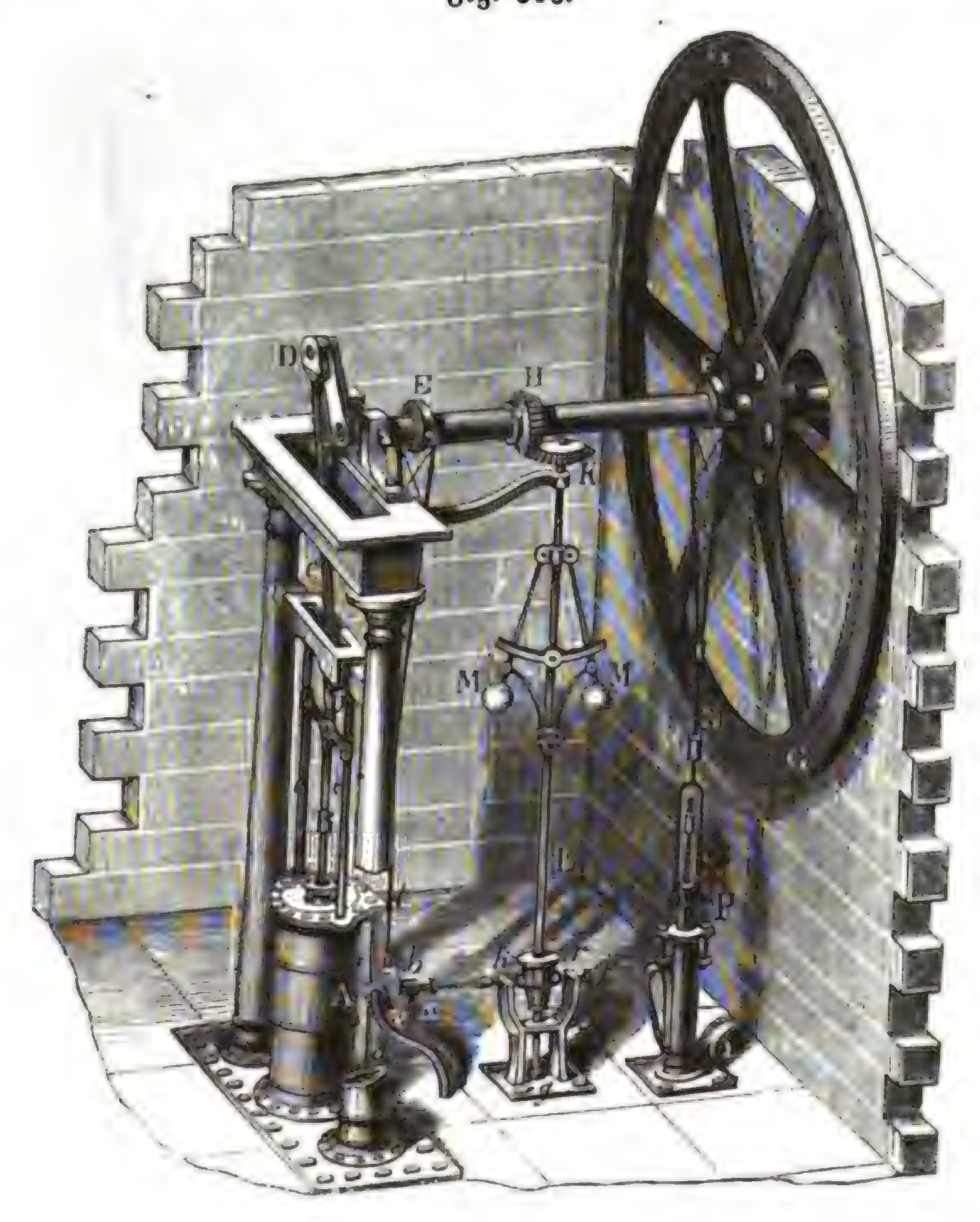


welche der bei *A* zufließende Dampf in die Dampfkammer tritt, durch einen kegelförmigen Spund *K* verschlossen, und es ist zu diesem Zwecke diese Mündung conisch ausgenommen. Uebrigens erfolgt die Vertheilung des Dampfes durch den Schieber *S* ganz so wie in den meisten der oben beschriebenen Steuerungssysteme. Das regelmäßige Auf- und Zuschließen der Mündung *a* durch den Stöpsel *K* wird aber auf folgende Weise hervorgebracht. Der Stiel *BH* des Kegels *K* läuft in einem Ringe *HM* (II.) aus und stemmt sich gegen eine Spiralfeder *F*. Der Ring *HM* umfaßt einen mit zwei Längenrippen versehenen Kegel *R*, der mittels einer Spindel *CG* durch die Maschine in stetiger Umdrehung erhalten wird. Die Feder *F* schiebt den Ring in der Richtung *MH* und dadurch den Spund *K* in die Mündung *a*, die conische Hülse *R* hingegen bewegt mittels ihrer, etwas spiralförmig laufenden Rippen *r* und r_1 den Ring in der entgegengesetzten Richtung *HM*, und zieht hierbei den Spund aus der Mündung *a* zurück. Im letzten Falle findet aber Dampfzufluß, während im ersten Dampfabsperrung und daher Expansion des Dampfes statt. Macht die Spindel *CG*, und also auch die Hülse *R* mit der Krummzapfenwelle in einerlei Zeit

gleichviel Umdrehungen, so wird, wie sehr recht, mittels der Rippen r und r_1 bei jedem Spiele zweimal, und also für jeden Auf= oder Niedergang des Kolbens einmal frischer Dampf zugelassen. Wenn man die Hülse R höher hebt, so bringt man eine schwächere Stelle der Rippe r in die Ebene des Ringes und es wird dadurch die Zeit der Eröffnung von a eine kleinere, und wenn man umgekehrt die Hülse R tiefer stellt, so kommen die stärkeren Stellen von r und r_1 in die Ringebene und es wird daher dann bei Umdrehung von R die Mündung a längere Zeit entstöpselt und daher ein größerer Dampfzufluß eintreten. Um aber dieses Heben oder Niederlassen der Hülse, dem Bedürfniß an Dampf entsprechend, durch die Maschine selbst hervorbringen lassen zu können, verbindet man dieselbe mit dem Schwungkugel=Regulator durch vertikale Stäbe. Meier'sche Steuerung

Die wesentliche Einrichtung einer Dampfmaschine mit der variabeln Expansionssteuerung nach Meier lernt man aus der Abbildung in Fig. 516

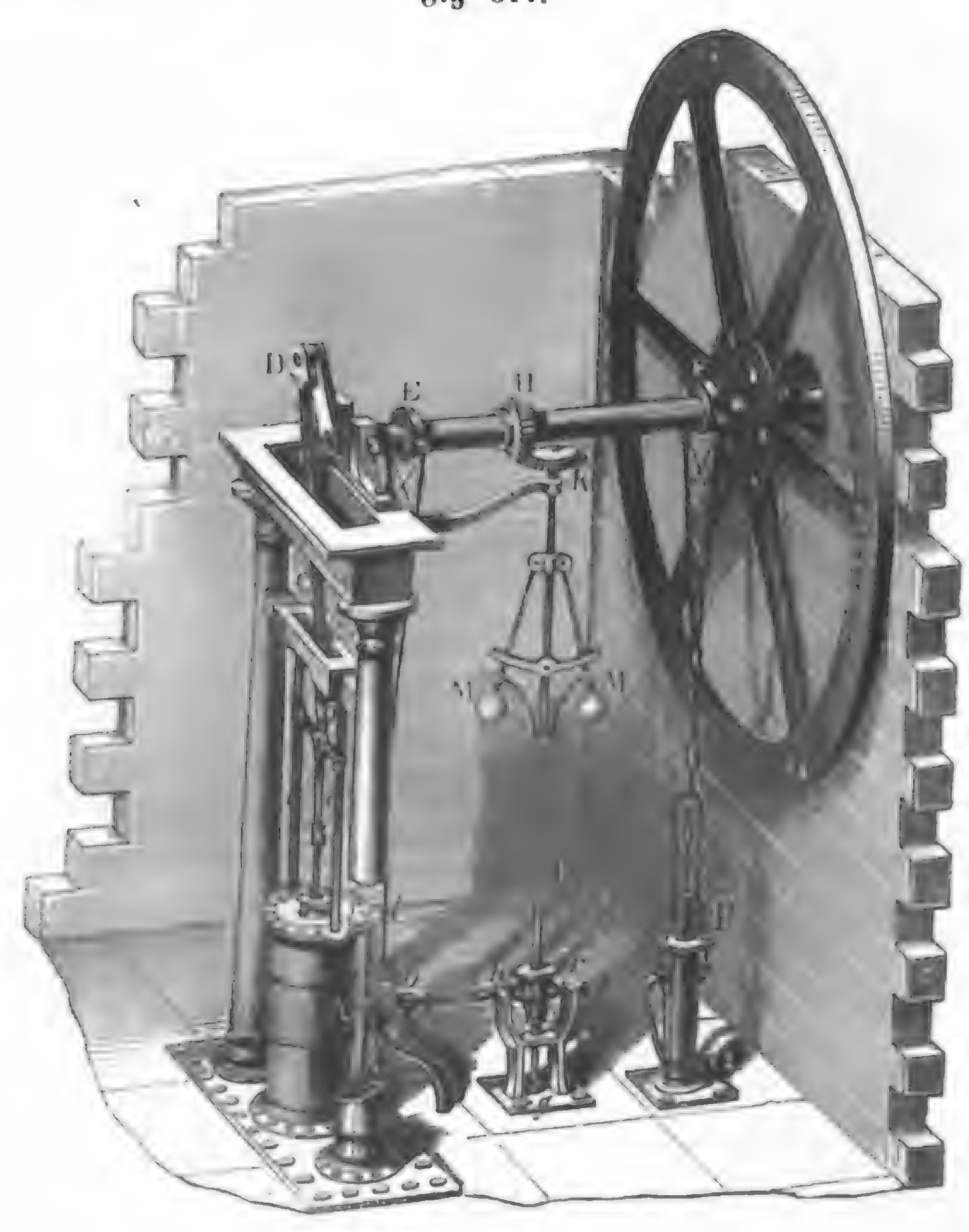
Fig. 516.



Meyer'sche Steuerung.

kennen. Es ist hier A der Dampfcylinder, B die Kolbenstange, C die Kurbelstange, D der Krummzapfen, EF die Welle und GG das Schwungrad. Die Stangen B und C sind durch ein Gelenk O mit einander verbunden, das mit zwei Frictionsrädchen ausgerüstet ist, die an den Leitstangen c, c auf- und niedergehen. Der frische Dampf strömt durch das Rohr a in die Dampfkammer b, und von da durch die Kanäle $b\,d$ und

Fig 517.



$b\,d_1$ abwechselnd oben und unten in den Cylinder; der benutzte Dampf hingegen wird durch das Rohr e abgeleitet. Das Expansionsventil oder der Expansionskegel im Inneren von b wird, wie wir so eben angegeben haben, durch eine Spiralfeder f und eine doppelt gerippte Hülse r mittels einer Stange $b\,h$, wie erforderlich, hin- und zurückgeschoben; die Hülse r ist auf der Spindel KL verschiebbar, die mittels des conischen Räderwer-

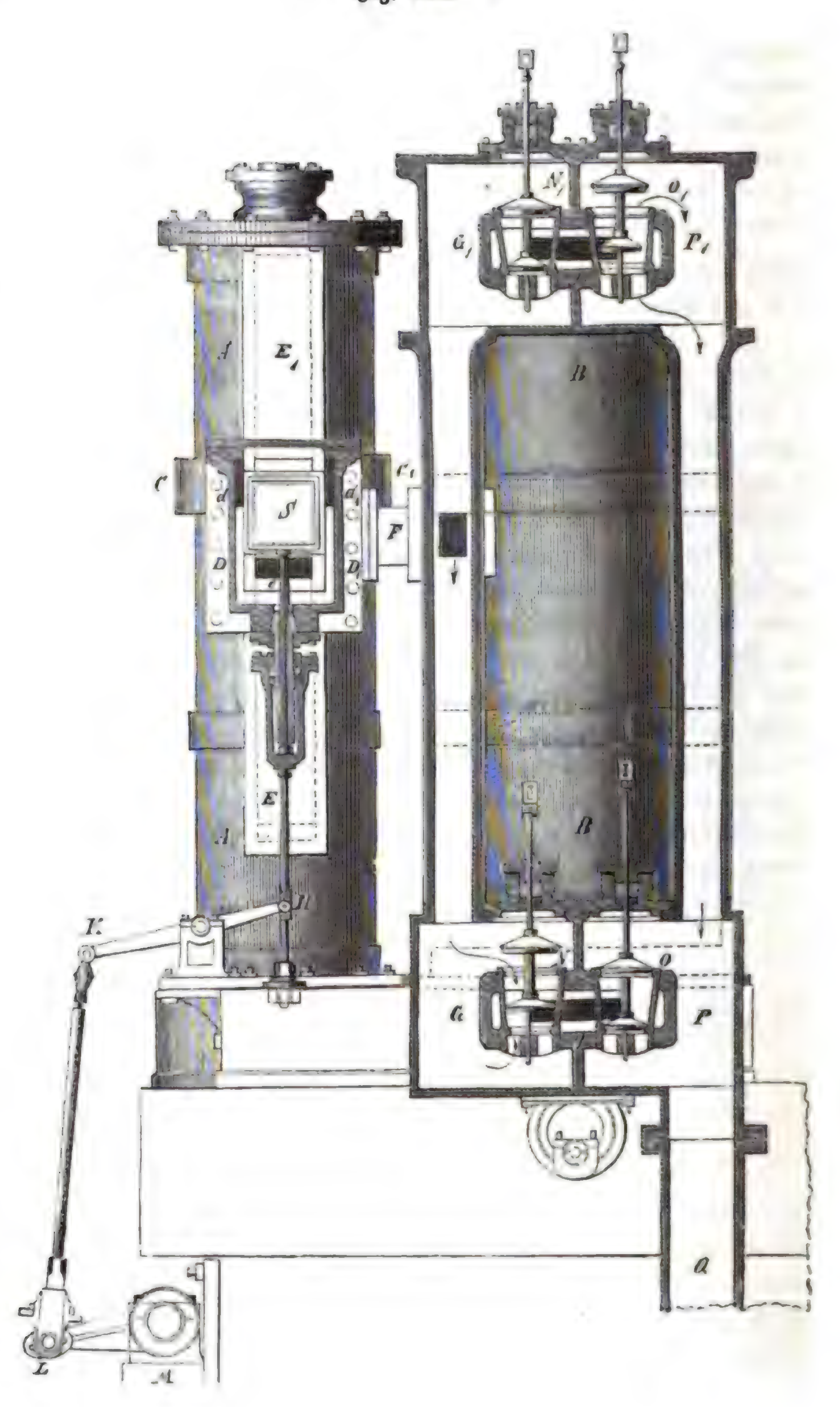
kes HK in Umdrehung gesetzt wird. Der Schwungkugelregulator MM hebt beim Wachsen der Geschwindigkeit die Hülse r mittels der Stäbe, womit beide unter einander verbunden sind, empor, mäßigt dadurch den Dampfzufluß, und läßt ebenso r nieder, wenn die Geschwindigkeit abnimmt, so daß nun der Dampfzufluß ein stärkerer und der weiteren Abnahme an Geschwindigkeit eine Grenze gesetzt wird. Uebrigens wird die Hülse noch durch ein Gegengewicht unterhalb g getragen, damit die Bewegung derselben durch die Schwungkugeln leicht erfolge. Meier'sche Steuerung

Noch ersieht man in PQ die Speisepumpe, welche durch ein Kreisexcentrik F und mittels der Excentrikstange FN im Gange erhalten wird.

§. 349. Man kann auch noch dadurch den Dampf durch seine Expansion wirken lassen, daß man denselben nach der in einem Cylinder vollbrachten Wirkung noch in einen zweiten und weiteren Cylinder treten und auch auf den Kolben in diesem wirken läßt. Solche aus zwei Cylindern bestehende Expansionsmaschinen werden nach ihrem Erfinder Woolf'sche Maschinen genannt. In Frankreich wurden sie zuerst von Edward's eingeführt, weshalb man sie auch oft nach diesem benennt. Man verwendet durch diese Maschinen Dampf von 3 bis 4 Atmosphären Spannung, läßt denselben im großen Cylinder bis auf das Vierfache sich ausdehnen und condensirt ihn nach vollbrachter Wirkung im großen Cylinder mittels eines gewöhnlichen Condensators. Die Kolbenstangen von beiden Cylindern sind in der Regel an einem und demselben Balancier, und zwar die des kleineren innen und die des größeren außen angeschlossen. Die Steuerungsverhältnisse einer solchen Maschine lassen sich aus Fig. 518 auf folgender Seite ersehen. Woolf'sche Maschinen

Woolf'sche Maschinen.

Fig. 518.



Digitized by Google

Hier ist AA der kleine Cylinder, in welchem der Dampf zuerst und ohne Expansion wirkt, und BB der (nur zum Theil sichtbare) große Cylinder, in welchem der Dampf seine Arbeit durch Expansion verrichtet. Der frische Dampf wird dem Cylinder AA durch einen ringförmigen, um diesen Cylinder herumlaufenden Kanal CC_1, welcher mit den Löchern d und d_1 in die Dampfkammer DD_1 einmündet, zugeführt. In diese Kammer münden drei andere Kanäle E, E_1 und F ein; von diesen führt der eine den Dampf unter, der andere denselben aber über den Kolben im Cylinder AA, der dritte endlich leitet denselben in die Dampfkammer GG_1 des zweiten Cylinders. Von den Einmündungen der Kanäle E, E_1 und F in die Dampfkammer DD_1 bedeckt der Schieber S immer nur je zwei, so daß der frische Dampf stets durch die dritte, z. B. durch e, in einen der Kanäle E und von da in den Cylinder AA strömen, der einmal gewirkt habende Dampf aber durch einen anderen Kanal E_1 und durch F der Kammer GG_1 zugeführt werden kann. Der Dampfschieber S erhält seine Bewegung von einem Kreisexcentrik, welches zunächst eine Welle M in schwingende Bewegung setzt, die durch die Hebel HK und LM und durch die Lenkstange KL mit der Schieberstange SH in Verbindung gesetzt ist. In der Dampfkammer GG_1 befinden sich zwei Doppelventile N und N_1, bei deren Aufziehen die nach dem Cylinder BB führenden Dampfwege g und g_1 eröffnet werden. Neben der Kammer GG_1 befindet sich noch eine andere Kammer PP_1, die durch zwei andere Ventile O und O_1 ebenfalls mit g und g_1, durch die Röhre Q aber mit dem Condensator in Communication gesetzt ist. Durch Aufziehen der Ventile O und O_1 wird dem Dampfe, welcher in BB seine zweite und letzte Wirkung hervorgebracht hat, Gelegenheit zum Abflusse in den Condensator verschafft. Das Auf- und Niederlassen der Ventile N, N_1, O und O_1 erfolgt übrigens durch einen aus Stangen und Hebeln zusammengesetzten und an die Welle M angeschlossenen Mechanismus auf eine leicht zu fingirende Weise. Bei der Schieber- und Ventilstellung, welche die Figur vorstellt, strömt der frische Dampf unter den Kolben in AA und treibt folglich diesen empor; gleichzeitig gelangt der in AA einmal wirksam gewesene Dampf auf dem Wege E_1FGN auch unter den Kolben im zweiten Cylinder BB und nöthigt auch diesen zum Aufgange. Bei umgekehrter Stellung des Schiebers und der Ventile findet natürlich auch die umgekehrte Kolbenbewegung statt. Es steigen also die Kolben in beiden Cylindern gemeinschaftlich auf und nieder. Woolf'sche Maschinen.

§. 350. Eine eigenthümliche Construction ist die Expansionsdampfmaschine mit doppeltem liegenden Cylinder von Sims. Diese Maschine besteht aus zwei mit ihren Endflächen an einander anstoßenden Cylindern AB und BC, Fig. 519, von verschiedenen Sims'sche Maschinen.

Sims'sche Maschinen.

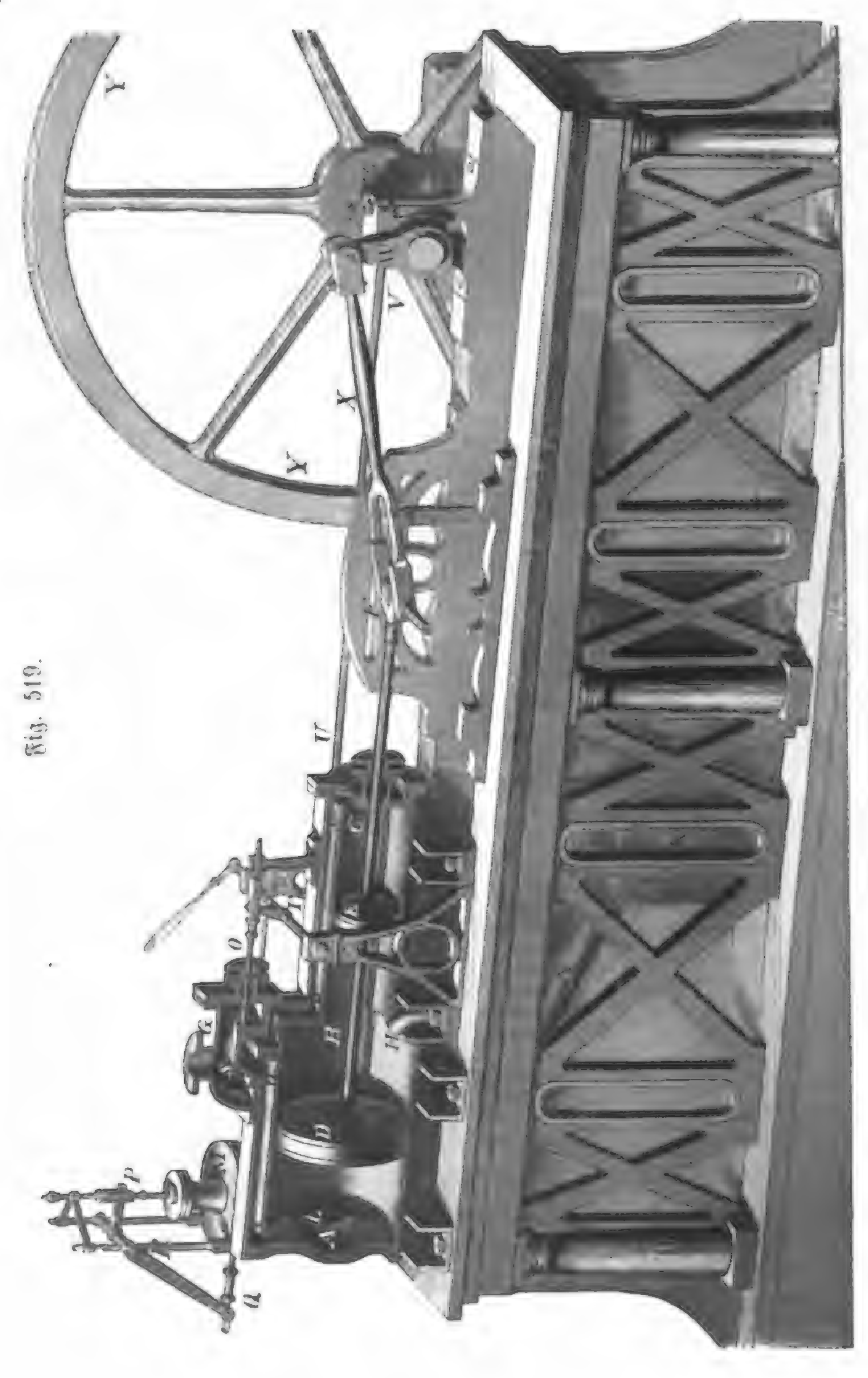


Fig. 519.

Digitized by Google

Weiten und aus zwei, auf einer und derselben Kolbenstange DF festsitzenden Kolben D und E, wovon der eine (E) durch den aus der Dampfkammer G mittels des Kanales abc zugeführten starkgespannten Dampf nach der einen, und der andere (D) durch den aus dem kleinen Cylinder CE durch die Kanäle cba und de strömenden Dampf nach der anderen Richtung bewegt wird. Der Raum DBE zwischen beiden Kolben steht durch ein Rohr H mit dem Condensator K in Verbindung; es findet daher hier ein kleiner Gegendruck statt, welcher, da D größer als E ist, die Bewegung der Kolbenverbindung in der Richtung ED etwas befördert, und die in der Richtung DE ebenso viel verhindert. Der verbrauchte Dampf strömt, nachdem er sich in AB ausgedehnt und den Kolben D ausgeschoben hat, durch einen Kanal L in eine (nur von oben zu sehende) Röhre M und von da durch eine Röhre N nach dem Condensator K. Das abwechselnde Zu- und Ablassen des Dampfes wird durch einen Schieber S in der Dampfkammer G und durch ein (hier unsichtbares) Ventil in der Röhre M bewirkt, und beide Theile werden mittels der Stangen O, P und Q und der Hebel R und T durch die Excentrikstange UV bewegt. Man ersieht auch noch in der Figur die Kurbel W und ihre Stange X, sowie das Schwungrad YY, wodurch die hin- und hergehende Bewegung der Kolbenstange CD in eine mehr gleichförmige Umdrehungsbewegung der Welle Z verwandelt wird. S. The Pract. Mechanic's Journal 1849, July, p. 50, oder das polytechn. Centralblatt, 1851, Lief. I. Sims'sche Maschinen.

§. 351. Im Folgenden muß nun noch gezeigt werden, wie die **Leistung** einer Dampfmaschine zu berechnen ist. Fassen wir zunächst den einfachsten Fall in's Auge, setzen wir nämlich eine Maschine ohne Expansion voraus, und vernachlässigen wir vorerst auch alle Verluste und Nebenhindernisse. Setzen wir den Dampfdruck auf die Flächeneinheit (auf den Quadratzoll) $= p$ und den Inhalt der Kolbenfläche (in Quadratzollen) $= F$, so erhalten wir für die Kraft, mit welcher der Dampf den Kolben auf der einen Seite drückt, $P = Fp$. Dampfleistung.

Ist nun noch s der Kolbenweg, so hat man die Arbeit der Maschine bei einem Auf- oder Niedergange: $Ps = Fps = Fs \, . \, p$, oder da Fs zugleich das verbrauchte Dampfvolumen V angiebt, $Ps = Vp$. Macht die Maschine pr. Min. n Spiele, legt also der Kolben in der Minute den Weg $2sn$ mal zurück, so ist die mittlere Kolbengeschwindigkeit

$$v = \frac{n \, . \, 2s}{60} = \frac{ns}{30},$$

und daher die theoretische Leistung der Dampfmaschine pr. Sec.:

Dampfleistung.

$$L = Pv = \frac{ns}{30} . Fp = \frac{n}{30} Vp \text{ auch } = Qp.$$

wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum bezeichnet.

Diese Berechnung gilt aber nur dann, wenn kein Druck auf die Gegenseite des Kolbens statt hat, wenn also auf dieser Seite eine vollkommene Condensation vorhanden ist; erleidet aber diese Seite einen Gegendruck q auf jeden Quadratzoll, also den Druck Fq im Ganzen, so fällt die arbeitende Kraft $P = F(p - q)$ und daher die Leistung pr. Sec.

$$L = \frac{ns}{30} F(p-q) = \frac{n}{30} V(p-q) = Q(p-q) \text{ aus.}$$

Bei den Condensationsmaschinen ist q der Dampfdruck im Condensator, bei den Maschinen ohne Condensation hingegen ist q der Atmosphärendruck $= 15,05$ Pfund auf den Quadratzoll $= 1,033$ Kilogramme auf das Quadratcentimeter, zu setzen. Giebt man V oder Q in Cubikfuß, und bezieht man p und q auf den Quadratzoll, so muß man natürlich

$$L = \frac{n}{30} V . 144 (p-q) = Q . 144 (p-q), \text{ d. i.}$$

$$L = 4,8 n V (p-q) = 144 Q (p-q) \text{ Fußpfund setzen;}$$

giebt man aber V und Q in Cubikmetern und bezieht p und q auf ein Quadratcentimeter, so hat man

$$L = 10000 . \frac{n}{30} V (p-q) = 10000 Q (p-q) \text{ Kilogrammmeter}$$

zu nehmen, da der Druck auf den Quadratfuß $12^2 = 144$mal so groß ist, als auf den Quadratzoll, und der Druck auf das Quadratmeter den Druck auf das Quadratcentimeter $100^2 = 10000$mal enthält.

Beispiel. Der innere Cylinderdurchmesser einer Dampfmaschine ohne Condensation ist 18 Zoll und der Hub 40 Zoll; die Zahl der Spiele pro Min. $= 24$ und die Spannung der Dämpfe $3\frac{1}{2}$ Atmosphären: welche Kraft und Leistung giebt diese Maschine? Die Kolbenfläche ist

$$F = (\tfrac{18}{2})^2 \pi = 81 \pi = 254,47 \text{ Quadratzoll,}$$

folglich die arbeitende Kraft

$$P = F(p - q) = 254,47 . 15,05 (3,5 - 1) = 9574,5 \text{ Pfund.}$$

Nun ist noch $n = 24$ und $s = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$ Fuß, daher folgt denn die theoretische Leistung dieser Maschine:

$$L = \frac{ns}{30} P = \frac{24 . 10}{30 . 3} . 9574,5 = 25532 \text{ Fußpfund}$$

$$= \frac{25532}{510} = 50 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wirkung durch Expansion.

§. 352. Wird der Dampf, nachdem der Treibekolben den Weg s durchlaufen hat, abgesperrt, so wirkt er bei Durchlaufung des übrigen Kolbenweges durch Expansion. Hierbei sind aber zweierlei Fälle denkbar.

Entweder bleibt die Temperatur des Dampfes während der Expansion unverändert, oder es vermindert sich dieselbe, je mehr sich der Dampf ausdehnt. Der erste Fall ist dann anzunehmen, wenn der Dampfcylinder von außen mit warmer Luft oder Dampf umgeben wird, so daß er diejenige Menge Wärme an den Dampf absetzt, welche derselbe bei seiner Ausdehnung bindet (vergl. II. §., 285); der zweite Fall hingegen ist dann vorauszusetzen, wenn dem abgesperrten Dampfe durch den Cylinder weder Wärme mitgetheilt, noch Wärme entzogen wird, so daß das bei der Ausdehnung des Dampfes vor sich gehende Binden der Wärme auf Unkosten der latenten Wärme erfolgen muß. In der Regel mag dieser zweite Fall vorkommen, zumal auch noch deshalb, weil wegen der großen Geschwindigkeit des Treibekolbens dem Dampfe nur wenig Zeit übrig bleibt, um Wärme von außen aufzunehmen oder solche nach außen abzusetzen. Nach den Untersuchungen von Pambour kühlt sich der Dampf während der Expansion gerade so viel ab, daß er immer im Maximo der Spannung bleibt. Leistung durch Expansion.

Im ersten Falle erfolgt die Expansion des Dampfes nach dem Mariotte'schen Gesetze, d. h. es steht die Spannung im umgekehrten Verhältnisse zum Dampfvolumen; im zweiten Falle aber ist nach Pambour die Dampfspannung mit Hülfe der zuerst von Navier angegebenen Regel für das specifische Dampfvolumen (s. II., §. 294) zu bestimmen.

Anmerkung. Poncelet und Morin, zunächst auch Tredgold u. s. w. legen bei ihren Theorien der Dampfmaschinen die erste Regel zu Grunde, wogegen Pambour als Verfechter der zweiten Regel aufgetreten ist. S. Théorie des machines à vapeur, par Pambour, Paris 1844, deux. édition, vorzüglich die Introduction. Morin zeigt auf experimentellem Wege, daß die Zugrundelegung des Mariotte'schen Gesetzes bei Entwicklung einer Theorie der Dampfmaschinen eine vollkommen genügende Uebereinstimmung mit der Erfahrung gewähre. S. Leçons de mécanique pratique, 3e partie, par A. Morin, Paris 1846.

§. 353. Bei Zugrundelegung des Mariotte'schen Gesetzes läßt sich die Wirkung des Dampfes sowie die eines jeden Gases nach I., §. 330 bestimmen. Geht ein Cubikfuß Gas oder Dampf aus der stärkeren Spannung p in die schwächere Spannung p_1 über, so verrichtet derselbe hiernach die Leistung $L = p \; Log. \, nat. \left(\frac{p}{p_1}\right) = 2{,}3026 \; p \; Log. \left(\frac{p}{p_1}\right)$. Mariotte's Gesetz.

Ist das anfängliche, der Spannung p entsprechende Volumen $= V$ und dagegen das der Spannung p_1 entsprechende Volumen V_1, so hat man $\frac{p}{p_1} = \frac{V_1}{V}$ und daher auch die mechanische Arbeit, welche das Volumen V bei seiner Ausdehnung und Zurückführung auf V_1 ausgiebt,

$$L = Vp \; Log. \, nat. \left(\frac{V_1}{V}\right).$$

Mariotte's Gesetz.

Bei Anwendung auf die Dampfmaschinen mit Expansion in einem Cylinder ist, wenn s den Weg des Dampfkolbens beim Anfange der Expansion, und dagegen s_1 den ganzen Kolbenweg bezeichnet, $V = Fs$ und $V_1 = Fs_1$, daher die gesuchte Leistung $L_1 = Fsp\ Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right)$ zu setzen. Addiren wir hierzu noch die Arbeit Fsp vor der Absperrung, so erhalten wir die ganze Leistung:

$$L_1 = Fsp + Fsp\ Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right)$$
$$= Fsp \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right)\right]$$
$$= Fs_1 p_1 \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right)\right].$$

Berücksichtigt man noch den Gegendruck q auf der anderen Seite des Kolbens, bringt man also die Leistung $Fs_1 q$ in Abzug, so erhält man die vollständige Leistung des Dampfes pro Auf- oder Niedergang:

$$L_1 = Fs_1 p_1 \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= Fsp \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right].$$

Die Leistung der Maschine pr. Sec. folgt nun wie im vorigen Paragraphen:

$$L = \frac{n}{30} Fsp \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144 . \frac{nVp}{30} \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund},$$

wenn V das pro Auf- oder Niedergang verbrauchte Dampfquantum Fs bezeichnet, oder endlich

$L = 144\,Qp \left[1 + Log.\ nat. \left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$ Fußpfund, wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum von der Spannung p ausdrückt.

Beispiel. Welche Leistung giebt die im letzten Beispiele betrachtete Dampfmaschine, wenn dieselbe den Dampf bei 0,4 des ganzen Kolbenweges absperrt? Es ist hier $s_1 = 40$ Zoll $= \frac{10}{3}$ Fuß, $s = 0,4 . 40 = 16$ Zoll $= \frac{4}{3}$ Fuß; ferner der Druck auf den Kolben vor der Expansion:

$$Fp = 254,47 . 3,5 . 15,05 = 13404 \text{ Pfund},$$

und die Leistung pro Auf- oder Niedergang

$$L_1 = 13404 . \tfrac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{0,4 . 3,5} + 2,3026\ Log.\ \tfrac{10}{4}\right)$$
$$= 17872\ (1 - 0,71428 + 2,3026 . 0,39794) = 17872\ (0,28572 + 0,91630)$$

$= 17872 . 1,20202 = 21482$ Fußpfund, und folglich die Leistung pro Secunde

$L = \frac{n}{30} . 21482 = \frac{24}{30} . 21482 = 0,8 . 21482 = 17185,6$ Fußpfund
$= 33,7$ Pferdekräfte.

Dieselbe Maschine leistet zwar ohne Dampfsperrung 50 Pferdekräfte, erfordert aber auch 2,5 mal so viel Dampf.

§. 354. Die Leistung der Expansionsdampfmaschinen läßt sich mit Zugrundelegung der Navier'schen Regel auf folgende Weise finden. Das specifische Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Wasservolumen ist bei der Spannung p nach §. 294: $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, und Navier's Regel

folglich bei der Spannung p_1, $\mu_1 = \frac{\alpha}{\beta + p}$.

Die Division beider Gleichungen giebt $\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{\beta + p_1}{\beta + p}$, und daher

$p_1 = (\beta + p)\frac{\mu}{\mu_1} - \beta$; bezeichnet s den Kolbenweg vor der Dampfabsperrung, und s_1 den Weg an einer Stelle während der Expansion, wo die Spannung p in p_1 übergegangen ist, so hat man für diesen Moment den Dampfdruck auf die Kolbenfläche F

$$P = Fp_1 = F\left(\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - \beta\right) = F\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - F\beta.$$

Nun ist aber der erste Theil dieses Druckes dem Kolbenwege s umgekehrt proportional, und der zweite Theil $F\beta$ constant; daher bestimmt sich auch die dem ersten Theile entsprechende Leistung während der Expansion nach dem Mariotte'schen Gesetze wie oben

$$L_1 = F\,(\beta + p)\,s\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right),$$

und die dem zweiten Theile entsprechende Leistung durch einfache Multiplication mit dem Wege $s_1 - s$ während der Expansion, also

$$L_2 = -\,F\beta\,(s_1 - s).$$

Hiernach ist also die mechanische Arbeit des Dampfes während der Expansion: $L_1 + L_2 = F\,(\beta + p)\,s\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta\,(s_1 - s)$, und daher die während des vollständigen Kolbenweges:

$$Ps_1 = Fps + L_1 + L_2 = Fps + F(\beta + p)\,s\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta(s_1 - s),$$

und mit Berücksichtigung der durch den Gegendruck Fq verloren gehenden Leistung Fqs_1,

$$Ps_1 = Fs\,(\beta + p) + Fs\,(\beta + p)\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta s_1 - Fqs_1$$

$$= Fs\,(\beta + p)\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p}\cdot\frac{s_1}{s}\right];$$

oder da $\frac{s_1}{s} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1}$ ist,

Navier's Regel.

$$Ps_1 = Fs\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= 144\,V\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund,}$$

wenn V das pro Auf- oder Niedergang verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen bezeichnet.

Die Leistung pr. Sec. ist, bei n Spielen pr. Min.:

$$L = \frac{n}{30} \cdot Ps_1$$

$$= \frac{n}{30} \cdot 144\,V\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= 144\,Q\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund,}$$

wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen ausdrückt.

Setzen wir $\beta = 0$, so geht diese Formel in die vorige, auf das Mariotte'sche Gesetz basirte, über.

Beispiel. Welche Leistung verspricht die in den letzten Beispielen berechnete Dampfmaschine nach der zuletzt gefundenen Regel? Es ist hier

$$144\,Q = \frac{n}{30} \,.\, Fs = {}^{24}/_{30} \,.\, 154{,}47 \,.\, {}^{4}/_{3} = 271{,}44 \text{ Cubikfuß,}$$

ferner nach II., §. 294, $\beta = 4{,}417$, also

$$\beta + p = 4{,}417 + 3{,}5 \,.\, 15{,}05 = 4{,}417 + 52{,}675 = 57{,}092,$$

$$\beta + p_1 = \frac{s_1}{s}(\beta + p) = 0{,}4 \,.\, 57{,}092 = 22{,}837 \text{ und}$$

$$\beta + q = 4{,}417 + 15{,}05 = 19{,}467,$$

daher die gesuchte Leistung pro Secunde

$$L = 271{,}44 \,.\, 57{,}092\left(1 + 0{,}91630 - \frac{19{,}467}{22{,}837}\right)$$

$$= 271{,}44 \,.\, 57{,}092\,(1{,}91630 - 0{,}85244) = 271{,}44 \,.\, 57{,}092 \,.\, 1{,}06386$$

$$= 16487 \text{ Fußpfund} = 32{,}3 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die vorige Formel gab $L = 33{,}7$ Pferdekräfte.

Expansion in zwei Cylindern.

§. 355. Die Leistungsformel für zweicylindrige Expansionsmaschinen läßt sich auf dem im Vorstehenden betretenen Wege nun auch leicht ableiten. Nehmen wir an, daß der Dampf im kleinen Cylinder ohne Expansion wirke; bezeichnen wir die Kolbenfläche dieses Cylinders durch F, den Kolbenhub in demselben durch s, die Fläche des größeren Kolbens durch F_1, den Hub dieses Kolbens durch s_1, setzen wir ferner die volle Spannung $= p$, die Spannung des ausgedehnten Dampfes $= p_1$ und endlich den Gegendruck auf jeden Quadratzoll des großen Kolbens $= q$. Dann haben wir für jeden einfachen Kolbenweg die Leistung des in voller Spannung befindlichen Dampfes, auf den kleinen Kolben übergetragen: $L_1 = Fps$, dagegen die durch den Gegendruck q auf den großen

Kolben verloren gehende Leistung: $L_2 = F_1 q s_1$, und endlich die durch die Expansion gewonnene Leistung, nach dem Mariotte'schen Gesetze: Expansion in zwei Cylindern

$$L_3 = Vp\, Log.\, nat.\, \frac{V_1}{V} = Fsp\, Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Demnach folgt die ganze Leistung beider Kolben bei einem Auf- oder Niedergange:

$$Ps + P_1 s_1 = L_1 - L_2 + L_3$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right)\right] - F_1 s_1 q$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\, Vp\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Endlich die Leistung pr. Sec.:

$$L = \frac{n}{30} \cdot 144\, Vp\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\, Qp\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Legt man die Pambour-Navier'sche Regel zu Grunde, so erhält man, wie leicht zu ermessen ist,

$$L = 144\, Q\, (\beta + p)\left[1 + Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Anmerkung. Die Expansionsleistung des Dampfes zerfällt hier in eine gewonnene und in eine verloren gehende; jene nimmt der Kolben im großen Cylinder auf, diese wird dem Kolben im kleinen Cylinder entzogen; es ist die oben angegebene Expansionsleistung die Differenz beider. Nach dem Mariotte'schen Gesetze ist die Leistung, welche der große Kolben während der Expansion des Dampfes aufnimmt,

$$= \frac{F F_1 s s_1}{F_1 s_1 - Fs}\, p\, Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

und dagegen die, welche dem kleinen Kolben entzogen wird,

$$= \frac{F^2 s^2}{F_1 s_1 - Fs}\, p\, Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

also das Verhältniß beider $= \frac{F_1 s_1}{Fs}$, und ihre Differenz, wie oben,

$$= Fps\, Log.\, nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Beispiel. Welche Leistung verspricht eine Woolf'sche Dampfmaschine, welche Dämpfe von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären Spannung benutzt und diese im Condensator bis auf $\frac{1}{8}$ Atmosphäre Spannung niederschlägt, bei folgenden Dimensionen. Durchmesser des kleinen Cylinders $d = 18$ Zoll, Hub in demselben $s = 40$ Zoll, Durchmesser des größeren Cylinders $d_1 = 30$ Zoll, Hub in demselben $s_1 = 50$ Zoll, also das Ausdehnungsverhältniß:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{d_1^2 s_1}{d^2 s} = \frac{30^2 \cdot 50}{18^2 \cdot 40} = \frac{5^2 \cdot 5}{3^2 \cdot 4} = \frac{125}{36} = 3{,}4722.$$

Expansion in zwei Cylindern.

Die erste, auf das Mariotte'sche Gesetz basirte Formel giebt die gesuchte Leistung pro Secunde, wenn die Maschine pro Minute 24 Spiele macht:

$$L = {}^{24}/_{30} \,.\, 9^2 \pi \,.\, {}^{40}/_{12} \,.\, 3{,}5 \,.\, 15{,}05 \left(1 + Log.\, nat.\, 3{,}4722 - {}^{1}/_{8} \,.\, \frac{3{,}4722}{3{,}5}\right)$$
$$= 0{,}8 \,.\, 270 \,.\, 52{,}675\pi\ (1 + 2{,}3026 \,.\, 0{,}5406 - 0{,}1240)$$
$$= 11377{,}8\pi\ (0{,}8760 + 1{,}2448) = 11377{,}8 \,.\, 2{,}1208 \,.\, \pi$$
$= 75807$ Fußpfund $= 148{,}6$ Pferdekräfte.

Nach der Pambour'schen Theorie folgt hingegen diese Leistung

$$L = 0{,}8 \,.\, 270 \,.\, 57{,}092\pi \left(2{,}2448 - \frac{4{,}417 + {}^{1}/_{8} \,.\, 15{,}05}{57{,}092} \,.\, 3{,}4722\right)$$
$$= 12331{,}9\pi \left(2{,}2448 - \frac{6{,}2982 \,.\, 3{,}4722}{57{,}092}\right)$$
$$= 12331{,}9\pi\ (2{,}2448 - 0{,}3830) = 12331{,}9 \,.\, 1{,}8618\pi$$
$= 72128$ Fußpfund $= 141{,}4$ Pferdekräfte.

Brennstoffmenge.

§. 356. Wir haben in dem Vorstehenden die Leistung des Dampfes bei Dampfmaschinen durch das verbrauchte Dampfquantum und durch die Dampfspannung ausgedrückt; da aber die letzteren Factoren von dem Wärmequantum und dieses wieder von dem Brennmaterialaufwand abhängt, so können wir nun auch die Leistung einer Dampfmaschine durch den Brennstoffaufwand ausdrücken.

Setzt man das specifische Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Wasservolumen, $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, so bekommt man das in der Dampfmenge Q liegende Wasserquantum $= \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q$ und dessen Gewicht, da ein Cubikfuß Wasser 66 Pfund wiegt, $Q\gamma = 66 \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q$ Pfund. Nach II., §. 298 ist die Wärmemenge, welche $Q\gamma$ Pfund Wasser von der Temperatur $t_1{}^0$ zur Verwandlung in Dampf von t^0 Wärme erfordern: $W = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1)\, Q\gamma$ Cal.; nehmen wir aber dafür den Mittelwerth

$W = (640 - t_1)\, Q\gamma$ an, so bekommen wir

$$W = (640 - t_1) \,.\, 66 \,.\left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q = 66\ (640 - t_1) \,.\, \frac{\beta + p}{\alpha}\, Q,$$

sowie umgekehrt, $Q = \frac{\alpha W}{66\ (640 - t_1)\ (\beta + p)}$.

Kennen wir nun die Anzahl w der Wärmeeinheiten, welche aus der Verbrennung von 1 Pfund Brennstoff hervorgeht, entnehmen wir diese Zahl z. B. aus der Tabelle in §. 297, so können wir nun auch den der Dampfmenge Q entsprechenden Brennstoffaufwand K berechnen; wir setzen nämlich $W = wK$, also

$$K = \frac{W}{w} = 66\ (640 - t_1) \cdot \frac{\beta + p}{\alpha w} Q,$$ Brennstoffmenge.

sowie umgekehrt, $Q = \frac{\alpha w K}{66\ (640 - t_1)\ (\beta + p)}$.

Nehmen wir an, daß ein Pfund Kohlenstoff bei seiner Verbrennung 7500 Wärmeeinheiten giebt und daß hiervon nur 60 Procent zur Wirkung kommen (vergl. §. 297), setzen wir ferner für t_1 den Mittelwerth $= 40^0$, so bekommen wir $Q = \frac{0,6 \, . \, 7500 \, \alpha K}{66 \, . \, 600\, (\beta + p)} = {}^5/_{44} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} K$,

sowie $K = {}^{44}/_5 \cdot \frac{\beta + p}{\alpha} Q$; und es läßt sich hierzu der Werth

$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$ aus der Tabelle in §. 295 entnehmen. Für Maschinen mit Condensation ist übrigens $\frac{\alpha}{\beta + p} = \frac{29251}{1,755 + p}$ und für solche ohne Condensation $\frac{\alpha}{\beta + p} = \frac{31053}{4,417 + p}$,

also im ersten Falle $Q = {}^5/_{44} \cdot \frac{29251}{1,755 + p} K = \frac{3324\, K}{1,755 + p}$,

und im zweiten $Q = {}^5/_{44} \cdot \frac{31053}{4,417 + p} K = \frac{3529\, K}{4,417 + p}$.

Anmerkung. Schärfer rechnet man mit Hülfe der Formel $\gamma = \frac{0,003557\, p}{1 + 0,00367\, t}$ für die Dichtigkeit des Dampfes. Hiernach folgt das Gewicht von Q Cubikfuß Dampf: $Q\gamma = \frac{0,003557\, p\, Q}{1 + 0,00367\, t}$, daher die entsprechende Wärmemenge

$$W = \frac{0,003557\ (640 - t_1)\ p\, Q}{1 + 0,00367\, t},$$

und der Brennmaterialaufwand bei Erzeugung der Dampfmenge Q:

$$K = \frac{0,003557\ (640 - t_1)\ p\, Q}{(1 + 0,00367\, t)\ w};$$

also umgekehrt, die Dampfmenge, welche bei Verbrennung der Kohlenmenge K erzeugt werden kann, $Q = \frac{(1 + 0,00367\, t)\ w\, K}{0,003557\ (640 - t_1)\ p}$.

Setzen wir $t_1 = 40$ und $w = 4500$ ein, so erhalten wir

$$Q = 2108\ (1 + 0,00367\, t)\ \frac{K}{p},$$

und zwar für $t = 100^0, \quad 120^0, \quad 140^0, \quad 160^0,$

$$Q = \frac{2882\, K}{p}, \quad \frac{3036\, K}{p}, \quad \frac{3191\, K}{p}, \quad \frac{3346\, K}{p}.$$

Beispiel. Wie viel Dampf von $3^1/_2$ Atmosphären Spannung giebt die Verbrennung von 1 Pfund Kohlenstoff? Nach der Tabelle in §. 295 ist

$$Q = {}^5/_{44} \, . \, 535 = 60,8 \text{ Cubikfuß};$$

Brennstoffmenge.

nach der Formel $Q = \frac{3324\,K}{1{,}755 + p}$ aber $= \frac{3324}{1{,}755 + 3{,}5\,.\,15{,}05} = 61{,}1$ Cubikfuß,

nach der Formel $Q = \frac{3529\,K}{4{,}417 + p} = \frac{3529}{4{,}417 + 3{,}5\,.\,15{,}05} = 61{,}8$ Cubikfuß,

und endlich nach der Formel $Q = 2108\,(1 + 0{,}00367\,t)\,\frac{K}{p}$, da der Spannung von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären die Temperatur von 140° entspricht,

$$Q = \frac{3191}{3{,}5\,.\,15{,}05} = \frac{3191}{52{,}675} = 60{,}6 \text{ Cubikfuß.}$$

Leistungsformeln.

§. 357. Verbinden wir die Formeln des letzten Paragraphen mit den weiter oben gefundenen Leistungsformeln, so erhalten wir eine Gleichung, welche die Beziehung zwischen Leistung und Brennmaterialaufwand ausdrückt. Legen wir gleich die allgemeine Leistungsformel

$$L = 144\,Q\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund}$$

zu Grunde, setzen wir darin $Q = \frac{w}{640 - t_1} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} \cdot \frac{K}{66}$,

so bekommen wir

$$L = \frac{144\,w}{640 - t_1} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} \cdot \frac{K}{66}\,(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= {}^{24}\!/_{11}\,\frac{w\alpha}{640 - t_1} \cdot \left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K,$$

nehmen wir $t_1 = 40$ und $w = 4500$, so folgt

$$L = {}^{180}\!/_{11} \cdot \left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p}\right] \alpha K \text{ Fußpfund.}$$

Für Maschinen mit Condensation ist $\alpha = 29251$ und daher

$$L = 478653\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K,$$

und für solche ohne Condensation, zumal mit Hochdruck, $\alpha = 31053$, daher

$$L = 508140\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K \text{ Fußpfund.}$$

Setzt man $F_1 = F$, so erhält man die Formel für die Expansionsmaschine mit einem Cylinder, und nimmt man auch $s = s_1$ und $p_1 = p$, so bekommt man die Leistungsformel für Maschinen ohne Expansion, nämlich

$$L = 478653\left(1 - \frac{\beta + q}{\beta + p}\right) K \text{ Fußpfund für Tiefdruck und}$$

$$L = 508140\left(1 - \frac{\beta + q}{\beta + p}\right) K \text{ Fußpfund für Hochdruck.}$$

Bei Condensationsmaschinen läßt sich die Condensation nur bis auf $\frac{1}{10}$ und die Expansion nur bis auf $\frac{1}{2}$, und bei Maschinen ohne Condensation

letztere bis auf $^3/_2$ Atmosphären Spannung treiben; legen wir diese Verhältnisse zu Grunde, so erhalten wir in dem einen Falle Leistungsformeln.

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1} = \frac{1,755+p}{1,755+7,525} = \frac{1,755+p}{9,28} = 0,1891 + 0,10776\, p$$

und im zweiten:

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{4,417+p}{4,417+22,575} = \frac{4,417+p}{26,992} = 0,1636 + 0,037048 p;$$

ferner einmal $\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{1,755+1,505}{1,755+7,525} = \frac{3,26}{9,28} = 0,3513$

und das zweite Mal $\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{4,417+15,05}{4,417+22,575} = \frac{19,467}{26,992} = 0,7212.$

Hiernach folgt für Expansionsmaschinen mit Condensation:

1) $L = 478653\, [1 + Log.\, nat.\, (0,1891 + 0,10776\, p) - 0,3513]\, K$ Fußpfund, ferner für solche ohne Condensation:

2) $L = 508140\, [1 + Log.\, nat.\, (0,1636 + 0,037048\, p) - 0,7212]\, K$ Fußpfund; dagegen für Maschinen ohne Expansion, mit Condensation:

3) $L = 478653 \left(1 - \frac{3,26}{1,755 + p}\right) K$ Fußpfund,

und für solche ohne Condensation:

4) $L = 508140 \left(1 - \frac{19,467}{4,417 + p}\right) K$ Fußpfund.

Beispiel. Welche Leistung verspricht eine Dampfmaschine mit Expansion und Condensation, welche stündlich 40 Pfund Kohlenstoff consumirt und Dampf von 4 Atmosphären Spannung verbraucht? Nach Formel (1) ist

$L = 478653\, (1 + 2,3026\, Log.\, 6,6762 - 0,3513)\, .\, ^{40}/_{3600}$
$= 5318,4\, (0,6487 + 1,8986) = 5318,4\, .\, 2,5473 = 13547$ Fußpfund
$= 26,5$ Pferdekräfte.

§. 358. Setzen wir in den letzten Formeln $K = 1$ und $p = 1, 2, 3, 4$ Atmosphären u. s. w., so erhalten wir für diese vier Maschinensysteme die Leistungen, welche einem Pfunde Kohlenstoff bei verschiedenen Dampfspannungen entsprechen.

Folgende Tabelle giebt dieselben in Pferdekräften, jede zu 510 Fußpfund an.

Leistungsformeln.

Dampfspannung in Atmosphären.			1	2	3	4	5	6	7	8	∞
Expansionsmaschinen.	mit	Condensation	1166	1766	2130	2391	2595	2762	2904	3028	∞
	ohne		0	523	863	1147	1356	1528	1675	1805	∞
Maschinen ohne Expansion.	mit		756	842	873	889	899	905	910	913	939
	ohne		0	434	605	696	755	792	820	841	996

Man ersieht aus dieser Tabelle, daß die Maschinen mit Expansion und Condensation weit größere Leistungen versprechen als die übrigen Maschinen, und daß die Leistungen um so größer ausfallen, je größer die Spannung des Dampfes ist. Während bei der Spannung von 3 Atmosphären die Leistung auf jedes Pfund Kohlenstoff 2130 Pferdekräfte ausfällt, ist dieselbe bei 8 Atmosphären Spannung 3028 Pferdekräfte. Ferner zeigt diese Tabelle, daß die Expansionsmaschinen ohne Condensation viel weniger leisten als die mit Condensation, und daß hier der Nutzen der Expansion erst bei höheren Dampfspannungen hervortritt. Bei 4 bis 5 Atmosphären Spannung ist z. B. die Leistung der Expansionsmaschine mit Condensation noch einmal so groß, als die einer solchen Maschine ohne Condensation. Ferner ist aus dieser Tabelle zu entnehmen, daß die Maschinen ohne Expansion und mit Condensation eine mit der Spannkraft des Dampfes wenig wachsende Leistung geben, welche bei 3 Atmosphären ungefähr gleichkommt der Leistung einer Expansionsmaschine ohne Condensation, und bei 8 Atmosphären ungefähr die Hälfte ist von der Leistung der letztgenannten Maschinen. Es gewährt also die Anwendung einer hohen Spannung hier keinen großen Gewinn. Endlich führt diese Tabelle vor Augen, daß die Dampfmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation bei kleinen und mittleren Dampfspannungen sehr wenig leisten, und nur bei hohen Spannungen der dritten Klasse an Wirkung gleichkommen.

Obgleich es hiernach stets vortheilhafter ist, Dämpfe mit hoher Spannung anzuwenden, als solche mit schwacher Spannung, so darf man doch erfahrungsmäßig mit der Spannkraft der Dämpfe nicht zu weit gehen, namentlich 8 Atmosphären nicht übersteigen, weil bei hohen Spannungen die Nebenhindernisse, besonders aber die Wärmeverluste sehr groß ausfallen, so daß der Gewinn, welchen hohe Spannungen auf der einen Seite gewähren, durch einen Verlust auf der anderen wieder aufgehoben oder

gar übertroffen wird. Hierzu kommt noch, daß die Gefahr des Zerspringens und die Verwüstungen beim Zerspringen der Kessel viel größer ausfallen, wenn diese stark gespannte Dämpfe erzeugen, als wenn sie zur Erzeugung schwach gespannter Dämpfe dienen.

§. 359. Die theoretische Leistung des Dampfes, welche sich mittels der im Vorstehenden entwickelten Formeln berechnen läßt, wird durch die Nebenhindernisse, wie z. B. Kolbenreibung, Abkühlung, Widerstände in den Leitungen u. s. w. bedeutend herabgezogen, so daß die effective Leistung nur 30 bis höchstens 90 Procent von der theoretischen Leistung ausfällt. Was zunächst die Hindernisse in der Dampfleitung anlangt, wodurch der Dampf aus dem Kessel in die Dampfkammer und von da in den Dampfcylinder geführt wird, so verursachen diese eine Verminderung der Dampfspannung, und es ist deshalb die Spannung p des Dampfes im Cylinder, welche wir oben bei der Leistungsformel eingeführt haben, nicht die im Kessel, sondern um einen den Hindernissen in der Dampfleitung entsprechenden Verlust kleiner. Es entspringen diese Verluste aus der Reibung des Dampfes an den Röhrenwänden, aus den Widerständen bei plötzlichen Geschwindigkeits- und Richtungsveränderungen des Dampfes und endlich noch aus der Abkühlung an den Umfangswänden. Die Verminderung, welche dadurch die Dampfspannung erleidet, beträgt 1 bis 20 Procent, und zwar nur 1 bis 5 Procent bei gut construirten und nicht sehr schnell gehenden Maschinen. Deshalb ist also in der Regel auch die Veränderung in der Dichtigkeit des Dampfes bei seiner Bewegung vom Kessel zum Cylinder nicht sehr bedeutend, weshalb sich die im ersten Theile abgehandelten Regeln zur Bestimmung der hydraulischen Bewegungshindernisse auch hier anwenden lassen, und wir können daher hierbei genau denselben Weg einschlagen, welchen wir bei den Wassersäulenmaschinen (II., §. 236 u. s. w.) betreten haben. Was ferner die Abkühlung in der Dampfleitung und in dem Dampfcylinder anlangt, so läßt sich dieser nach dem in II., §. 278 mitgetheilten Abkühlungsgesetze von Péclet annähernd, und jedenfalls genau genug berechnen, da sie bei guter Verwahrung der Abkühlungsflächen kaum mehr als 1 bis 3 Procent Arbeitsverlust verursachen kann. Die Kolbenreibung ist genau wie bei Wassersäulenmaschinen nach II., §. 235 in Rechnung zu ziehen; und ebenso sind die Verluste, welche die Bewegung der Steuerung veranlassen, ähnlich wie bei diesen Maschinen zu beurtheilen. Nebenhindernisse.

§. 360. Setzen wir die Kolbengeschwindigkeit $= v$, den Durchmesser des Dampfcylinders $= d$ und den des Dampfrohres $= d_1$, so erhalten wir für die Geschwindigkeit des Dampfes in diesem Rohre: $v_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 v$, Eintrittshindernisse.

Eintritts-hindernisse: und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$. Ist nun ζ_1 der Widerstandscoefficient beim Eintritte des Dampfes aus dem Dampfkessel in das Dampfrohr, so hat man den Druckhöhenverlust bei diesem Eintritte, $h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$. Ist ferner l_1 die Länge des Dampfrohres und ζ_2 der Reibungscoefficient des Dampfes, so erhält man den der Reibung im Dampfrohre entsprechenden Druckhöhenverlust

$$h_2 = \zeta_2 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_2 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_2 \cdot \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Bezeichnet noch ζ_3 den veränderlichen, von der Klappenstellung abhängigen und aus I., §. 377 zu entnehmenden Coefficienten des Widerstandes beim Durchgange durch die Admissions- oder Regulirungsklappe, so erhält man die diesem Widerstande angemessene Druckhöhe:

$$h_3 = \zeta_3 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_3 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Beim Eintritte des Dampfes in die Dampfkammer verliert derselbe plötzlich fast seine ganze Geschwindigkeit v_1, weil der Querschnitt F_4 der Dampfkammer viel größer ist als der Querschnitt F_1 des Dampfrohres, es tritt daher auch hier ein Druckhöhenverlust ein, welcher nach I., §. 372 zu setzen ist $h_4 = \left(1 - \frac{F_1}{F_4}\right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_4 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$, wenn man statt $\left(1 - \frac{F_1}{F_4}\right)^2$, den Widerstandscoefficienten ζ_4 einführt.

Setzt man $\frac{F_1}{F_4} = 0$, so erhält man $\zeta_4 = 1$; immer wird auch ζ_4 der Einheit nahe kommen.

Hiernach ist nun der Verlust an Druckhöhe beim Uebergange des Dampfes aus dem Kessel in die Dampfkammer:

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und der entsprechende Verlust an Spannung, wenn γ die Dichtigkeit des Dampfes bezeichnet,

$$= (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\gamma = \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma.$$

Ist demnach p_0 die Dampfspannung im Dampfkessel, so hat man hiernach die in der Dampfkammer:

$$= p_0 - \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma, \text{ oder}$$

$$= p_0 - \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma,$$

wenn $\left(\frac{F}{F_1}\right)$ das Verhältniß zwischen dem Querschnitte F des Dampfcylinders und dem Querschnitte F_1 des Dampfrohres bezeichnet. Eintrittshindernisse.

§. 361. Aehnlich zu berechnende Verluste erleidet noch die Dampfspannung beim Uebergange des Dampfes aus der Dampfkammer in den Dampfcylinder. Bei der Ventilsteuerung veranlaßt schon der Durchgang durch das Einlaßventil den Druckhöhenverlust

$$h_5 = \zeta \cdot \frac{v_5^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{F}{F_5}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_5}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

der von einem Widerstandscoefficienten ζ und von der Eintrittsgeschwindigkeit v_5 abhängt, die wieder durch das Verhältniß $\frac{F}{F_5}$ der Fläche des Kolbens zu der der Ventilröhre oder durch das quadratische Verhältniß der Durchmesser d und d_5 dieser Flächen bestimmt ist. Führen wir, um in der Folge eine Vereinfachung zu erlangen, statt ζ den Widerstandscoefficienten $\zeta_5 = \left(\frac{F_2}{F_5}\right)^2 \zeta$ ein, worin F_2 den Querschnitt des Dampfweges bezeichnet, so erhalten wir $h_5 = \zeta_5 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Nächstdem entsteht sowohl bei Maschinen mit Ventil-, als auch bei solchen mit Schiebersteuerung durch den Eintritt des Dampfes in den Dampfkanal ein Verlust, der bei der Schiebersteuerung besonders vergrößert wird, wenn der Schieber einen Theil der Einmündung des Dampfweges bedeckt. Man hat den entsprechenden Druckhöhenverlust

$$h_6 = \zeta_6 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_6 \left(\frac{F}{ab}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn a und b die Dimensionen des rectangulären Querschnittes F_2 eines Dampfweges bezeichnen.

Der Coefficient ζ_5 ist nach I., §. 379 und der Coefficient ζ_6 nach I., §. 373 zu bestimmen. Bei völlig eröffneten Dampfwegen ist der letztere nach I., §. 359 nur 0,505; er fällt aber um so größer aus, je größer der Theil der Einmündung des Dampfweges ist, den der Schieber bedeckt.

Ferner geht durch die Reibung des Dampfes in dem Dampfwege, welcher aus der Kammer nach dem Cylinder führt, die Länge l_2 und die mittlere Weite $d_2 = \frac{2ab}{a+b}$ hat (nach I., §. 364) die Druckhöhe

$$h_7 = \zeta_7 \frac{l_2(a+b)}{2ab} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_7 \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

verloren.

Eintritts-hindernisse.

Auch tritt ein Druckverlust ein, wenn der Dampf aus dem Dampfkanale in den Dampfcylinder tritt, da seine Geschwindigkeit $v_2 = \left(\frac{F}{F_2}\right) v$ plötzlich in v übergeht. Nach der bekannten und schon oben in Anwendung gebrachten Regel ist der entsprechende Druckhöhenverlust

$$h_8 = \left(\frac{F}{F_2} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_8 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn $\zeta_8 = \left(1 - \frac{F_2}{F}\right)^2$ gesetzt wird.

Richtungsveränderungen, namentlich die Krümmungen der Dampfwege verursachen ebenfalls Spannungsverluste. Sie lassen sich nach I., §. 375 und §. 376, wie bei den Wassersäulenmaschinen bestimmen und durch eine Widerstandshöhe $h_9 = \zeta_9 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ ausdrücken.

Bei Maschinen mit abgesondertem Expansionsschieber kommt noch der Verlust hinzu, welchen der Durchgang des Dampfes durch die diesem angehörige Mündung veranlaßt. Ist der Querschnitt dieser Mündung $= F_6$, der der Kammer, worin der Dampf durch diese Mündung zunächst tritt, $= F_7$, α aber der der Mündung F_6 entsprechende Contractionscoefficient, so hat man für diesen besonderen Verlust

$$h_{10} = \left(\frac{F_7}{\alpha F_6} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{F}{F_7}\right) \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_{10} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn $\left(\frac{F_7}{\alpha F_6} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{F_2}{F_7}\right)^2 = \zeta_{10}$ gesetzt wird.

Die Druckhöhe $\frac{v^2}{2g}$, welche zur Erzeugung der Geschwindigkeit des Dampfes im Cylinder nöthig ist, muß man außer Betracht lassen, da die entsprechende lebendige Kraft nicht verloren geht, sondern dem Dampfkolben bei seinem Uebergehen zur Ruhe am Ende des Kolbenweges wieder zu Gute kommt.

Da der Expansions- und der Vertheilungsschieber in der Regel, namentlich aber wenn sie durch ein Kreisexcentrik in Bewegung gesetzt werden, die Dampfwege nur allmälig eröffnen und verschließen, so sind die Druckhöhenverluste h_6 und h_{10} während dieser Bewegung veränderlich und deshalb im Mittel noch größer als die Formeln angeben.

Vereinigen wir alle diese Widerstandshöhen durch Addition und multipliciren wir die erhaltene Summe durch die mittlere Dampfdichtigkeit γ, so ergiebt sich der Verlust des Dampfdruckes in der Dampfleitung, und durch Abziehen von der Spannung p_0 im Dampfkessel die mittlere Spannung im Dampfcylinder:

$$p = p_0 - \left[\left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right)\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 \right.$$ Eintrittswiderstände.

$$\left. + \left(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \cdot \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10}\right)\left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma.$$

Bezeichnen wir noch $\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4$ durch $\varkappa_1$ und

$\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10}$ durch $\varkappa_2$, so erhalten wir vereinfacht

$$p = p_0 - \left[\varkappa_1 \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma,$$

und wenn wir noch $\gamma = \frac{66}{\alpha}\left(\beta + \frac{p + p_0}{2}\right)$ setzen, und berücksichtigen, daß p und p_0 auf den Quadratzoll $= \frac{1}{144}$ Quadratfuß zu beziehen sind,

$$p = p_0 - \left[\varkappa_1 \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{66}{144\,\alpha}\left(\beta + \frac{p + p_0}{2}\right),$$

also den Spannungsverlust:

$$p_0 - p = \left[\varkappa_1 \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{p + p_0}{2}\right).$$

Die Formel zeigt, daß die Differenz der Spannungen im Kessel und im Cylinder mit dem Quadrate der Kolbengeschwindigkeit, mit dem quadratischen Verhältnisse zwischen der Kolbenfläche und der Querschnittsfläche der Dampfwege, nächstdem aber mit der Dampfspannung u. s. w. wächst.

Beispiel. Wie groß ist die Differenz der Dampfspannungen bei einer Dampfmaschine, wenn das Quadrat der mittleren Kolbengeschwindigkeit $v^2 = 25$, das Querschnittsverhältniß $\frac{F}{F_1} = \frac{F}{F_2} = 25$ und die Dampfspannung im Kessel $3\frac{1}{2}$ Atmosphären beträgt? Es ist

$$p_0 - p = (\varkappa_1 + \varkappa_2)\, 25^2 \,.\, 0{,}016 \,.\, 25 \,.\, \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{p + p_0}{2}\right),$$

oder $\alpha = 31053$, $\beta = 4{,}417$ und $p = 3{,}5 \,.\, 15{,}05 = 52{,}675$ eingeführt,

$$p = 52{,}675 - (\varkappa_1 + \varkappa_2) \,.\, 625 \,.\, 0{,}4 \,.\, \frac{11}{24 \,.\, 31053}\left(4{,}417 + 26{,}3375 + \frac{p}{2}\right)$$

$$= 52{,}675 - \frac{114{,}58}{31053}(\varkappa_1 + \varkappa_2)\left(30{,}7545 + \frac{p}{2}\right).$$

Setzt man in $\varkappa_1 = \zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4$, $\zeta_1 = 0{,}51$, $\zeta_2 = 0{,}024$, $\frac{l_1}{d_1} = 60$, ferner unter der Voraussetzung, daß die Regulirungsklappe halb geöffnet sei, nach I., §. 377, $\zeta_3 = 3{,}91$, und $\zeta_4 = 1$, so erhält man

$\varkappa_1 = 0{,}51 + 1{,}44 + 3{,}91 + 1{,}00 = 6{,}86$; und nimmt man in

$\varkappa_2 = \zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10}$, $\zeta_5 = 0$, $\zeta_6 = 0{,}51$,

$\zeta_7 = 0{,}024$, $\frac{l_2}{d_2} = 60$, $\zeta_8 = 1$, ferner

Eintritts-hindernisse.

den Coefficienten des Krümmungswiderstandes, wenn man zwei Krümmungen, jede zu 90° annimmt und das Verhältniß der halben Kanalweite zum Krümmungshalbmesser $= \frac{1}{2}$ annimmt, nach der zweiten Tabelle in I., §. 376, $\zeta_0 = 0{,}40$, setzt endlich $\zeta_{10} = 0$, so erhält man

$$x_2 = 0{,}51 + 0{,}024 \,.\, 60 + 1 + 2 \,.\, 0{,}40 = 3{,}75;$$

daher $x_1 + x_2 = 10{,}41$, und

$$p = 52{,}675 - \frac{114{,}58 \,.\, 10{,}41}{31053}\left(30{,}7545 + \frac{p}{2}\right) = 52{,}675 - 1{,}181 - 0{,}01921\, p,$$

hiernach $p = \dfrac{51{,}494}{1{,}01921} = 50{,}525$ Pfund, daher der Spannungsverlust

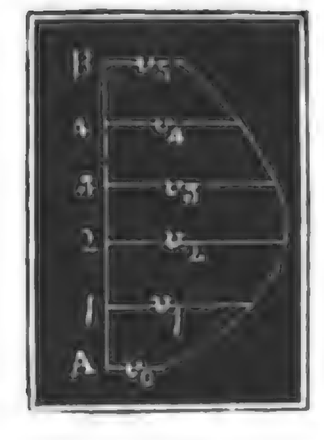
$$p_0 - p = 52{,}675 - 50{,}525 = 2{,}15, \quad \text{also} \quad \frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{2{,}15}{52{,}675} = 4 \text{ Procent.}$$

Wäre der Querschnitt der Dampfröhre und Dampfwege statt $\frac{F}{25}$, $\frac{1}{40}$ der Kolbenfläche, so würde der Verlust ungefähr $(^{40}/_{25})^2 = {}^{64}/_{25}$ mal so groß sein, also circa 10 Procent betragen; wäre ferner das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit statt 25, 49, so würde jener Verlust beinahe noch einmal so groß, also ziemlich 20 Procent ausmachen, wäre ferner die Regulirungsklappe statt zur Hälfte nur zum vierten Theile geöffnet, betrüge also der Inhalt der Durchgangsöffnung nur $\frac{1}{4}$ des Querschnitts der Röhre, so würde nach I., §. 377 $\zeta_4 = 24{,}84$, also $x_1 + x_2$ um $24{,}84 - 3{,}91 = 20{,}93$ größer, d. i. circa dreimal so groß ausfallen und daher auch der Spannungsverlust sich dreimal so groß herausstellen u. s. w.

Geschwindigkeitsquadrat.

§. 362. Es ist ferner die Frage, welchen Werth soll man in der letzten Formel für das **mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit** einführen. Ginge der Kolben ziemlich gleichförmig auf und nieder, so wäre allerdings $v^2 = \left(\frac{s}{t}\right)^2$, wo s den Kolbenweg und t die Zeit zum Durchlaufen desselben bezeichnet, zu setzen; da dies aber weder bei einfachen, noch bei doppeltwirkenden Maschinen der Fall ist, so muß allerdings eine besondere Bestimmung von v^2 vorgenommen werden.

Fig. 520.



Jedenfalls wird das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit gefunden, wenn man die gleichen Theilen des Kolbenweges $s = AB$, Fig. 520, entsprechenden Kolbengeschwindigkeiten v_0, v_1, v_2 . . . quadrirt, addirt und die Summe durch die Anzahl der Theile des Kolbenweges dividirt. Wäre nun die Bewegung des Kolbens gleichförmig beschleunigt, oder gleichförmig verzögert, so würden sich die Quadrate der Geschwindigkeiten wie die Räume verhalten; wäre daher die kleinste Geschwindigkeit $= 0$ und die größte $= c$, so hätte man die den Wegen $0, \frac{s}{n}, \frac{2s}{n}$ . . . entsprechenden Ge-

schwindigkeitsquadrate: $0, \frac{1}{n}c^2, \frac{2}{n}c^2, \frac{3}{n}c^2 \ldots$, folglich ihre Summe: Geschwindigkeitsquadrat.

$$= \frac{c^2}{n}(1+2+3+\ldots+n) = \frac{c^2}{n} \cdot \frac{n^2}{2} = n\frac{c^2}{2},$$

endlich ihren mittleren Werth: $v^2 = \frac{c^2}{2}$; oder da $s = \frac{ct}{2}$ ist,

$v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2s}{t}\right)^2 = 2\left(\frac{s}{t}\right)^2 = 2v_1^2$, wenn statt des Quotienten $\frac{s}{t}$ aus Kolbenweg s und Bewegungszeit t, die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_1 eingeführt wird. Diese Formel gilt natürlich auch, wenn der erste Theil des Kolbenweges gleichförmig beschleunigt und der zweite gleichförmig verzögert zurückgelegt wird. Es ist also hier allemal **das mittlere Geschwindigkeitsquadrat v^2 doppelt so groß, als das Quadrat v_1^2 der mittleren Kolbengeschwindigkeit.**

Beispiel. Wenn der Dampfkolben einer einfachwirkenden Dampfmaschine in der Minute 22 sechsfüßige Spiele macht, so ist seine mittlere Geschwindigkeit

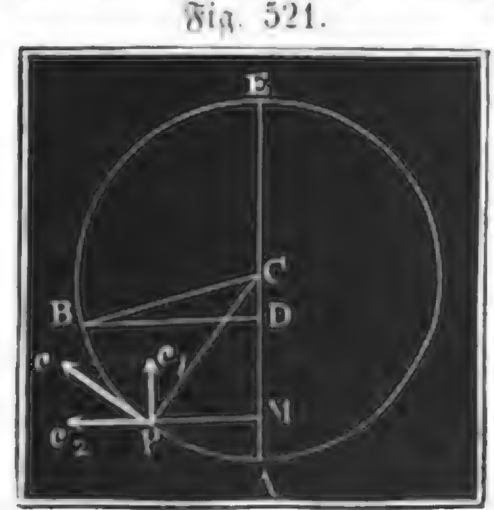
$$v_1 = \frac{22 \cdot 2s}{60} = \frac{22 \cdot 2 \cdot 6}{60} = \frac{22}{5} \text{ Fuß},$$

und daher das mittlere Geschwindigkeitsquadrat

$$v^2 = 2v_1^2 = \frac{2 \cdot 484}{25} = \frac{968}{25} = 38{,}7.$$

§. 363. Der eben betrachtete Fall findet höchstens bei den einfachwirkenden Dampfmaschinen seine Anwendung; bei den am häufigsten vorkommenden doppeltwirkenden Maschinen mit Rotation hingegen müssen wir die Kolbengeschwindigkeiten von der als gleichförmig anzusehenden Rotationsbewegung des Krummzapfens ableiten. Behandeln wir diesen Fall sogleich allgemein, suchen wir deshalb das mittlere Geschwindigkeitsquadrat von einem Theile $AD = s$ des ganzen Kolbenweges $AE = 2r$ (Figur 521). Nach Durchlaufung des Wegtheiles $AM = x$, ist die Kolbengeschwindigkeit $Pc_1 = c_1$ bestimmt durch die Warzengeschwindigkeit $Pc = c$, indem man setzt: $\frac{c_1}{c} = \frac{PM}{CP}$, oder für $CP = r$ und $PM = \sqrt{x(2r-x)}$ eingeführt,

Fig. 521.



$$c_1 = \frac{c\sqrt{2rx - x^2}}{r} \text{ und daher}$$

$$c_1^2 = \left(\frac{2x}{r} - \frac{x^2}{r^2}\right)c^2.$$

Nimmt man nun x nach und nach $= \frac{s}{n}, \frac{2s}{n}, \frac{3s}{n} \ldots \frac{ns}{n}$, und setzt diese Werthe in die letzte Gleichung, so er-

Geschwindigkeitsquadrat. geben sich sämmtliche Geschwindigkeitsquadrate, und es folgt nun das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, durch Addition und Division mit n, nämlich:

$$v^2 = \left(\frac{2}{r}\left(\frac{s}{n} + \frac{2s}{n} + \frac{3s}{n} + \ldots + \frac{ns}{n}\right)\right.$$
$$\left. - \frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{s}{n}\right)^2 + \left(\frac{2s}{n}\right)^2 + \left(\frac{3s}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{ns}{n}\right)^2\right]\right) c^2 : n$$
$$= \left[\frac{2}{r}\cdot\frac{s}{n}(1+2+3+\ldots+n) - \frac{s^2}{n^2 r^2}(1+4+9+\ldots+n^2)\right] c^2 : n$$
$$= \left(\frac{2}{r}\cdot\frac{s}{n}\cdot\frac{n^2}{2} - \frac{s^2}{n^2 r^2}\cdot\frac{n^3}{3}\right) c^2 : n = \left(\frac{s}{r} - \frac{s^2}{3r^2}\right) c^2$$
$$= \left(1 - \frac{s}{3r}\right)\frac{s}{r}\, c^2.$$

Für den vollständigen Kolbenweg hat man $s = 2r$ zu setzen, daher in diesem Falle: $v^2 = (1 - \tfrac{2}{3}) \cdot 2c^2 = \tfrac{2}{3} c^2$, oder die mittlere Kolbengeschwindigkeit $v_1 = \frac{2}{\pi} c$ gesetzt, da der Kolben den Weg $2r$ zurücklegt, während die Warze des Krummzapfens den Weg πr macht, folgt $v^2 = \tfrac{2}{3}\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 v_1^2 = \frac{\pi^2}{6} v_1^2 = 1{,}645\, v_1^2$; es ist also hier das mittlere Geschwindigkeitsquadrat ziemlich um zwei Drittel größer, als das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit.

Für $s = r$ folgt ebenfalls $v^2 = \tfrac{2}{3} c^2 = 1{,}645\, v_1^2$, nimmt man aber $s = \tfrac{2}{3} r = \tfrac{1}{3} \cdot 2r$, so erhält man das mittlere Geschwindigkeitsquadrat des ersten Drittels vom Hube: $v^2 = (1 - \tfrac{2}{9}) \cdot \tfrac{2}{3} c^2 = \tfrac{14}{27} c^2 = \frac{14\pi^2}{27 \cdot 4} v_1^2 = 1{,}279\, v_1^2$, setzt man $s = \tfrac{1}{2} r = \tfrac{1}{4} \cdot 2r$, so erhält man für das erste Viertel des Kolbenweges:

$$v^2 = (1 - \tfrac{1}{6})\frac{c^2}{2} = \tfrac{5}{12} c^2 = \frac{5\pi^2}{48} v_1^2 = 1{,}028\, v_1^2,$$ nimmt man endlich $s = \tfrac{1}{3} r = \tfrac{1}{6} \cdot 2r$, so erhält man

$$v^2 = (1 - \tfrac{1}{9})\frac{c^2}{3} = \tfrac{8}{27} c^2 = \frac{8\pi^2}{27 \cdot 4} v_1^2 = \frac{2\pi^2}{27} v_1^2 = 0{,}731\, v_1^2.$$

Es ist also nur während der Durchlaufung des ersten oder letzten Viertels vom ganzen Kolbenwege das mittlere Geschwindigkeitsquadrat ziemlich gleich dem Quadrate der mittleren Kolbengeschwindigkeit; bei einem größeren Kolbenwegtheil aber größer und bei einem kleineren kleiner.

Beispiel. Der mittleren Kolbengeschwindigkeit von 3 Fuß entspricht hiernach das mittlere Geschwindigkeitsquadrat $v^2 = 1{,}645 \cdot 3^2 = 1{,}645 \cdot 9 = 14{,}805$, dagegen der sehr gewöhnlich vorkommenden Geschwindigkeit $v_1 = 4$ Fuß entspricht $v^2 = 1{,}645 \cdot 16 = 26{,}3$; und für $v_1 = 5$ Fuß ist $v^2 = 1{,}645 \cdot 25 = 41{,}12$.

Anmerkung. Da die Differenz der Dampfspannungen im Kessel und Cylinder dem mittleren Quadrate der Kolbengeschwindigkeit proportional ist, und nach dem Vorstehenden dieses Quadrat kleiner ist während der Zurücklegung eines Hubtheiles, als während des ganzen Hubes, so folgt, daß diese Differenz bei Expansionsmaschinen kleiner ausfällt, als bei Maschinen ohne Expansion, und zwar um so kleiner, je eher die Absperrung erfolgt, je weiter also die Expansion getrieben wird. Uebrigens erstreckt sich der aus dieser Differenz entspringende Arbeitsverlust auch auf diejenige Arbeit, welche während der Absperrung verrichtet wird, weil der abgesperrte Dampf wegen des Verlustes der Spannung, den er bei seiner Bewegung nach dem Cylinder erlitten hat, auch verhältnißmäßig weniger durch Expansion wirkt. Geschwindigkeitsquadrat.

§. 364. Durch die Abkühlung des Dampfes in der Dampfleitung und im Dampfcylinder wird ein anderer Arbeitsverlust herbeigeführt. Abkühlungsverlust. Ist O der Inhalt sämmtlicher den Dampf einschließenden Oberflächen, t die Temperatur des eingeschlossenen Dampfes, t_1 aber die äußere Temperatur, und w eine Erfahrungszahl, so läßt sich der durch die Abkühlung herbeigeführte Wärmeverlust pr. Sec.

$$W = w\,(t - t_1)\,O \text{ Cal. setzen.}$$

Ist nun $Q\gamma$ das in der Secunde durch den Apparat hindurchströmende Dampfquantum, so hat man die jedem Pfunde Dampf entzogene Wärme $= \frac{w\,(t - t_1)\,O}{Q\gamma}$. War nun der Dampf gesättigt, so wird sich in Folge dieses Wärmeverlustes ein Theil des Dampfes condensiren, wenn man dies nicht durch Erwärmung des Cylinders von außen verhindert. Dividiren wir diesen Verlust durch die Zahl 540 der Wärmeeinheiten, welche ein Pfund warmes Wasser bindet, wenn es sich in Dampf verwandelt, und welche frei wird, wenn sich ein Pfund Dampf zu Wasser niederschlägt, so erhalten wir die aus jedem Pfunde Dampf niedergeschlagene Wassermenge, und zwar $= \frac{w\,(t - t_1)\,O}{540\,Q\gamma}$. Setzen wir nun den Spannungsverlust dem durch Niederschlagen entstandenen Dampfverlust proportional, nehmen wir also $\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{w\,(t - t_1)\,O}{540\,Q\gamma}$, so erhalten wir $p_0 - p = \frac{w\,(t - t_1)\,O}{540\,Q\gamma}\,p_0$ und daher die übrig bleibende Spannung

$$p = p_0\left(1 - \frac{w\,(t - t_1)\,O}{540\,Q\gamma}\right).$$

Nach Tredgold ist für jedes Quadratmeter Oberfläche einer Röhre aus Gußeisen $w = 0{,}011$, also für jeden Quadratfuß $= 0{,}0011$, und wenn man daher noch $\gamma = 66\left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) = \frac{66}{\mu}$ setzt, folgt

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\mu\,(t - t_1)\,O}{32400000\,Q}.$$

Abkühlungsverlust. Obgleich gegen die Begründung und Entwicklung dieser Formel Einiges einzuwenden ist, so kann sie doch dazu dienen, zu zeigen, von welchen Factoren der durch Abkühlung herbeigeführte Arbeitsverlust besonders abhängt, und wie groß derselbe anwachsen kann.

Außerdem wird auch durch den Dampf Wasser aus dem Kessel mechanisch mit fortgeführt, und dieses Fortreißen des Wassers ist besonders bei Locomotiven sehr groß, wo das Quantum des vom Dampfe mechanisch mit fortgenommenen Wassers oft 20 bis 40 Procent des Spe sewassers beträgt. Da diese Wassertheilchen an der Bewegung des Dampfes in der Dampfleitung mit Theil nehmen, so müssen wir auch bei Berechnung der Hindernisse in dieser mit Rücksicht nehmen. Ist ν das Verhältniß des Gewichtes der mechanisch mit fortgerissenen Wassermenge zum Gewichte des gleichzeitig aus dem Kessel abgeleiteten Dampfes, so hat man das Verhältniß des Gewichtes von der mit Wasser gemengten Dampfmenge zur reinen Dampfmenge $= 1 + \nu$, und daher in den durch die in §. 361 gefundene Formel für den Spannungsverlust noch den Factor $1 + \nu$ einzuführen, also

$$p_0 - p = \left[\varkappa_1 \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2 \left(\frac{F}{F_2}\right)\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{11\,(1+\nu)}{24\,\alpha} \left(\beta + \frac{p + p_0}{2}\right)$$

zu setzen.

Beispiel. Wie viel Procent verliert die Spannung des Dampfes durch Abkühlung, wenn die Temperatur des Dampfes im Kessel 140°, die Temperatur der äußeren Luft aber 20°, ferner das verbrauchte Dampfquantum pro Secunde = 4 Cubikfuß und der Inhalt sämmtlicher Abkühlungsflächen 60 Quadratfuß beträgt? Es ist die Spannung des Dampfes bei 140° = 3,5 Atmosphären, daher das specifische Dampfvolumen nach der Tabelle in II., §. 295, $\mu = 535$, daher der relative Spannungsverlust durch Abkühlung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\mu\,(t - t_1)\,O}{32400000\,Q} = \frac{535\ .\ 120\ .\ 60}{32400000\ .\ 4} = \frac{321}{10800},$$

d. i. beinahe 3 Procent.

Austrittshindernisse. §. 365. Auch die Spannung q des während des Kolbenrückganges aus dem Dampfcylinder ausströmenden Dampfes ist nicht ganz gleich der Spannung q_0 im Condensator oder der der äußeren Luft, denn es findet der Dampf bei seiner Bewegung durch den Dampfweg, durch den Dampfschieber oder durch das Auslaßventil u. s. w. Hindernisse vor, deren Ueberwindung einen gewissen Ueberschuß der Spannung im Cylinder über den im Condensator u. s. w. nöthig macht. Deshalb wird denn auch die Leistung der Dampfmaschine noch durch die Arbeit zur Ueberwindung dieser Hindernisse herabgezogen. Behalten wir bei Ausmittelung dieser die Bezeichnungen in §. 360 und §. 361 bei, so erhalten wir Folgendes. Der Verlust an Druckhöhe beim Eintritt aus dem Cylinder in den Dampfweg:

$h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, und es ist $\zeta_1 = 0{,}505$ zu setzen;

ferner der Verlust an Druckhöhe durch die Reibung in dem Dampfwege: Austritts-hindernisse.

$$h_2 = \zeta_2 \cdot \frac{l_2}{d_2} \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g};$$

ferner Verlust wegen der Krümmungen dieser Wege:

$$h_3 = \zeta_3 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g};$$

und endlich ist der Druckhöhenverlust beim Eintritte des Dampfes in die Dampfkammer oder in den Schieberraum, dessen Querschnitt wir mit F_4 bezeichnen wollen:

$$h_4 = \left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right) \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und wenn wir $\left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2$ durch ζ_4 ausdrücken:

$$h_4 = \zeta_4 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Hiernach ist denn der Spannungsverlust des Dampfes beim Austritt desselben aus dem Cylinder in die Dampfkammer

$$= (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\,\gamma$$

$$= \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v_2}{2g}\,\gamma.$$

Bei der Ventilsteuerung ist nun der Verlust, welchen der Dampf beim Durchgange durch das Ablaßventil erleidet, zu berücksichtigen, und welchen wir $h_5 = \zeta_5 \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ setzen können, wenn F_3 den Querschnitt des Ausblaserohres, ζ_5 aber den Widerstandscoefficienten beim Durchgange durch das Ventil bezeichnet. Bei der Schiebersteuerung läßt sich ein ähnlich zu bestimmender Verlust für den Durchgang durch die Schieberhöhlung in Rechnung ziehen.

Für den Eintritt in das Ausblaserohr hat man noch $h_6 = \zeta_6 \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, wo in gewöhnlichen Fällen, $\zeta_6 = 0{,}505$ zu setzen ist.

Ferner für die Reibung des Dampfes in dieser Röhre, wenn ihre Länge $= l_3$ und ihre Weite d_3 ist, $h_7 = \zeta_7 \frac{l_3}{d_3} \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Endlich hat man noch für den Austritt des Dampfes, mag dieser im Condensator oder in der freien Luft erfolgen, noch den Druckhöhenverlust $h_8 = \frac{v_3^2}{2g} = \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, weil die der Ausflußgeschwindigkeit v_3 entsprechende lebendige Kraft ganz verloren geht.

Austritts-hindernisse.

Hiernach ist der Spannungsverlust bei der Bewegung des Dampfes aus der Dampfkammer in die freie Luft oder in den Condensator:

$$= (h_5 + h_6 + h_7 + h_8)\,\gamma = \left(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7\,\frac{l_3}{d_3} + 1\right)\left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\,\gamma,$$

und daher die Abnahme der Dampfspannung beim Austritt des Dampfes aus dem Cylinder in den Condensator oder in die freie Luft:

$$q - q_0 = \left[\left(\zeta_1 + \zeta_2\,\frac{l_2}{d_2} + \zeta_3 + \zeta_4\right)\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \left(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7\,\frac{l_3}{d_3} + 1\right)\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,\gamma,$$

oder, wenn man $\zeta_1 + \zeta_2\,\frac{l_2}{d_2} + \zeta_3 + \zeta_4 = \varkappa_2$ und

$\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7\,\frac{l_7}{d_7} + 1 = \varkappa_3$ und $\gamma = \frac{66}{\mu} = \frac{66}{\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)$

einführt, und statt 1 Quadratzoll $^1/_{144}$ Quadratfuß setzt:

$$q - q_0 = \left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g} \cdot \frac{66}{144\mu}$$

$$= \frac{11}{24\mu}\left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)\left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}.$$

Diese Differenz und daher auch der entsprechende Arbeitsverlust fällt deshalb nicht sehr groß aus, weil die Dichtigkeit des abströmenden Dampfes, zumal bei Expansionsmaschinen, klein, also das specifische Dampfvolumen μ groß ist.

Beispiel. Welche Spannung hat der Dampf im Cylinder einer Dampfmaschine wie Fig. 469 mit Schiebersteuerung, wenn dieser mit dem Condensator in Communication gesetzt wird, worin die Spannung $^1/_8$ Atmosphäre beträgt; wenn ferner das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit $v^2 = 25$ und das Querschnittsverhältniß $\frac{F}{F_2} = \frac{F}{F_3} = 25$ ist? Man hat hier

$$q - q_0 = \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3) \,.\, 25^2 \,.\, 0{,}016 \,.\, 25$$

$$= \frac{1375}{12\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3),$$

oder da $\alpha = 29251$ und $\beta = 1{,}755$, so folgt

$$q - q_0 = \frac{1375}{12 \,.\, 29251}\left(1{,}755 + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3)$$

oder $q_0 = {}^1/_8 \,.\, 15{,}05 = 1{,}881$ genommen,

$$q = 1{,}881 + 0{,}00392\left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3).$$

Nun ist aber $\zeta_1 = 0{,}51$; ferner $\zeta_2\,\frac{l_2}{d_2}$, wenn man $\frac{l_2}{d_2} = 60$, u. $\zeta_2 = 0{,}024$ nimmt, $= 60 \,.\, 0{,}024 = 1{,}44$, ferner $\zeta_3 = 0{,}40$ und $\zeta_4 = 1{,}00$ (vergl. Beispiel zu §. 361), daher $\varkappa_2 = 0{,}51 + 1{,}44 + 0{,}40 + 1{,}00 = 3{,}35$; ferner

ζ_5 beinahe $= 0$, $\zeta_6 = 0{,}51$, $\zeta_7 \cdot \frac{l_3}{d_3} = 0{,}96$, wenn man $\frac{l_3}{d_3} = 40$ nimmt; Austrittshindernisse
daher folgt $\varkappa_3 = 0{,}51 + 0{,}96 + 1 = 2{,}47$, und endlich

$$q = 1{,}881 + 0{,}00392\,(3{,}35 + 2{,}47)\left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)$$

$$= 1{,}881 + 0{,}00392 \,.\, 5{,}82 \left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)$$

$$= 1{,}881 + 0{,}061 + 0{,}02281 \,.\, \frac{q}{2} = 1{,}942 + 0{,}01140\, q,$$

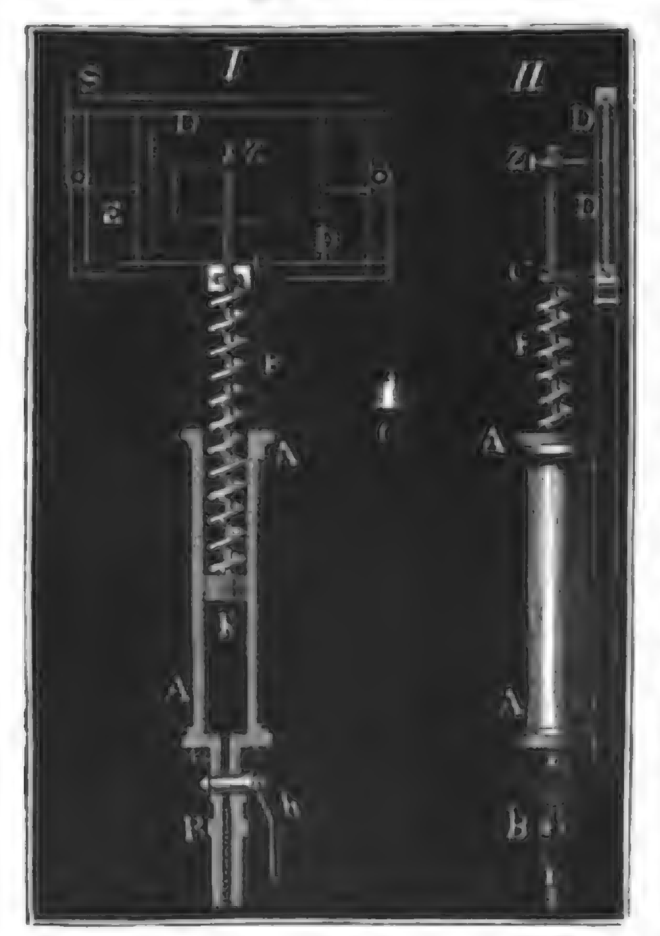
daher $q = \frac{1{,}942}{0{,}98860} = 1{,}964$;
hiernach ist die Spannung im Cylinder nur um $1{,}964 - 1{,}881 = 0{,}083$ Pfund, d. i. um $\frac{8{,}3}{1{,}881} = 4{,}4$ Procent größer als im Condensator, und daher der entsprechende Arbeitsverlust sehr klein.

Anmerkung. Ganz am Anfange des Kolbenweges ist allerdings diese Differenz weit größer, nämlich entweder $= p - q_0$ oder $p_1 - q_0$, weil der ausströmende Dampf anfangs noch die volle Spannung hat; allein das anfängliche Ausblasen des Dampfes und das Ausgleichen der Spannungen erfolgt so schnell, daß die hierbei dem Kolben entzogene Arbeit unbedeutend ist. Setzen wir z. B. in der Formel $v = 1595 \sqrt{(1 + 0{,}00367\, t)\ Log.\ nat.\left(\frac{b+h}{b}\right)}$ für die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes (s. I., §. 392) $t = 100$ und $\frac{b+h}{b} = {}^3/_2$, so erhalten wir $v = 1595 \sqrt{1{,}367 \,.\, 0{,}4055} = 1188$ Fuß; nehmen wir nun die Ausflußmündung $F_3 = {}^1/_{25}$ von der Grundfläche $F = \frac{\pi d^2}{4}$ des Dampfcylinders, und den Kolbenhub $s =$ der doppelten Cylinderweite $= 2d$, so bekommen wir den Cylinderraum $= Fs = \frac{\pi d^3}{2}$, und daher die Zeit, in welcher bei der Geschwindigkeit $v = 1188$ Fuß ein dem Cylinderraum gleiches Dampfquantum durch die Mündung F_3 ausströmen würde $= \frac{Fs}{F_3 v} = \frac{25 \,.\, 2d}{1188} = \frac{50}{1188} \,.\, d$, also z. B. für die Kolbendurchmesser $d = 1, 2, 4, 6$ Fuß, diese Zeiten $= 0{,}042$; $0{,}084$; $0{,}169$; $0{,}253$ Secunden, also außerordentlich klein. Innerhalb einer so kleinen Zeit wird aber, zumal am Anfange des Spieles, ein sehr kleiner Weg zurückgelegt; daher ist auch die entsprechende Arbeit klein.

§. 366. Die Spannung des Dampfes in dem Treibecylinder wird durch ein Instrument angegeben, welches den Namen **Indicator** (franz. indicateur, engl. indicator) erhalten hat, und wohl auch **Spannungsmesser** genannt wird. Ein sehr einfacher Indicator von **Watt** ist in Fig. 522 I. und II. (auf folg. S.) abgebildet; seine Einrichtung ist folgende: AA ist ein genau ausgebohrter Cylinder von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Zoll Weite und 1 Fuß Länge, unten in einer engeren Röhre B auslaufend, und oben durch einen Kolben K verschlossen. Das zu diesem Zwecke schraubenförmig geschnittene Ende der Röhre B wird in ein Loch im Deckel des Treibecylinders eingesetzt, so daß nach Eröffnung eines Hah- Indicator.

Indicator. nes h in B der Dampf in AA treten und gegen K drücken kann. Die Kolbenstange KC geht durch eine ringförmige Führung C und ist mit einer Spiralfeder F umgeben, die mittels K durch die Spannung des Dampfes so viel zusammengedrückt wird, bis sie dieser das Gleichgewicht hält. Der Zeiger Z am Ende dieser Stange giebt durch seinen höheren oder tieferen Stand die Stärke der Dampfkraft an. Da diese Kraft, zumal bei den Expansionsmaschinen, während des ganzen Kolbenweges veränderlich ist, so kommt es darauf an, den mittleren Werth der Spannung, oder, was am Ende einerlei ist, den mittleren Stand von Z anzugeben. Deshalb ersetzt man denn auch den Zeiger durch einen Zeichnenstift Z und läßt denselben an eine Tafel DD drücken, die mittels einer Schnur ES durch die Stange des Treibekolbens nach der einen und durch ein Gegengewicht G nach der entgegengesetzten Seite hin fortgezogen wird. Durch diesen Stift wird während eines Kolbenspieles eine Curve auf DD gezeichnet, deren Flächeninhalt als Maaß der vom Treibekolben verrichteten Arbeit während eines Kolbenspieles dienen kann: dividirt man daher die hiernach bestimmte Arbeit durch den ganzen Kolbenweg, so erhält man natürlich die mittlere Kraft oder Dampfspannung.

Fig. 522.

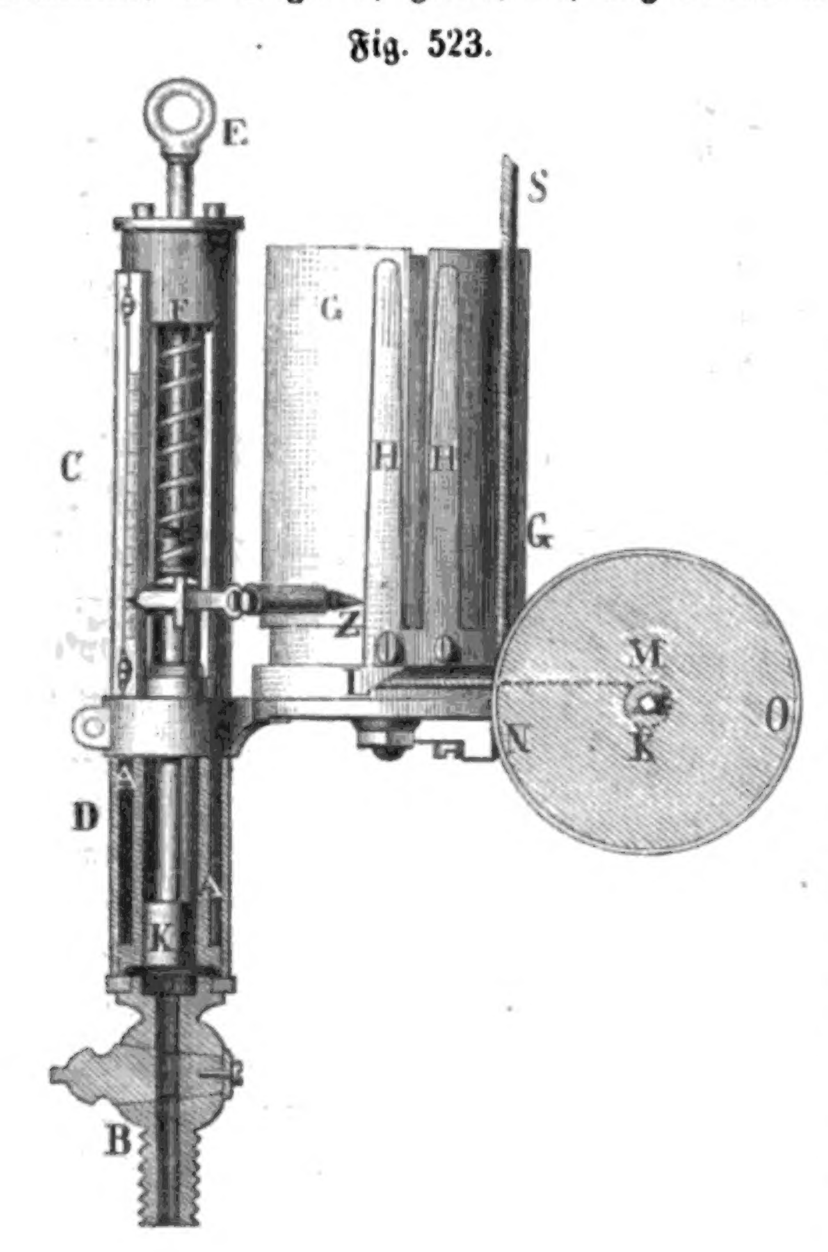


Ist die Spannung des Dampfes unter K beim Aufgange des Treibekolbens $= p$, der Atmosphärendruck über K, $= a$ und die Spannung der Feder, auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche vertheilt, $= y_1$, so erhält man für den Aufgang des Treibekolbens $p = y_1 + a$; bezeichnet man aber mit q die Spannung beim Niedergange, und mit y_2 die entsprechende Kraft zum Ausdehnen der Feder, so hat man $a = q + y_2$; verbindet man daher beide Gleichungen mit einander, so erhält man die bewegende Kraft des Treibekolbens auf jeden Quadratzoll seiner Fläche: $p - q = y_1 + a - (a - y_2) = y_1 + y_2$. Sind die Ausdehnungs- und Zusammendrückungskräfte der Feder den Ausdehnungen und Zusammendrückungen der Feder proportional, so kann man y_1 und y_2

durch die Abstände des Stiftes von einer horizontalen Grundlinie messen, welche der Stift beschreiben würde, wenn die Feder weder zusammengedrückt, noch ausgedehnt wäre, wenn also der Kolben *K* von unten wie von oben mit der Atmosphäre communicirte. Wenn nun die Tafel die verjüngte Bewegung des Kolbens annimmt, so wird daher auch das Product aus der mittleren Summe der Abstände des Zeigers von der Grundlinie und aus der Länge des Tafelweges, oder die Summe der Inhalte der von dem Stifte über und unter der Grundlinie während eines Kolbenspieles beschriebenen Figuren das Maaß der Arbeit des Dampfes bei einem halben Spiele, oder bei einem Auf- oder Niedergange des Kolbens angeben. Indicator.

§. 367. Die Einrichtung eines Dampfindicators, wie er jetzt, namentlich in England, gewöhnlich angewendet wird, führt Fig. 523 vor Augen. Es ist hier *A* der Cylinder, befindlich in einem Gehäuse *CD*, mit einer Scala *C* und einem hohlen Fußstücke *B*, welches in den Deckel des Treibecylinders eingeschraubt wird; *K* ist der den Dampfdruck aufnehmende Kolben, *F* die Spiralfeder, welche sich um die Kolbenstange windet, und *Z* der durch ein Gelenk und eine Hülse mit dieser Kolbenstange verbundene Zeichnenstift. Die Spitze dieses Stiftes berührt während des Gebrauches den Umfang eines Metallcylinders *GG*, auf den ein Papierstreifen aufgewickelt ist, der durch Federzangen *HH* festgehalten wird. Damit nun der Zeichnenstift eine Curve auf diesen Papierstreifen aufzeichnen könne, ist es nöthig, daß der Cylinder *GG* um seine verticale Axe in Umdrehung gesetzt werde; dies erfolgt aber durch die Treibekolbenstange der zu prüfenden Maschine mittels Schnur und

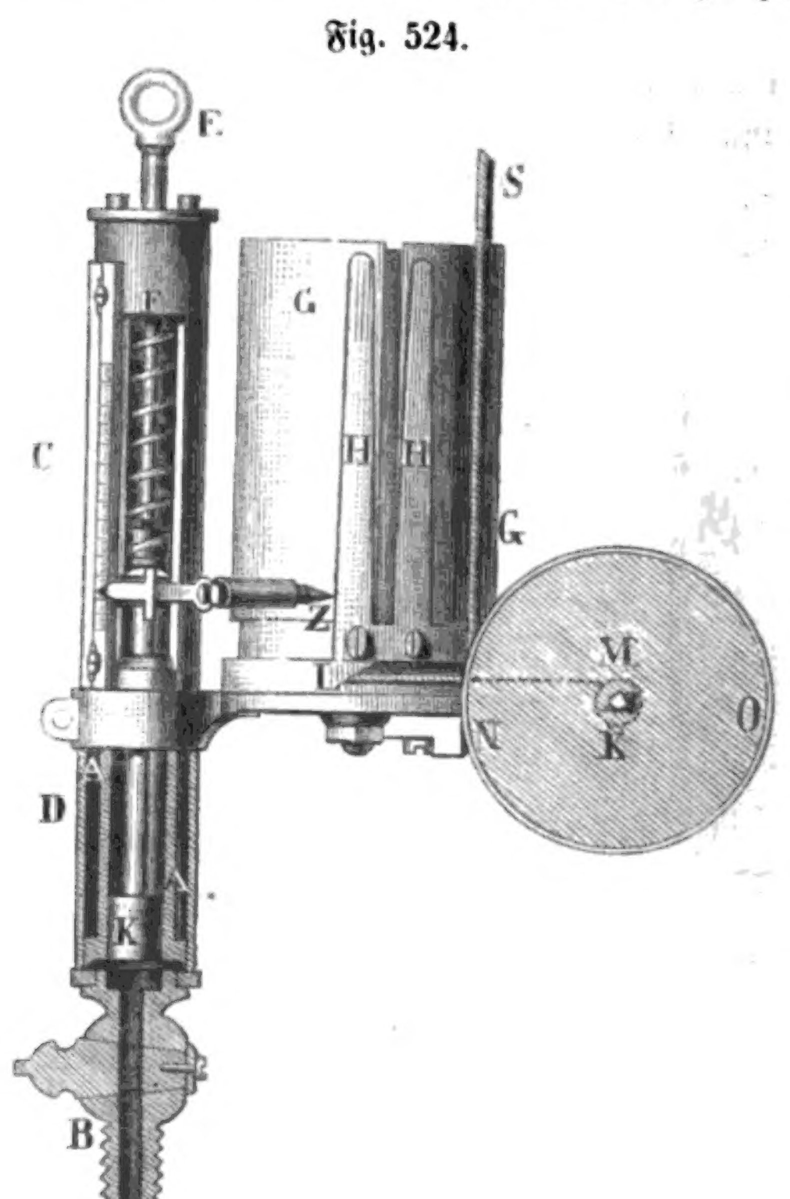
Fig. 523.



Digitized by Google

Indicator. Trommel auf folgende Weise. Auf einer horizontalen Welle *K* sitzen zwei Trommeln, eine größere *NO* und eine kleinere *M*; um jene wickelt sich eine Schnur *SN*, deren Ende am Kopfe der Treibekolbenstange von der zu prüfenden Maschine festsitzt, und um diese legt sich eine Schnur *LM*, die zu gleicher Zeit auch auf den unteren Theil des Cylinders *GG* gewickelt ist und von einer Spiralfeder im Innern von *GG* angespannt wird. Beim Auf- und Niedergehen des Treibekolbens wird die Welle *K* mittels *SG* in eine schwingende Bewegung gesetzt, und diese theilt die Schnur *SM* auch dem Zeichnencylinder *GG* mit. Aus der geschlossenen Figur, welche der Zeichnenstift während eines vollständigen Kolbenspieles auf das um *GG* gewickelte Papier aufzeichnet, läßt sich nun, ebenso wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, die mechanische Arbeit und mittlere Kraft des Dampfes finden.

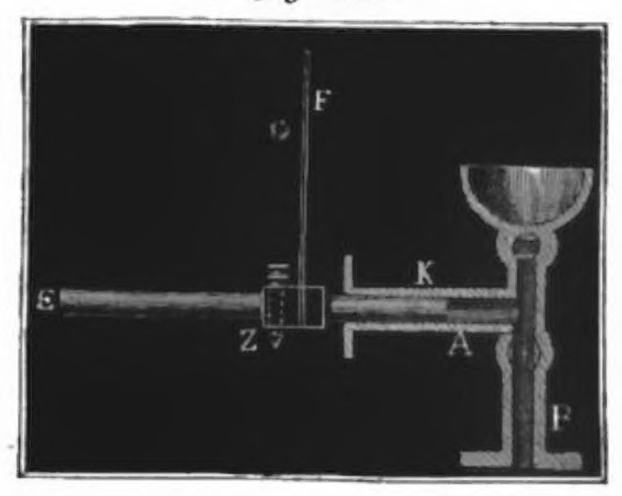
Fig. 524.



Um das Verhältniß zwischen Dampfkraft und Zeiger- oder Kolbenweg zu finden, hat man natürlich mit Gewichten, womit man die Feder *F* ausdehnt und zusammendrückt, besondere Versuche anzustellen, und hierbei zugleich die Reibung des Kolbens *K* zu ermitteln. Jedenfalls vermindert die Reibung des Kolbens *K* sowohl den Weg y_1 aufwärts als auch den Weg y_2 abwärts; es ist daher zu der Arbeit, welche vom Zeichnenstifte angegeben wird, noch die Arbeit der Kolbenreibung zu addiren, um die vollständige Arbeit des Dampfes zu erhalten. Damit sich eine möglichst constante und vom Dampfdrucke unabhängige Kolbenwirkung herausstelle, lidert man auch den Kolben *K* nicht ab, sondern dreht denselben sorgfältig ab, und bedeckt ihn mit einer Oelschicht.

Digitized by Google

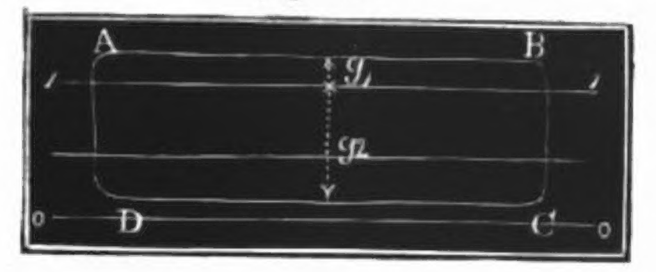
Fig. 525.



Anmerkung. In der neuesten Zeit hat man bei den Indicatoren statt der Spiralfeder Federschienen nach Poncelet angewendet. Die wesentlichste Einrichtung eines solchen Indicators führt Fig. 525 vor Augen. Es ist hier der Cylinder *A* horizontal, und mit der Stange *KE* desselben die parabolische Feder *F* sowie der Zeichnenstift *Z* verbunden. Letzterer aber zeichnet seine Curve auf einen um zwei bewegliche Trommeln gelegten Papierstreifen. Vgl. II., §. 75, und s. Morin: Leçons de mécanique pratique, Ire partie, 1846. Indicator.

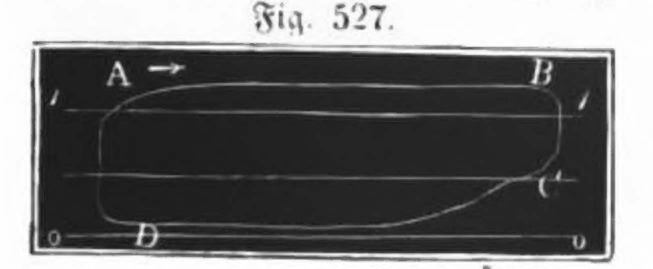
§. 368. Je nachdem eine Maschine mit Tief- oder Hochdruck, mit oder ohne Expansion wirkt, je nachdem ferner die Steuerung dem Treibekolben voreilt oder nicht u. s. w., fällt die von dem Dampfindicator beschriebene und die Leistung des Dampfes angebende Curve sehr verschieden aus. Bei einer Maschine mit Tiefdruck und ohne Expansion hat diese Curve die Hauptform eines Rechteckes, wie *ABCD*, Fig. 526. Beim Anfang des Kolbenniederganges steht der Stift in *A*, während des Niederganges beschreibt er eine mit der Linie $0 \div 0$ ziemlich parallel laufende Curve; während des tiefsten Kolbenstandes legt der Stift den Weg *BC* zurück, beim darauf folgenden Aufgange beschreibt er den nur wenig über der Nulllinie weggehenden Curventheil *CD*, und während des höchsten Kolbenstandes legt er den ziemlich senkrechten Weg *DA* zurück, da dann die Spannung von etwa $^1/_{10}$ Atmosphäre auf etwa $^6/_5$ Atmosphäre steigt. Die Ordinaten y_1 über der einer Atmosphäre Spannung entsprechenden Grundlinie $1 \div 1$ sind viel kleiner als die Ordinaten y_2 unter dieser Linie, weil jene den Ueberschuß des Dampfdruckes über eine Atmosphäre, diese aber den Ueberschuß des Atmosphärendruckes über den Druck im Condensator ausdrückt. Ein mit dem unteren Theile des Cylinders communicirender Indicator würde natürlich eine entgegengesetzte Curve liefern. Indicatorcurven.

Fig. 526.



Wenn der Dampf erst am Anfang des Kolben-Nieder- oder Aufganges zugelassen wird, so fällt die Curve nicht so vollkommen aus, sondern es hat dieselbe bei *A* und *C*, Fig. 527, bedeutendere Abstumpfungen. Es stellen sich diese aber dann be-

Fig. 527.



Digitized by Google

Indicator-curven.

sonders groß heraus, wenn, wie bei der Schiebersteuerung mit Kreis-excentrik, die Eröffnungen sehr allmälig erfolgen, so daß der Dampf während des Umsteuerns durch verengte Mündungen strömen muß, und dadurch an Spannung verliert. Durch das langsame Eröffnen des Abzugweges wird die Abstumpfung bei C zumal noch deshalb sehr groß, weil der ausströmende Dampf reagirend und anfänglich beinahe mit voller Kraft auf den Dampfkolben zurückwirkt. Zur Verhinderung dieser großen Abstumpfung ist denn auch ein Voreilen der Steuerung beim Ablassen des Dampfes unbedingt nothwendig. Durch zu großes Voreilen beim Zu- und Ablassen wird aber auch leicht das Gegentheil, nämlich wie in Fig. 528, eine zu große Abstumpfung an den Ecken B und D herbeigeführt.

Fig. 528.



§. 369. Bei den Maschinen mit Expansion nimmt die Indicatorcurve nahe die Form einer aus einem Rechtecke und einem Trapeze zusammengesetzten Figur an; der rectanguläre Theil entspricht der Wirkung des Dampfes vor, und der trapezoidale Theil der Wirkung desselben während der Expansion. Eine Niederdruckmaschine mit Expansion liefert eine Curve AC, Fig. 529. Dem Theile s_1 des Kolbenweges entspricht das Curvenstück AE, welches ziemlich mit $0 \div 0$ oder $1 \div 1$ parallel läuft; dem Theile s_2 aber entspricht das Curvenstück EB, welches sich allmälig tiefer herabzieht und der Linie $0 \div 0$ nähert. Der Flächenraum $EBCF$ mißt die Leistung, welche durch die Expansion allein gewonnen wird. Die Curve AC in Fig. 530 beschreibt der Indicator einer Dampfmaschine mit Hochdruck, Expansion und Condensation, die in Fig. 531 aber eine solche ohne Condensation; während sich bei jener der rückläufige Theil CD nahe über der Nulllinie hin-

Fig. 529.

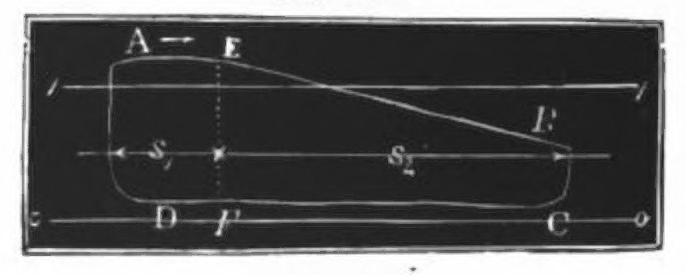


Fig. 530

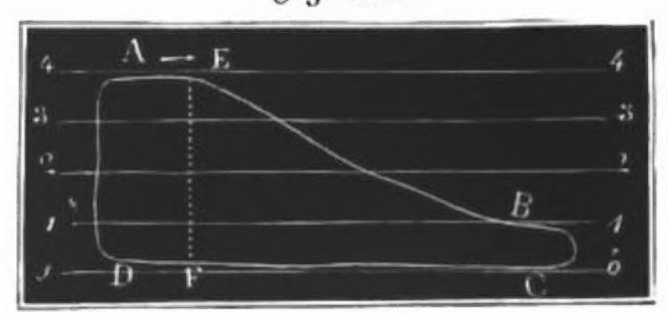


Fig. 531.

